Найдём собственные значения оператора:

$$\begin{vmatrix} 6-\lambda & -2 & 2 & 4 & 2 \\ -11 & 12-\lambda & -7 & -11 & -4 \\ -11 & 7 & -4-\lambda & -11 & -5 \\ -16 & 17 & -11 & -14-\lambda & -5 \\ 22 & -26 & 16 & 22 & 8-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$-\lambda^5 + 8\lambda^4 - 25\lambda^3 + 38\lambda^2 - 28\lambda + 8 = 0$$

$$(\lambda-1)^2(\lambda-2)^3 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_A = \{1^{(2)}, 2^{(3)}\}$$

Найдём собственные вектора:

$$\lambda = 1$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 & 4 & 2 \\ -11 & 11 & -7 & -11 & -4 \\ -11 & 7 & -5 & -11 & -5 \\ -16 & 17 & -11 & -15 & -5 \\ 22 & -26 & 16 & 22 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 33 & -13 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 14 & -4 & -25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} -10 \\ 11 \\ 22 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \\ 25 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 2$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & 4 & 2 \\ -11 & 10 & -7 & -11 & -4 \\ -11 & 7 & -6 & -11 & -5 \\ -16 & 17 & -11 & -16 & -5 \\ 22 & -26 & 16 & 22 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_5 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Алгебраическая и геометрическая кратности значений спектра совпадают, а значит мы уже можем построить Жорданову форму, или диагональную матрицу оператора в базисе $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, или $\hat{A}$:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$