

A UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADO:  
CONTROLE PREDITIVO DE HORIZONTE IRRESTRITO

LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO

TD: 15/2022

UFPA/ITEC/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
BELÉM – PARÁ – BRASIL  
2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO

CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADO:  
CONTROLE PREDITIVO DE HORIZONTE IRRESTRITO

TD: 15/2022

UFPA/ITEC/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
BELÉM – PARÁ – BRASIL  
2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO

CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADO:  
CONTROLE PREDITIVO DE HORIZONTE IRRESTRITO

Tese submetida à Banca Examinadora do  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica da UFPA para obtenção do Grau de  
Doutor em Engenharia Elétrica na área de  
Sistemas de Energia.

UFPA/ITEC/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
BELÉM – PARÁ – BRASIL  
2022

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará**  
**Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

M578c Mesquita de Castro, Luís Augusto.  
Contribuições ao Controle de Variância Mínima Generalizado:  
Controle Preditivo de Horizonte Irrestrito / Luís Augusto Mesquita  
de Castro. — 2022.  
152 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Antonio da Silva Silveira  
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de  
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica,  
Belém, 2022.

1. Controle Preditivo de Horizonte Irrestrito. 2. Controle  
Preditivo e Estocástico. 3. Variância Mínima Generalizada no  
Espaço de Estado. 4. Rastreamento de Referência e Rejeição  
de Perturbação. 5. Análise de Robustez. I. Título.

CDD 629.83

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES AO CONTROLE DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADO:  
CONTROLE PREDITIVO DE HORIZONTE IRRESTRITO

AUTOR: LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMINADORA  
APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ E JULGADA  
ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA

APROVADA EM: 04/08/2022

BANCA EXAMINADORA:



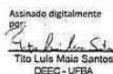
Prof. Dr. Antonio da Silva Silveira  
(ORIENTADOR – PPGEE/UFPA)



Prof. Dr. Walter Barra Junior  
(MEMBRO INTERNO – PPGEE/UFPA)

Rejane de Barros Araújo  
Assinado de forma digital por  
Rejane de Barros Araújo  
Dados: 2022.08.26 16:15:04 -03'00'

Profª. Dra. Rejane de Barros Araújo  
(MEMBRO EXTERNO – DEPIC/IFPA)

Assinado digitalmente  
por  
  
Tito Luís Maia Santos  
DEEC - UFPA

Dados: 2022.08.26  
21:03:38 -03'00'

Prof. Dr. Tito Luís Maia Santos  
(MEMBRO EXTERNO – UFPA)



Prof. Dr. Rodrigo Trentini Preuss  
(MEMBRO EXTERNO – IFSC)

VISTO:

Prof. Dr. Carlos Tavares da Costa Júnior  
(COORDENADOR DO PPGEE/ITEC/UFPA)

Para meus queridos pais, **Ana Maria**  
e **Severino Luis**, por serem os maiores  
responsáveis por quem eu sou hoje, estando  
sempre presentes nos bons e maus  
momentos da minha vida. Obrigado pai!  
Obrigado mãe!

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus (seja Ele qual for), que nos concede o dom da vida e a capacidade de aprender um pouco mais todos os dias. Agradeço ao meu orientador e professor Antonio da Silva Silveira, pela confiança e dedicação depositadas nesse trabalho, além da paciência ao transmitir seus conhecimentos que contribuíram na minha formação acadêmica e profissional. Agradeço ao meu professor André Maurício Damasceno Ferreira e ao meu amigo Vinícius Pompeu Vicente, pela disposição em sempre ajudar, pelos seus ensinamentos e suas inúmeras sugestões sempre valiosas, as quais eu guardo até hoje na memória.

À minha família, em especial aos meus pais, Ana Maria Mesquita de Castro e Severino Luis de Castro, pelo amor e apoio incondicional por toda a minha vida. Aos professores do Curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), especialmente aos professores Rejane de Barros Araújo, Raimundo Nonato das Mercês Machado e Luís Carlos Macedo Blasques. Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará (UFPA), especialmente aos professores Walter Barra Junior e Carlos Tavares da Costa Júnior.

Aos graduandos, mestrandos e doutorandos vinculados ao Laboratório de Controle e Sistemas (LACOS), em especial aos amigos Gustavo Freire de Moura Claude, Haroldo Martins Ramos Filho, Leiliane Borges Cunha, Bruno Gomes Dutra, Tarcisio Carlos Farias Pinheiro, Anderson de França Silva, Maryson da Silva Araújo, Carlos Eduardo Durans Nogueira, Gabriela Souza de Amorim e Shirley Karolina da Silva Ferreira, pela convivência e contribuição direta na conclusão de mais uma etapa importante da minha vida.

