

PREVISÃO DA SÉRIE TEMPORAL DE MACKEY-GLASS UTILIZANDO ANFIS

LUÍS A. M. DE CASTRO

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Avenida Almirante Barroso, 1555 – Marco – Belém – Pará – Brasil, CEP: 66093-020
E-mail: luis.mesquita.castro@gmail.com

Abstract – The time series of Mackey-Glass represents the dynamics of human physiological systems and displays either periodic or chaotic behavior in its dynamics. This paper proposes a fuzzy system built with the aid of ANFIS tool that reproduces the dynamics of time series even in the presence of changing its parameters. Numerical simulations include both periodic as chaotic dynamics of the series, in order to prove the effectiveness of the proposed fuzzy system.

Keywords – Time series of Mackey-Glass, ANFIS, physiological systems, chaotic dynamic.

Resumo – A Série temporal de Mackey-Glass representa a dinâmica de sistemas fisiológicos humanos e apresenta comportamento tanto periódico quanto caótico em sua dinâmica. Este artigo propõe um sistema fuzzy construído com auxílio da ferramenta ANFIS que reproduz a dinâmica da série temporal mesmo na presença de alteração de seus parâmetros. Simulações numéricas englobam tanto a dinâmica periódica quanto caótica da série, a fim de comprovar a eficácia do sistema fuzzy proposto.

Palavras-chave – Série temporal de Mackey-Glass, ANFIS, sistemas fisiológicos, dinâmica caótica.

1. Introdução

Existem inúmeras doenças crônicas e adquiridas nas quais o primeiro sintoma é a alteração na periodicidade de algo observável; por exemplo, padrões respiratórios irregulares, flutuações na contagem de glóbulos brancos presentes na corrente sanguínea e eliminação de gás carbônico (CO_2) do interior celular (Mackey & Glass, 1977; Glass & Mackey, 1979).

Estudos teóricos associam doenças a oscilações instáveis observadas em modelos matemáticos complexos de sistemas fisiológicos humanos, onde a equação conhecida como série temporal de Mackey-Glass constitui um modelo matemático capaz de representar a dinâmica de sistemas presentes na fisiologia humana. Este trabalho apresenta um sistema fuzzy (Wang, 1996) baseado na ferramenta ANFIS (Mathworks, 2013), capaz de reproduzir a dinâmica de tais sistemas fisiológicos mesmo com alteração de parâmetros da equação de forma a levar um regime periódico a um regime aperiódico e vice-versa da série, o que é análogo ao processo de adoecimento em um ser humano e seu reestabelecimento, respectivamente.

2. Série Temporal de Mackey-Glass

Neste trabalho adotou-se a série temporal de Mackey-Glass discreta mostrada abaixo:

$$x(k) = x(k-1) + \frac{\beta x_\tau}{1 + x_\tau^n} - \gamma x(k-1) \quad (1)$$

Onde os parâmetros β , γ e n são > 0 ; $\beta/\gamma > 1$ e $x_\tau = x(k-\tau)$. A partir de valores de $x_\tau \geq 17$ a Equação (1) apresenta dinâmica caótica. β e γ são

respectivamente, as taxas de produção e decaimento da variável de interesse x . Em muitos sistemas fisiológicos, os parâmetros β e γ não são constantes, dependendo do valor de x em um instante de tempo anterior.

Sendo assim, o valor de x no instante de tempo k dependerá do valor de x_τ , ou seja, do valor de x no instante de tempo $(k-\tau)$. Neste trabalho os valores de β e γ são constantes, alterando-se somente os valores de n e x_τ . Na Figura 1 é mostrada a concentração de glóbulos brancos no sangue em uma criança de 12 anos saudável (Mackey & Glass, 1977), onde Equação 1 possui $x(0) = 0,1 \text{ GB/mm}^3 \cdot 10^4$; $x_\tau = 6 \text{ dias}$; $n = 10$; $\beta = 0,2/\text{dia}$ e $\gamma = 0,1/\text{dia}$.

