Литература

Боярский К.К., Смирнов А.В., Прищепенок О.Б. *Механика ч.1. Кинематика, динамика*
Боярский К.К., Смирнов А.В *Механика ч.2. Энергия, динамика вращения, Основы теории относительности*
Иродов И.Е. *Механика.*
Савельев И.В. *Курс (общей) физики. Механика. Молекулярная физика.*
Сивухин Д.В. *Общий курс физики. Механика.*
Яворский Б.М. , Детлаф А.А. *Курс общей физики.*

Маленький математический ликбез

«В каждой естественной науке заключено столько истины, сколько в ней математики»

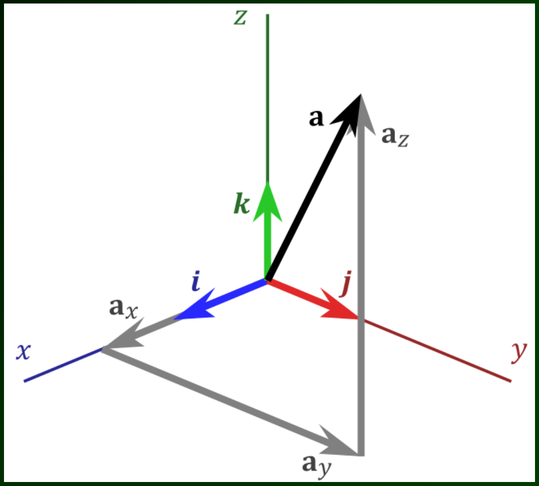
И. Кант

«Математика - это язык, на котором говорят все точные науки»

Н. Лобачевский

Вектора

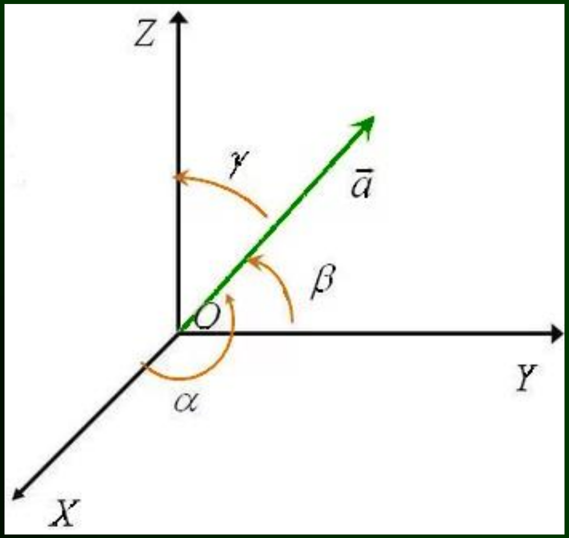
Если в пространстве задана система координат, то вектор однозначно задаётся набором своих проекций.



$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \qquad \vec{a} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

Длина (модуль) вектора $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Радиус-вектор: вектор, проведенный из начала координат в данную точку. Его проекции x, y, z