Aos meus amigos de infância, trabalho, faculdade, mestrado, doutorado e internet, em especial Thiago José Alves Monteiro, Gabriele Santos Souza, Gabriel Alberto Chagas Bueno, Juliane Costa Nascimento, João Paulo Costa Nascimento, Ana Carollyne da Silva Breves, Lorena Marques Souza, Steilon Jefferson Nogueira Candeira, Letícia Nunes de Paula, Élin de Godois, Ágatha Tainá Melo Rosa, Iana Silva Briaca, Aisha Silva Santos, Vandressa Regina Nunes Henriques, Jamilly Caroline Meireles Machado, Juliana Cristine Castro Queiroz, Laura Adelina Henrique Suano, Mariana de Queiroz das Dores, Nicolle Paola Suter, Nelson Nayoshi Nakamoto Yamaguti, Naila Suelen da Silva Lucena, Magda Luiza da Costa Barros, Amanda de Cássia Brito de Souza e Thalita Silva e Silva cuja amizade jamais será esquecida, por partilharem suas histórias e tempo comigo e tornarem os meus dias mais agradáveis e felizes.

**Amo muito todos vocês!**

Só sei que nada sei.

Sócrates

Eu sou a mosca que pousou em sua sopa.

Raul Seixas

Pátria que me pariu! Quem foi a pátria que me pariu?

Gabriel O Pensador

Eu tirei o sorriso de alguém não mereço perdão, magoei teu coração.

Criolo

Das lembranças que eu trago na vida, você é a saudade que eu gosto de ter.

Maria Bethânia

Umas folhas verdes nasceram entre dois prédios, Deus insiste pra eu acreditar nele.

Miró da Muribeca

Corri como um louco em busca da felicidade e trouxe as mãos vazias pendentes de ilusões.

Ildegardo Rosa

Seja humilde sempre.

Pai

Não faz mais que a tua obrigação.

Mãe

Planejo, Deus ri, mas admira minha estratégia.

Black Alien

Queijo é a isca, porque eu vou lidar com vários ratos.

Emicida

Do mal será queimada a semente, o amor será eterno novamente.

Nelson Cavaquinho

Na vida a gente tem que entender que um nasce pra sofrer enquanto o outro ri.

Tim Maia

O mundo é um moinho, vai triturar teus sonhos, tão mesquinho, vai reduzir as ilusões a pó.

Cartola



## RESUMO

Neste trabalho é investigado o controlador preditivo de horizonte irrestrito, ou UHPC. É projetado no espaço de estado por meio do método GMVSS e baseado em modelo linear ARMAX. Sua lei de controle é implementada no formato polinomial RST de controlador para o controle de sistemas monovariáveis com o objetivo de permitir a análise de robustez e desempenho, consolidando o UHPC como membro dos controladores preditivos. A proposta apresenta em detalhes todo o formalismo matemático necessário ao bom entendimento dos projetos dos controladores GMV e UHPC, tanto na abordagem polinomial quanto em espaço de estado. O método de projeto GMVSS se baseia na premissa de que a complexidade da estrutura do controlador é ditada pela complexidade do modelo de projeto, tendo como contribuição mais significativa a simplicidade de projeto devido à ausência das equações Diofantinas no procedimento. As equações Diofantinas são resolvidas indiretamente e de maneira natural pela própria formulação do problema, a partir do filtro de Kalman obtido de uma representação estocástica no espaço de estado. Os controladores preditivos podem ser baseados em modelos ARMAX ou ARIMAX, empregando a função custo na forma posicional ou incremental, incluindo ou não um filtro de ponderação na saída do sistema. Neste trabalho também é explanada a obtenção da estrutura RST de controlador a partir da lei de controle UHPC. Além disso, apresenta-se a herança de sintonia dos controladores PID e IPD para os controladores GMV e UHPC, bem como a inclusão do filtro de ponderação no projeto de controle, o que permite herdar as características dinâmicas de qualquer controlador linear ou até mesmo realizar o projeto GMV e UHPC via alocação de polos. Por fim, a lei de controle sintetizada é aplicada a diferentes classes de sistemas lineares e não lineares por meio de simulações numéricas e ensaios práticos, avaliando-se as características de robustez e desempenho do controlador proposto via funções de sensibilidade, diagrama de Nyquist, mapa de polos e zeros, teorema do pequeno ganho e índices de desempenho a partir de testes de rastreamento de referência e rejeição de perturbação. Os resultados obtidos demonstram que o controlador preditivo UHPC é capaz de lidar com erros de modelagem e ruídos externos, contribuindo positivamente para as margens de estabilidade do sistema de controle.

**Palavras-chave:** Controlador preditivo de horizonte irrestrito. Controle preditivo e estocástico. Variância mínima generalizada no espaço de estado. Rastreamento de referência. Rejeição de perturbação. Análise de robustez.

