

2 Theorie

2.1 Funktionsweise eines Quadrocopters

Man könnte meinen, dass man einen stabilen Flug erreichen kann, wenn der Schub der vier Rotoren gleich ist. Aber dies ist leider nicht möglich, da viele Umwelteinflüsse einen stabilen Zustand verhindern, wie z.B. Wind, unterschiede in den Rotoren oder Motoren, Assymetrie des Rahmens etc. So muss ein Computer, der Flightcontroller (FC), das Gleichgewicht erhalten, indem dieser den Schub der vier Motoren so regelt, dass der Quadrocopter im Gleichgewicht ist oder dieser einen anderen bestimmten Winkel hält.

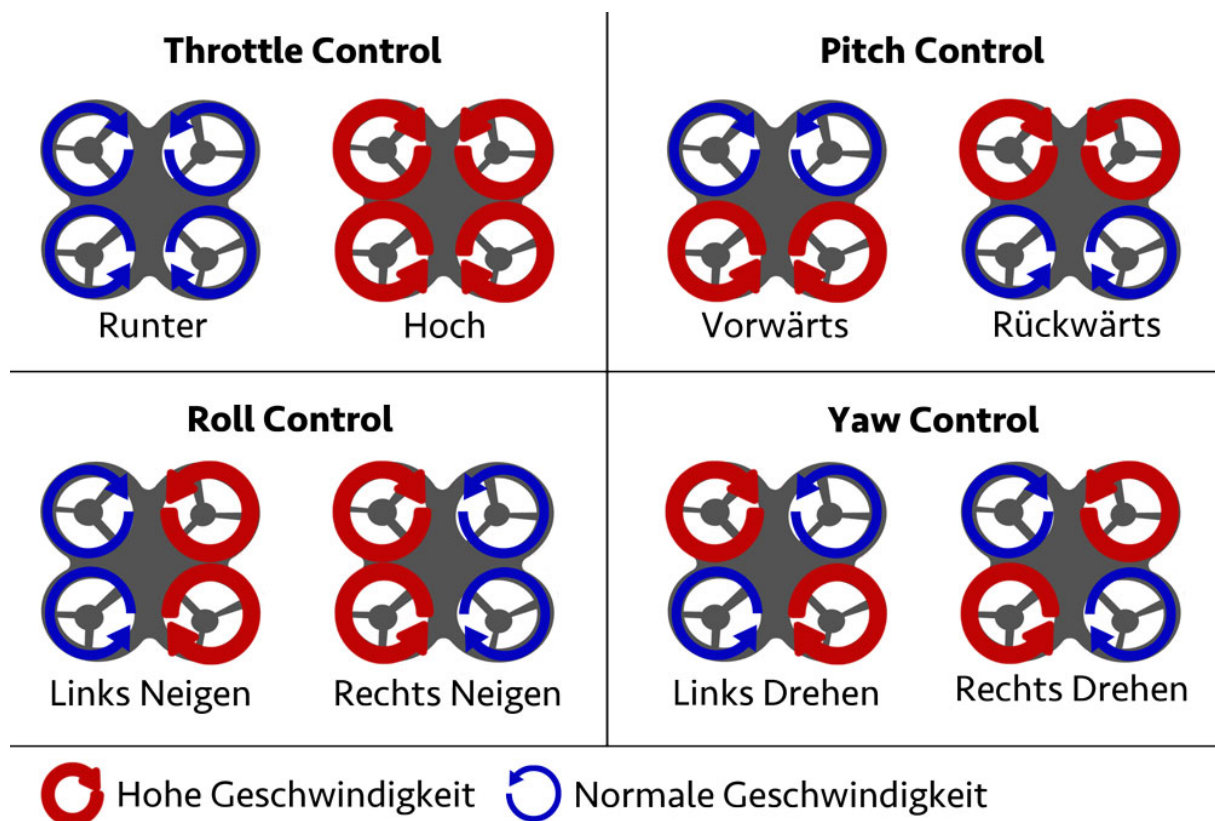


Abbildung 2: Drehrichtung und Schub bei verschiedenen Steuereingaben

Abbildung 2 zeigt die Rotationsrichtung der Motoren. Die benachbarten Motoren müssen eine gegensätzliche Rotation haben, da sonst der Quadrocopter ins Rotieren gerät. So wird das Drehmoment des anderen Motors ausgeglichen. Auch wird gezeigt, dass man den Quadrocopter mit erhöhen bzw. erniedrigen der Motorleistung der richtigen Motoren, in die gewünschte Richtung steuern kann. Kernelement dieser Steuerung ist der PID-Regler.