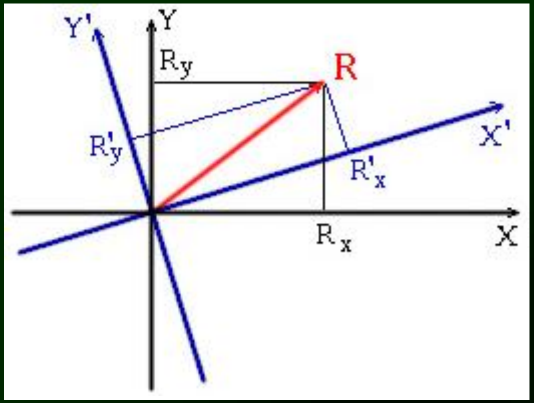


Направляющие косинусы

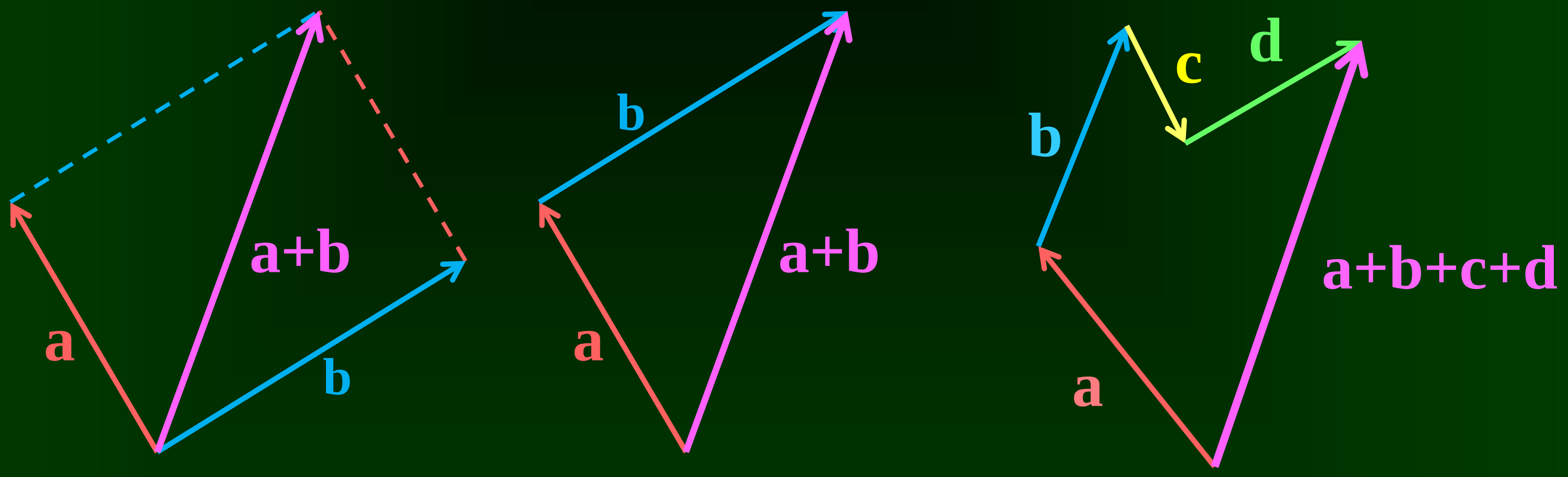
$$\cos\alpha = \frac{x}{|\vec{a}|} \qquad \cos\beta = \frac{y}{|\vec{a}|} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{|\vec{a}|}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

Проекции вектора зависят от выбора системы координат

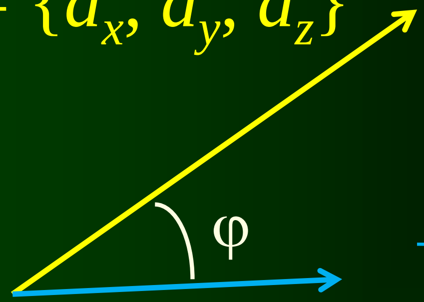


Сложение векторов



Скалярное произведение векторов

$\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} \equiv \left(\vec{a},\vec{b}\right) = \vec{b}\cdot\vec{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$

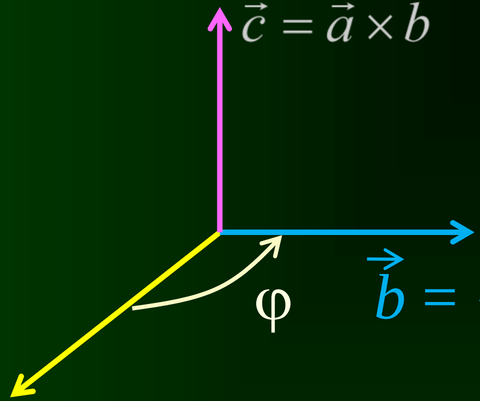
$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|a||b|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

Скалярное произведение не зависит от выбора системы координат

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

Векторное произведение векторов

$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$



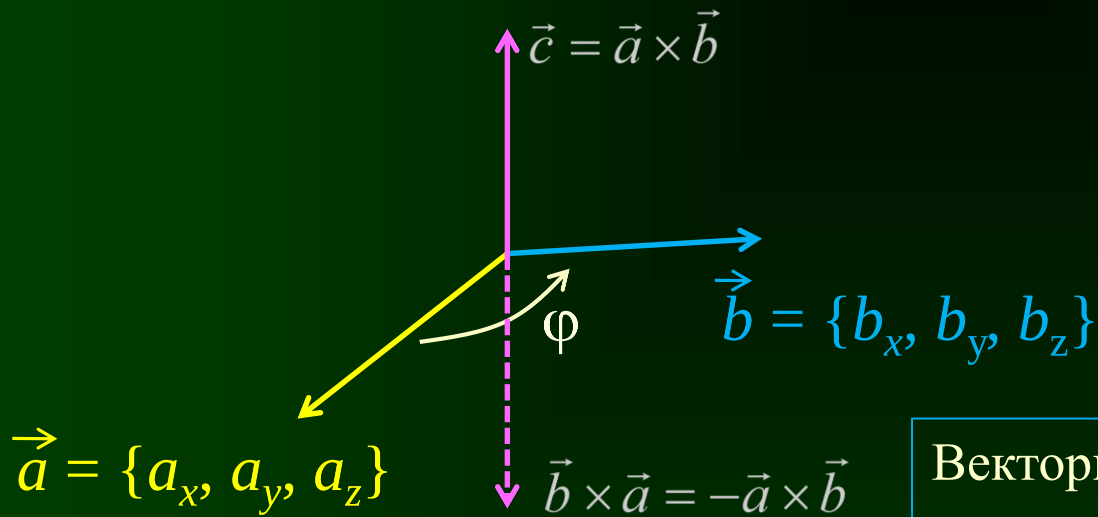
$\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$

