

## HW10

P183 T1

按照课本 168 页迭代的规范化运算格式

$$\begin{cases} Y^{(k)} = X^{(k)} / \|X^{(k)}\|_{\infty}, & k = 0, 1, \dots \\ X^{(k+1)} = AY^{(k)} \end{cases}$$

取

$$X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.000000 \\ 1.000000 \end{bmatrix}$$

得到

$$Y^{(k)} \rightarrow \begin{bmatrix} 1.000000 \\ -0.666667 \end{bmatrix}, \quad X^{(k)} \rightarrow \begin{bmatrix} 7.000000 \\ -4.666667 \end{bmatrix}$$

故最大特征值和对应的特征向量分别为

$$\lambda = 7.000000, \quad X = \begin{bmatrix} 1.000000 \\ -0.666667 \end{bmatrix}$$

P183 T2

按照课本 171 页反幂法的规范迭代格式

$$\begin{cases} Y^{(k)} = X^{(k)} / \|X^{(k)}\|_{\infty}, & k = 0, 1, \dots \\ X^{(k+1)} = A^{-1}Y^{(k)} \end{cases}$$

取

$$X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.000000 \\ 1.000000 \end{bmatrix}$$

得到

$$X^{(2k+1)} \rightarrow \begin{bmatrix} 1.707106 \\ -4.121320 \end{bmatrix}, \quad X^{(2k)} \rightarrow \begin{bmatrix} -1.707106 \\ 4.121320 \end{bmatrix}$$

故  $A^{-1}$  有一个小于零的按模最大的特征值，特征值和对应的特征向量为

$$\mu = -4.121320, \quad X = \begin{bmatrix} 0.414213 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$$

故  $A$  的按模最小的特征值为

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{-4.121320} = -0.242640$$

特征向量为

$$X = \begin{bmatrix} 0.414213 \\ -1.000000 \end{bmatrix}$$

P183 T3

按照 177 页的算法计算

$$s = 1, \quad t_1 = -1 - \sqrt{2}, \quad t_2 = -1 + \sqrt{2}$$

$$t = -1 + \sqrt{2}, \quad \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}, \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}$$

故  $A$  可对称相似为

$$\begin{bmatrix} 4 - \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 4 + \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

因此，特征值分别为

$$\lambda_1 = 4 - \sqrt{2}, \quad \lambda_2 = 4 + \sqrt{2}$$

更正:

HW9 答案中 P108 T3 的第三问 (3) 迭代矩阵的特征值应为

$$\rho(R) = 0.161803, \quad \rho(S) = 0.0261803$$