Матрица перехода для заданного преобразования базиса будет выглядеть так: $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Тогда уже не трудно вычислить матрицу Грама в базисе $\{\tilde{e}_1, \tilde{e}_2\}$:

$$\tilde{G} = T^T G T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\tilde{G}$ находится в базисе $\{\tilde{e}_1, \tilde{e}_2\}$, как и v_1 и v_2. Теперь мы можем вычислить $\langle v_1, v_2 \rangle$:

$$\langle v_1, v_2 \rangle = v_1^T \tilde{G} v_2 = \begin{pmatrix} -4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 1$$