# **CONTRIBUTIONS TO THE GENERALIZED MINIMUM VARIANCE CONTROL: UNRESTRICTED HORIZON PREDICTIVE CONTROLLER**

## **ABSTRACT**

This work investigates the unrestricted horizon predictive controller, or UHPC. It is designed via state space using the GMVSS method and based on the ARMAX linear model. Its control law is implemented in the RST polynomial controller format for the control of monovariable systems with the objective of carrying out robustness and performance analyzes, consolidating UHPC as a member of the predictive controllers. The proposal presents in detail all the mathematical formalism necessary for a good understanding of the designs of the GMV and UHPC controllers, both in the polynomial and state space approach. The GMVSS design method is based on the premise that the complexity of the controller structure is dictated by the complexity of the design model, with the most significant contribution to design simplicity due to the absence of Diophantine equations in the procedure. Diophantine equations are solved indirectly and naturally by the problem formulation itself, using the Kalman filter obtained from a stochastic representation in the state space. Predictive controllers can be based on ARMAX or ARIMAX models, employing the cost function in positional or incremental form, including or not a weighting filter in the system output. This work also explains how to obtain the RST controller structure from the UHPC control law. In addition, the inheritance of tuning of the PID and IPD controllers for the GMV and UHPC controllers is presented, as well as the inclusion of the weighting filter in the control project, which allows to inherit the dynamic characteristics of any linear controller or even to perform the GMV and UHPC design via pole placement. Finally, the synthesized control law is applied to different classes of linear and non-linear systems through numerical simulations and practical tests, evaluating the characteristics of robustness and performance of the proposed controller via sensitivity functions, Nyquist diagram, map of poles and zeros, small gain theorem and performance indexes from reference tracking tests and disturbance rejection. The results obtained demonstrate that the predictive controller UHPC can deal with model plant mismatches and external noise, contributing positively to the stability margins of the control system.

**Keywords:** Unrestricted horizon predictive controller. Predictive and stochastic control. Generalized minimum variance in the state space. Reference tracking. Disturbance rejection. Robustness analysis.



## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.1 – Diagrama de blocos básico de um sistema de controle digital. ....                                  | 17 |
| Figura 2.2 – Diagrama de blocos de um controlador na topologia RST em malha fechada. ....                       | 30 |
| Figura 3.1 – Diagrama de Nyquist para um sistema instável e outro estável em malha fechada. ....                | 47 |
| Figura 4.1 – Compensação de atraso de transporte usando GMV e UHPC no sistema benchmark. ....                   | 51 |
| Figura 4.2 – Diagrama de Nyquist de malha fechada usando GMV e UHPC no sistema benchmark. .                     | 51 |
| Figura 4.3 – Resposta temporal usando LMV e UHPC no CSTR. ....  | 53 |
| Figura 4.4 – Resposta em frequência usando LMV e UHPC no CSTR. ....   | 54 |
| Figura 4.5 – Planta motor tacogerador. ....   | 57 |
| Figura 4.6 – Rastreamento de referência do sistema MTG controlado via PID. ....                                 | 59 |
| Figura 4.7 – Rastreamento de referência do sistema MTG controlado via UHPC. ....                                | 59 |
| Figura 4.8 – Rejeição de perturbação do sistema MTG controlado via PID. ....                                    | 60 |
| Figura 4.9 – Rejeição de perturbação do sistema MTG controlado via UHPC. ....                                   | 60 |
| Figura 4.10 – Resposta em frequência usando PID e UHPC no modelo do MTG. ....                                   | 62 |
| Figura 4.11 – Rastreamento de referência e rejeição de perturbação usando GPC e UHPC no CSTR. ....              | 63 |
| Figura 4.12 – Rastreamento de referência e rejeição de perturbação usando GPC e UHPC no CSTR. ....              | 63 |
| Figura 4.13 – Rastreamento de referência e atenuação de ruído usando GPC e UHPC no CSTR. ....                   | 64 |
| Figura 4.14 – Resposta em frequência usando GPC e UHPC no CSTR. ....  | 66 |
| Figura 4.15 – Rastreamento de referência para diferentes valores de $\lambda$ . ....                            | 67 |
| Figura 4.16 – Rastreamento de referência para diferentes valores de $N_y$ . ....                                | 68 |
| Figura 4.17 – Rastreamento de referência usando GMV e UHPC no CSTR. ....  | 69 |
| Figura 4.18 – Rastreamento de referência usando GPC e UHPC com variações paramétricas no CSTR. ....             | 70 |
| Figura 4.19 – Rastreamento de referência usando GPC e UHPC para condições iniciais não nulas no CSTR. ....      | 70 |
| Figura 4.20 – Rastreamento de referência e rejeição de perturbação usando GPC e UHPC no Tracador de Calor. .... | 72 |
| Figura 4.21 – Rastreamento de referência usando GPC e UHPC no Tracador de Calor. ....                           | 73 |
| Figura 4.22 – Resposta em frequência usando GPC e UHPC no Trocador de Calor. ....                               | 74 |
| Figura 4.23 – Rastreamento de referência usando GPC e UHPC na planta instável e com atraso. ....                | 75 |
| Figura 4.24 – Resposta em frequência usando GPC e UHPC na planta instável e com atraso. ....                    | 76 |
| Figura 4.25 – Rastreamento de referência usando GPC e UHPC na planta instável e com atraso. ....                | 77 |

