

Найдём базис подпространства L :

$$\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 0 \\ -6x_1 - 7x_2 - 5x_3 + 8x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Предположим, что имеется некий вектор $a = (a_1, a_2, a_3, a_4)^T$ и выше упомянутый базис $\{x\}$ подпространства L .

Они удовлетворяют следующему уравнению для поиска ортогонального дополнения:

$$\langle a, x \rangle = 0 \Leftrightarrow a^T Gx = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 17 & 13 & -5 \\ 17 & 30 & 23 & -7 \\ 13 & 23 & 18 & -5 \\ -5 & -7 & -5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow -a_1 - 2a_2 - 2a_3 + 0a_4 = 0$$

Решим получившееся уравнения:

$$\begin{pmatrix} -2a_2 - 2a_3 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$