

Расчетно-графическая работа по дифференциальным уравнениям

Описание работы

Расчетно-графические работы выполняются студентами индивидуально и заключаются в выполнении заданий, оформлении отчета и его защите (порядок см. ниже).

Требования

К выполнению заданий – в работе должны быть:

- 1) поставлены требуемые задачи;
- 2) представлены в логической последовательности основные этапы исследования или решения;
- 3) указаны используемые теоретические положения и методы;
- 4) получены точные численные результаты и построены требуемые графические изображения.

К содержанию отчета – отчет выполняется в электронном виде (текстовый документ или презентация; для презентации в MS Power Point используется шаблон Университета ИТМО: ИСУ → полезные ссылки → корпоративная стилистика → презентации (внизу страницы)). должен содержать:

- 1) титульный лист/слайд (название дисциплины, учебный год, название РГР, ФИ исполнителей, номер потока, ФИ преподавателя, дата, место выполнения);
- 2) условия всех заданий (условие каждого задания – перед его решением);
- 3) основные этапы решения каждой задачи, *пронумерованные согласно пунктам плана*, их теоретическое обоснование, численные результаты;
- 4) графики или рисунки, иллюстрирующие решение каждой задачи (выполненные в математическом редакторе Desmos: <https://www.desmos.com/>, Geogebra: <https://www.geogebra.org/> или других);
- 5) выводы.

К оформлению отчета:

- 1) Страницы и слайды следует пронумеровать (на титульной странице/слайде номер не ставится).
- 2) Текст представляется полностью в цифровом виде. Не допускается вставка фото или сканов текста, а также скриншотов электронного текста.
- 3) Все формулы набираются в редакторе формул. Не допускается набор формул текстом (например, $f(x)=3*x^2$), а также вставка фото или сканов формул, однако допускается вставка скриншотов электронных формул (если ни один редактор формул не доступен). Про редакторы формул: а. в MS Office есть встроенный редактор формул;
- b. в MS Office также есть скачиваемая надстройка MathType для набора формул;
- c. Google-документы и Open Office имеют встроенные редакторы формул;
- d. в LaTeX встроен набор формул;
- e. можно воспользоваться бесплатным сервисом набора формул <https://editor.codecogs.com/> и скачать формулу в виде изображения;
- f. или воспользоваться математическим пакетом (MathCAD, Wolfram Mathematica и др.) или сайтом Wolfram Alpha и сделать оттуда скриншоты формул.

Защита работ

Защита работы представляет собой проверку преподавателем (ментором) и её оценивание по следующим критериям. Работы, присланные позже назначенного срока, оцениваются со штрафом (от 0 до 4 баллов).

| Критерии | min баллы | max баллы |
|---|--------------|--------------|
| Все задания решены полностью, правильно и оптимально. | 0 | 10 |
| Даны необходимые и полные обоснования применяемых методов, ход решения сопровождается подробными комментариями и графиками. | 0 | 5 |
| Отчёт аккуратно оформлен и грамотно сверстан. | 0 | 5 |
| Итого: | 0 | 20 |

Задание 1.

Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:

$$169. (4-01) \begin{cases} \dot{x} = x \operatorname{arctg}(1 - y^2), \\ \dot{y} = \ln \frac{y}{x}. \end{cases}$$

$$170. (4-02) \begin{cases} \dot{x} = e^{x+y} - x^2, \\ \dot{y} = \arcsin(x - x^3). \end{cases}$$

$$171. (4-03) \begin{cases} \dot{x} = \ln(x + y), \\ \dot{y} = \sqrt{2x^2 + 2y - 5} - 1. \end{cases}$$

$$172. (4-04) \begin{cases} \dot{x} = -y \ln(2y^2 - 1), \\ \dot{y} = x - y - 2y^2. \end{cases}$$

$$173. (3-11) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(y - x + 1), \\ \dot{y} = \operatorname{sh}(x - y - x^2). \end{cases}$$

$$174. (3-12) \begin{cases} \dot{x} = e^{x-y-1} - 1, \\ \dot{y} = \ln(x^2 + y). \end{cases}$$

$$175. (3-13) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(2 + y - y^2), \\ \dot{y} = 1 - e^{y^2 - x}. \end{cases}$$

$$176. (3-14) \begin{cases} \dot{x} = \arcsin(xy), \\ \dot{y} = e^{x+2y-3} - 1. \end{cases}$$

$$177. (6-21) \begin{cases} \dot{x} = 4x - x^2 + y, \\ \dot{y} = \ln(1 + 2x + x^2 + 5y). \end{cases}$$

