

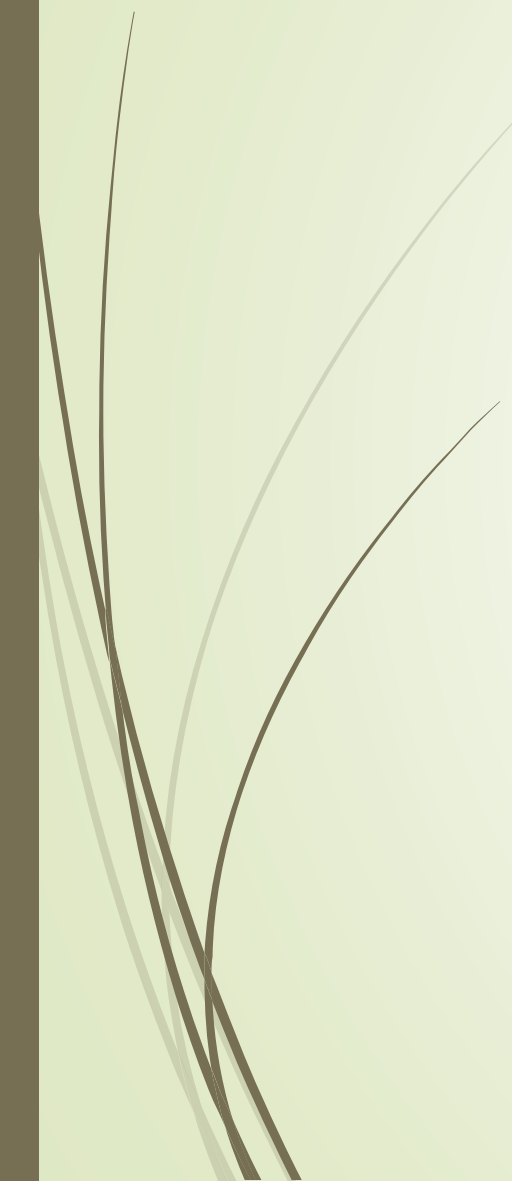


Arbres Rouge-Noir

INF3105 – Structures de données et algorithmes



Définition

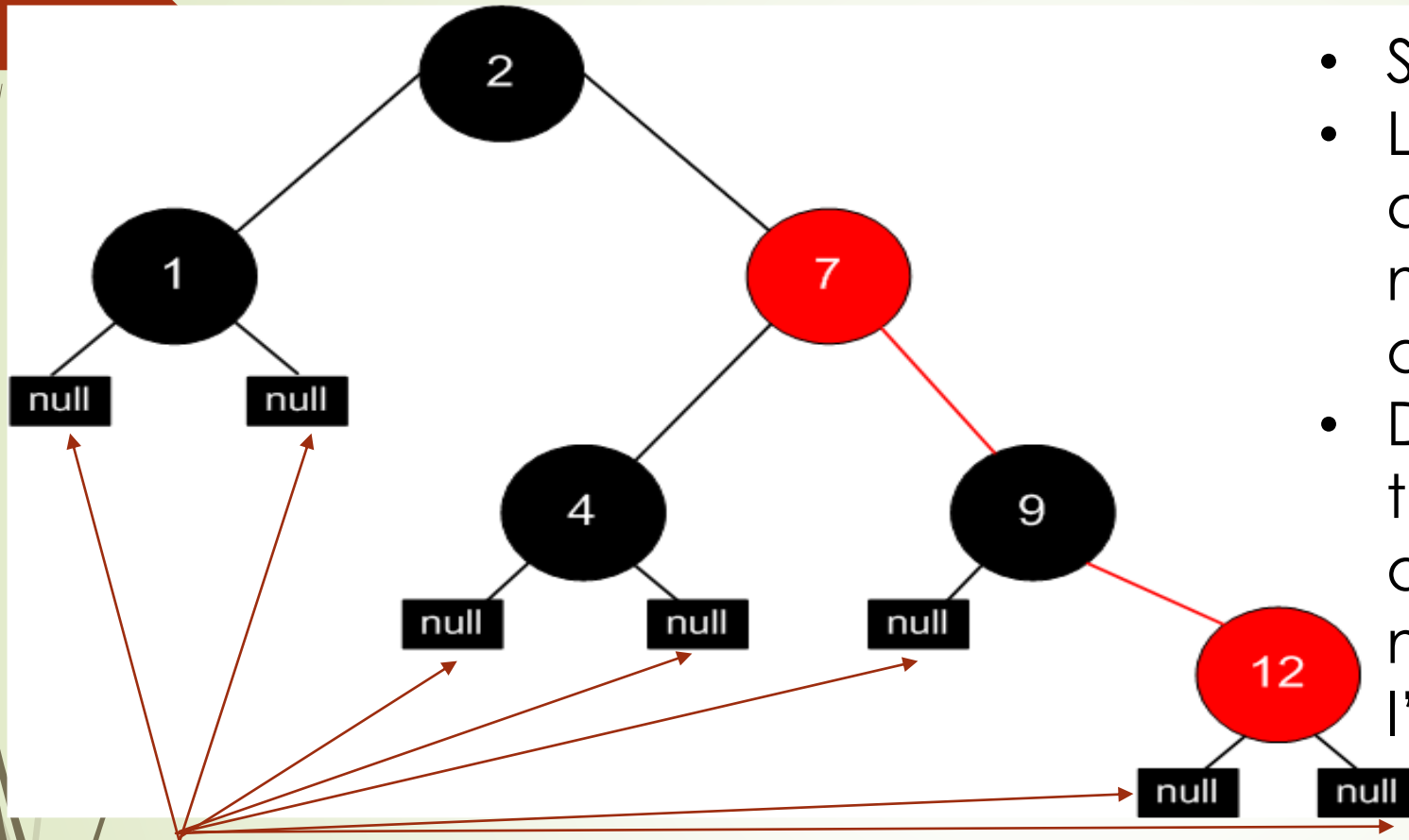
- Un *arbre rouge-noir* est une variante des arbres binaires de recherche relativement équilibré
 - Les nœuds sont coloriés de façon abstraite à l'aide de deux couleurs, rouge et noir
- 



