

**Задание №1**

(b) Да, является, т.к. выполняет все условия, необходимые для того, чтобы быть алгеброй:

- $\Omega \in \mathbf{F}$ ,
- $\forall A, B \in \mathbf{F} \Rightarrow A \cup B \in \mathbf{F} \quad (A, B, A + B \in \mathbf{F})$ ,
- $\forall A \in \mathbf{F} \Rightarrow \bar{A} \in \mathbf{F}$ , где  $\bar{A} = \Omega \setminus A$ .

**Задание №2**

(a) Да, является, потому как выполняются все свойства сигма-алгебры:

- $\emptyset \in \mathcal{F}$
- $\forall A \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{F} \quad (\bar{A}, \bar{B}, \overline{A+B}, \overline{A+B} \in \mathcal{F})$
- $\cup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F} \quad (A+B \in \mathcal{F})$

**Задание №3**

(a) Да, существует. Для того, чтобы проверить существование вероятностного пространства, необходимо воспользоваться формулой включений-исключений:

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

$$0.9 = 0.4 + 0.52 + 0.46 - 0.25 - 0.13 - 0.14 + 0.04$$

$$0.9 = 0.92 + 0.21 - 0.23$$

$$0.9 = 0.9$$

Принцип выполняется, поэтому вероятностное пространство существует.

(b) Нет, не существует. Нам необходимо вычислить из имеющихся условий дополнительно  $P(AB), P(AC), P(BC), P(ABC)$ .

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B) = 0.3 + 0.4 - 0.6 = 0.1$$

$$P(BC+AC) = P(BC) + P(AC) - P(ABC) = 0 \Rightarrow P(ABC) = P(BC) + P(AC)$$

Подставляем в итоговую формулу включений-исключений:

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - \cancel{P(BC)} - \cancel{P(AC)} + \cancel{P(BC)+P(AC)}$$

$$0.7 = 0.3 + 0.4 + 0.2 - 0.1$$

$$0.7 = 0.7 + 0.1$$

$$0.7 \neq 0.8$$

**Задания №6**

Нет, отображение  $X$  не является случайной величиной, поскольку каждому событию  $A_i$  сопоставляется отрицательное числовое значение.

**Задания №7**

- (a) Нет, т.к. функция распределения случайной величины  $F(x)$  не может убывать и должна всегда расти ввиду её свойства по плотности вероятности  $F(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(x) dx$ .
- (b) Нет, т.к. функция распределения случайной величины всегда достигает 1 с ростом  $x$ . Здесь же мы этого не наблюдаем в рамках графика.
- (c) Да, потому как соответствует выше озвученным условиям.
- (d) Нет, т.к. часть графика вышла за границы 1 — такое недопустимо для графика функции распределения случайной величины.

**Задание №9**

Да, эта функция является функцией распределения случайной величины. Такая функция должна удовлетворять трём условиям: непрерывность слева, монотонно не убывающая,  $\lim_{t \rightarrow -\infty} F(t) = 0$  и  $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$ . Все три функции удовлетворяют этим условиям, поэтому удовлетворяет и исходная функция. Но только потому, что в сумме все коэффициенты перед функциями распределения равны 1. Если коэффициент 0.5 заменить на 0.6, то, тогда  $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1.1$ .

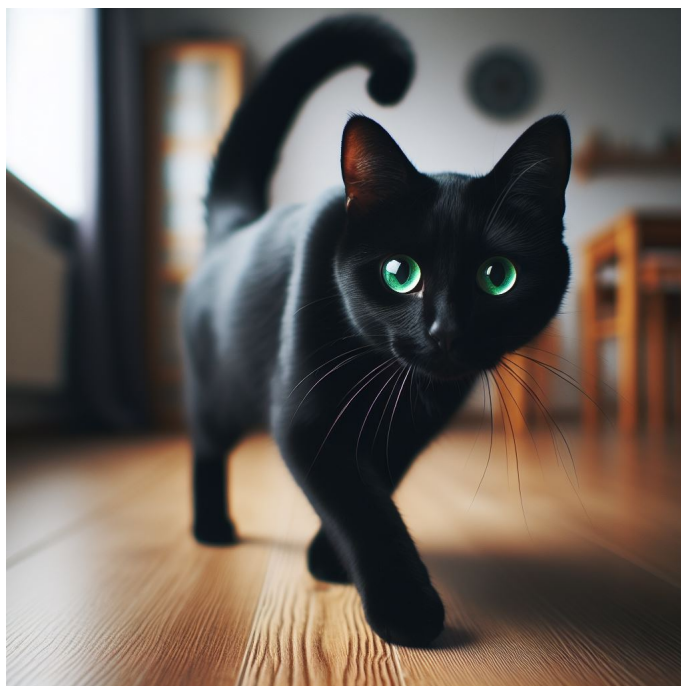
**Задание №10**

Рис. 1: Картинка сгенерирована нейросетью.