$\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$

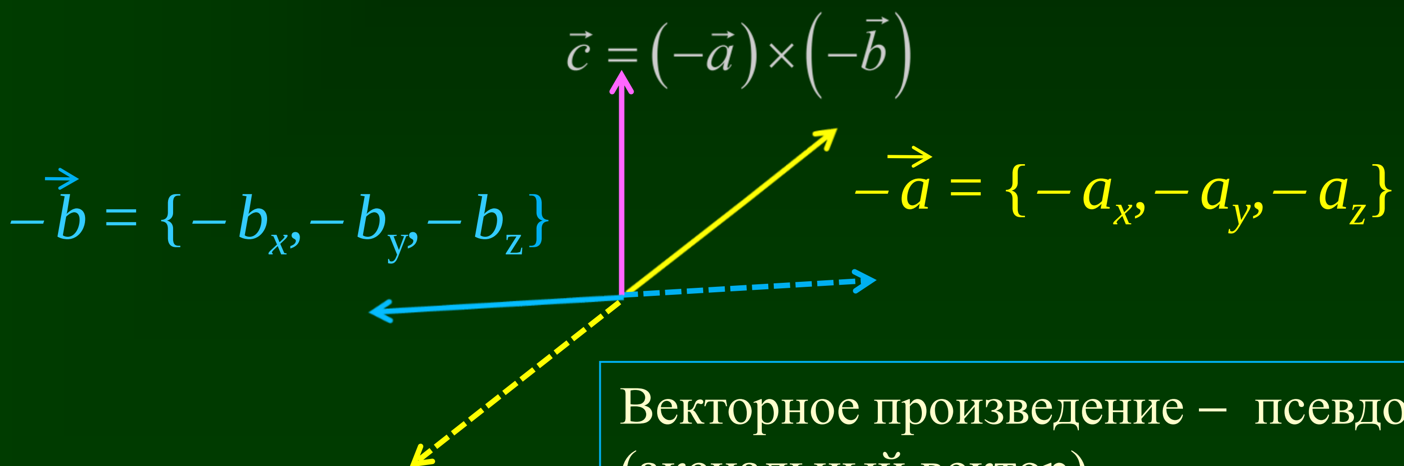
$$\boxed{\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right| \sin\varphi \quad \vec{c} \perp \vec{a}; \vec{c} \perp \vec{b}}$$

$$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] \equiv \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\vec{i} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\vec{j} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\vec{k}$$

Свойства векторного произведения



Векторное произведение антикоммутативно



Векторное произведение – псевдовектор (аксиальный вектор)