$$178. (6-22) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{th}(2x - y - xy), \\ \dot{y} = 5x - 4y - xy. \end{cases}$$

$$179. (6-23) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(5x + x^2 - 3y), \\ \dot{y} = 3x + x^2 - y. \end{cases}$$

$$180. (6-24) \begin{cases} \dot{x} = 3 - \sqrt{4 + x^2} + y, \\ \dot{y} = \ln(x^2 - 3). \end{cases}$$

$$181. (4-31) \begin{cases} \dot{x} = x^2 - \frac{2}{y^2} + 1, \\ \dot{y} = \operatorname{sh}(x - y). \end{cases}$$

$$182. (4-32) \begin{cases} \dot{x} = e^{2y} + e^y - 2, \\ \dot{y} = \frac{2}{3}(x^2 - x) + 3y - 4xy. \end{cases}$$

$$195. (3-63) \begin{cases} \dot{x} = e^{\operatorname{sh} y} - 1, \\ \dot{y} = -3y + 4 \ln \frac{x^2 + 1}{2}. \end{cases}$$

$$196. (3-64) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(2xy - 4y - 8), \\ \dot{y} = \arcsin(4y^2 - x^2). \end{cases}$$

$$183. (4-33) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(x + y), \\ \dot{y} = x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{1}{4y^2} - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$184. (4-34) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 2(y^2 - y) - 4xy, \\ \dot{y} = e^{2x} + 2e^x - 3. \end{cases}$$

$$185. (4-41) \begin{cases} \dot{x} = 2xy - 4y - 8, \\ \dot{y} = 4y^2 - x^2. \end{cases}$$

$$186. (4-42) \begin{cases} \dot{x} = 2x + y^2 - 1, \\ \dot{y} = 6x - y^2 + 1. \end{cases}$$

$$187. (4-43) \begin{cases} \dot{x} = x - y^2, \\ \dot{y} = x^2 + y^2 - 2. \end{cases}$$

$$188. (4-44) \begin{cases} \dot{x} = x^2 - y, \\ \dot{y} = \ln \frac{1 - x + x^2}{3}. \end{cases}$$

$$189. (3-51) \begin{cases} \dot{x} = \ln(x + y^2 - 1), \\ \dot{y} = \arcsin(x^2 - x - 6). \end{cases}$$

$$190. (3-52) \begin{cases} \dot{x} = -2 \arcsin(xy + x + 2), \\ \dot{y} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x^2 - y^2). \end{cases}$$

$$191. (3-53) \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(y + 2 - y^2), \\ \dot{y} = \ln(1 - x^2 - y). \end{cases}$$

$$192. (3-54) \begin{cases} \dot{x} = -6 \operatorname{arctg}(xy + y + 2), \\ \dot{y} = \frac{1}{2} \operatorname{sh}(x^2 - xy - 2y^2). \end{cases}$$

$$193. (3-61) \begin{cases} \dot{x} = -\frac{5}{4} \operatorname{arctg}(y^2 - 1), \\ \dot{y} = e^{x^2 + 2xy + 3y} - 1. \end{cases}$$

$$194. (3-62) \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2x^2 + y - 1, \\ \dot{y} = (1 - x) \ln(1 - 4x + 2x^2). \end{cases}$$

Задание 2.

Найти общее решение уравнения. Сделать проверку.

- | | |
|---|---|
| 1. $u_{xx} + 5u_{xy} + 4u_{yy} = 0.$ | 2. $u_{xx} - 5u_{xy} + 4u_{yy} = 0.$ |
| 3. $u_{xx} - 7u_{xy} + 12u_{yy} = 0.$ | 4. $u_{xx} - 4u_{xy} - 21u_{yy} = 0.$ |
| 5. $u_{xx} + 4u_{xy} - 45u_{yy} = 0.$ | 6. $u_{xx} - 8u_{xy} + 15u_{yy} = 0.$ |
| 7. $u_{xx} + 7u_{xy} - 18u_{yy} = 0.$ | 8. $u_{xx} - 7u_{xy} - 8u_{yy} = 0.$ |
| 9. $u_{xx} + 4u_{xy} - 21u_{yy} = 0.$ | 10. $u_{xx} + 2u_{xy} + 3u_{yy} = 0.$ |
| 11. $2u_{xx} + 5u_{xy} + 3u_{yy} = 0.$ | 12. $4u_{xx} - 5u_{xy} + u_{yy} = 0.$ |
| 13. $u_{xx} + 7u_{xy} + 12u_{yy} = 0.$ | 14. $5u_{xx} - 4u_{xy} - 9u_{yy} = 0.$ |
| 15. $u_{xx} - 4u_{xy} - 45u_{yy} = 0.$ | 16. $3u_{xx} - 8u_{xy} - 16u_{yy} = 0.$ |
| 17. $2u_{xx} + 7u_{xy} - 4u_{yy} = 0.$ | 18. $u_{xx} - 7u_{xy} + 6u_{yy} = 0.$ |
| 19. $u_{xx} - 10u_{xy} + 21u_{yy} = 0.$ | 20. $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0.$ |
| 21. $2u_{xx} + 5u_{xy} - 3u_{yy} = 0.$ | 22. $8u_{xx} - 10u_{xy} - 3u_{yy} = 0.$ |
| 23. $3u_{xx} + 7u_{xy} + 2u_{yy} = 0.$ | 24. $5u_{xx} - 14u_{xy} + 9u_{yy} = 0.$ |
| 25. $7u_{xx} - 2u_{xy} - 5u_{yy} = 0.$ | 26. $16u_{xx} - 8u_{xy} - 3u_{yy} = 0.$ |
| 27. $4u_{xx} + 7u_{xy} - 2u_{yy} = 0.$ | 28. $6u_{xx} - 7u_{xy} + u_{yy} = 0.$ |
| 29. $21u_{xx} - 10u_{xy} + u_{yy} = 0.$ | 30. $3u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} = 0.$ |