2.2 Was ist ein Regler?

Eine Regelung ist eine Steuerung mit Rückkoppelung[10]. Ein Wert z.B. der Anstellwinkel eines Flugzeuges wird überwacht. Je nach gewünschten Winkel, wird das Höhenruder so geregelt, dass es diesen Winkel kontinuierlich halten kann.

Im Regelkreis (siehe Abb.3) wird der Ist-Wert z.B. mit einem Sensor gemessen. Dieser wird mit dem Soll-Wert verglichen, um die Regelabweichung zu bestimmen. So kann die Regelgrösse bestimmt werden, um so das System dem Soll-Wert anzugleichen[10].

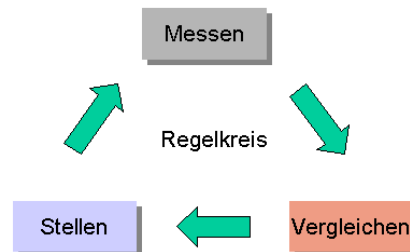
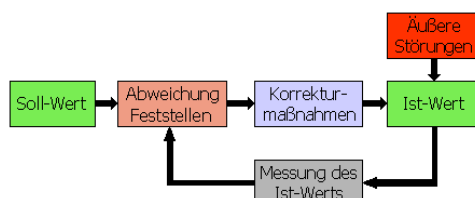


Abbildung 3: Der Regelkreis

Die Regelabweichung kann dabei einfach mit der Differenz des Ist-Wertes x mit dem Soll-Wertes w bestimmt werden[10].

$$e(t) = w - x \quad (1)$$



In Abbildung 4 sieht man, wie vorher beschrieben, wie ein solcher Regelkreis funktioniert. In der Regelungstechnik wird versucht, einen solchen Regelkreis mathematisch zu modellieren. In diesem Kapitel wird nur der PID-Regler und seine Komponenten besprochen, da dieser häufig bei Quadrocoptern benutzt wird[10].

Abbildung 4: Wirkungsweise des Regelkreises

Der PID-Regler besteht aus mehreren Relgern und dem D-Glied. In der Folge wird beschrieben wie die einzelnen Komponenten wirken.

2.2.1 P-Regler

Der P-Regler wirkt linear. Dieser Regler gibt die Regelabweichung verstärkt und unverzögert mit dem Faktor Kp weiter (Vgl. 2). Das Problem dabei ist, dass diese Abweichung bleibend ist und somit den Soll-Wert über- bzw. unterschiesst. Dieser Regler wirkt schnell[10].

$$y(t) = Kp \cdot e(t) \quad (2)$$

2.2.2 I-Regler

Beim Integralregler wird die Regelabweichung über die Zeit summiert und mit dem Faktor Ki verstärkt (Vgl. 3). Dabei werden Abweichungen vollständig eliminiert, da dieser Regelwert immer anwächst, solange die Regelabweichung nicht Null ist. Dieser Regler wirkt langsam[10].

$$y(t) = Ki \int_0^t e(t)dt \quad (3)$$

2.2.3 D-Glied

Das Differenzialglied schaut auf die Differenz der Regelabweichung zur vorherigen Regelabweichung und wird mit dem Faktor Kd verstärkt (Vgl. 4). Deshalb reagiert dieser sehr schnell und gibt den beiden anderen Vorhaltezeit. Das Differenzialglied ist kein Regler, da es alleine nichts regeln kann, sondern nur auf Veränderungen in der Regelabweichung reagiert[10].

$$y(t) = Kd \cdot \dot{e}(t) \quad (4)$$

2.2.4 PID-Regler

Beim PID-Regler werden die Eigenschaften der einzelnen Regler und dem D-Glied vereint (Vgl. 5)[10].

