Informatique pour l'ingénieur, IFT-1903
Travail Pratique 2, MAPLE

A. Foriero, ing., Ph.D.

21 mars 2016

Consignes

- Le travail doit obligatoirement être réalisé sur une base individuelle avec le logiciel MAPLE.
- Toutes les 12 questions valent le même nombre de points soit dix points (la note finale de 120 sera ensuite comptabilisée sur 100).
- Chaque étudiant doit maintenir une copie de son travail (en cas de perte de la copie remise aux correcteurs et pour consultation durant l'examen final de MAPLE).
- Le travail doit être remis dans la boite du site web du cours, lundi le 18 avril 2016.
- Les travaux remis en retard seront assujettis à une pénalité.
- Les étudiants ne peuvent pas poser des questions concernant le travail pratique aux tuteurs et dépanneurs.
- Dans la mesure du possible, tout développement de procédures devra être réalisé sans les fonctions intégrées de MAPLE.
- Toute forme de plagiat sera sanctionnée (voir plan de cours) .

Problème 1

Utilisez le logiciel MAPLE pour définir la fonction $f(x) = 5cos(x^2) - x/3$ sur l'intervalle $[-3, 3]$. Tracez un graphique sur l'intervalle spécifié, trouvez l'aire nette sous la courbe en décomposant l'aire nette en aires respectives positives et négatives. Vérifiez votre calcul avec une commande intégrée de MAPLE.

À la lumière de ce que vous avez apris dans la première partie du cours, pouvez-vous résoudre ce problème avec Matlab? Si oui, expliquez les étapes à suivre.

Problème 2

Tracez la fonction à deux variables $x^3 + y^2 - 2xy - 1 = 0$ à l'intérieur du rectangle $[-4, 2] \times [-4, 5]$. Dans la même figure, traçez l'ellipse $\frac{1}{4}x^2 + y^2 - 1 = 0$ et trouvez tous les points d'intersections de l'ellipse avec la courbe assignée. Ensuite tracez, toujours dans la même figure, les lignes tangentes à l'ellipse aux points d'intersections.

Problème 3

Développez deux procédures MAPLE pour implémenter la méthode de Newton-Raphson (une des procdures avec une boucle 'for', l'autre avec une boucle 'while'). Les procédures doivent produire un graphique affichant la convergence de l'approximation vers la racine réelle de l'équation $f(x) = 0$ où f est une fonction de votre choix. Afin de traçer le graphique, sauvegardez l'information qui est nécessaire pour produire une image illustrant un polygone en dents de scie (représentant les itérations) et le graphique de la fonction sur un intervalle approprié. Vérifiez votre code pour la fonction $f(x) = sin(x) - cos(2x) + 0.2$ sur l'intervalle $[0, 6]$. Trouvez toutes les solutions avec les graphiques correspondants. Quelle version de Newton-Raphson est la plus efficace? Si une des procédures est plus efficace que l'autre expliquez pourquoi.

Si vous aviez à choisir un logiciel de type interpreteur (Matlab ou MAPLE) pour ce problème, lequel recommanderiez vous? En matière de temps d'exécution du $\boldsymbol{CPU}$, est-ce que la différence est importante?

Problème 4

Développez une procédure MAPLE pour le calcul de l'approximation d'une l'intégrale par la somme de Riemann. Utilisez le développement de votre choix. La procédure doit afficher les profiles de l'approximation. Appliquez votre code à la fonction suivante $f(x) = 1 + e^{-x}sin(10x)$ sur l'intervalle $[0, 2]$. Établissez l'approximation par la somme de Riemann et pour $N = 10, 30, 50, 100$. Ensuite utilisez MAPLE pour vérifier les valeurs approximatives obtenues avec la commande intégrée.

Problème 5

Résolvez le système d'équations non-linéaires

$$4x_1^2 - 2x_2^3 + 30 = 0$$

$$3x_1^3 + 5x_2^2 - 140 = 0$$

avec la méthode de Newton-Raphson étendue à deux fonctions. Développez une procédure Maple **NewRaph2:=proc(f,g,xi,yi,Err,iter,xsol::evaln,ysol::evaln)**. Les paramètres formels d'entrée et de sortie sont respectivement les fonctions f(x,y), g(x,y) représentant les deux équations non-linéaires, les valeurs initiales xi, yi correspondant aux variables x1 et x2, l'erreur relative, Err, le nombre d'itérations, iter et la solution xsol, ysol correspondant aux valeurs x1 et x2. Expliquez votre choix des valeurs initiales xi et yi.

