## MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA INFORMÁTICA E COMPUTAÇÃO | $2^{\circ}$ Ano

EICO110 | CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE ALGORITMOS | 2016-2017 - 2° SEMESTRE

Prova com consulta. Duração: 2h00m.

Exame Época de Recurso

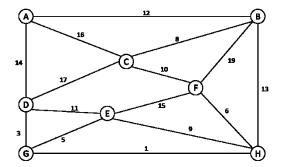
Nome do estudante	 Ν°	
wille up estudante.	 17	

Informação aos estudantes: A consulta permitida inclui slides das aulas teóricas, livros e outros materiais impressos! Anotações serão permitidas apenas nestes materiais! Não serão permitidas folhas manuscritas avulsas de qualquer tipo ou acesso à Internet (tablets, portáteis, etc). Telemóveis deverão permanecer **DESLIGADOS** durante a duração do exame. Deve responder às questões em folhas separadas (uma folha para cada questão).

1. [4 valores] Considere S uma sequência de números naturais, por exemplo {8, 2, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 5, 3, 1}. Pretende-se determinar o número mínimo de subsequências (de elementos contíguos) tal que cada subsequência se inicia e termina com o mesmo número.

No exemplo apresentado, o número mínimo é 4, e as subsequências são ({8}, {2,6,7,1,2}, {3,4,5,4,5,3}, {1}).

- a) [1,5 valor] Implemente (em C++ ou pseudo-código) uma solução para o problema, usando um <u>algoritmo</u> <u>ganancioso</u> e explique. Indique a sua complexidade temporal. Justifique.
- b) [2,5 valores] Formalize uma solução para o problema, usando <u>programação dinâmica</u>. Implemente (em C++ ou pseudo-código) essa solução e explique. Indique a sua complexidade temporal. Justifique.
- 2. [3 valores] Considere o grafo pesado e não dirigido, apresentado na figura abaixo. Os pesos das arestas são valores inteiros, w, sendo 0 < w < 20.



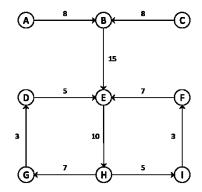
- a) [1.5 valores] Indique a sequência de arestas da árvore de expansão mínima, na ordem pela qual são consideradas, quando se aplica o algoritmo de <u>Prim</u>. Justifique. Considere A o vértice inicial.
- b) [1.5 valores] Uma nova aresta C-E é adicionada ao grafo. Para que a nova aresta C-E pertença à árvore de expansão mínima, qual a gama de valores possível para o peso desta aresta? Explique.



Prova com consulta. Duração: 2h00m.

Exame Época de Recurso

- 3. [3 valores] Considere o grafo da questão anterior, que representa um mapa, onde os vértices identificam locais de interesse paisagístico ou histórico e as arestas apresentam a distância entre os locais.
  - a) [1.5 valores] O Sr. Santos está de férias no hotel localizado em A e pretende visitar alguns locais de interesse nos dias em que estará aí hospedado, pelo que lhe interessa conhecer os caminhos mais curtos com origem em A. Aplicando o algoritmo de Dijkstra, apresente os valores de distância em cada vértice do grafo à medida que estes são processados. Qual o caminho mais curto de A a H?
  - b) [1.5 valores] O Sr. Santos quer agora efetuar um passeio até ao local H, visitando o menor número de locais diferentes, pois a passagem por cada local obriga ao pagamento de uma taxa. Descreva, em pseudo-código, um algoritmo eficiente, para ajudar o Sr. Santos a planear o seu passeio. Qual a complexidade temporal do algoritmo? Justifique.
- 4. [3 valores] Um sistema de rega foi projetado com a configuração da figura abaixo, em que as capacidades das tubulações são indicadas pelos valores inteiros, apresentados próximos das respectivas arestas. Há duas bombas a alimentarem o sistema de rega a uma taxa (litros/hora) constante, localizadas nos vértices A e C, da rede. Aspersores foram colocados nos vértices D, F, G, e I. Responda às alíneas seguintes, justificando adequadamente a resposta dada.



- a) [1 valor] Qual o fluxo máximo a alimentar todo o sistema de rega?
- b) [2 valores] Qual será o fluxo a passar pela tubulação E->H, se for instalado um aspersor no vérticie E?



Prova com consulta. Duração: 2h00m.

Exame Época de Recurso

- 5. [3 valores] Considere que a distância evolutiva entre dois genes é medida pelo número mínimo de mutações que permitem transformar um gene no outro. Segundo este conceito, responda adequadamente às perguntas seguintes, justificando a sua resposta.
  - a) [1,5 valores] Qual a distância evolutiva entre os dois genes, a seguir:

XPTO: A G G T A C T A C C C C A OPTX: A A G G A C A C C C A

- b) [1,5 valores] Defina a função-prefixo para utilização do algoritmo de Knuth-Morris-Pratt para a procura do gene G T G C C numa sequência de ADN.
- 6. [4 valores] Na teoria dos grafos, um clique de um grafo não dirigido é um subconjunto dos seus vértices, tal que, para quaisquer pares de vértices u e v neste subconjunto, existe uma aresta do grafo que liga os vértices u e v. Mais formalmente, dado um grafo não dirigido G=(V, E), um subconjunto  $V_C \subseteq V$  é um *clique* do grafo **G** se, e se somente,  $\forall u, v \in V_C$  então  $(u, v) \in E$ .

Considerando o problema exposto, responda às seguintes questões:

- a) [1 valor] Reformule o problema do clique, C, em grafos não dirigidos, como um problema de decisão.
- b) [3 valores] Verifique se há uma solução eficiente para este problema, explicando sucintamente os passos do processo utilizado.

Sugestão: Caso necessário, poderá utilizar as seguintes definições de problemas NP-completo, bem como considerar outros problemas da classe NP-completo que conheça.

Coloração de grafos (Graph coloring, GC): Dado um grafo G=(V, E), colorir o grafo G é definir rótulos (ou cores) para todos os vértices de G de forma a que não haja dois vértices  $i \in V$  e  $j \in V$ , para todo aresta  $\{i, j\}$  $\in$  E, tal que i e j compartilhem o mesmo rótulo (ou cor); ou seja,  $color(i) \neq color(j)$ .

Conjunto Independente (Independent Set Problem, IS): Dado um grafo G=(V, E), encontrar um conjunto independente dos vértices de G é encontrar um subconjunto  $V_1 \subseteq V$ , tal que não há dois vértices  $i, j \in V$  que partilham uma aresta em E.

## Bom Exame!