

# Wstęp do informatyki

## Lista 13

Uwaga:

Algorytmy rozwiązujące zadania z tej listy mogą mieć postać pseudokodu, w szczególności mogą wykorzystywać abstrakcyjne typy danych jak kolejka, stos, lista wiązana. Można również korzystać z funkcji/algorytmów podanych na wykładzie (przebieganie w głąb, wszerz, sprawdzanie spójności, wyznaczanie składowych spójności), wskazując ewentualne zmiany, które do nich trzeba wprowadzić. Użycie takich funkcji wymaga jednak podania ich specyfikacji. Zadania 1-7 dotyczą grafów nieskierowanych.

**Oszacuj złożoność czasową i pamięciową podanych w rozwiązaniach zadań algorytmów. Uzasadnij ich poprawność.**

1. [0.5] Napisz funkcję/algorytm, która przekształca reprezentację grafu w postaci macierzy sąsiedztwa na listy sąsiedztwa, oraz funkcję/algorytm przekształcającą listy sąsiedztwa do postaci macierzy sąsiedztwa.

W poniższych zadaniach przyjmij, że grafy są podawane w postaci list sąsiedztwa.

2. [1] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  oraz pary wierzchołków  $u, v$  rozstrzyga, czy krawędź  $(u, v)$  jest mostem w  $G$ . Twoje rozwiązanie powinno działać w czasie  $O(n+m)$ , gdzie  $n$  to liczba wierzchołków a  $m$  to liczba krawędzi grafu.
3. [0.5] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  sprawdza, czy w  $G$  występuje (co najmniej jeden) most. Twoje rozwiązanie powinno działać w czasie  $O(m(n+m))$ , gdzie  $n$  to liczba wierzchołków a  $m$  to liczba krawędzi grafu.
4. [0.5] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu skierowanego  $G$  i wierzchołków  $u, v$  sprawdza czy istnieje ścieżka łącząca  $u$  i  $v$ . Algorytm podaje też kolejne wierzchołki na takiej ścieżce (o ile ścieżka istnieje). Twoje rozwiązanie powinno działać w czasie  $O(n+m)$ , gdzie  $n$  to liczba wierzchołków a  $m$  to liczba krawędzi grafu.
5. [1] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  i wierzchołków  $u, v$  wyznacza długość najkrótszej ścieżki łączącej  $u$  i  $v$  lub  $-1$ , gdy ścieżki łączącej  $u$  i  $v$  brak. Algorytm podaje też kolejne wierzchołki na takiej ścieżce (o ile ścieżka istnieje).
6. [1] *Punktem artykulacji* nazywamy wierzchołek, którego usunięcie powoduje zwiększenie liczby składowych spójności grafu. Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  oraz wierzchołka  $v$  rozstrzyga, czy  $v$  jest punktem artykulacji grafu  $G$ . Twoje rozwiązanie powinno działać w czasie  $O(n+m)$ , gdzie  $n$  to liczba wierzchołków a  $m$  to liczba krawędzi grafu.
7. [1] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  sprawdza, czy w  $G$  występuje cykl. W przypadku występowania (co najmniej jednego) cyklu, algorytm zwraca ciąg wierzchołków tworzący cykl w wejściowym grafie.

**Zadania dodatkowe, nieobowiązkowe (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy)**

8. [2] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu skierowanego  $G$  sprawdza, czy  $G$  jest silnie spójny. (p. materiały do wykładu)
9. [2] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu skierowanego  $G$  wyznacza jego silnie spójne składowe. (p. materiały do wykładu)

10. [2] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  wyznacza jego wszystkie punkty artykulacji.
11. [2] Napisz funkcję/algorytm, która dla podanego na wejściu grafu  $G$  sprawdza, czy w  $G$  występuje (co najmniej jeden) most. Twoje rozwiązanie powinno działać w czasie  $O(n+m)$ , gdzie  $n$  to liczba wierzchołków a  $m$  to liczba krawędzi grafu.