HomeWork6

- Q1：P189 习题10.3
- 请用维特比算法求解习题10.1的最优路径

10.1 给定盒子和球组成的隐马尔可夫模型 $\lambda=(A,B,\pi)$，其中，

$$A=\begin{bmatrix}0.5 & 0.2 & 0.3\\ 0.3 & 0.5 & 0.2\\ 0.2 & 0.3 & 0.5\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5\\ 0.4 & 0.6\\ 0.7 & 0.3\end{bmatrix},\quad \pi=(0.2,0.4,0.4)^{T}$$

设 $T=4$，$O=$(红，白，红，白)，试用后向算法计算 $P(O|\lambda)$.

初始化 $t=1$

$\delta_1(1)=\pi_1 b_1(O_1)=0.2\times0.5=0.1$

$\delta_1(2)=\pi_2 b_2(O_1)=0.4\times0.4=0.16$

$\delta_1(3)=\pi_3 b_3(O_1)=0.4\times0.7=0.28$

$t=2$.

由 $\delta_2(i)=\max\limits_{1\le j\le 3}[\delta_1(i)a_{ji}]b_i(O_2)$

有：$\delta_2(1)=\max\{0.1\times0.5,\ 0.16\times0.3,\ 0.28\times0.2\}\times0.5=0.028$

$\psi_2(1)=3$

$\delta_2(2)=\max\{0.1\times0.2,\ 0.16\times0.5,\ 0.28\times0.3\}\times0.6=0.0504$

$\psi_2(2)=3$

$\delta_2(3)=\max\{0.1\times0.3,\ 0.16\times0.2,\ 0.28\times0.5\}\times0.3=0.042$

$\psi_2(3)=3$

$t=3$

由 $\delta_3(i)=\max\limits_{1\le j\le 3}[\delta_2(i)a_{ji}]b_i(O_3)$

$$A=\begin{bmatrix}0.5 & 0.2 & 0.3\\ 0.3 & 0.5 & 0.2\\ 0.2 & 0.3 & 0.5\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5\\ 0.4 & 0.6\\ 0.7 & 0.3\end{bmatrix}$$

有：$\delta_3(1)=\max\{0.028\times0.5,\ 0.0504\times0.3,\ 0.042\times0.2\}\times0.5$

$=7.56\times10^{-3}$　$\psi_3(1)=2$

$\delta_3(2)=\max\{0.028\times0.2,\ 0.0504\times0.5,\ 0.042\times0.3\}\times0.4$

$=0.01008$　$\psi_3(2)=2$

$\delta_3(3) = \max[0.028 \times 0.3, 0.0504 \times 0.2, 0.042 \times 0.5] \times 0.7$
$= 0.0147 \quad \psi_3(3) = 3$

$t=4$

由 $\delta_4(i) = \max_{1 \le j \le 3} [\delta_3(i) a_{ji}] b_i(O_4)$

有 $\delta_4(1) = \max[7.56 \times 10^{-3} \times 0.5, 0.01008 \times 0.3, 0.0147 \times 0.2] \times 0.5 = 1.89 \times 10^{-3}$
$\psi_4(1) = 1$
$\delta_4(1) = \max[7.56 \times 10^{-3} \times 0.2, 0.01008 \times 0.5, 0.0147 \times 0.3] \times 0.6 = 3.024 \times 10^{-3}$
$\psi_4(2) = 2$
$\delta_4(1) = \max[7.56 \times 10^{-3} \times 0.3, 0.01008 \times 0.2, 0.0147 \times 0.5] \times 0.3 = 2.205 \times 10^{-3}$
$\psi_4(3) = 3$

故以 P^* 表最优路径概率 $P^* = 3.024 \times 10^{-3}$，终点为 $\psi_4(2) = 2$
即 $i_4^* = 2$；
逆向找到 $i_3^* = 2$，$i_2^* = 2$，$i_1^* = 3$
故有最优状态序列 $I^* = (3, 2, 2, 2)$