

Найдём матрицу перехода T из базиса e в базис \tilde{e} :

$$T = e^{-1}\tilde{e} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & -4 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Тогда уже не трудно вычислить матрицу Грама в базисе $\{\tilde{e}_1, \tilde{e}_2\}$:

$$\tilde{G} = T^T G T = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -4 & -3 & 2 \\ -6 & -4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 6 & 2 \\ 6 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & -4 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41 & 22 & 6 \\ -58 & -32 & -10 \\ -84 & -46 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & -4 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 155 & -218 & -316 \\ -218 & 308 & 446 \\ -316 & 446 & 646 \end{pmatrix}$$