

$$\begin{aligned}
\zeta &= 3\varphi^4\psi^{-1} + 2\varphi^{-1} + 2\psi\varphi = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}^4 \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{pmatrix}^{-1} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}^{-1} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} = \\
&= 3 \cdot \begin{pmatrix} 61 & -132 & -96 \\ -132 & 285 & 208 \\ 96 & -208 & -151 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & 0 \\ 6 & -10 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 183 & -396 & -288 \\ -396 & 855 & 624 \\ 288 & -624 & -453 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -8 & -6 \\ -10 & 24 & 14 \\ 26 & -62 & -36 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 288 & -849 & -318 \\ -624 & 1833 & 687 \\ 453 & -1338 & 501 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -6 & -8 \\ -8 & 24 & 12 \\ 28 & -60 & -34 \end{pmatrix} = \\
&= \boxed{\begin{pmatrix} 300 & -855 & -326 \\ -632 & 1857 & 699 \\ 481 & -1398 & -535 \end{pmatrix}}
\end{aligned}$$