## LISTA DE TABELAS

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 1 – Algumas áreas de aplicação da teoria de controle preditivo. ....                | 13  |
| Tabela 2 – Índices de robustez calculados para o primeiro caso de estudo. ....             | 52  |
| Tabela 3 – Índices de desempenho calculados para o segundo caso de estudo.....             | 56  |
| Tabela 4 – Índices de desempenho calculados para o terceiro caso de estudo.....            | 61  |
| Tabela 5 – Índices de desempenho calculados para o quarto caso de estudo.....              | 65  |
| Tabela 6 – Máximos valores calculados para o quarto caso de estudo. ....                   | 66  |
| Tabela 7 – Custo computacional para cada lei de controle no quarto caso de estudo.....     | 68  |
| Tabela 8 – Índices de desempenho calculados para o quinto caso de estudo.....              | 73  |
| Tabela 9 – Índices de desempenho calculados para o sexto caso de estudo. ....              | 76  |
| Tabela 10 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GMV. ....                 | 93  |
| Tabela 11 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.....                 | 96  |
| Tabela 12 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador LMV.....                  | 100 |
| Tabela 13 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.....                 | 104 |
| Tabela 14 – Rotina para herança de sintonia de controlador PID para controlador UHPC. .... | 108 |
| Tabela 15 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GPC.....                  | 111 |
| Tabela 16 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GPC.....                  | 115 |
| Tabela 17 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.....                 | 119 |
| Tabela 18 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GPC.....                  | 124 |
| Tabela 19 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.....                 | 127 |
| Tabela 20 – Rotina para análise de robustez via diagrama de Nyquist. ....                  | 131 |
| Tabela 21 – Rotina para análise de robustez via funções de sensibilidade. ....             | 132 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARO – *Adjustable Robust Optimization*

ARX – *Auto-Regressive with eXogenous Input*

ARMAX – *Auto-Regressive Moving Average with eXogenous Input*

ARIMAX – *Auto-Regressive Integrated Moving Average with eXogenous Input*

CSTR – *Continuous Stirred Tank Reactor*

GA – *Genetic Algorithm*

GM – *Gain Margin*

GMV – *Generalized Minimum Variance*

GMVSS – *Generalized Minimum Variance in the State Space*

GPC – *Generalized Predictive Control*

GSA – *Gravitational Search Algorithm*

HIL – *Hardware in the Loop*

IAE – *Integral Absolute Error*

IEEE – *Institute of Electrical and Electronics Engineers*

IHMPC – *Infinite Horizon Predictive Controller*

IPD – *Integral Proportional Derivative*

ISE – *Integral Squared Error*

ISU – *Integral Squared of Control*

LPV – *Linear Parameter Varying*

LQG – *Linear Quadrático Guassiano*

MBPC – *Model Based Predictive Control*

MIMO – *Multiple Input Multiple Output*

MPC – *Model Predictive Control*

MPM – *Model Plant Mismatch*

MQ – *Mínimos Quadrados*

MQE – *Mínimos Quadrados Estendido*

MTG – *Motor Tacogerador*

MV – *Minimum Variance*

MVP – *Minimum Variance Predictor*

PI – *Proportional Integral*

PID – *Proportional Integral Derivative*

PM – *Phase Margin*

PMC – *Perceptron Multicamadas*

PRBS – *Pseudo Random Binary Signal*

PSO – *Particle Swarm Optimization*

RNA – *Rede Neural Artificial*

SISO – *Single Input Single Output*

UHPC – *Unrestricted Horizon Predictive Controller*

WNCS – *Wireless Networked Control Systems*

ZOH – *Zero Order Hold*

## SUMÁRIO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1 Justificativa do Trabalho .....  | 4         |
| 1.2 Revisão Bibliográfica.....   | 8         |
| 1.3 Objetivo da Pesquisa .....   | 14        |
| 1.4 Organização do Trabalho .....  | 16        |
| <b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM CONTROLE GMV .....</b>                           | <b>17</b> |
| 2.1 Introdução .....   | 17        |
| 2.2 Modelagem de Sistemas Discretos.....                                       | 17        |
| 2.3 Conceitos Básicos sobre Identificação de Sistemas .....                    | 19        |
| 2.4 Controle GMV .....   | 20        |
| 2.5 Método de Projeto GMVSS .....  | 24        |
| 2.6 Controlador GMV na Topologia Canônica RST de Controlador.....              | 29        |
| 2.7 Conclusão.....   | 31        |
| <b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM CONTROLE UHPC .....</b>                          | <b>32</b> |
| 3.1 Introdução .....   | 32        |
| 3.2 Controle UHPC .....  | 32        |
| 3.3 Controle UHPC no Espaço de Estado .....                                    | 37        |
| 3.4 Controlador UHPC na Topologia Canônica RST de Controlador .....            | 40        |
| 3.5 Herança de Sintonia e Controladores GMV e UHPC de Ordem Não Mínima .....   | 41        |
| 3.6 Funções de Sensibilidade e Estabilidade de Nyquist .....                   | 43        |
| 3.7 Conclusão.....   | 48        |
| <b>4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES .....</b>  | <b>49</b> |
| 4.1 Introdução .....   | 49        |
| 4.2 Planta com Polos Múltiplos Repetidos e Atraso de Transporte .....          | 49        |
| 4.3 Planta Não Linear CSTR.....  | 52        |
| 4.4 Planta Eletromecânica MTG .....  | 56        |
| 4.5 Controle via UHPC e GPC da Planta Não Linear CSTR .....                    | 62        |
| 4.6 Controle via UHPC e GPC da Planta Não Linear Trocador de Calor.....        | 70        |
| 4.7 Controle via UHPC e GPC de uma Planta Instável e com Atraso de Tempo ..... | 74        |
| 4.8 Conclusão.....   | 77        |
| <b>5 CONCLUSÃO .....</b>   | <b>80</b> |



