10-11-2022

CAMPIONAMENTO E QUANTIZZAZIONE

Un segnale è una variazione di una grandezza fisica rispetto all'altra. *In base a come varia ci dice qualcosa*.
Il segnale può essere **analogico** o **digitale** e può essere descritto da una funzione.

> Se la funzione che descrive il segnale è continua allora il segnale è continuo.

#Come *si memorizza un segnale?*
Si prendono solo **alcuni campioni** che rappresentano il segnale e tale processo è detto **CAMPIONAMENTO**.

#Quanti *segnali si devono prendere in considerazione?*

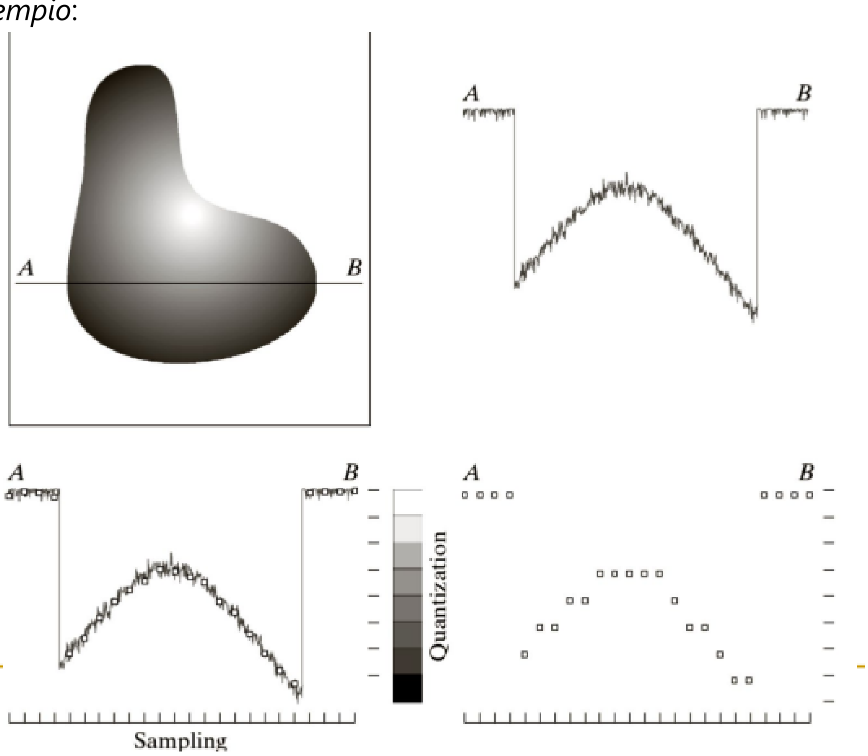
- **Il campionamento è il PROCESSO: segnale a TEMPO CONTINUO → segnale a TEMPO DISCRETO**

> Passo da infiniti valori (dalla realtà) a un numero finito di questi valori.

La quantizzazione è il PROCESSO: segnale a VALORI CONTINUI → a segnali a VALORI DISCRETI

- Se un segnale è campionato e quantizzato si parla di **segnale digitale**

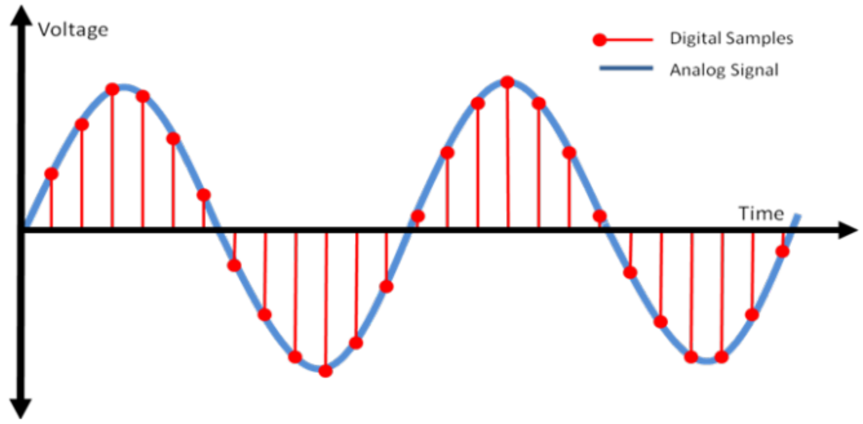
Esempio:



- i campioni scelti sono i quadratini bianchi. Si divide lo spazio e ogni tot si prende un campione.

- A **intervalli regolari** assegno un valore e quindi faccio quantizzazione, quindi se due valori sono molto simili, allora diventano lo stesso (come se si arrotondasse).

Altro esempio



Si può campionare se c'è un numero di campioni sufficiente.