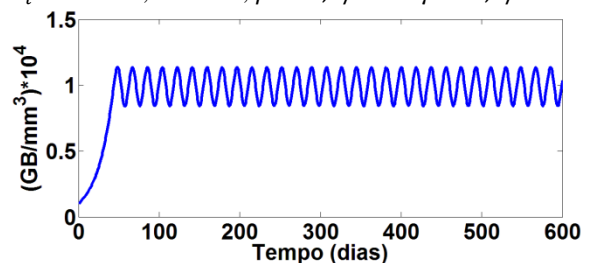


Figura 1. Concentração de glóbulos brancos

Percebe-se uma oscilação sustentada com período aproximadamente igual a 20 dias na concentração de glóbulos brancos no sangue de uma criança saudável. O mesmo não ocorre com uma criança doente, onde a concentração de glóbulos brancos no sangue apresenta comportamento aperiódico. Na Figura 2 é mostrado esse comportamento e a Equação 1 agora possui $x(0) = 0,1 \text{ GB/mm}^3 \cdot 10^4$; $x_\tau = 20 \text{ dias}$; $n = 10$; $\beta = 0,2/\text{dia}$ e $\gamma = 0,1/\text{dia}$.

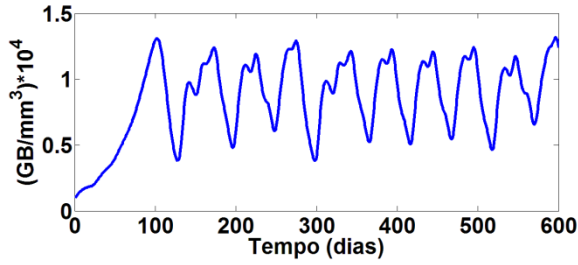


Figura 2. Concentração de glóbulos brancos

A partir das figuras anteriores conclui-se que o que define um regime periódico ou caótico da série é o parâmetro x_τ . Segundo Mackey-Glass (1977), o parâmetro x_τ está relacionado com a saúde do indivíduo, de modo que em casos clínicos observados de pacientes debilitados por alguma patologia, este atraso era elevado e, por conseguinte, a dinâmica caótica da variável x em questão aflora. Doyné Farmer (1982) afirma que um aumento no valor de x_τ aumenta a dimensão do atrator caótico do sistema. Na Figura 3 é mostrada a presença do atrator caótico para a Equação 1 quando essa possui os parâmetros descritos na Figura 2.

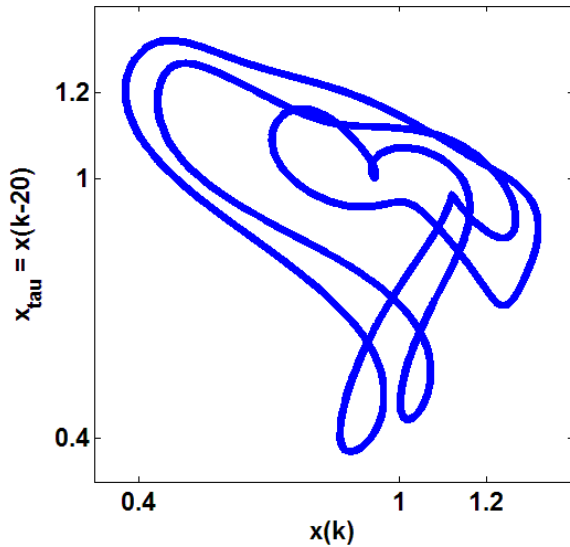


Figura 3. Atrator Caótico para $x_\tau = 20$ dias.

Por sua simplicidade matemática a série temporal de Mackey-Glass até hoje é objeto de estudos na área médica, matemática, de controle e na compreensão de atratores caóticos. Circuitos eletrônicos com dinâmica análoga também são objetos de estudos para a teoria do caos (Namajunas *et al.*, 1995) assim como simples modelos ecológicos que também apresentam comportamento caótico (May & Oster, 1976).

3. ANFIS

ANFIS é o acrônimo em língua inglesa para *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*, sendo um algoritmo proposto por Jyh-Shing Roger Jang (1993). O algoritmo apresenta a arquitetura e o método de aprendizagem de um sistema de inferência fuzzy implementado usando redes adaptativas. O procedimento de aprendizagem é híbrido, uma vez que o

algoritmo combina tanto o método do gradiente descendente e o método de estimação dos mínimos quadrados para identificar os parâmetros da rede, de forma a mapear adequadamente um conjunto de dados de entrada e saída. A proposta do ANFIS resumidamente é obter um conjunto de regras fuzzy SE-ENTÃO do tipo Takagi-Sugeno, com funções de pertinência adequadas para realizar o mapeamento não linear dos pares de entrada e saída apresentados ao algoritmo (Ferreira, 2014). Abaixo são mostrados três exemplos de regras fuzzy SE-ENTÃO do tipo Takagi-Sugeno.