Задание 3.

Решить первую смешанную задачу на отрезке.

1. $u_{tt} = 4u_{xx}$, $x \in (0, 2)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = x(2-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$.
2. $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x \in (0, 4)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = x(4-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$.
3. $u_{tt} = 16u_{xx}$, $x \in (0, 5)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = x(5-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=5} = 0$.
4. $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x \in (0, 3)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = x(3-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$.
5. $u_{tt} = u_{xx}$, $x \in (0, 5)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 4x(5-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=5} = 0$.
6. $u_{tt} = 16u_{xx}$, $x \in (0, 3)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 3x(3-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$.

7. $u_{tt} = 36u_{xx}$, $x \in (0, 4)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 6x(4-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$.
8. $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x \in (0, 7)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = x(7-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=7} = 0$.
9. $u_{tt} = u_{xx}$, $x \in (0, 1)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 5x(1-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$.
10. $u_{tt} = 64u_{xx}$, $x \in (0, 8)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = x(8-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=8} = 0$.
11. $u_{tt} = 16u_{xx}$, $x \in (0, 4)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 7x(4-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$.
12. $u_{tt} = 25u_{xx}$, $x \in (0, 5)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 2x(5-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=5} = 0$.
13. $u_{tt} = 36u_{xx}$, $x \in (0, 6)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 3x(6-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0$.
14. $u_{tt} = 49u_{xx}$, $x \in (0, 5)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 8x(5-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=5} = 0$.
15. $u_{tt} = 4u_{xx}$, $x \in (0, 4)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 9x(4-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$.
16. $u_{tt} = 16u_{xx}$, $x \in (0, 6)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 2x(6-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0$.
17. $u_{tt} = 25u_{xx}$, $x \in (0, 3)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 4x(3-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$.
18. $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x \in (0, 2)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 3x(2-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$.
19. $u_{tt} = 36u_{xx}$, $x \in (0, 4)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 5x(4-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=4} = 0$.
20. $u_{tt} = 49u_{xx}$, $x \in (0, 1)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 8x(1-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0$.
21. $u_{tt} = 25u_{xx}$, $x \in (0, 2)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 4x(2-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=2} = 0$.
22. $u_{tt} = 49u_{xx}$, $x \in (0, 3)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 7x(3-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=3} = 0$.
23. $u_{tt} = 9u_{xx}$, $x \in (0, 5)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0} = 3x(5-x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = u|_{x=5} = 0$.

24. $u_{tt}=4u_{xx}$, $x \in (0, 7)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=2x(7-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=7}=0$.
25. $u_{tt}=81u_{xx}$, $x \in (0, 2)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=6x(2-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=2}=0$.
26. $u_{tt}=25u_{xx}$, $x \in (0, 6)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=x(6-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=6}=0$.
27. $u_{tt}=36u_{xx}$, $x \in (0, 2)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=x(2-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=2}=0$.
28. $u_{tt}=9u_{xx}$, $x \in (0, 1)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=10x(1-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=1}=0$.
29. $u_{tt}=64u_{xx}$, $x \in (0, 8)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=22x(8-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=8}=0$.
30. $u_{tt}=49u_{xx}$, $x \in (0, 3)$, $t \in (0, \infty)$;
 $u|_{t=0}=30x(3-x)$, $u_t|_{t=0}=0$, $u|_{x=0}=u|_{x=3}=0$.