Un campionamento troppo basso:

- Fa **perdere dettagli** ed informazioni;
  - sebbene grave una tale perdita è spesso una necessità: **non possiamo conservare milioni di campioni** e **ci accontentiamo di perdere informazioni** pur di tenere il database delle misure ottenute in dimensioni maneggevoli.
- Può far **apparire** nella immagine **dettagli NON PRESENTI** nell'originale.
  - Il segnale viene "*alterato*" e cambiato in qualcosa di "altro". Si parla di "**aliasing**"
  - L'aliasing è un fenomeno sottile ma poiché esso è imprevedibile richiede attenzione.

Nyquist rate

Per scegliere il giusto valore di campionamento si ricorre al teorema.
DEFINIZIONE:
Si definisce *Nyquist rate* **la più alta frequenza** in un segnale continuo e limitato.

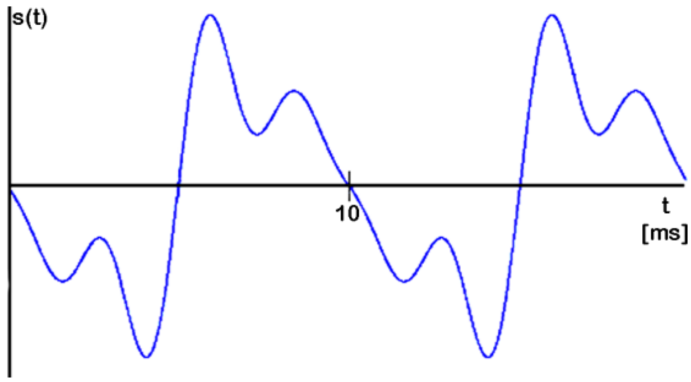
> Il **Nyquist rate** è una caratteristica di un'audio, immagine o di qualunque altra cosa che **varia nel tempo/spazio** ed è legato alle **frequenze**.

ALTA FREQUENZA = che ha **più oscillazioni** in un tempo limitato

> Ogni segnale può essere scomposto in armoniche (sinusoidali) di frequenza diversa.

Teorema del campionamento di Shannon

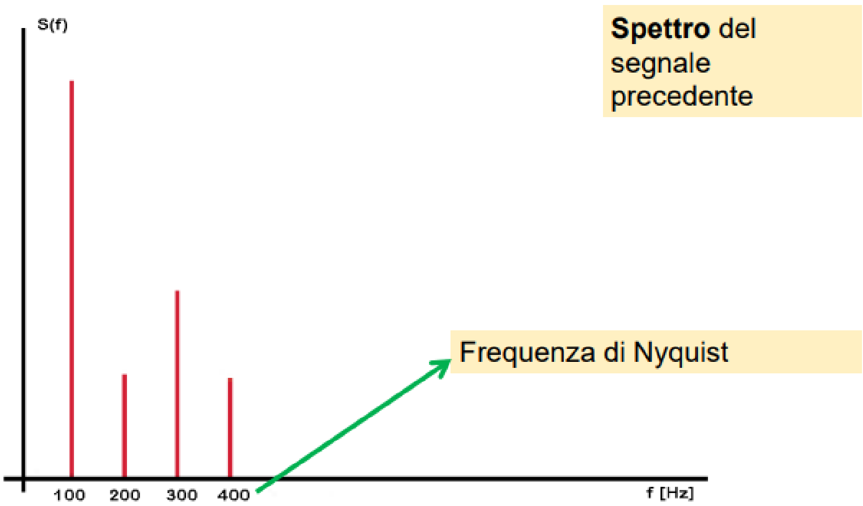
DEFINIZIONE:
Se si raccolgono campioni con frequenza **più del doppio della frequenza di Nyquist**, il segnale può essere ricostruito **FEDELMENTE** in ogni suo punto!



> Questo segnale (*blu*) può essere scritto come somma di sinusoidi (*Fourier*) ed ognuna a frequenza diversa

> Numero di campioni = frequenza di campionamento = ogni quanto devo prendere dei campioni = non devo prendere troppi campioni sennò occupo più memoria = bastano Nyquist*2

Quindi...



Quindi ho la somma di 4 sinusoidi. L'altezza della barra indica l'ampiezza della curva. (esempio curva blu)

Esempio:

- Si osservi un fenomeno che si svolge in un intervallo `[a,b]`
  - Se il fenomeno è circa costante durante tutto l'intervallo, la frequenza di Nyquist è 1: il fenomeno si svolge in un unico ciclo.
  - Altrimenti si divide l'intervallo in 2 parti e si controlla per ciascun intervallino il fenomeno si mantiene **circa costante** (esso può però variare da intervallino ad intervallino).

- Si procede in tal modo dividendo l'intervallo in 3, 4, ... parti **fino a trovare una suddivisione tale che entro ciascun intervallino il fenomeno sia in pratica costante**.

