

Для того, чтобы найти угол между векторами, для начала нужно найти косинус этого угла, который вычисляется по следующей формуле:

$$\cos \varphi = \frac{x^T G y}{\sqrt{x^T G x} \sqrt{y^T G y}}$$

Разделим на компоненты и посчитаем каждый отдельно:

$$x^T G y = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 16 & 8 & 26 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = -144$$

$$x^T G x = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 16 & 8 & 26 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} = 140$$

$$y^T G y = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 & -16 & -4 & -28 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = 164$$

Посчитаем косинус, подставив найденные выше значения:

$$\cos \varphi = \frac{-144}{\sqrt{140}\sqrt{164}} = -\frac{36\sqrt{1435}}{1435} \Rightarrow \varphi = \pi - \arccos \frac{36\sqrt{1435}}{1435} \approx 2.83$$