Произведение трех векторов

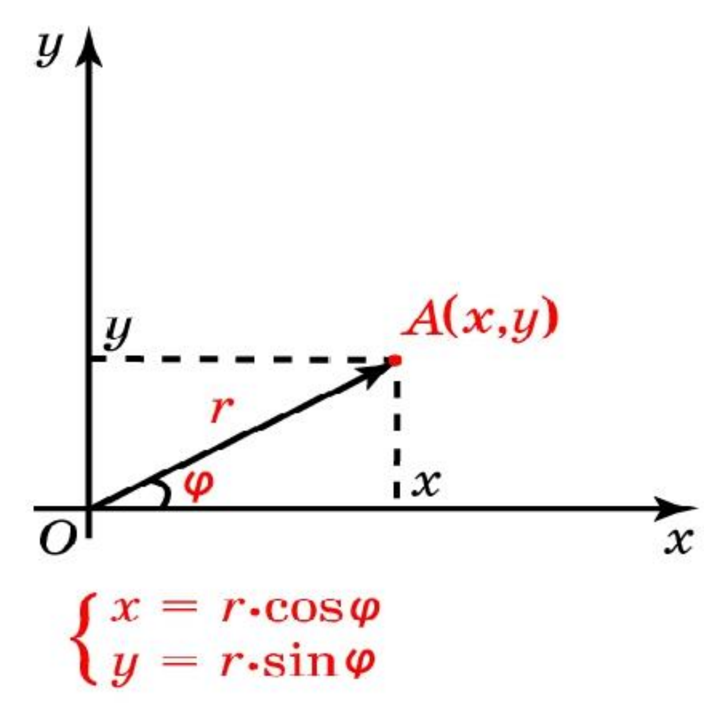
Смешанное произведение

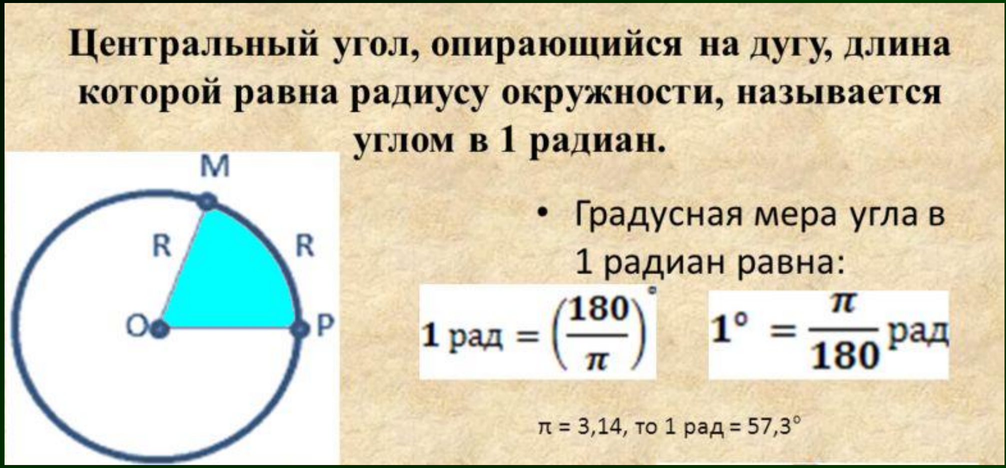
$$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\vec{c}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\ldots=-\vec{a}\cdot\left(\vec{c}\times\vec{b}\right)=\ldots$$

Двойное векторное произведение

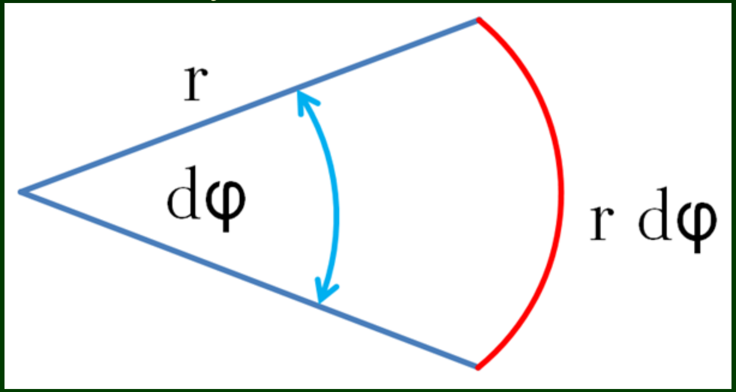
$$\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\vec{b}\left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right)-\vec{c}\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$$

