10 Anhang 2 Beweis und Auflösung des DLPF

Auflösung 1:

$$
\begin{aligned}
x_i - y_i &= RC \cdot \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta t} \\
x_i - y_i &= \frac{RCy_i - RCy_{i-1}}{\Delta t} \\
x_i \Delta t - y_i \Delta &= RCy_i - RCy_{i-1} \\
y_i \Delta t + RCy_i &= x_i \Delta t + RCy_{i-1} \\
y_i(\Delta t + RC) &= x_i \Delta t + RCy_{i-1} \\
yi &= x_i \frac{\Delta t}{\Delta t + RC} + y_{i-1} \frac{RC}{\Delta t + RC}
\end{aligned}
$$

Beweis 1:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \frac{\Delta t}{\Delta t + RC} \\
\alpha \Delta t + RC\alpha &= \Delta t \\
RC\alpha &= \Delta t \alpha \Delta t \\
RC &= \Delta t \frac{1 - \alpha}{\alpha} \\
\frac{1}{2\pi f_c} &= \frac{\Delta t - \alpha \Delta t}{\alpha} \\
\frac{1}{2\pi f_c}\alpha &= \Delta t - \alpha \Delta t \\
\frac{1}{2\pi f_c}\alpha + \alpha \Delta t &= \Delta t \\
\alpha &= \frac{\Delta t}{\frac{1}{2\pi f_c} + \Delta t} \\
\alpha &= \frac{\Delta t}{\frac{1 + 2\pi f_c \Delta t}{2\pi f_c}} \\
\alpha &= \frac{2\pi f_c \Delta t}{1 + 2\pi f_c \Delta t}
\end{aligned}
$$