

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа №3

**ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТОЯННЫХ СИЛ**

Студент: Овчинников П.А.

Группа: R3241

Преподаватель: Скорых В.А.

Санкт-Петербург

2023

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_A = 2.5 \text{ м/с}$$

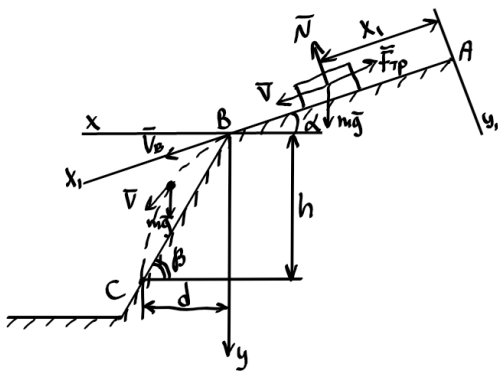
$$f \neq 0$$

$$L = 8 \text{ м}$$

$$d = 10 \text{ м}$$

$$\beta = 60^\circ$$

$$V_B, \tau - ?$$



Первым делом рассмотрим движение тела на участке AB:

$$ma = mgsin\alpha - F_{тр} \Leftrightarrow m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = mgsin\alpha - mgtcos\alpha$$

$$d^2 x_1 = g(sin\alpha - fcos\alpha) dt^2$$

Далее интегрируем это выражение:

$$\int d^2 x_1 = \int g(sin\alpha - fcos\alpha) dt^2$$

$$V_1 = g(sin\alpha - fcos\alpha) t + C_1$$

$$x_1 = g(sin\alpha - fcos\alpha) \frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2$$

$$\begin{cases} x_1 = g(sin\alpha - fcos\alpha) \frac{t^2}{2} + V_A t \\ V_1 = g(sin\alpha - fcos\alpha) t + V_A \end{cases} \text{ — таково уравнение движения тела на участке AB.}$$

$$\text{При } t=0: x_{10}=0 \Rightarrow C_1=V_A$$

$$V_{10}=V_A \Rightarrow C_2=0$$

$$\text{При } t=\tau: x_1=L \Rightarrow \begin{cases} L = g(sin\alpha - fcos\alpha) \frac{\tau^2}{2} + V_A \tau \\ V_B = g(sin\alpha - fcos\alpha) \tau + V_A \end{cases} \quad (1)$$

Теперь рассмотрим движение тела на участке BC:

$$\text{О } x: ma=0$$

$$a=0$$

$$V_x=C_1$$

$$x=C_1 t + C_2$$

$$\text{О } y: ma=mg$$

$$a=g$$

$$V_y=g t + C_3$$

$$y=g \frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$$

$$\text{При } t=0: x_0=0 \quad V_{x0}=V_B cos\alpha \Rightarrow C_1=V_B cos\alpha \quad C_2=0$$

$$y_0=0 \quad V_{y0}=V_B sin\alpha \Rightarrow C_3=V_B sin\alpha \quad C_4=0$$

$$\text{При } t=T: x=d$$

$$y=h$$

$$\text{при этом } h=d \tan\beta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = V_B cos\alpha T \\ d \tan\beta = g \frac{T^2}{2} + V_B sin\alpha T \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = V_B cos\alpha t \\ y = g \frac{t^2}{2} + V_B sin\alpha t \end{cases} \text{ — вот уравнение движения тела на участке BC.}$$

$$\begin{cases} T = \frac{d}{V_B cos\alpha} \\ d \tan\beta = g \frac{d^2}{2 V_B^2 cos^2\alpha} + d \tan\alpha \end{cases}$$

$$\text{Отсюда } V_B = \sqrt{\frac{gd}{2 cos^2\alpha (\tan\beta - \tan\alpha)}} = \sqrt{\frac{9.8 \cdot 10}{2 cos^2 30^\circ (\tan 60^\circ - \tan 30^\circ)}} \approx 7.52 \text{ м/с}$$

$$\text{В (1) выразим } \tau = \frac{V_B - V_A}{g(sin\alpha - fcos\alpha)} \Rightarrow L = \frac{(V_B - V_A)^2}{2g(sin\alpha - fcos\alpha)} + \frac{V_A(V_B - V_A)}{g(sin\alpha - fcos\alpha)} = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2g(sin\alpha - fcos\alpha)}$$

Из найденного же L выразим f.

$$f = \frac{sin\alpha - \frac{V_B^2 - V_A^2}{2gL}}{cos\alpha} = \frac{sin 30^\circ - \frac{7.52^2 - 2.5^2}{2 \cdot 9.8 \cdot 8}}{cos 30^\circ} \approx 0.207$$

И теперь остаётся найти  $\tau$ :

$$\tau = \frac{7.52 - 2.5}{9.8(sin 30^\circ - 0.207 cos 30^\circ)} \approx 1.6 \text{ с}$$