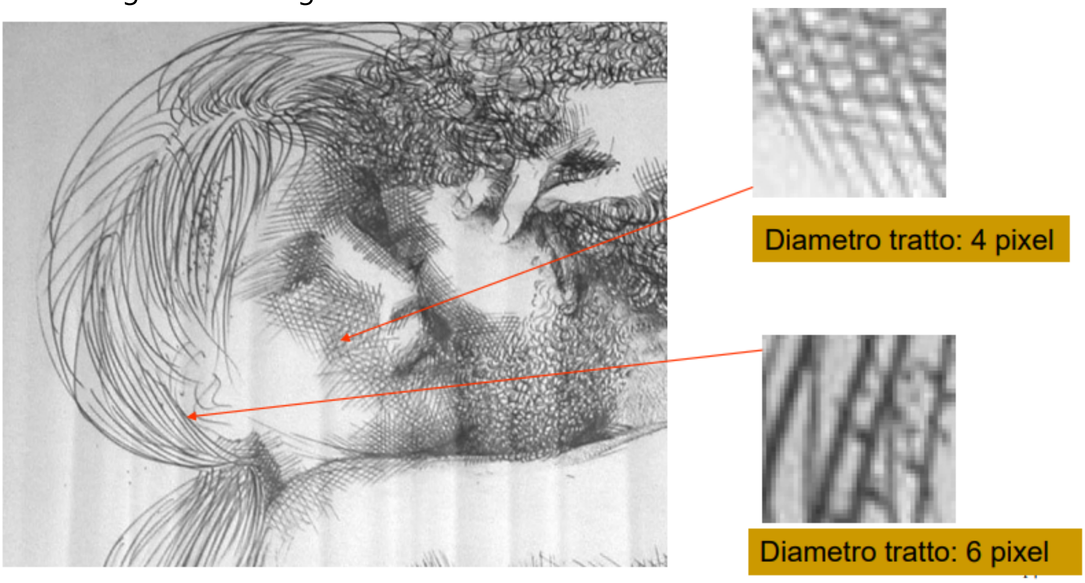
Sia tale suddivisione in N parti. N si dice frequenza di Nyquist del fenomeno sull'intervallo osservato.

> Più è dettagliato ciò che voglio rappresentare, più intervalli devo creare.

Alte frequenze = **aree con tante variazioni di valori**, quindi tanti intervalli
Basse frequenze = il viceversa.

CAMPIONAMENTO CORRETTO

Data la seguente immagine:



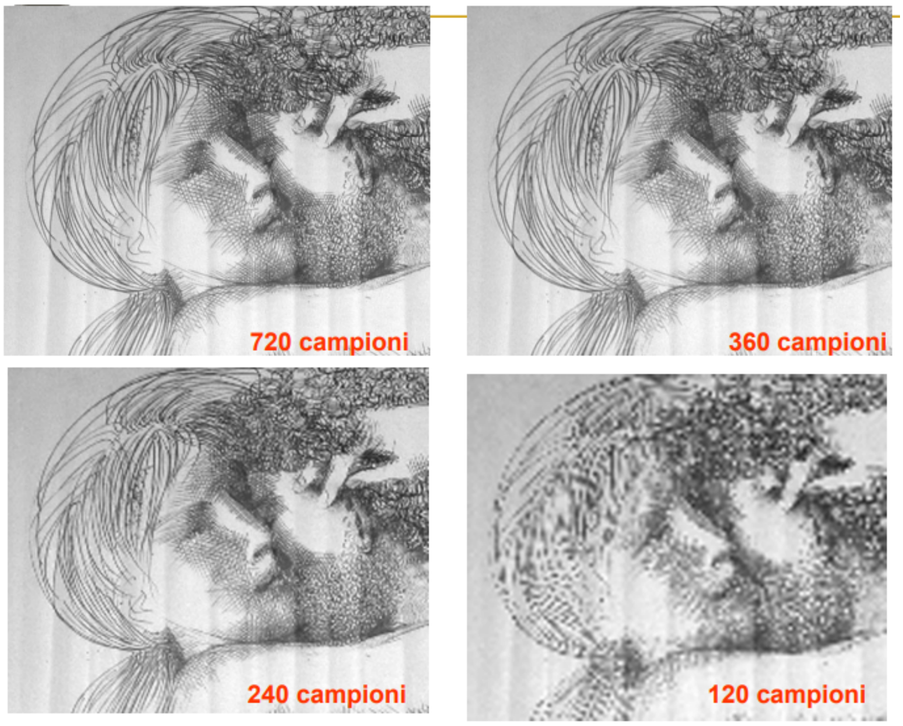
Usiamo i tratti fini. Se preserviamo questi, allora abbiamo preservato anche gli altri. La nostra "frequenza di Nyquist" è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 4 pixel, possiamo dividere l'intervallo in 720/4=180 tratti.
- Il doppio della frequenza di Nyquist è 360. Prenderemo allora solo 360 campioni e ricostruiremo con l'interpolazione bilineare l'immagine.
- Riscalo l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione)

