Найдём собственные значения оператора:

$$\begin{vmatrix} -17-\lambda & 24 & 12 & 12 \\ -48 & 55-\lambda & 24 & 24 \\ 12 & -12 & 1-\lambda & -6 \\ 48 & -48 & -24 & -17-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda^4 - 22\lambda^3 + 168\lambda^2 - 490\lambda + 343 = 0$$

$$(\lambda-1)(\lambda-7)^3 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_A = \{1^{(1)}, 7^{(3)}\}$$

Найдём собственные вектора:

$$\lambda = 1$$

$$\begin{pmatrix} -18 & 24 & 12 & 12 \\ -48 & 54 & 24 & 24 \\ 12 & -12 & 0 & -6 \\ 48 & -48 & -24 & -18 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4x_2}{3} + \frac{2x_3}{3} + \frac{2x_4}{3} \\ x_2 = -\frac{4x_3}{5} - \frac{4x_4}{5} \\ x_3 = \frac{x_4}{4} \\ x_4 \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{x_4}{2} \\ x_2 = -x_4 \\ x_3 = \frac{x_4}{4} \\ x_4 \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 7$$

$$\begin{pmatrix} -24 & 24 & 12 & 12 \\ -48 & 48 & 24 & 24 \\ 12 & -12 & -6 & -6 \\ 48 & -48 & -24 & -24 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 + \frac{x_3}{2} + \frac{x_4}{2} \\ x_2 \in \mathbb{R} \\ x_3 \in \mathbb{R} \\ x_4 \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Оператор проектирования $P_{\lambda=7} = P_{v_2} + P_{v_3} + P_{v_4}$, где каждый из $P_{v_n} = u^n(e_1|e_2|e_3|e_4)v_n$, в котором u^n — n-ая строка сопряжённого к базису $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

$$u = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & 1 \\ -8 & 9 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & -0.5 \\ 4 & -4 & -2 & -1.5 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$P_{v_2} = \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ u^2e_1v_2 & u^2e_2v_2 & u^2e_3v_2 & u^2e_4v_2 \\ | & | & | & | \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 9 & 4 & 4 \\ -8 & 9 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_{v_3} = \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ u^3e_1v_3 & u^3e_2v_3 & u^3e_3v_3 & u^3e_4v_3 \\ | & | & | & | \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad P_{v_4} = \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ u^4e_1v_4 & u^4e_2v_4 & u^4e_3v_4 & u^4e_4v_4 \\ | & | & | & | \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 & -1.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -8 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$P_{\lambda=7} = P_{v_2} + P_{v_3} + P_{v_4} = \begin{pmatrix} -8 & 9 & 4 & 4 \\ -8 & 9 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 & -1.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -8 & -4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 & 2 \\ -8 & 9 & 4 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 8 & -8 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$