Полярные координаты на плоскости

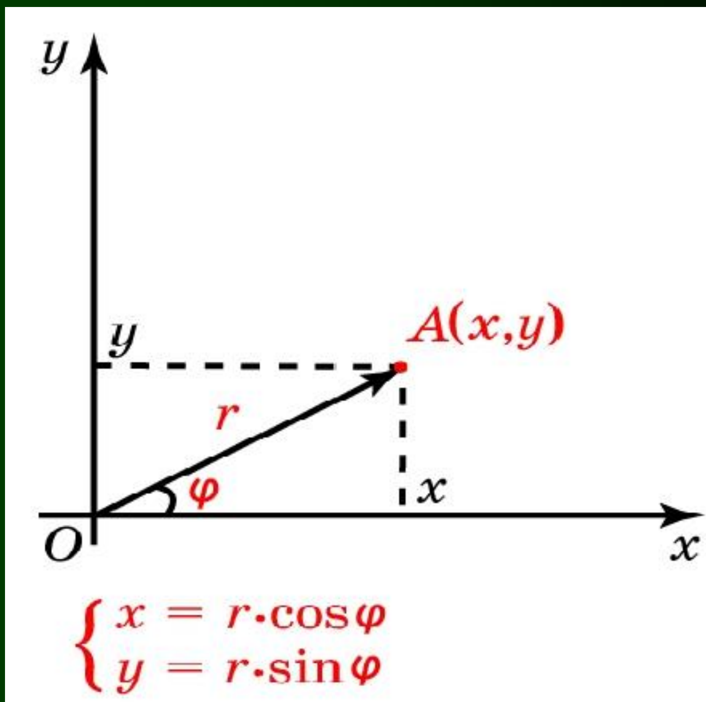




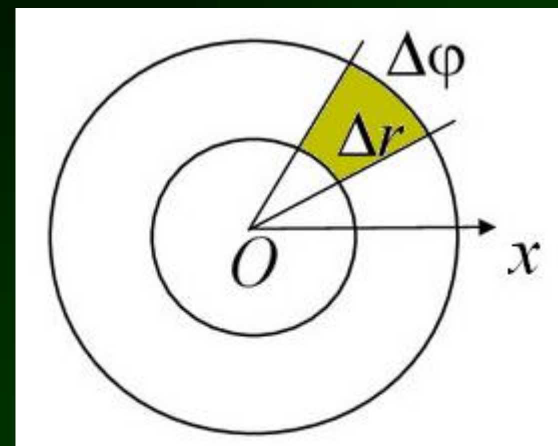
Длина дуги



Полярные координаты на плоскости

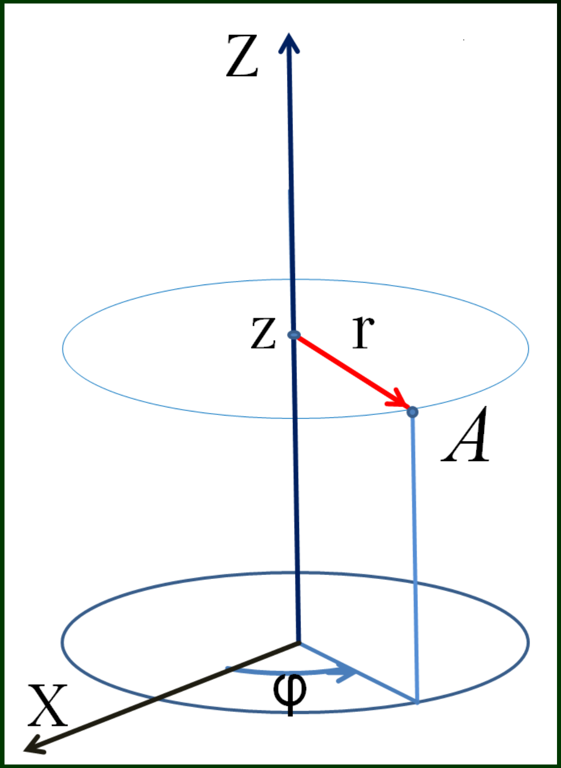


Элемент площади



$$d\sigma = r\,dr\,d\varphi$$

Цилиндрическая система координат

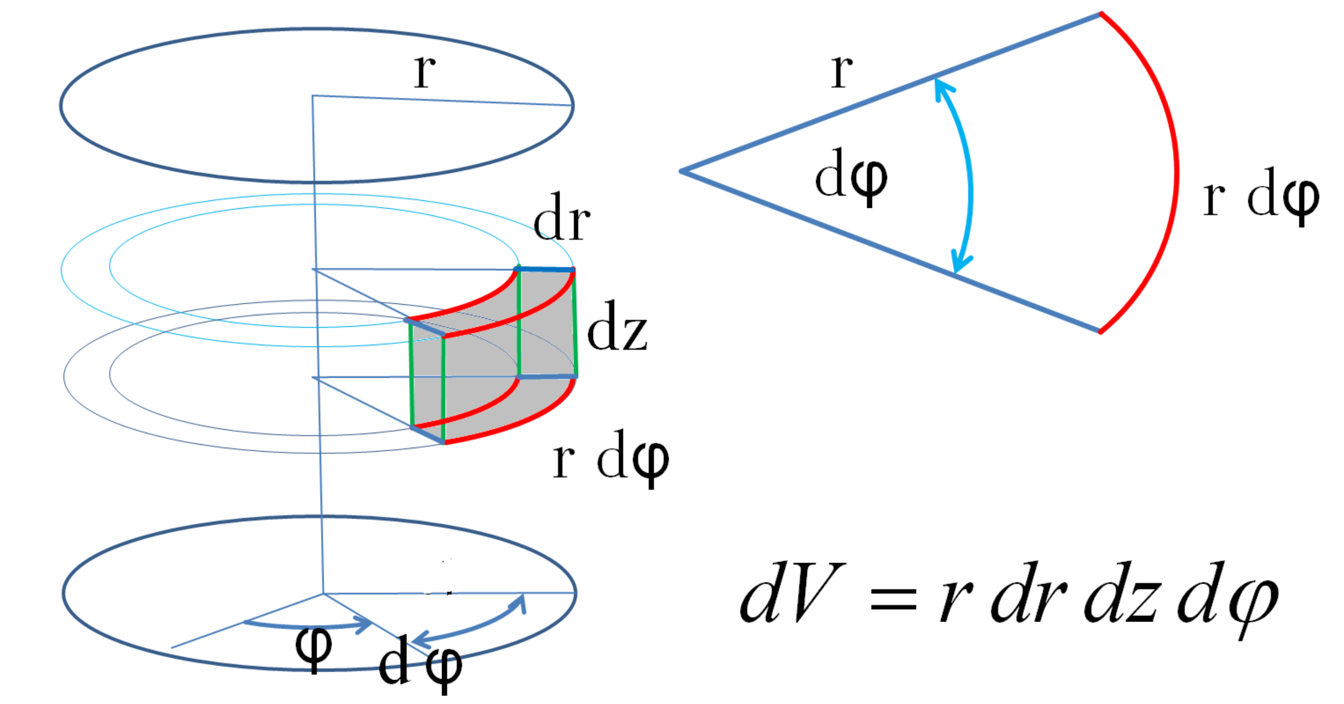


$$x = r\cos\varphi$$

$$y = r\sin\varphi$$