#Come *si trova il dettaglio massimo?*
La domanda è: **in quante parti posso suddividere un pezzo per rappresentare correttamente**

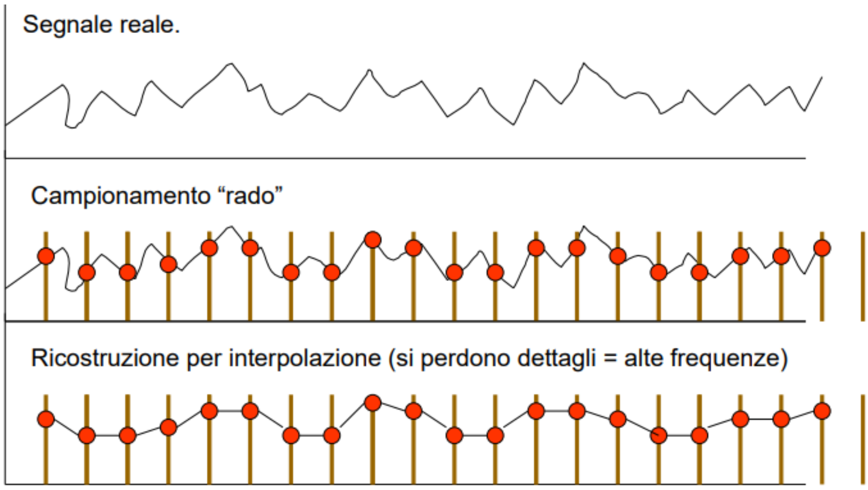
il pezzo? Noto che un dettaglio può essere rappresentato con 4 pixel. Per cui se riesco rappresento bene i dettagli, allora, di conseguenza, rappresento bene tutta l'immagine.

- 720/4 = 180
  Quindi le suddivisioni che devo fare sono 180.

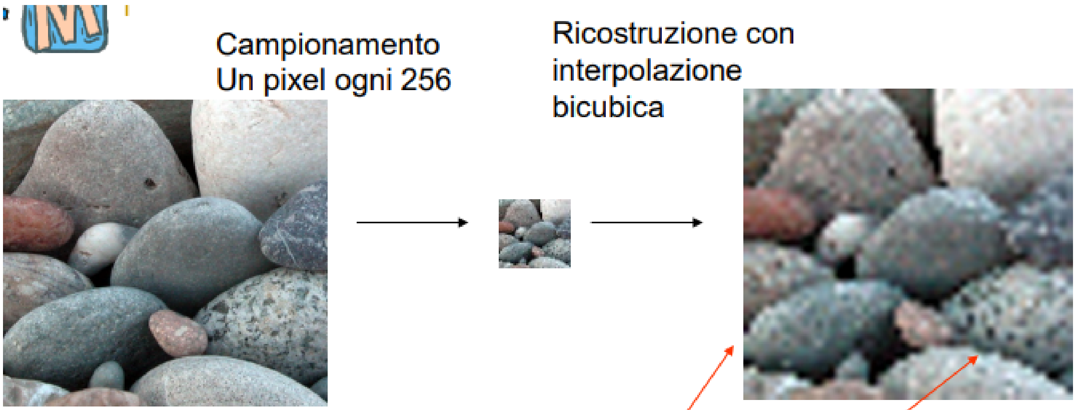


I **dettagli persi** sono persi e non si possono recuperare. I **dettagli introdotti** (nuovi dettagli che nell'originale non c'erano) viene detto **aliasing**. E quindi non viene soddisfatto il teorema di shannon. Se uso campioni piu piccoli del doppio del nyquits rate allora avrò aliasing da qualche parte.

Esempio 2:



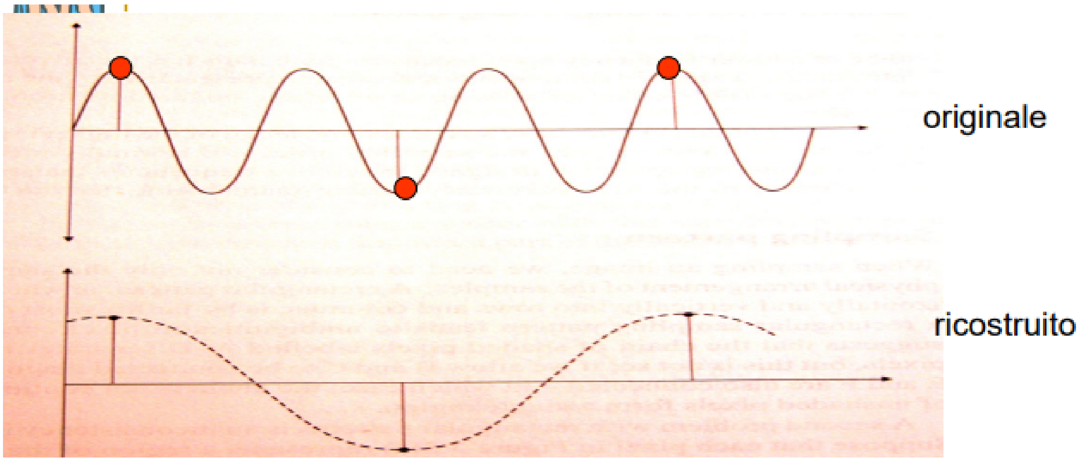
Perdo dei valori perchè fra due punti, in origine, c'era una frequenza più alta (oscillazioni)



Si perdono dettagli, graffi e disegni sulle rocce sono divenuti indistinguibili e sono apparsi NUOVI dettagli!

a) Ovvie scalettature sui bordi dei sassi.

b) Fori che non erano presenti nell’originale!



Se si fosse trattato di una onda sonora un suono acuto sarebbe stato sostituito da un suono grave!

Quanti campioni prendere per riprodurre un suono con fedeltà accettabile? (passo essenziale per fare un CD!)

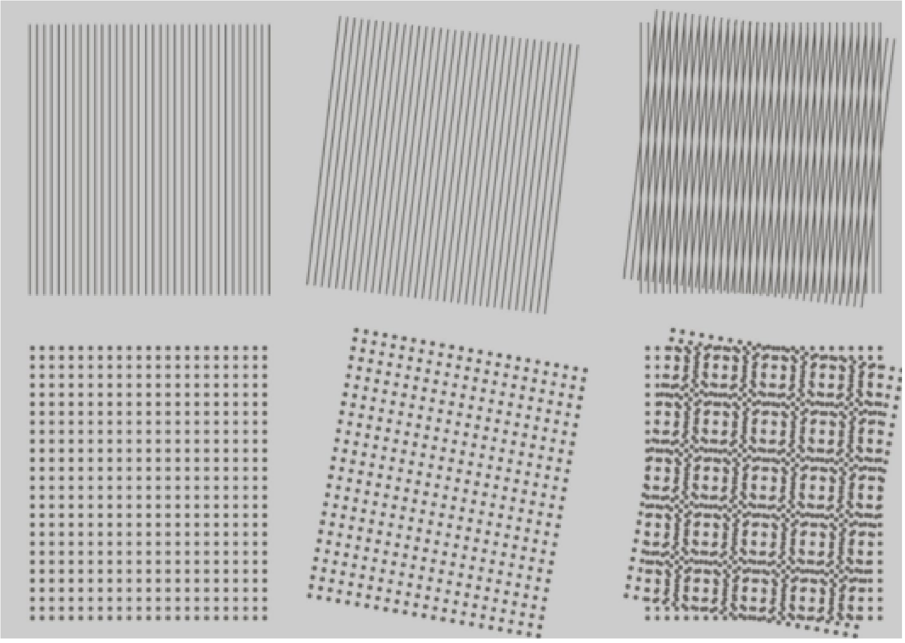
- Nella realtà l’aliasing è sempre presente anche se in condizioni minime
- Esso viene introdotto quando si impone che il segnale sia limitato per essere campionato.
- L’aliasing può essere ridotto applicando una funzione di *smussamento* sul segnale originario prima del campionamento (**antialiasing**)

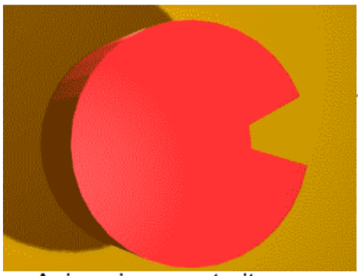
Il filtro anti-aliasing serve rimuove dei dettagli prima di campionare cosi si abbassa il nyquits rate. Si perde dettaglio ma non introduco aliasing.

Altri effetti aliasing

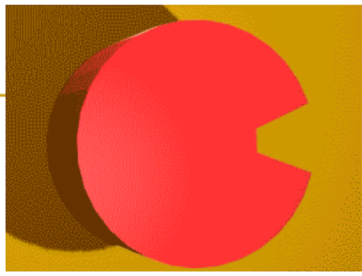
- Effetto *Moirè*, si sovrappongono pattern uguali con angolazione diversa:

Cintura Moirè

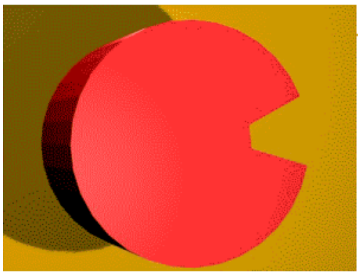




Animazione costruita
con tutti i campioni disponibili



Animazione costruita
Usando un campione ogni 4



Animazione costruita
Usando un campione ogni 25

Essa viene percepita come retrograda!
(Alias temporale: un movimento viene
sostituito ad un altro!)