$$y(t) = Kp \cdot e(t) + Ki \int_0^t e(t)dt + Kd \cdot \dot{e}(t) \quad (5)$$

2.3 Digitaler Low-Pass Filter

Ein Low-Pass Filter filtert hohe Frequenzen heraus. Der Filter ist aus der Elektronik oder der Tontechnik bekannt. Beim Quadrocopter wird ein solcher Filter für das Unterdrücken des Rauschens des Inertialsensors verwendet. Dieses Rauschen wird durch die Vibrationen der Motoren erzeugt und liegt ca. bei 133Hz.

Beim vorliegenden Digitalen Low-Pass Filter (DLPF) wird ein analoger RC-Low-Pass Filter emuliert[12], wie der in Abbildung 4.

Im letzten Kapitel wurde der PID-Regler eingeführt, doch Vibrationen verursachen Störungen in der Regelung und führen so zu falschen Korrekturen. Zum Beispiel verursachen diese beim D-Glied starke Ausschläge, wenn diese hohe Amplituden haben[10]. Auch wird dieser dann unbrauchbar, da die Regelabweichung durch die Vibrationen verfälscht wird. Ein Filter versucht diese Vibrationen zu dämpfen und verhindert so starke Ausschläge.

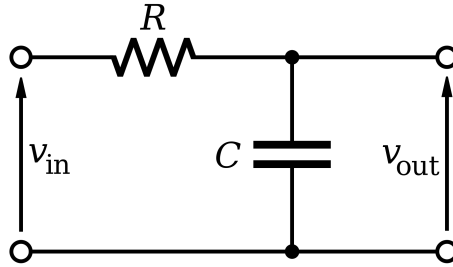


Abbildung 5: RC Low-Pass Filter

Wie man in der Differenzialgleichung 6 sieht, ist die Eingangs- und Ausgangsspannung vom Widerstand und von der Stromstärke abhängig.

$$v_{\text{in}}(t) - v_{\text{out}}(t) = R \cdot I(t) \quad (6)$$

Den Strom kann man auch abhängig vom Kondensator und der Ausgangsspannung darstellen, wie man in den Funktionsgleichungen 7 und 8 sieht.

$$Q_c(t) = C \cdot v_{\text{out}}(t) \quad (7)$$

$$I(t) = \dot{Q}_c(t) = C \cdot \dot{v}_{\text{out}}(t) \quad (8)$$

So kann man die Differenzialgleichungen 6 wie 9 darstellen.

$$v_{\text{in}}(t) - v_{\text{out}}(t) = RC \cdot \dot{v}_{\text{out}}(t) \quad (9)$$

Jetzt wird $v_{\text{in}}(t)$ mit x_i und v_{out} mit y_i dargestellt und die Differenzialgleichung diskretisiert zu der Differenzengleichung 10.

$$x_i - y_i = RC \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta t} \quad (10)$$

Die Gleichung 11 (Ganze Auflösung siehe Anhang 2 Auflösung 1) wird nach y_i umgeformt und man kann $\Delta t / \Delta t + RC$ mit α und $RC / \Delta t + RC$ mit $\alpha - 1$ substituieren wie in 12 gezeigt.

$$y_i = x_i \frac{\Delta t}{\Delta t + RC} + y_{i-1} \frac{RC}{\Delta t + RC} \quad (11)$$

$$y_i = \alpha x_i + (1 - \alpha) y_{i-1} \quad \text{mit} \quad \alpha := \frac{\Delta t}{\Delta t + RC} \quad (12)$$

RC kann mit der Formel für den Low-Pass Filter durch f_c dargestellt werden wie unten gezeigt wird.

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$RC = \frac{1}{2\pi f_c}$$

Jetzt kann auch das RC in der Definition von α ersetzt werden, damit die Gleichung nicht mehr von RC abhängig ist (Ganzer Beweis siehe Anhang 2 Beweis 1).

$$\alpha = \frac{2\pi f_c \Delta t}{1 + 2\pi f_c \Delta t}$$