

HomeWork3

• Q1: 已知正例点 $x_1=(1,2)T$, $x_2=(2,3)T$, $x_3=(3,3)T$, 负例点 $x_4=(2,1)T$, $x_5=(3,2)T$, 试求最大间隔分离超平面和分类决策函数, 并找出哪些点是支持向量

解:

$$\min \frac{1}{2} \|w_1^2 + w_2^2\|$$

$$s.t. \quad w_1 + 2w_2 + b \geq 1 \quad (1)$$

$$2w_1 + 3w_2 + b \geq 1 \quad (2)$$

$$3w_1 + 3w_2 + b \geq 1 \quad (3)$$

$$2w_1 + w_2 + b \leq -1 \quad (4) \Leftrightarrow -2w_1 - w_2 - b \geq 1 \quad (6)$$

$$3w_1 + 2w_2 + b \leq -1 \quad (5) \Leftrightarrow -3w_1 - 2w_2 - b \geq 1 \quad (7)$$

由 (6), (1), 有 $-w_1 + w_2 \geq 2 \quad (I) \quad \checkmark$

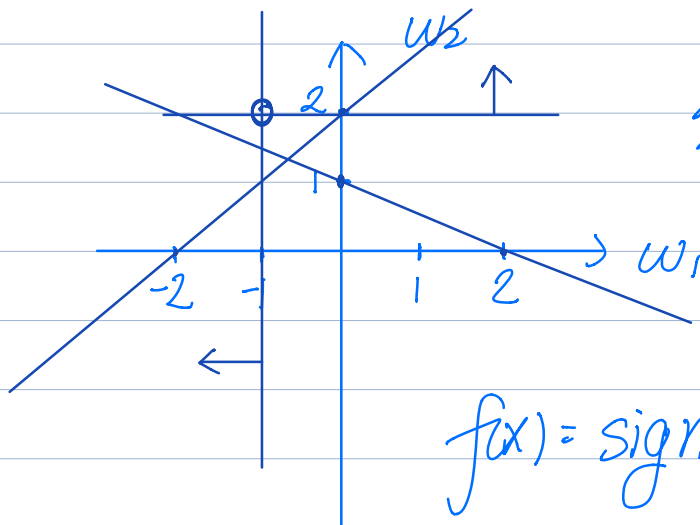
(7), (1), 有 $-2w_1 \geq 2 \Rightarrow w_1 \leq -1 \quad (II) \quad \checkmark$

(6), (2), 有 $2w_2 \geq 2 \Rightarrow w_2 \geq 1$

(7), (2), 有 $-w_1 + w_2 \geq 2$

(6), (3), 有 $w_1 + 2w_2 \geq 2 \quad (III) \quad \checkmark$

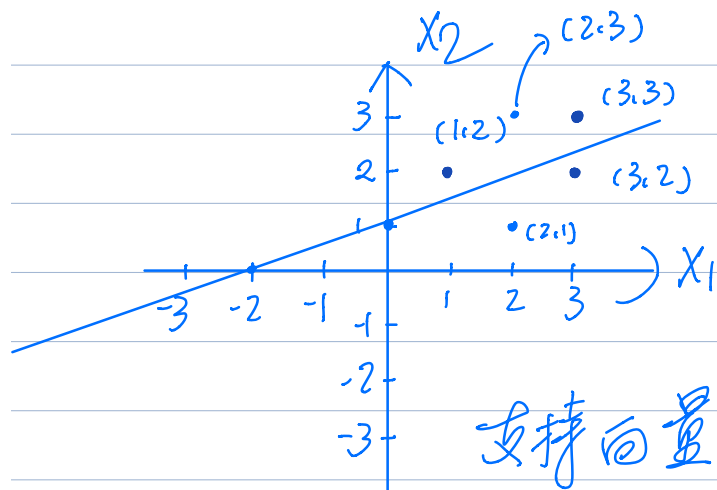
(7), (3), 有 $w_2 \geq 2 \quad (IV) \quad \checkmark$



$w_1^2 + w_2^2$ 最小时,
取 $w_1 = -1, w_2 = 2$,
代入方程可解得 $b = -2$

$$\therefore -x_1 + 2x_2 - 2 = 0$$

$$f(x) = \text{sign}(-x_1 + 2x_2 - 2)$$



支持向量: $(3, 2)$, $(1, 2)$, $(3, 3)$