Règles de coloration

- La racine est noire
- Le nœud parent d'un nœud **rouge** est **noir**
- Pas de deux nœuds **rouges** de suite sur un même chemin
- La profondeur « noir » est égale pour toutes les feuilles
 - Définition: le nombre de nœuds noirs sur le chemin de la racine à une feuille

Arbre rouge-noir, exemple



- Sentinelle = un objet spécial
- Les sentinelles correspondent aux pointeurs nuls qui marquaient des terminaisons dans un arbre ABR
- Dans l'arbre Rouge-Noir ces terminaisons sont comptées dans la « profondeur noire », mais pas dans l'hauteur de l'arbre

Sentinelles => « profondeur noire » = 3



Arbre rouge-noir

- Dans le pire cas une feuille se retrouve à une profondeur d'au plus du double d'une autre feuille
 - Feuille la plus profonde emprunte un chemin qui alterne des nœuds rouges et noirs
 - Feuille la moins profonde est accessible par un chemin ne comportant aucun nœud rouge
- Hauteur maximale d'un arbre rouge-noir avec n nœuds est $2\log_2 n$

Opérations

- Insertion
- Recherche d'un élément
- Enlèvement

➔ $O(\log n)$

➤ Insertion, Enlèvement

- Plus rapides que dans AVL
 - Moins de réorganisation

➤ Recherche

- AVL – plus rapide
 - AVL – moins profond

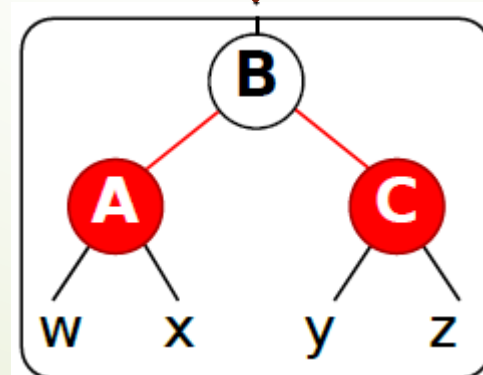
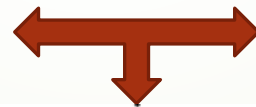
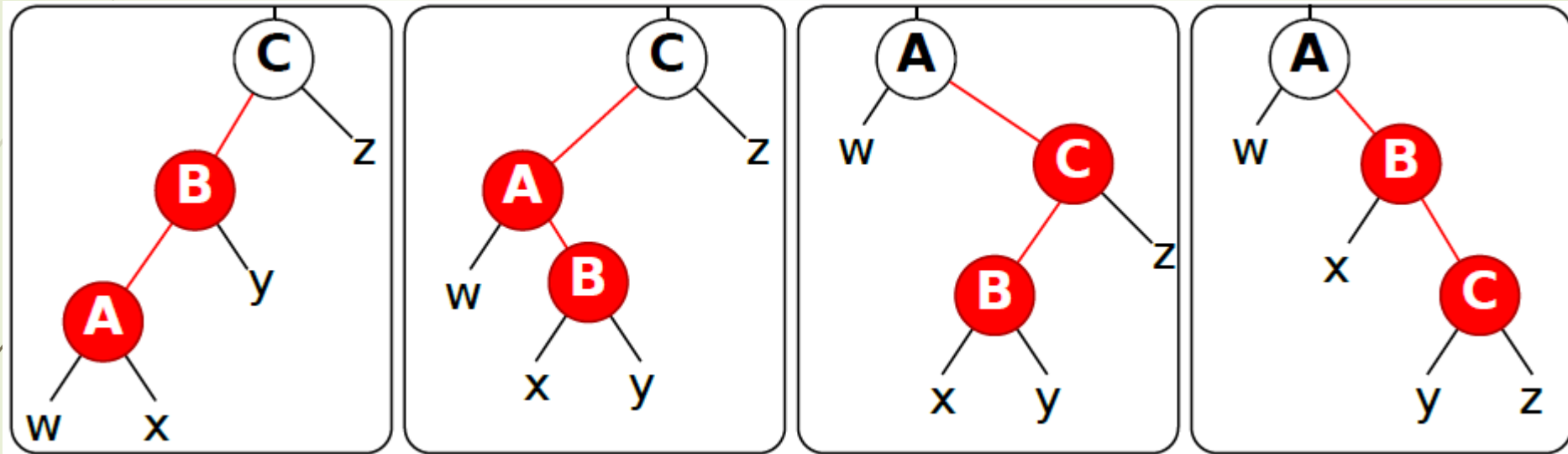


