

Wstęp do informatyki

Lista 3

1. Sprawdź czy zachodzą poniższe zależności. Odpowiedzi uzasadnij!

a. [1] $n^2 = O(2^n)$

Wskazówka: pokaż indukcyjnie, że $n^2 \leq 2^n$.

b. [1] $2^n = O(n^2)$

Wskazówka: pokaż indukcyjnie, że $2^n / n^2 > n$ dla odpowiednio dużych n .

c. [1] $100n^2 + 13n + 10 = O(n^3)$; $100n^2 + 13n + 10 = O(2n^2)$; $100n^2 + 13n + 10 = O(n)$

d. [1] $2^n = O(3^n)$, $3^n = O(2^n)$

e. [1] $\log n = O(n)$

f. [1] $100n \log n + 5n = O(n^2)$

g. [2] $\log(n^n) = O(\log(n!))$ oraz $\log(n!) = O(\log(n^n))$

Uwaga: wszystkie logarytmy w tym zadaniu mają podstawę 2.

2. [1] Rozważmy następujący problem algorytmiczny

Wejście: a – liczba naturalna;

Wyjście: ciąg bitów $x_k \dots x_1 x_0$ tworzący binarną reprezentację liczby a .

Oszacuj złożoność czasową i pamięciową podanego na wykładzie algorytmu rozwiązującego ten problem.

Wskazówka: Pokaż, że długość reprezentacji binarnej liczby naturalnej a jest nie większa niż $1 + \log_2 a$.

3. [1] Podaj reprezentacje (o ile istnieją) następujących liczb

97; -128; 127; -255; 255; 256;

w kodzie uzupełnień do 2 (kod U2) dla podanych długości słów:

a. 8

b. 16

c. 24

4. [1] Przyjmijmy, że stosujemy reprezentację stałopozycyjną, uzupełnieniową do 2 (U2) na 8 bitach, przy czym 3 bity reprezentują „ułamkową” część liczby. Podaj

a. najmniejszą i największą liczbę, którą można reprezentować w taki sposób

b. reprezentację liczb o zapisie dziesiętnym

- -7,125

- 8,3

- 16,75

- -11,25

5. [1] Sformułuj specyfikację i podaj algorytm ją realizujący (w postaci listy kroków lub schematu blokowego) dla następującego problemu: dodaj dwie liczby naturalne podane na wejściu w zapisie binarnym, jako ciągi cyfr.

6. [1] Ustal warunki jakie muszą spełniać liczby naturalne $a < b$, aby ułamek a / b miał skończoną reprezentację binarną.

W poniższych zadaniach przyjmujemy zmiennopozycyjną reprezentację $x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$, gdzie s to liczba zapisywana na jednym bicie, m liczba z przedziału $(1; 2)$ zapisana na $M=8$ bitach (bez wiodącej jedynki) a c to liczba całkowita zapisana na $C=8$ bitach w kodzie U2.

7. [1] Podaj największą i najmniejszą liczbę dodatnią/ujemną, którą można reprezentować przy podanym zapisie.
Podaj też największy przedział zawarty między największą i najmniejszą reprezentowaną liczbą, w którym nie ma żadnej liczby reprezentowanej w naszym zapisie.
8. [1] Podaj zapis następujących liczb w podanej reprezentacji:
 - $x = 30 \cdot 2^{77}$; $y = 30 \cdot 2^{-77}$; $z = 30 \cdot 2^{74}$
 - $x + y$; $x - y$; $x \cdot y$; $x + z$.
9. [1] Podaj liczby a , b i c takie, że stosując reprezentacje zmiennoprzecinkowe z $M=8$ i $C=8$ uzyskamy $(a+b)+c \neq a+(b+c)$.
Wskazówka: wystarczy znaleźć takie a i b , że $a+b$ w naszej reprezentacji zostanie zaokrąglone do a , natomiast $a+(b+b)$ będzie różne od a .
10. [1] Chcemy skonstruować algorytm, który dla podanej na wejściu liczby całkowitej n wypisuje na wyjściu reprezentację n w kodzie uzupełnieniowym U2 na 24 bitach. Podaj specyfikację tego problemu i algorytm go rozwiązujący (w postaci pseudokodu lub w wybranym języku programowania). Oszacuj złożoność czasową i pamięciową algorytmu.

Zadania dodatkowe, nieobowiązkowe (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy)

11. [0] Podaj binarną reprezentację liczb o dziesiętnych zapisach:
103,75; 1,125; 1,1; 999,01
Ustal, które z powyższych liczb mają skończoną reprezentację binarną.
12. [1,5] Sprawdź czy $\log n = O(n^c)$ dla każdej stałej $c > 0$.
13. [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób wyznaczania liczby przeciwnej w zapisie U2 daje poprawne wyniki.
14. [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób dodawania liczb w zapisie U2 daje poprawne wyniki.
15. [1] Wyjaśnij skąd pochodzą nazwy „kod uzupełnień do dwóch” i „kod uzupełnień do jedności”.
16. [1] Sformułuj specyfikację i podaj algorytm ją realizujący (w postaci listy kroków lub schematu blokowego) dla następującego problemu: dodaj dwie liczby całkowite podane na wejściu w zapisie U2, jako ciągi cyfr.