Aliasing nel tempo

QUANTIZZAZIONE

I sensori sono analogici. Quando acquisiscono una grandezza, essi forniscono in uscita dei valori reali (perchè sono apparecchiature fisiche) quindi vengono arrotondati in modo che appartengono ad un insieme finito.
In più le misure sono sempre soggette a **ERRORE** a causa di difetti nel sensore o di perturbazioni termiche ("*fenomeno del rumore*")

> Quantizzare = approssimare = introduzione di errore

Nei sensori CCD anche a obiettivo chiuso ci sono **correnti parassite che inducono rumore** dentro il dispositivo elettronico dette "***DARK CURRENT***"

Procedimento di quantizzazione

Se i valori da quantizzare sono numeri reali nel range [a, b] e si vuole quantizzare su n livelli:

Si fissano n+1 numeri in [a, b]:

$$t_0=a < t_1 < t_2 < \dots < t_n < t_{n+1}=b$$

Il numero x in [a,b] verrà assegnato al livello di quantizzazione k se risulta:

$$t_k <= x < t_{k+1}$$

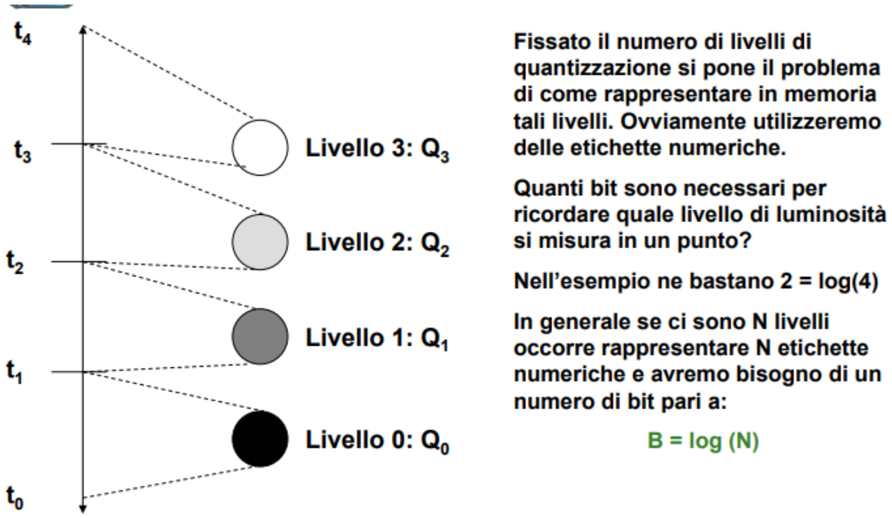
(b viene assegnato al livello n.)

A ciascun livello si assegna un valore rappresentativo Q_i

Esempio:

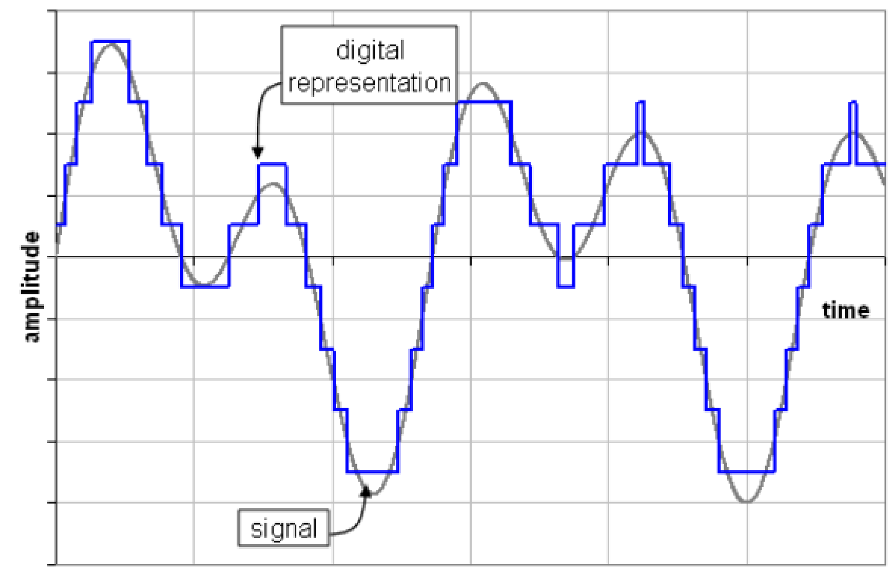
- Uno strumento legge valori fra [0,100] reali
- scelgo $t_0 = 0$ $t_1 = 30$ $t_2 = 50$ $t_3 = 100$
- ho $t_0 < t_1 < t_2 < t_3$
  - Se dovessi quantizzare il valore 38.8 noto che esso si trova fra t_1 e t_2. Allora tale valore diventa il livello $\rightarrow t_1$
  - Se dovessi quantizzare il valore 12.55 noto che esso si trova fra t_0 e t_1 allora tale valore diventa il livello $\rightarrow t_0$
- **Quindi si tratta di assegnare un livello per ogni valore reale**.