Insertion

- Insertion d'un élément commence par l'ajout d'un nouveau nœud **rouge** au bon endroit (ABR)
- Une fois le nœud inséré, on vérifie si la contrainte interdisant deux nœuds rouges a été violée
- Lors d'une violation, c'est à dire que le **parent** du nouveau nœud **rouge** est aussi **rouge**, il faut résoudre en réorganisant l'arbre localement
- Les réorganisations se font au cas par cas et du bas vers le haut

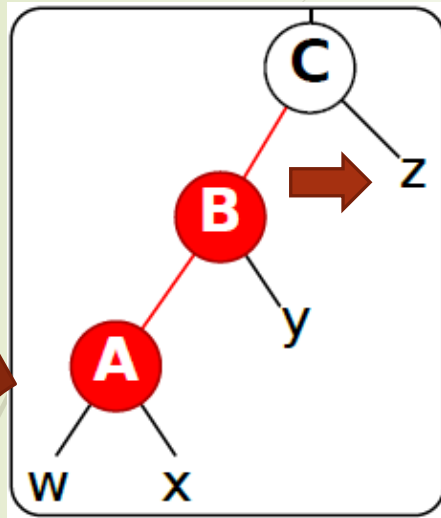
Insertion, type 1 de conflit

- Parent d'un nœud rouge est aussi rouge et qu'il a un frère noir

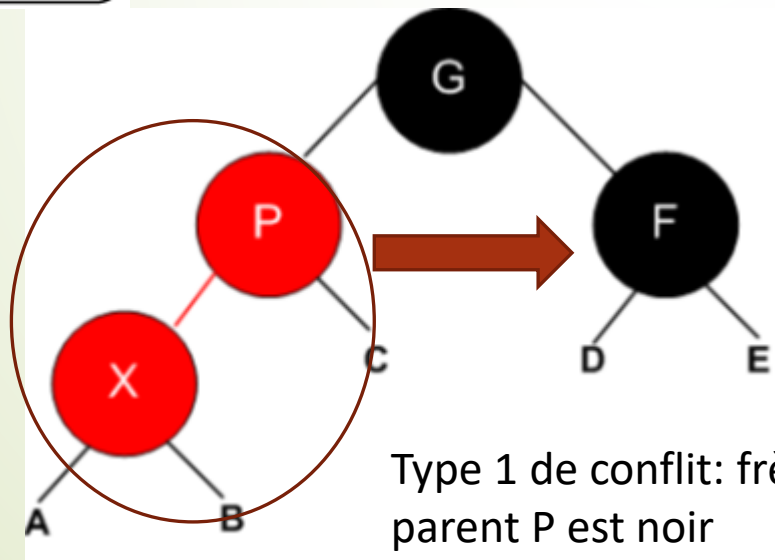
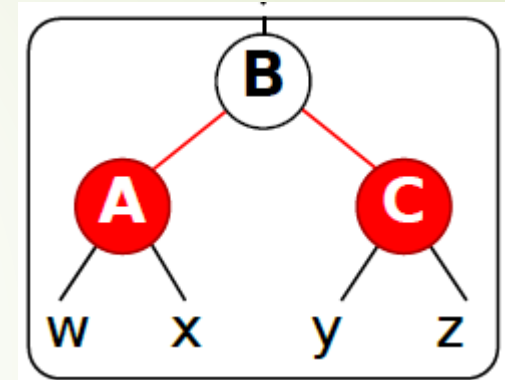