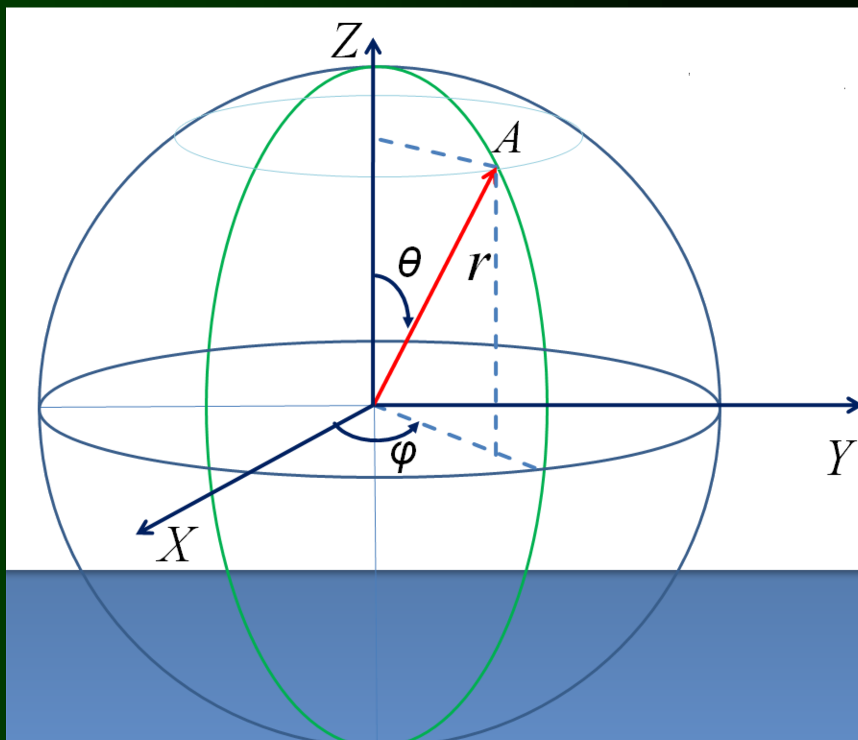
$$z = z$$

Элемент объема в цилиндрических координатах



$$dV = r\,dr\,dz\,d\varphi$$

Сферическая система координат

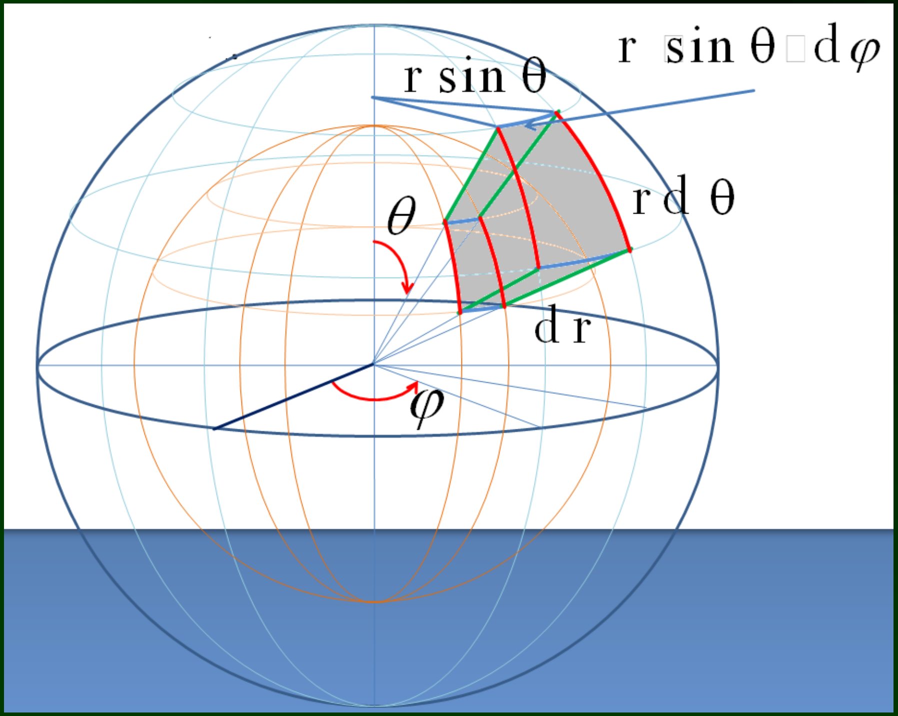


$$x = r \sin\theta \cos\varphi$$

$$y = r \sin\theta \sin\varphi$$

$$z = r \cos\theta$$

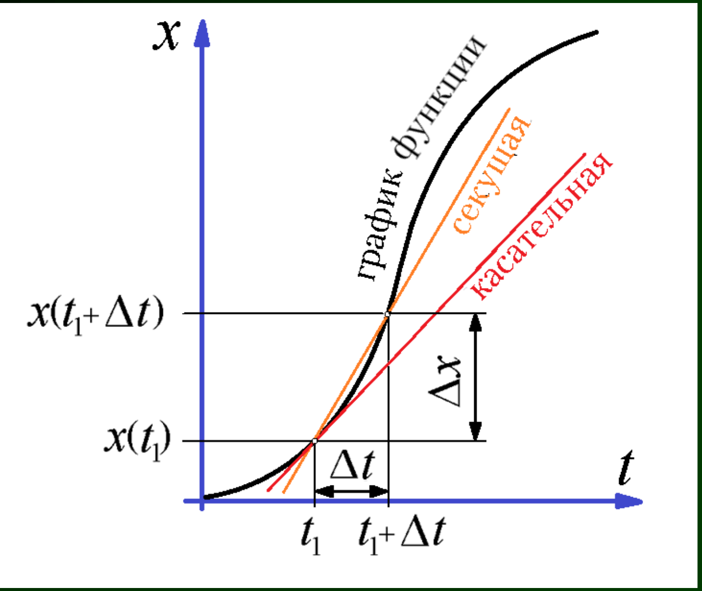
Элемент объема в сферических координатах

