

1 第三次作业

1.1 习题2

1.1.1 Ex3

一次多项式法方程组为:

$$\begin{bmatrix} 5 & -0.5 \\ -0.5 & 1.875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.32 \\ 2.855 \end{bmatrix}$$

解得 $a_0 = \frac{3787}{1825} \approx 2.072$, $a_1 = \frac{3852}{1825} \approx 2.075$, $Q \approx 0.1476$

二次多项式法方程组为:

$$\begin{bmatrix} 5 & -0.5 & \frac{15}{8} \\ -0.5 & 1.875 & -\frac{11}{16} \\ \frac{15}{8} & -\frac{11}{16} & \frac{177}{128} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.32 \\ 2.855 \\ 2.71375 \end{bmatrix}$$

解得 $a_0 \approx 1.909$, $a_1 \approx 2.204$, $a_2 \approx 0.472$, $Q \approx 0.0266$

1.1.2 Ex8

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

法方程为:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

化简得

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 20 \end{bmatrix}$$

解得 $x_1 = \frac{26}{11}$, $x_2 = \frac{15}{11}$

P137 T3

代入 $f(x) = 1, x, x^2$ 得到关于 a_{-1}, a_0, a_1 的方程组

$$\begin{cases} 3h &= a_{-1} + a_0 + a_1 \\ \frac{3}{2}h &= -a_{-1} + 2a_1 \\ 3h &= a_{-1} + 4a_1 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a_{-1} &= 0 \\ a_0 &= \frac{9}{4}h \\ a_1 &= \frac{3}{4}h \end{cases}$$

(或用插值型积分公式得到)

P59 T7

令 $g = \frac{1}{f}, y = \frac{1}{x}$ 则

$$g = ay + b$$

求解

y	0.4762	0.4	0.3571	0.3125
g	1.6428	1.4601	1.3572	1.2329

$$\begin{bmatrix} 0.4762 & 1 \\ 0.4 & 1 \\ 0.3571 & 1 \\ 0.3125 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6428 \\ 1.4601 \\ 1.3572 \\ 1.2329 \end{bmatrix}$$

法方程组为

$$\begin{bmatrix} 0.6119 & 1.5458 \\ 1.5458 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2363 \\ 5.6930 \end{bmatrix}$$

解得

$$a = 2.49492, b = 0.459089$$

P137 T6

分别代入复化梯形公式，复化 Simpson 公式和复化中点公式，得
复化梯形：

$$\int_{0.6}^{1.8} f(x)dx = 0.2 \times \left(\frac{5.7}{2} + 4.6 + 3.5 + 3.7 + 4.9 + 5.2 + \frac{5.5}{2} \right) = 5.5$$

$$R(x) = -\frac{b-a}{12}h^2 f''(\xi)$$

复化 Simpson:

$$\int_{0.6}^{1.8} f(x)dx = \frac{0.2}{3} \times (5.7 + 4 \times 4.6 + 2 \times 3.5 + 4 \times 3.7 + 2 \times 4.9 + 4 \times 5.2 + 5.5) = 5.4667$$

$$R(x) = -\frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\xi)$$

复化中点：

$$\int_{0.6}^{1.8} f(x)dx = 2 \times 0.2 \times (4.6 + 3.7 + 5.2) = 5.4$$

$$R(x) = \frac{b-a}{6}h^2 f''(\xi)$$

复化 Simpson 和复化中点公式需要剖分区间为偶数个。复化 Simpson 公式收敛的更快。