Insertion, type 1 de conflit

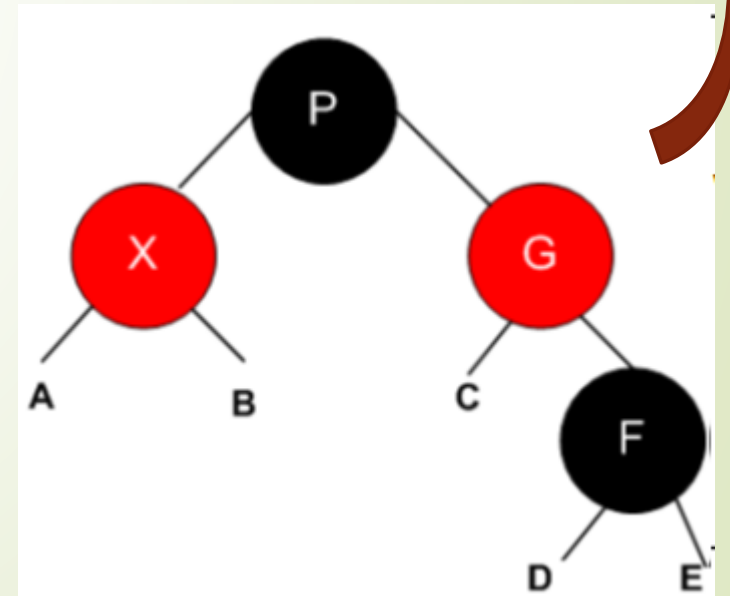
Plus de détails: P = parent, G = grand parent, F = frère



Rotation parent et grand parent avec le changement de couleurs

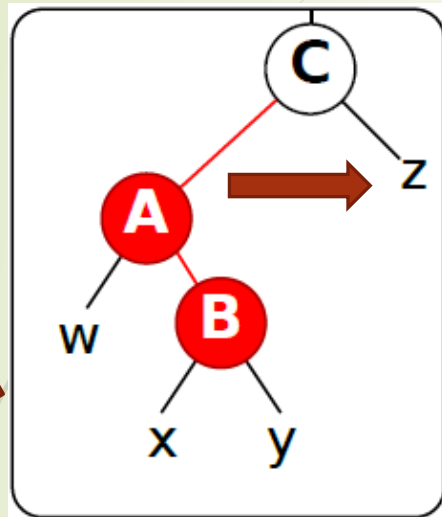


Type 1 de conflit: frère du parent P est noir

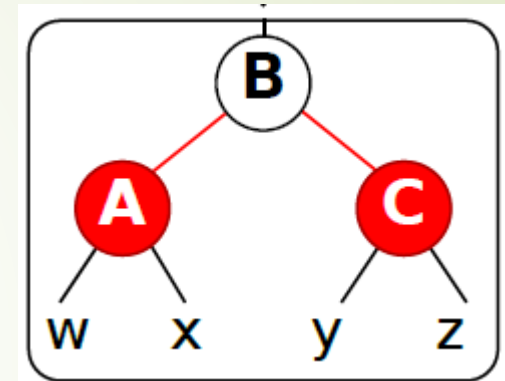


Insertion, type 1 de conflit

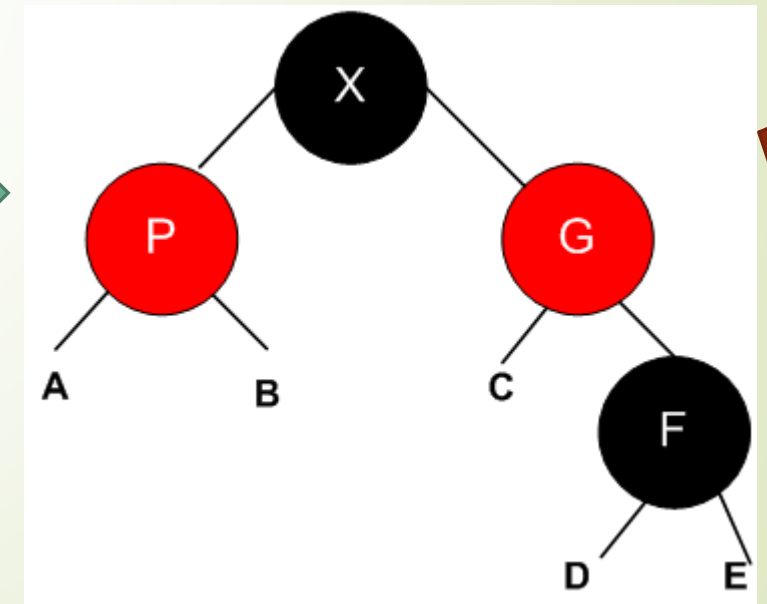
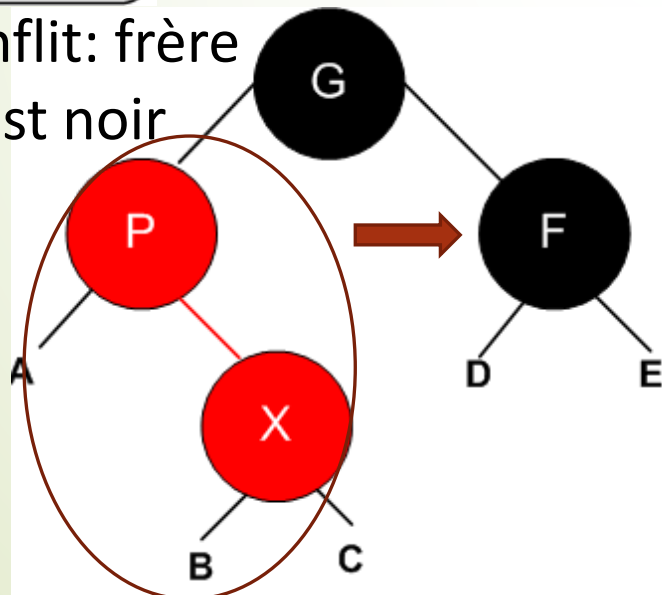
Plus de détails: P = parent, G = grand parent, F = frère