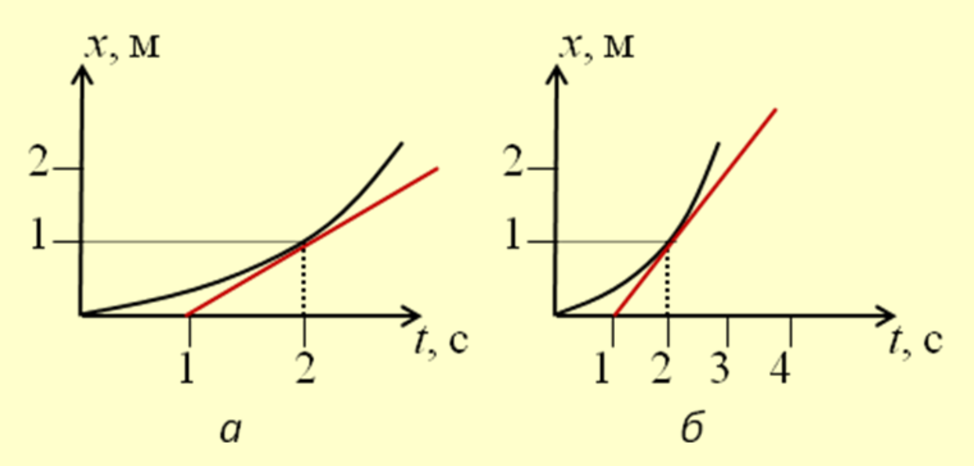


$$dV = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$$

Производная

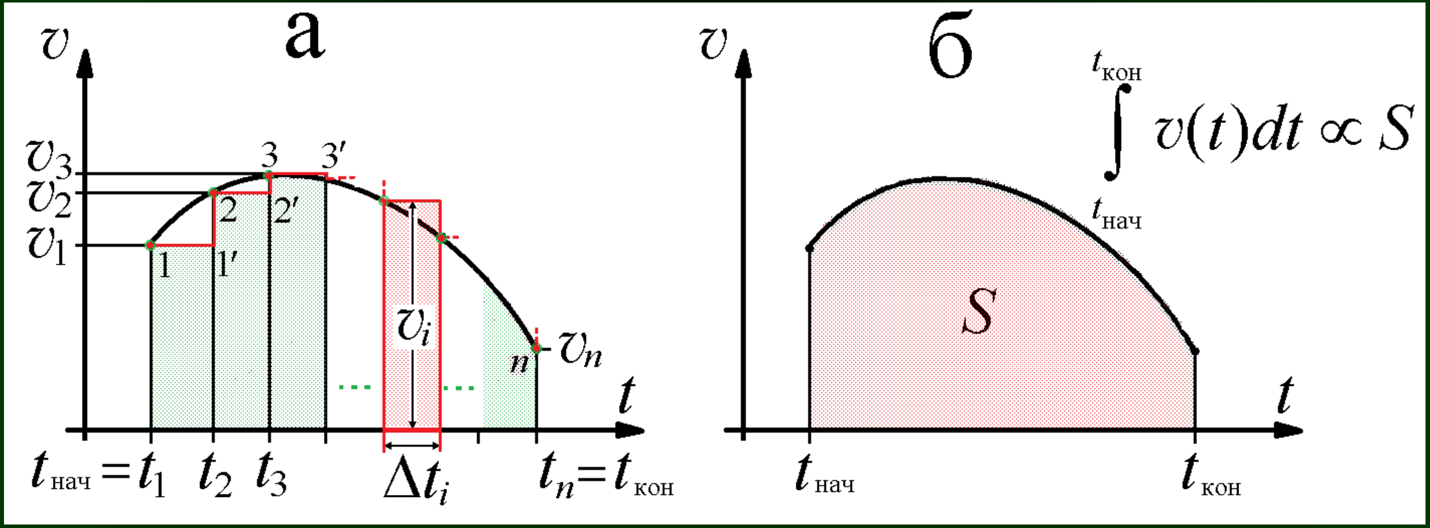
$$v_x(t_1) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t}$$