Se x é A_1 e y é B_1 Então $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$

Se x é A_2 e y é B_2 Então $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$

Se x é A_3 e y é B_3 Então $f_3 = p_3x + q_3y + r_3$

As principais vantagens do algoritmo ANFIS são sua elevada capacidade de aproximação e a rápida convergência de seus parâmetros e o número reduzido de parâmetros a serem ajustados em comparação com uma rede neural com o mesmo número de entradas e saídas. ANFIS também é o nome da *toolbox* presente no programa computacional MATLAB, onde o usuário interage com uma interface gráfica intuitiva e ao fornecer os conjuntos de dados de entrada e saída adequados, a *toolbox* retorna o sistema fuzzy baseado na arquitetura ANFIS capaz de mapear corretamente os pares de entrada e saída fornecidos pelo usuário (Mathworks, 2013).

4. TREINAMENTO E VALIDAÇÃO

O sistema fuzzy construído com o auxílio do ANFIS possui duas entradas: $x(k-1)$ e $x(k-2)$; e uma saída: $x(k)$. Utilizaram-se 2000 dados de entrada e saída da série temporal de Mackey-Glass com os seguintes parâmetros: $x(0) = 0,1$; $x_\tau = 17$; $n = 10$; $\beta = 0,2$ e $\gamma = 0,1$. Os 1000 primeiros pares de dados de entrada e saída foram usados para o treinamento do sistema fuzzy, enquanto que os outros 1000 pares restantes foram usados para a validação do sistema fuzzy. O treinamento teve duração 20 épocas utilizando o método híbrido para ajuste da rede adaptativa, onde tanto método do gradiente descendente quanto o método de estimação de mínimos quadrados. Nesta etapa de treinamento e validação, escolheu-se a princípio dois modelos para o sistema fuzzy, o primeiro com 3 conjuntos fuzzy com funções de pertinência triangulares para cada entrada e o segundo modelo com 7 conjuntos fuzzy com funções de pertinência também triangulares para as entradas. Sendo assim, para o modelo 1 existem 9 regras fuzzy SE-ENTÃO e para o modelo 2 existem 49 regras fuzzy. Na Tabela 1 é mostrado o erro quadrático obtido pelos dois modelos de sistema fuzzy com os seguintes parâmetros para a Equação 1: $x(0) = 0,1$; $n = 10$; $\beta = 0,2$; $\gamma = 0,1$ e diferentes valores de atraso x_τ , de forma que todos os valores de x_τ indicados na tabela, referem-se a comportamentos caóticos, em outras palavras, sistemas fisiológicos humanos em estado debilitado, seja por doença adquirida ou por patologia crônica.

Tabela 1. Erro quadrático para diferentes x_τ

x_τ	Modelo 1	Modelo 2
17	$e = 5,5999 \times 10^{-5}$	$e = 2,9395 \times 10^{-5}$
25	$e = 7,2384 \times 10^{-5}$	$e = 9,1864 \times 10^{-5}$
30	$e = 7,6597 \times 10^{-5}$	$e = 1,2080 \times 10^{-4}$
35	$e = 9,4473 \times 10^{-5}$	$e = 1,2736 \times 10^{-4}$
40	$e = 1,0224 \times 10^{-4}$	$e = 1,4447 \times 10^{-4}$
45	$e = 1,0355 \times 10^{-4}$	$e = 1,3325 \times 10^{-4}$
50	$e = 1,4201 \times 10^{-4}$	$e = 1,7030 \times 10^{-4}$
55	$e = 1,1120 \times 10^{-4}$	$e = 1,3217 \times 10^{-4}$
60	$e = 1,2324 \times 10^{-4}$	$e = 1,4596 \times 10^{-4}$

Baseado nos resultados mostrados na tabela anterior, todas as próximas simulações serão realizadas com o sistema *fuzzy* do modelo 1, pois este possui maior poder de aproximação para diferentes valores de x_τ na série temporal de Mackey-Glass em comparação ao modelo 2. Na Figura 4 é mostrada a distribuição dos conjuntos *fuzzy* para a entrada $x(k-1)$ após treinamento no ANFIS.

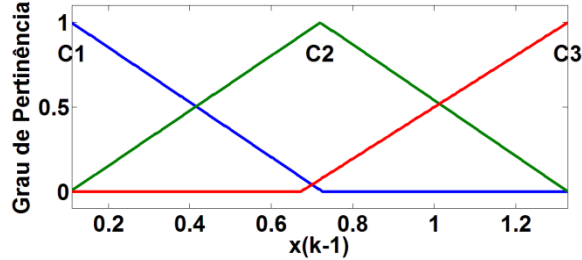


Figura 4. Conjuntos fuzzy após treinamento para $x(k-1)$.