> - Tutti i valori in t_1 avranno valore 15.
> - Tutti i valori in t_2 avranno valore 40
> - **e tali valori sono arbitrari**. In genere sono il valore di mezzo in un intervallo finito



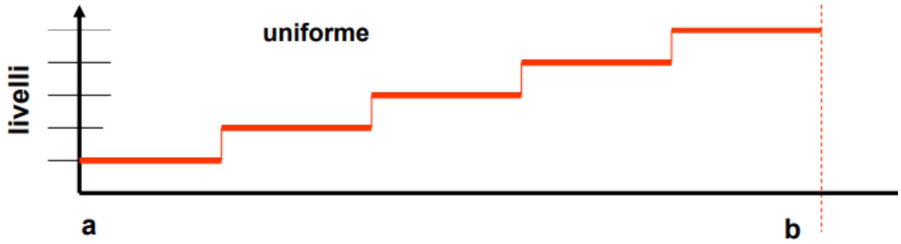
Un livello è quello che in origine era un insieme di valori, quindi si introduce **distorsione** (**incapacità di distinguere dettagli**).

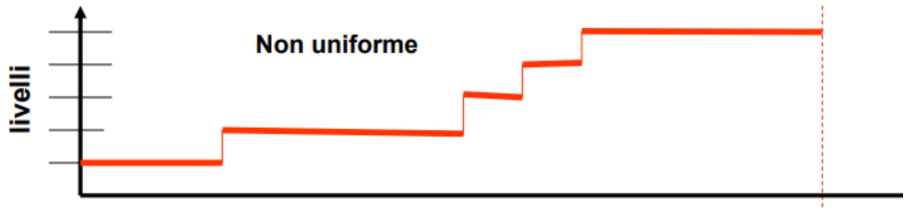
Esempio:



Tipi di quantizzazione

- **UNIFORME** $\rightarrow$ la scelta degli **intervalli è costante** $t_{k+1} - t_k = C$ (costante)
- **NON UNIFORME**$\rightarrow$ la scelta degli intervalli **non è costante** $t_{k+1} - t_k \neq C$





Di norma si tende a **quantizzare di più i toni chiari**(immagini) (che equivale a quantizzare più toni alti (audio)) perchè con toni chiari (volume alto) l'occhio (l'orecchio) non distingue variazioni notevoli.

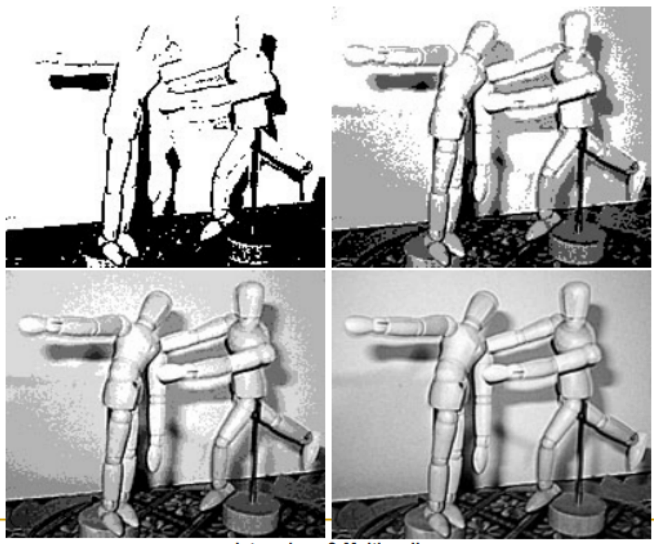
La quantizzazione effettuata dagli scanner commerciali e dalla fotocamere digitali è non uniforme e logaritmica: ciò permette di assegnare più livelli nella area dei toni scuri e meno livelli nella area dei toni chiari.

Questo è particolarmente importante quando si elaborano dati medici (es.radiografie)

Quantizzazione uniforme | **Quantizzazione logaritmica**

2 livelli 1 bit | **4 livelli 2 bit**

8 livelli 3 bit | **256 livelli 8 bit**



> Tutto ciò che diventa un solo valore dopo la quantizzazione eccessiva non può mai tornare come in origine.