Rotation double impliquant X,
le parent et le grand parent +
changement de couleurs



Type 1 de conflit: frère
du parent P est noir



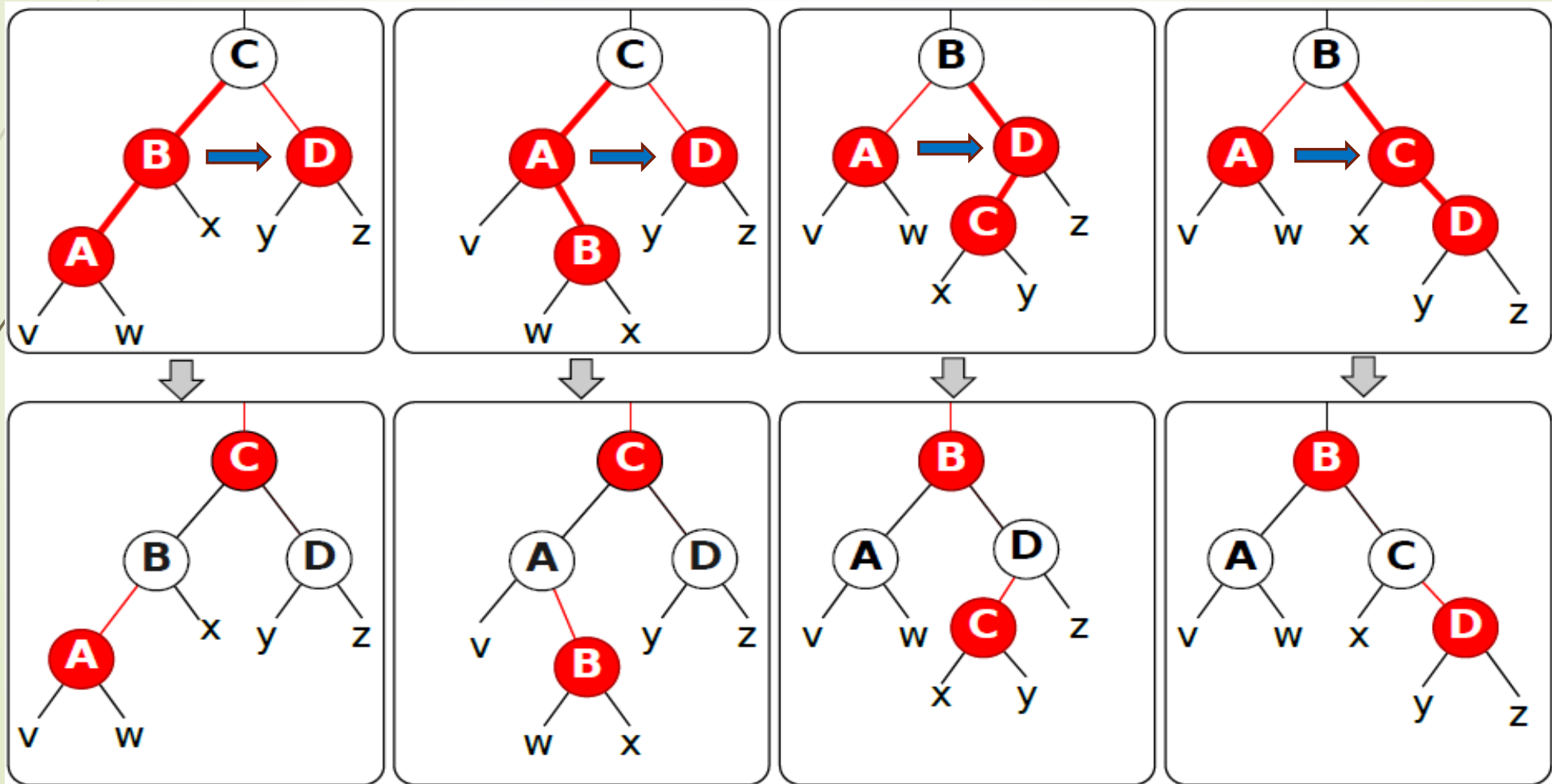
Insertion, type 2 de conflit

Parent d'un **noeud rouge** est aussi **rouge** et qu'il a un frère **rouge**