Na Figura 5 é mostrada a distribuição dos conjuntos *fuzzy* para a entrada $x(k-2)$ após treinamento no ANFIS.

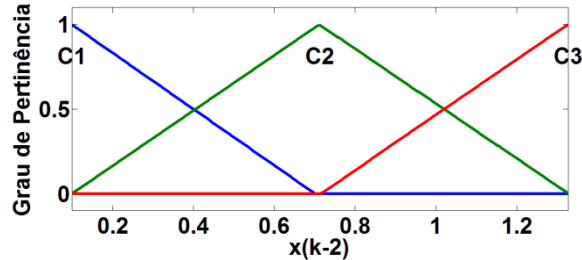


Figura 5. Conjuntos fuzzy após treinamento para $x(k-2)$.

5. RESULTADOS

O modelo 1 foi utilizado para prever o comportamento da série temporal de Mackey-Glass como modelo matemático para a concentração de glóbulos brancos (leucócitos) no sangue, os quais são parte do sistema imunológico do organismo humano, mesmo quando o modelo sofre alteração de seus parâmetros em um dado instante de tempo, o que pode caracterizar a transição de um estado sadio para um estado debilitado do paciente em questão e vice-versa. Na Figura 6 é mostrado o esquema montado em ambiente SIMULINK usado para analisar e comparar a

resposta do sistema *fuzzy* em comparação à resposta da série temporal de Mackey-Glass para configurações distintas.

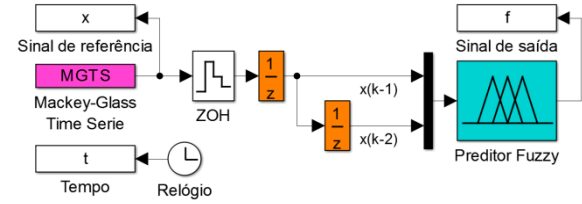


Figura 6. Esquema em SIMULINK para previsão da série temporal de Mackey-Glass

A primeira simulação mostrada na Figura 7 mostra uma dinâmica periódica da série temporal para uma criança saudável e concentração de leucócitos dentro de valores clínicos normais, ou seja, os parâmetros da série são: $n = 12$ e $x_\tau = 10$ dias, onde no instante de tempo $k = 300$ dias a criança adoece, reduzindo o número de glóbulos brancos na corrente sanguínea, o que significa uma alteração dos parâmetros da série para: $n = 10$ e $x_\tau = 20$ dias. Nota-se que, o preditor *fuzzy* é capaz de reproduzir adequadamente o comportamento da série de Mackey-Glass mesmo na ocorrência de mudança de parâmetros, ressaltando ainda que a dinâmica apresentada nessa simulação possui o valor de x_τ diferente do valor utilizado para o treinamento e validação do sistema *fuzzy* construído no ANFIS.

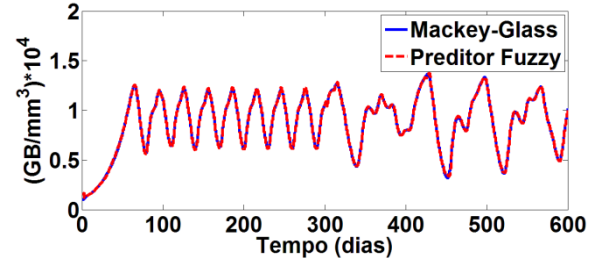


Figura 7. Resposta do preditor *fuzzy* para série temporal de Mackey-Glass

Na segunda simulação, a situação inversa também é simulada, e mais uma vez o preditor *fuzzy* tem a capacidade de reproduzir de forma correta a dinâmica da concentração de leucócitos na corrente sanguínea de uma criança no instante atual, baseado nas informações de um e dois dias anteriores da concentração de leucócitos no sangue. Na Figura 8 é mostrada a concentração de leucócitos no sangue de um paciente doente ($n = 10$ e $x_\tau = 17$ dias) evoluindo para um estágio saudável, onde os parâmetros da série de Mackey-Glass tornam-se $n = 6$ e $x_\tau = 10$ dias.

