

Дано:

$$a = \text{const}$$

$$y = kx - bx^2$$

$$k, b > 0$$


---

Из уравнения траектории частицы делаем вывод, что частица движется по параболе.

- Найдём вершину параболы по формуле  $x = \frac{-b}{2a}$  для параболы  $y = ax^2 + bx$ :  

$$x_{\text{в}} = \frac{k}{2b} \Rightarrow y_{\text{в}} = \frac{k^2}{2b} - b \frac{k^2}{4b^2} = \frac{k^2}{2b} - \frac{k^2}{4b} = \frac{k^2}{4b}.$$
- Возьмём производную и выясним угловой коэффициент касательной к графику в точке  $x = 0$ :  

$$y' = k - 2bx \quad y'(0) = k \Rightarrow \text{угловой коэффициент равен } k.$$

3. Проецируем  $V$  на оси:

$$V_x = V \cos \alpha \quad V_y = V \sin \alpha$$

$$\frac{V_y}{V_x} = \tan \alpha \Rightarrow V_y = V_x \tan \alpha = V_x k, \text{ т.к. } \tan \alpha = k.$$

4. Найдём перемещение частицы до вершины параболы:

$$S_x = V_x t = \frac{k}{2b}$$

$$S_y = V_y t - \frac{at^2}{2} = \frac{k^2}{4b}$$

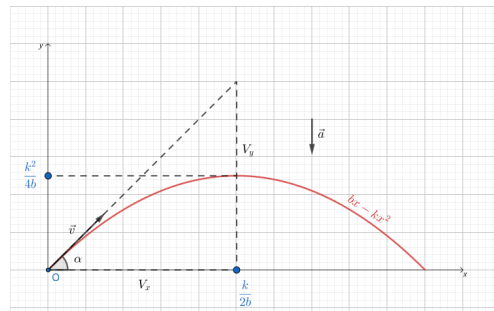
5. Получаем систему и находим в ней  $V_x$ :

$$\begin{cases} V_x t = \frac{k}{2b} \\ V_y t - \frac{at^2}{2} = \frac{k^2}{4b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{k}{2bV_x} \\ V_x k t - \frac{at^2}{2} = \frac{k^2}{4b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{k}{2bV_x} \\ V_x \frac{k^2}{2bV_x^2} - \frac{ak^2}{8b^2V_x^2} = \frac{k^2}{4b} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{k}{2bV_x} \\ \frac{k^2}{2b} - \frac{ak^2}{8b^2V_x^2} = \frac{k^2}{4b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{k}{2bV_x} \\ 0.5 = \frac{a}{4bV_x^2} \end{cases} \cdot 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{k}{2bV_x} \\ V_x^2 = \frac{a}{2b} \end{cases} \Rightarrow V_x = \sqrt{\frac{a}{2b}}$$

6. Итак, имеем скорости, выраженные через ускорение  $a$  и коэффициенты  $k$  и  $b$ :

$$V_x = \sqrt{\frac{a}{2b}} \quad V_y = k\sqrt{\frac{a}{2b}} \Rightarrow \text{по теореме Пифагора } V(0,0) = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{\frac{a}{2b} + \frac{k^2a}{2b}} = \sqrt{(1+k^2)\frac{a}{2b}}$$



Ответ:  $\sqrt{(1+k^2)\frac{a}{2b}}$