|   |           |
|---|-----------|
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                          | <b>84</b> |
| <b>APÊNDICE.....</b>                              | <b>93</b> |
| A. Primeiro Caso de Estudo .....                  | 93        |
| B. Segundo Caso de Estudo .....                   | 100       |
| C. Terceiro Caso de Estudo .....                  | 107       |
| D. Quarto Caso de Estudo .....                    | 111       |
| E. Quinto Caso de Estudo .....                    | 115       |
| F. Sexto Caso de Estudo .....                     | 124       |
| G. Rotinas Comuns a Todos os Casos de Estudo..... | 131       |

# 1 INTRODUÇÃO

Esta Tese traz contribuições ao controle preditivo de horizonte irrestrito (UHPC – *Unrestricted Horizon Predictive Control*) no que diz respeito a herança de sintonia, forma RST de controlador, análise de estabilidade e robustez, além da aplicação de tal técnica a distintas classes de sistemas comumente encontrados na literatura e processos do mundo real.

Há milênios as civilizações ao redor do globo investigam e continuam a investigar a natureza e seus mecanismos de funcionamento com o máximo de detalhe que se possa explorar. Em teoria, a partir da investigação do mundo, o ser humano possui o intuito de extrair os recursos práticos e teóricos necessários ao seu aprimoramento e desenvolvimento tanto social quanto tecnológico.

Os sistemas naturais que compõem a natureza possuem a capacidade de adaptação ao meio, alcançando respostas desejadas e lidando com interferências indesejadas por meio de mecanismos internos aperfeiçoados por milhões de anos pela seleção natural. Todavia, nos sistemas artificiais, construídos pelo ser humano para atender alguma necessidade humana, as interferências precisam ser estudadas, solucionadas e mitigadas (ARAÚJO, 2017).

Para as engenharias e em especial para a Engenharia de Controle, os sistemas artificiais podem ser entendidos como o todo ou parte dos processos industriais, dos sistemas elétricos de potência, dos sistemas de telecomunicação, dos sistemas aeroespaciais, entre outros. Tais sistemas criados pelo homem estão sujeitos a perturbações de naturezas diversas, ruídos e a incertezas paramétricas, isto é, uma desconformidade entre a planta real e seu respectivo modelo matemático (MPM – *Model Plant Mismatch*). Estas perturbações indesejadas podem causar prejuízos aos equipamentos existentes e a operação segura do sistema, comprometendo o bom funcionamento do sistema controlado (SEBORG et al., 2010).

Em sistemas de controle onde a dinâmica (comportamento) da planta é linear ou não linear, perturbações internas ou externas podem ocorrer, produzindo resultados imprevisíveis, podendo tornar os sistemas mais vulneráveis a falhas e difíceis de serem controlados. Para tratar perturbações, ruídos ou MPM, é indispensável o conhecimento sobre a natureza e magnitude das mesmas, objetivando reduzir a variância de uma ou mais variáveis de interesse, aplicando métodos de controle tradicional ou avançado, que assegurem o desempenho e robustez projetados, mesmo na presença de tais perturbações (SEBORG et al., 2010).

Alguns membros da família do controle preditivo baseado em modelo (MBPC – *Model Based Predictive Control*), que são os controladores foco desta proposta de tese, são algumas das opções de técnicas de controle exploradas pela comunidade científica para lidar com o

erro de regime permanente (*offset*), perturbações e MPM, melhorando o desempenho e robustez de malha fechada do sistema controlado, garantindo adequado rastreamento de referência e rejeição de perturbação, aumentando assim as margens de estabilidade (ROSSITER, 2004; CAMACHO e BORDONS, 2007).

Os controladores preditivos determinam suas ações a partir de acontecimentos futuros (variáveis manipuladas e controladas) por meio de previsões baseadas em informações passadas e presentes, o que não acontece em controladores convencionais, cujas ações de controle são função de acontecimentos (erros) passados. Dito isso, os controladores da família MBPC surgiram como umas das mais promissoras estratégias de controle na indústria de processos (WANG et al., 2016).

Aspectos fundamentais no projeto de controladores aplicados na indústria podem ser explorados no MBPC, como por exemplo, a trajetória de referência futura, as possibilidades de previsão das perturbações e a inclusão de restrições nas variáveis controladas (sinais de saída) e manipuladas (sinais de controle) (MACIEJOWSKI, 2002; CAMACHO e BORDONS, 2007; WANG, 2009).