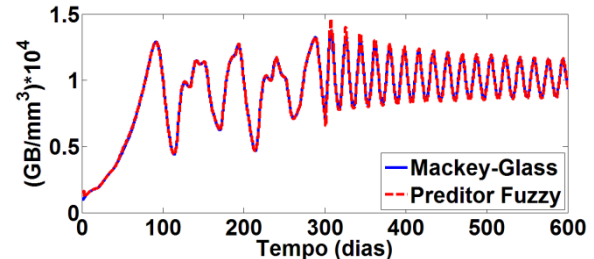


Figura 8. Resposta do preditor *fuzzy* para série temporal de Mackey-Glass

As simulações realizadas para diferentes condições de saúde de um paciente baseadas na série temporal de Mackey-Glass e sua comparação com um preditor *fuzzy* mostram que a criação de um sistema *fuzzy* com o auxílio da ferramenta ANFIS para que o algoritmo consiga ajustar as funções de pertinências de cada entrada de forma a minimizar o erro entre a série temporal e o preditor *fuzzy* proposto é possível e consegue representar o comportamento da série de Mackey-Glass para inúmeros arranjos de parâmetros.

6. CONCLUSÕES

A previsão no instante k dias baseado nas informações de um e dois dias anteriores proposta neste artigo da série temporal de Mackey-Glass usando a ferramenta ANFIS é capaz de representar apropriadamente a dinâmica da série quando esta modela matematicamente a concentração de glóbulos brancos no sangue de pacientes tanto saudáveis (dinâmica periódica da série) quanto pacientes doentes (dinâmica caótica da série). Essa previsão pode ser estendida para um maior número de dias a frente, sendo um fator importante na tomada de decisão do que fazer nos casos clínicos, a fim de medicar o paciente e trazer os parâmetros da série de volta aos seus valores habituais.

O treinamento e validação do preditor *fuzzy* proposto usou 2000 dados no total, dados esses oriundos conforme descrito na seção 4. Um esquema simples montado em SIMULINK para a realização das simulações também foi mostrado. O resultado das simulações expostas nas Figuras 8 e 9 evidenciam a alta precisão do preditor *fuzzy* e o seu poder de generalização da série de Mackey-Glass, uma vez que os parâmetros n e x_t da série utilizados em ambas as simulações diferem dos parâmetros da série usados para a obtenção do preditor *fuzzy* durante o treino e validação na *toolbox* do ANFIS.

Em suma, o preditor *fuzzy* proposto é capaz de representar o comportamento da série temporal de Mackey-Glass para muitas condições distintas entre si. O preditor *fuzzy* também mostrou saber lidar muito bem com a mudança de parâmetros da série, conseguindo prever de forma adequada tanto antes quanto depois da mudança de parâmetros. Na Tabela 2 é mostrado o erro quadrático existente entre o valor verdadeiro da série temporal e o valor fornecido pelo preditor *fuzzy* para cada instante de tempo k para os casos simulados, onde o paciente transita de uma condição sadia para uma debilitada e vice-versa.

Tabela 2. Erro quadrático para os casos simulados

Casos Simulados	Preditor <i>fuzzy</i>
Simulação 1	$e = 8,7094 \times 10^{-5}$
Simulação 2	$e = 2,2046 \times 10^{-4}$

Referências Bibliográficas

- Farmer, J. D. Chaotic Attractors of an infinite-dimensional system *in* Physica D, vol. 4, n. 3, 1982.
- Ferreira, A. M. D. ANFIS (Nostas de Aula), IFPA, 2014.
- Glass, L. & Mackey, M. C. Pathological physiological conditions resulting from instabilities in physiological control systems. Ann. NY. Acad. Sci, vol. 316, pp. 214-235, 1979.
- Jang, J. R. ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System *in* IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 23, n. 3, May/June, 1993.
- Mackey, M. C. & Gass, L. Oscillation and chaos in physiological control systems *in* Science, vol. 197, pp. 287-289, 1977.
- Mathwoks. Fuzzy Logic Toolbox User's Guide. The MathWorks Inc., 2013.
- May, R. M. & Oster, G. F. Bifurcations and Dynamic Complexity in Simple Ecological Models. Am. Nat. vol. 110, p. 573, 1976.
- Namajunas, A; Pyragas K. & Tamasevicius, A. Na electronic analog of the MACKey-Glass system *in* Physics Letters A, vol. 201, pp. 42-46, 1995.
- Wang, L. X. A Course in Fuzzy Systems and Control. Prentice-Hall, 1996.