Problème 6

1) Développez une procédure MAPLE avec nomenclature **SELECA:=proc(A::list,B::list)** qui à comme but de juxtaposer et ensuite trier deux listes A et B, en ordre ascendant produisant une seule liste. Utilisez l'algorithme du triage par sélection et triez la combinaison des listes $A = [2, 4, 4, 2, 6]$ et $B = [1, 7, 5, 2]$.

Quels avantages ou désavantges avez-vous décernés pour les méthodes de triage quand vous comparez la procédure Maple à la fonction Matlab?

2) Développez une procédure MAPLE avec nomenclature **Membre:=proc(a::anything,L::{list,set})** qui à comme but de déterminer si un objet est un élément d'une liste ou d'un ensemble. Vérifier votre code avec la liste MaListe=[1,2,3,4,5,6] en évoquant Membre(3,MaListe).

Problème 7

Développez un code MAPLE dans lequel le système d'équations suivantes

$$9x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -50$$
$$2x_1 + 8x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 10$$
$$-3x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 4x_4 = -12$$
$$-2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 25.0$$

est résolu par la méthode de Gauss-Seidel. Ensuite vérifiez la solution avec une commande intégrée de MAPLE.

Problème 8

La séquence $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ générée avec la relation récursive

$$a_n = -\frac{(r+n-1)(r-n+2)}{n(n-1)} a_{n-2},\ n \geq 2$$

se pose dans l'étude des solutions par séries des équations différentielles. Nous pouvons démontrer que la série

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

est une solution de l'équation différentielle dite de Legendre (d'ordre r)

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + r(r+1)y = 0.$$

Une solution particulière voire fondamentale (toutes les autres solutions peuvent s'écrire en termes de celle-ci) survient pour le choix de $a_0 = 1$ et $a_1 = 0$ ou $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$. Développez une procédure MAPLE avec nomenclature **Y1:=proc(x,N)** pour l'approximation de la solution en utilisant N+1 termes soit

$$Y_1(x, N) = \sum_{n=0}^{N} a_n x^n.$$

La procédure pour l'approximation doit se baser sur une procédure récursive **a:=proc(n,r)** pour le calcul des coefficients a_n. Ensuite avec MAPLE tracez les graphiques de $Y_1(x,0)$,$Y_1(x,2)$,$Y_1(x,4)$ et $Y_1(x,6)$ sur l'intervalle $-2.0 \leq x \leq 2.0$ et $-3.0 \leq y \leq 3.0$. Réalisez les calculs avec une valeur de $r = 4.5$ et pour les deux conditions initiales: $a_0 = 1$ et $a_1 = 0$ et $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$.

À l'égard des fonctions récursives, Maple dispose d'une possibilité précieuse soit l'option *remember*. Expliquez le fonctionnement de cette option. Est-ce que Matlab dispose d'une option semblable?

Problème 9

Trouvez une solution numérique à la solution de l'équation différentielle $y'' + 2y' + 101y = 10.4e^x$ assujettie aux conditions initiales $y(0) = 1.1.$ et $y'(0) = -0.9$ Tracez la solution sur l'intervalle [0,4].

Problème 10

Développez une procédure MAPLE avec nomenclature **f:=proc(x,y)** qui génère la fonction par morceau

$$f(x,y) = 1 \;\; si \;\; (x,y) \in [0,1) \times [0,1)$$

$$f(x,y) = 2 \;\; si \;\; (x,y) \in [0,1) \times [1,2)$$

$$f(x,y) = 1.5 \;\; si \;\; (x,y) \in [1,2) \times [0,1)$$

$$f(x,y) = 1 \;\; si \;\; (x,y) \in [1,2) \times [1,2).$$

Ensuite tracez avec MAPLE le graphique de celle-ci sur l'intervalle $0 \leq x \leq 2$ et $0 \leq y \leq 2$.

Problème 11

Développez une procédure récursive MAPLE avec nomenclature **Puis:=proc(X, n::integer)** qui calcul X^n par le bias de l'énoncé mathématique

$$X^n = \begin{cases} \frac{1}{X^{-n}} & n < 0 \\ 1 & n = 0 \\ X^{\frac{n}{2}} X^{\frac{n}{2}} & n, entier\ pair \\ X X^{n-1} & n, entier\ impair. \end{cases}$$

Problème 12

Une ellipse subit une rotation dans le plan. L' équation de l'ellipse est donnée par

$$3x^2 - 3xy + 6y^2 - 6x + 7y = 9.$$

Tracez l'ellipse de deux manières différentes avec les fonctions intégrées de MAPLE. Produisez des courbes lisses avec ces fonctions.