A pesquisa de controladores preditivos iniciou-se no início da década de 1970, onde diversos métodos de projetos preditivos foram propostos com o decorrer dos anos. Pode-se citar dois controladores preditivos pioneiros: o MAC (*Model Algorithmic Control*) desenvolvido por Richalet et al. (1978) e considerado o primeiro algoritmo de controle preditivo desenvolvido dentro da área de teoria de controle; o DMC (*Dynamic Matrix Control*) desenvolvido por Cutler e Ramaker (1980) que utiliza o modelo da resposta ao degrau para obter previsões da saída do sistema (CAMACHO e BORDONS, 2007).

Outros controladores MBPC surgiram além dos já mencionados, uma das primeiras propostas foi o regulador de variância mínima (MV – *Minimum Variance*) apresentado por Aström (1970). O objetivo de controle é regular o sinal de saída do sistema em relação a um sinal de referência constante, de modo que a variância no sinal de saída, ocasionada pela presença do ruído, seja mínima.

O regulador MV possui um papel relevante como precursor no desenvolvimento de outras estratégias de controle preditivas baseadas em modelo, sendo essas hoje aplicadas na academia e indústria, como o controlador de variância mínima generalizado (GMV – *Generalized Minimum Variance*) apresentado por Clarke e Gawthrop (1975) e o controlador preditivo generalizado (GPC – *Generalized Predictive Controller*) proposto por Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987a). Tais controladores, GMV e GPC, podem ser entendidos como

generalizações da estratégia de controle do regulador MV, onde ambos são sedimentados em base teórica bastante sólida (SILVEIRA, 2012; ARAÚJO, 2017).

Os controladores GMV e GPC podem ser representados via estrutura polinomial de dois graus de liberdade e interagindo com todos os sinais envolvidos em uma malha de controle clássica. Tal configuração é conhecida na literatura como topologia canônica RST, onde três polinômios no domínio discreto representam filtros que ponderam os sinais de controle, saída e referência em um sistema de controle. Conforme explanado em Dorf e Bishop (2013) e Åström e Wittenmark (2011), a estrutura RST facilita o entendimento e implementação de tais técnicas de controle, além de deter ampla aceitação no ambiente acadêmico e industrial, permitindo também a análise de desempenho e robustez via métodos consagrados dentro da análise de sistemas e teoria de controle, como por exemplo, a análise no domínio da frequência por meio do diagrama de Bode e diagrama de Nyquist. Outra possibilidade pelo uso da estrutura RST é a herança de sintonia entre diferentes projetos de controladores digitais, como por exemplo o tradicional controle proporcional integral derivativo (PID – *Proportional Integral Derivative*) e suas variantes, como por exemplo o IPD (*Integral Proportional Derivative*) (LANDAU, 1998; LANDAU e ZITO, 2006).

Na pesquisa original de Clarke e Gawthrop (1975), a lei de controle GMV é obtida por meio da minimização de uma função custo associada ao conceito de sistemas generalizados. O objetivo é adicionar no projeto do controlador alguns parâmetros que permitam satisfazer as características desejadas pelo projetista, conferindo maior flexibilidade à malha de controle. O sistema generalizado é definido pelo projetista e varia de acordo com os parâmetros a serem incluídos no equacionamento do controlador, com o modelo do sistema a ser adotado e com a própria estrutura da função custo a ser minimizada (ARAÚJO, 2017).

Por sua vez o controlador GPC apresentado por Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987a) é da família de controladores de horizonte estendido e geralmente utiliza um modelo incremental do sistema na obtenção do sinal de controle, calculado pela minimização de uma função custo similar ao controlador GMV. Se o controle GMV é o membro mais simples e de menor complexidade da família MBPC, o controle GPC é o membro mais popular, sendo empregado em inúmeros segmentos, englobando sistemas das mais diferentes complexidades (CAMACHO e BORDONS, 2007; ARAÚJO, 2017).

Em termos de representação matemática de modelos via razão de polinômios para a síntese das leis de controle GMV e GPC, a literatura aborda modelo posicional ou incremental para estruturas distintas de modelo do sistema a ser controlado. Geralmente modelos

determinísticos são preferíveis em relação aos estocásticos, já que tal escolha facilita e reduz o tempo de projeto dos controladores preditivos, embora seja sabido que tal escolha impacta no desempenho e robustez da malha de controle (CLARKE, MOHTADI e TUFFS, 1987a, 1987b; COELHO, ARAÚJO e SILVEIRA, 2014; TRENTINI et al., 2016c; ARAÚJO, 2017).