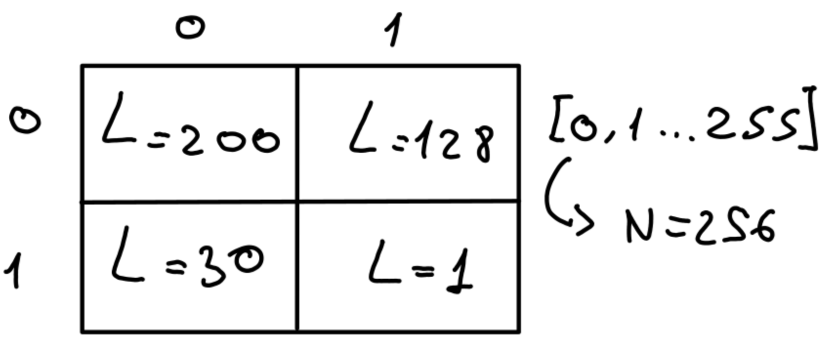
I bit necessari per rappresentare N livelli sono esattamente $\lceil log_2 N \rceil bit$.

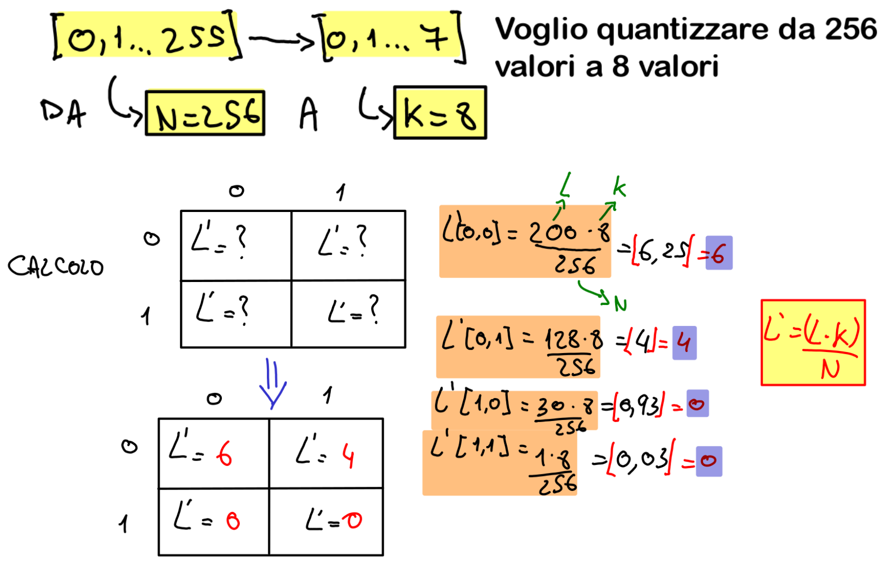
Formula della quantizzazione UNIFORME

$L' = \frac{(L \times K)}{N}$ dove:

- L = valore reale nell'immagine
- K = Numero di livelli in uscita desiderati ($K < N$)
- N = numero di livelli iniziali
- L' = nuovo valore da assumere dopo la quantizzazione

> ***Esempio:*** *portare 0…255 in 0…7 con quantizzazione uniforme.*
> *Il livello 10 diviene (10*8)/256 = 0*
> *Il livello 20 diviene (20*8)/256 = 0*
> *il livello 30 diviene (30*8)/256 = 0*
> *Il livello 32 diviene (32*8)/256 = 1 eccetera…*





Note:

- Si trovano dei valori decimali, pertanto si applica il $floor$ oppure il $ceil$ per assegnare il livello corretto *intero*
- La quantizzazione **UNIFORME** è **unica**
- La quantizzazione **NON UNIFORME NON è unica** perchè è possibile dividere un intervallo in infiniti modi

Formula della quantizzazione NON UNIFORME

Proprio come dice la parola stessa, la quantizzazione non uniforme può variare in infiniti modi. Generalmente quest'operazione dipende da una funzione, per cui si può scrivere come:
$L' = f(L, N, K) \rightarrow$ **in caso GENERALE**
Una delle funzioni più comuni è quella logaritmica che ha la seguente formula:
$f(N, L, K) = \frac{(log_2(L) \times K)}{log_2(N)}$

Quindi se dovessi ricalcolare l'immagine sopra (d'esempio) con questa funzione otterrei:
$L'[0,0] = \frac{lg_2 L[0,0] \times 8}{lg_2 256} = 0,238870$

- In caso di quantizzazione non uniforme sono stato più accurato.
- Nel caso di quantizzazione uniforme, invece, lo sono stato un po' di meno