Remonter la couleur rouge en inversant localement la couleur sur 2 niveaux

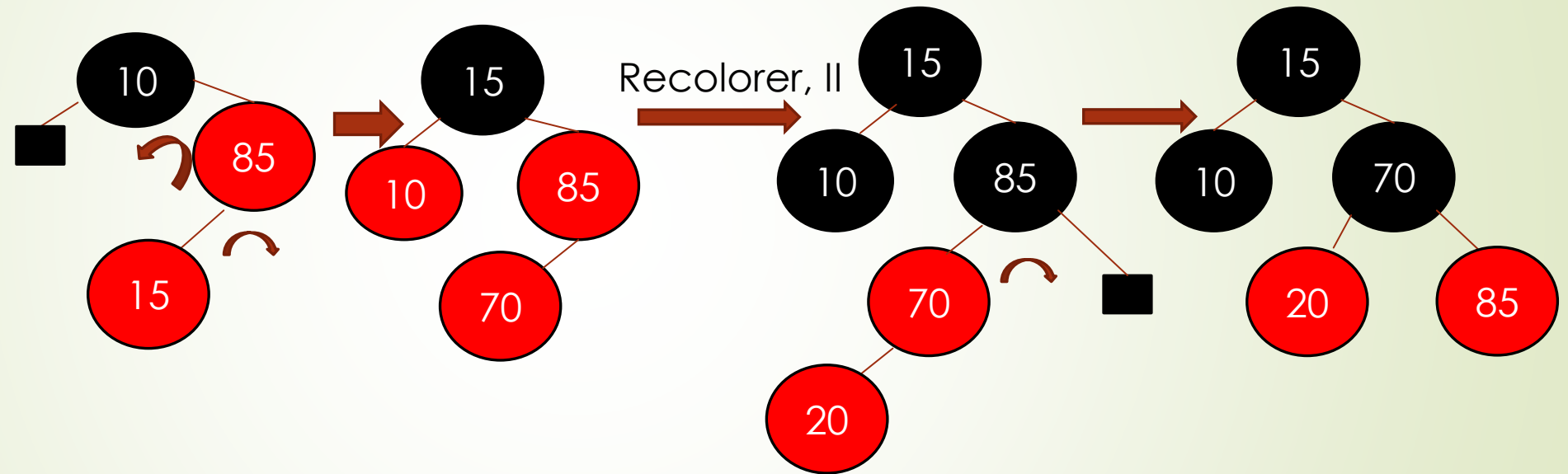


Peut provoquer d'autres conflits rouge-rouge vers le haut

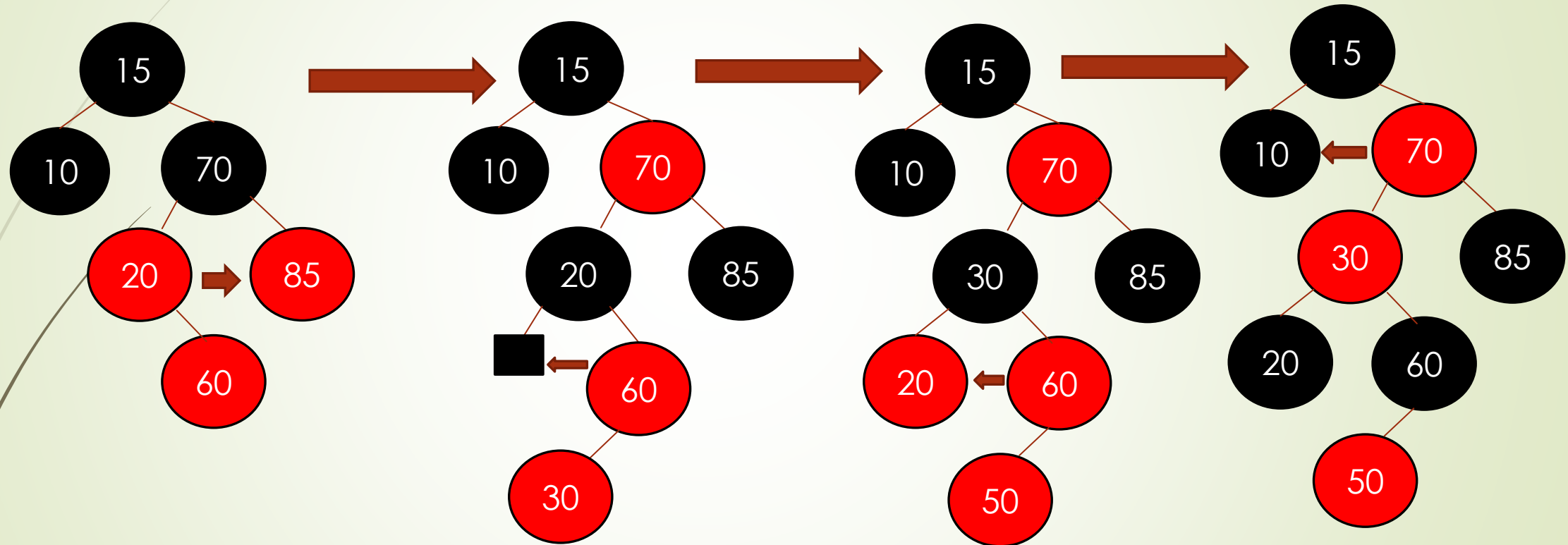


Exemple:

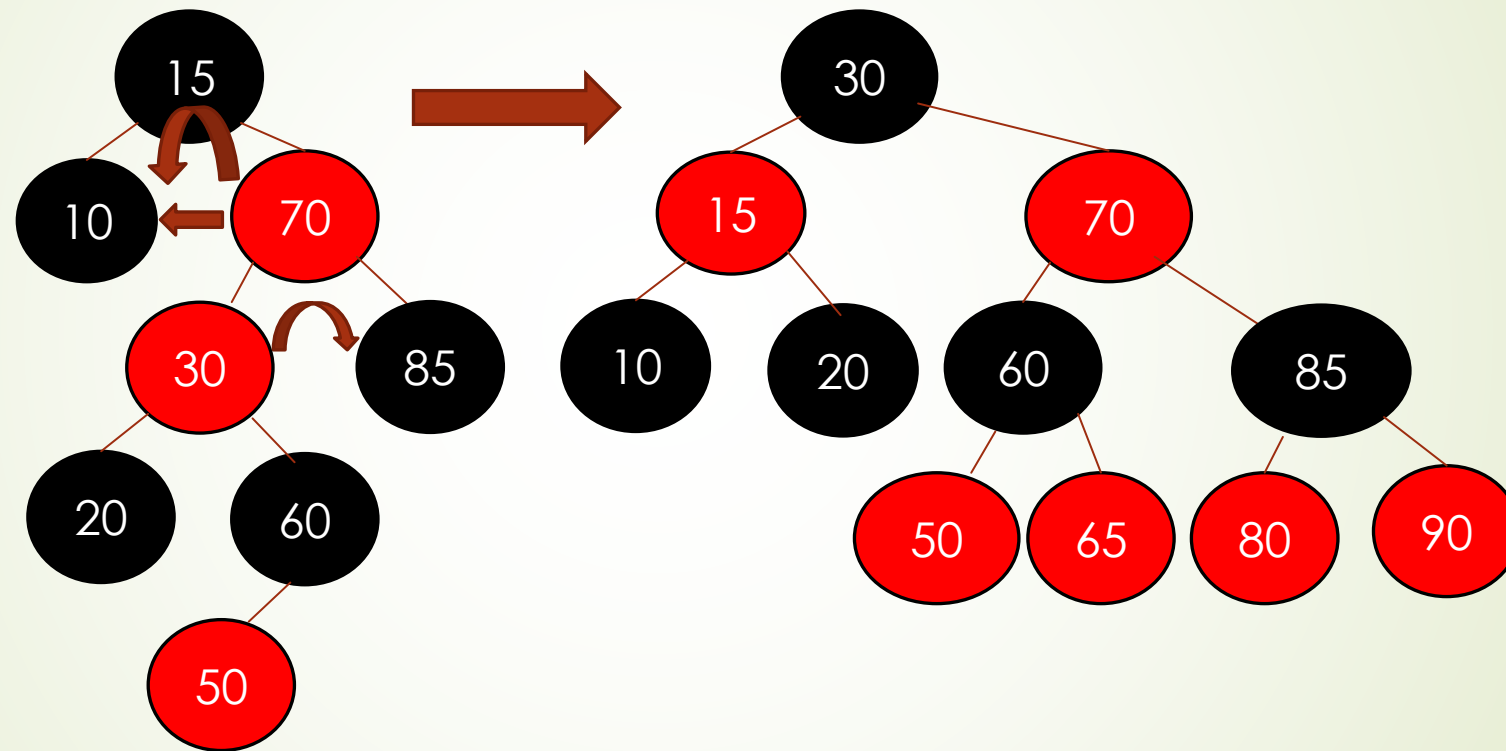
10,85,15,70,20,60,30,50,65,80,90,40



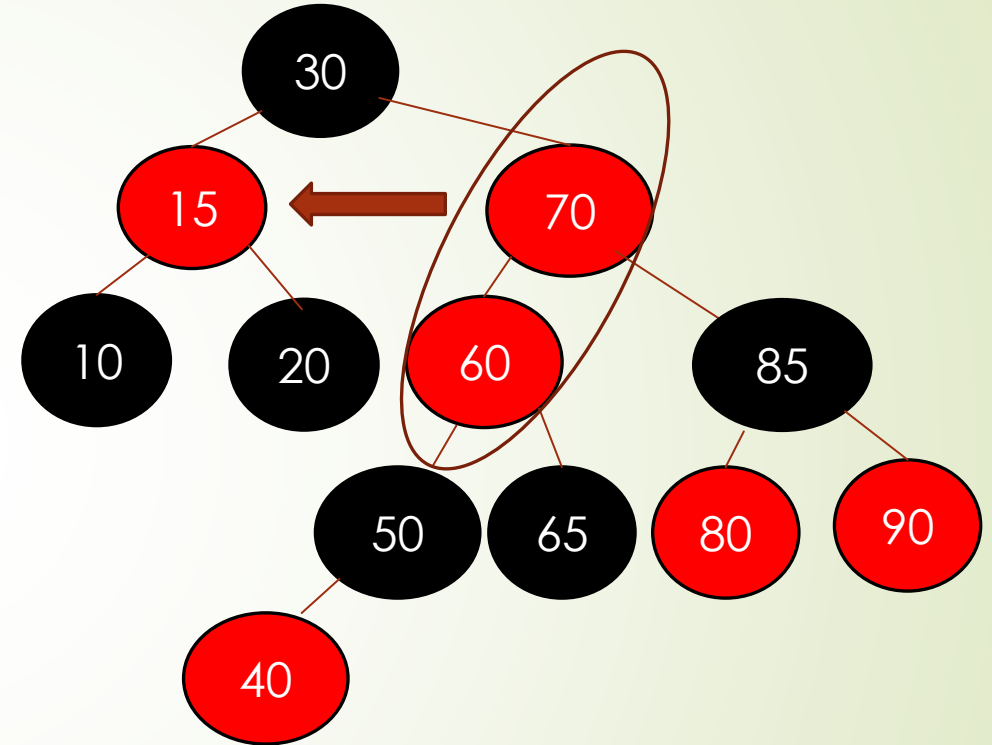
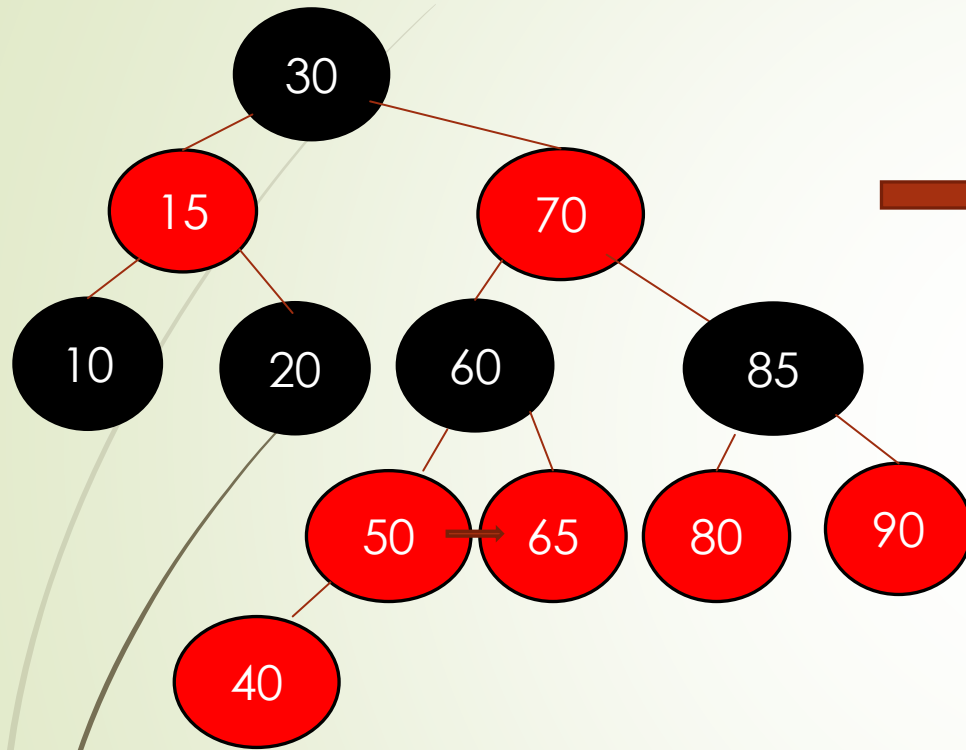
Exemple: on continu **60, 30, 50**, 65, 80, 90, 40



Exemple: on continu - conflit en cascade pour 50; 65, 80, 90, 40



Exemple: on continu 40



Exemple: on continu 40, conflit en cascade