## **1.1 Justificativa do Trabalho**

Nesta Seção apresentam-se as motivações que justificam a redação da Tese sobre o UHPC proposto originalmente por Trentini et al. (2016b), visando simplificar a etapa de projeto e também contribuir com a literatura de controle preditivo existente, além de fornecer uma opção de síntese de controladores lineares apoiados em modelos via função de transferência que supera suas antecessoras, podendo tais modelos serem determinísticos ou estocásticos. Esta Tese procura investigar quais os benefícios e limitações o controlador UHPC pode dispor a uma malha de controle no que diz respeito ao rastreamento de referência, rejeição de perturbação, tratamento de ruídos e erros de modelagem, características essas sempre presentes em qualquer sistema de controle.

Desde a consolidação da teoria de controle preditivo, o interesse da academia e indústria em controladores MBPC permanece elevado através das décadas, já que as aplicações em diversas áreas apresentam resultados (numéricos e experimentais) promissores, o que alavanca o estudo de tais técnicas de controle. O forte interesse da comunidade científica e industrial no controle preditivo está vinculado a capacidade desses controladores em lidar adequadamente com as variadas classes de sistemas encontradas no mundo real, por exemplo: estáveis, instáveis, fase mínima, fase não mínima, lineares, não lineares, integradores, combinações dos anteriores entre outros (ROSSITER, 2004; CAMACHO e BORDONS, 2007; COELHO et al., 2019).

Os dois representantes da família MBPC que mais se destacam são os controladores GMV e GPC, sendo até hoje objeto de estudo para inúmeros pesquisadores nas mais variadas áreas de aplicação industrial, tais como: sistemas de potência, fontes renováveis, química, petroquímica, automobilística, robótica, aeroespacial, alimentícia, telecomunicações, climatização, engenharia civil entre outras. Dito isso, o controlador UHPC é um forte candidato a ser considerado e futuramente implementado em tais indústrias onde os controladores GMV e GPC possuem ampla penetração, uma vez que o UHPC compartilha similaridades de projeto com ambos (TRENTINI et al, 2016a; TRENTINI et al, 2016b; TRENTINI, 2017).

O algoritmo final do UHPC é resultado da incessante pesquisa para se obter um controlador preditivo de horizonte estendido baseado em um modelo estocástico, tal abordagem era evitada, visto que tanto para o controlador GMV quanto GPC isso significa um aumento na complexidade de projeto quando o horizonte de predição é extenso ou usa-se um modelo estocástico em vez de um modelo determinístico, já que para os dois casos é necessário a solução de equações Diofantinas. Essa barreira na etapa de projeto leva muitos trabalhos a utilizar as versões mais simplistas de tais controladores, denominadas na literatura como GMV e GPC de ordem mínima, limitando assim as vantagens obtidas por meio da extensão do horizonte de predição e pela abordagem estocástica do sistema.

Entretanto, os resultados apresentados em Silveira e Coelho (2011) elevaram o interesse em uma investigação mais aprofundada sobre a extensão do horizonte de predição além da compensação de atraso de tempo no controlador GMV. Nesse trabalho os autores apresentam uma abordagem inteiramente nova para o projeto do controlador GMV via espaço de estado, (GMVSS – *Generalized Minimum Variance in the State Space*). A principal contribuição do trabalho é a simplicidade de projeto devido à ausência da equação Diofantina no procedimento. A equação Diofantina é resolvida indiretamente e de maneira natural pela própria formulação do problema, a partir do filtro de Kalman obtido de uma representação estocástica em espaço de estado. Este procedimento difere do original, GMV, via funções de transferência, todavia fornece os mesmos resultados.

O método de projeto GMVSS é usado para transpor a questão da solução da equação Diofantina, sem aumentar a complexidade de projeto do controlador GMV. Baseado nessa premissa, em Silveira et al. (2016) apresenta-se a primeira tentativa de se estender o horizonte de predição além da mera compensação de atraso de tempo como é realizado no GMV. Tal algoritmo foi nomeado como LMV (*Long-range Minimum Variance*), onde a lei de controle obtida é baseada em um modelo estocástico. O trabalho investigou como a extensão do horizonte de predição afeta tanto a saída do controlador quanto a saída da planta em duas classes de sistemas. Os resultados numéricos e experimentais apresentados demonstraram que para o mesmo horizonte de predição, em termos de esforço de controle, o controlador LMV é mais econômico quando confrontado com o GPC clássico.

Todavia, os resultados observados não confirmaram as expectativas dos autores a respeito da extensão irrestrita do horizonte de predição da saída, que garantiria um bom resultado em relação à minimização do amortecimento e variância. Pelo contrário,

superparametrizar o horizonte de predição, como foi realizado no trabalho, levou a malha de controle a apresentar comportamento bastante oscilatório (SILVEIRA et al., 2016).

Os autores sugeriram que o problema estaria na síntese do controlador, uma vez que aquele era um trabalho preliminar e ainda estava sob estudo pelo grupo de pesquisadores. A suspeita dos pesquisadores se confirmou, o algoritmo do LMV apresentava uma lacuna, lacuna essa que seria o horizonte de predição de controle. Como o LMV é baseado no GMV e esse por sua vez possui somente a predição do sinal de saída do sistema, o controlador LMV herdou tal característica em sua síntese. O algoritmo do UHPC nasce quando o horizonte de predição de controle é incluído no projeto do controlador, similar ao controlador GPC, preenchendo a lacuna identificada na síntese do LMV. Outra característica interessante do LMV e UHPC é que ele olha para trás bem mais que o GPC, por exemplo. Isto é, o UHPC calcula  $N_y$  passos de controle futuro mas sem esquecer as  $N_y - 1$  ações de controle passadas.