Угловой коэффициент ≠ тангенс угла наклона

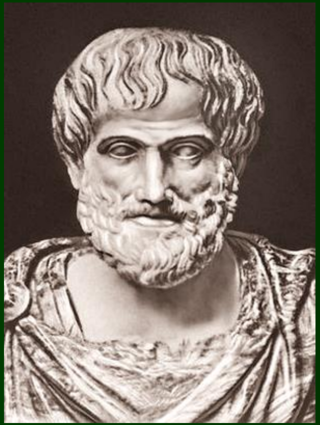
Интеграл

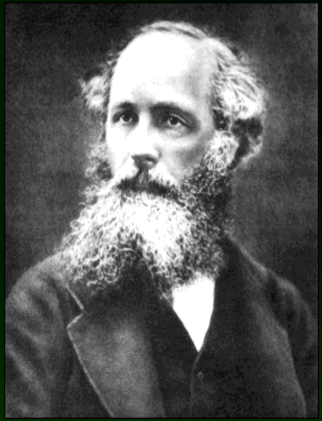
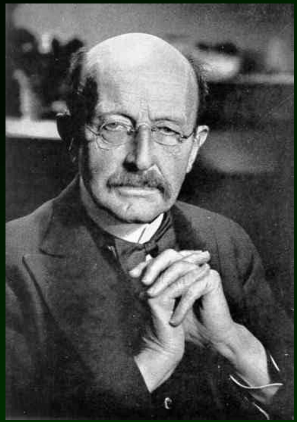


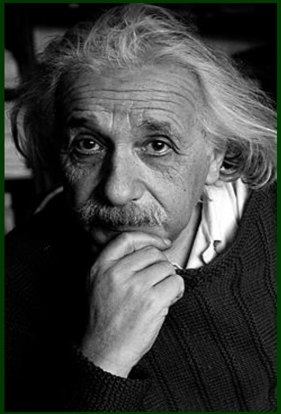
а
б
v
v_3
v_2
v_1
3
3′
2
2′
1
1′
v_i
n
v_n
t
$t_{нач} = t_1$
t_2
t_3
Δt_i
$t_n = t_{кон}$
$\int_{t_{нач}}^{t_{кон}} v(t)dt \propto S$
S
$t_{нач}$
$t_{кон}$

«Все науки можно разделить на физику и коллекционирование марок» *Э. Резерфорд*

Физика – раздел естествознания, изучающий свойства и формы движения материи.





Натурфило-софия

Механическая картина мира

Электромагнит-ная картина мира

Квантово-механическая картина мира

- сила
- скорость
- перемещение
- ускорение

- длина
- время
- объём
- площадь
- масса

Ве́ктор (лат. *vector*, – «несущий») – математический объект, характеризующийся величиной и направлением, может дополнительно характеризоваться точкой приложения.

Скаля́р (лат. *scalaris* – ступенчатый) – величина, полностью определяемая в любой координатной системе одним числом, которое не меняется при изменении системы координат.

Единицы измерения

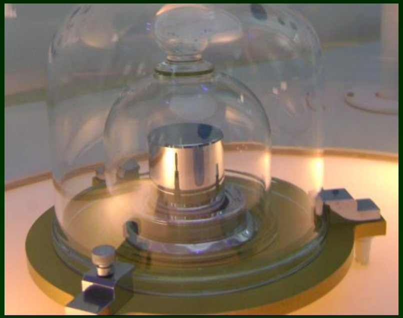
Международная система единиц, СИ
le Systéme International d'Unités, Франция, XVIII в.

Длина – метр (м; m)
Масса – килограмм (кг; kg)
Время – секунда (с; s)

Средство измерений, предназначенное для воспроизведения единицы измерения, ее хранения и передачи ее размера другим средствам измерений называется эталоном единицы физической величины.

Эталон массы

1889 г. Килограмм: масса 1 дм^3 чистой воды при температуре 0°С



Эталон килограмма

Измерение времени

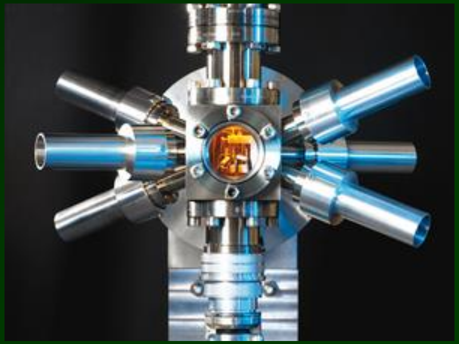
XX в. до н. э. Сутки = 24 часа

XVI в. н. э. Маятниковые часы с секундной стрелкой

1940-е 1 с = 1/86400 средних суток

1960 г. 1 с = 1/31 556 925,9747 года (1900-го)

1967 г.
1 с = 9 192 631 770 периодов излучения
на переходе между двумя сверхтонкими
уровнями основного состояния атома ^{133}Cs.
(На уровне моря, при 0 К)



Эталон времени

Точность 10^{-15} (одна секунда за 30 миллионов лет)

Измерение длины

1790 г.	Метр – длина маятника с полупериодом 1 с (на широте 45°)
1795 г.	Метр – одна сорокамиллионная часть Парижского меридиана
1960 г.	Метр – 1 650 763,73 длин волн оранжевой линии ^{86}Kr (в вакууме)
1983 г.	Метр – длина пути, проходимого светом в вакууме за (1/299 792 458) секунды