Em Trentini et al. (2016b) é apresentado o UHPC baseado no método de projeto GMVSS, o qual tem a vantagem da ausência da solução explícita da equação Diofantina comparada com outras abordagens do tipo MV e, por essa razão, o horizonte de predição pode ser estendido indefinidamente, ao contrário de outros controladores denominados de preditivos de longo alcance, onde o horizonte de predição é usualmente menor ou igual a dez amostras. Diferente do DMC, GPC e outros membros da família MBPC, o UHPC não usa horizonte retrocedente para calcular os sinais de controle futuros. Ao invés disso, as duas equações Diofantinas presentes na síntese do UHPC são solucionadas intrinsecamente por meio do filtro de Kalman para obter o sinal de comando futuro. Além dessa facilidade de projeto, o controlador UHPC é baseado em modelos estocásticos, sendo outra diferença importante comparada a abordagens preditivas mais comuns, já que considerar o modelo do ruído que perturba o sistema melhora a capacidade de regulação do controlador.

Outras conclusões obtidas pelo trabalho é que o aumento do horizonte de predição, aproximadamente o dobro do tempo de acomodação da planta em malha aberta, leva a um comportamento em malha fechada similar ao de malha aberta, agora com atraso de transporte compensado e sinal de saída atenuado ou amplificado para eliminar o erro em regime permanente para uma entrada do tipo degrau, caso a ação incremental seja incluída ao controlador. Outra característica interessante do UHPC é o sinal de controle em formato semelhante a um degrau sempre que o sinal de referência também é do tipo degrau.

As simulações numéricas realizadas mostraram que a capacidade de rejeição de ruído do UHPC é similar ao regulador MV, porém reduzindo esforço de controle, onde a causa óbvia

para tal resultado é o horizonte de predição estendido do UHPC, o que na prática significa que o controlador ‘sabe’ o comportamento do ruído futuro com antecedência, portanto o controlador é capaz de atuar no presente de forma a reduzir o esforço de controle. Por exemplo, no caso UHPC a variância da variável de saída era 0,2% maior que no caso MV, entretanto o esforço de controle necessário apresentava uma variância 45% menor para o caso UHPC em relação ao MV (TRENTINI et al., 2016b).

É importante ressaltar que todas as simulações numéricas relatadas em Trentini et al. (2016b) foram realizadas com o controlador UHPC de ordem mínima e com fator de ponderação nulo, o que significa que toda a energia necessária para regular a saída do sistema de acordo com a referência desejada pode ser usada pelo controlador e, mesmo com tal sintonia, os resultados demonstraram que o esforço de controle do UHPC pode ser factível de implementação em casos experimentais.

A partir dos resultados pioneiros fica evidente a necessidade da pesquisa aprofundada e detalhada com outras classes de sistemas (fase não mínima, instáveis, não lineares) além das já estudadas, munida de métricas adequadas para a análise de desempenho e robustez do controlador UHPC em sua versão de ordem mínima e na sua versão ponderada (não mínima), a fim de investigar como a sintonia do UHPC impacta no rastreamento de referência e rejeição de perturbação da malha de controle, comparando seus resultados com os de controladores tradicionais e preditivos já consolidados em sua teoria e aplicações.

Outro aspecto convidativo para explorar as funcionalidades do UHPC é a forma matemática e estrutural como o controlador se apresenta, semelhante ao GMV e GPC, sendo possível usufruir de métodos clássicos de análise de desempenho e robustez existentes na literatura de controle. Possibilitando dessa maneira, propor, justificar e validar metodologias alternativas de projeto do UHPC respaldadas nesses critérios avaliativos. Em resumo, o controlador UHPC figura como uma opção promissora a ser explorada na família MBPC.

Com base nas premissas anteriores, um problema que fez (e faz) sentido desde o início dos estudos preliminares no curso de doutorado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará (UFPA) até a conclusão da Tese, foi a investigação das possibilidades ofertadas pelo controlador UHPC, tão pouco exploradas ou até mesmo desconhecidas pela comunidade científica, no que diz respeito a melhorias no problema de variância mínima com uma síntese que revoluciona tanto em desempenho quanto no método de projeto, superando projetos antecessores. Além dessas justificativas, existe o enfoque particular do Laboratório de Controle e Sistemas (LACOS) vinculado à UFPA sobre a teoria de controladores



preditivos, sendo referência no desenvolvimento desses controladores no âmbito de ensino e pesquisa, por meio da produção científica e capacitação de recursos humanos dentro da área de controle e automação de sistemas dinâmicos.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

O estado da arte sobre controle preditivo é demasiado abrangente e demanda uma pesquisa minuciosa para uma discussão mais ampla e detalhada das representações matemáticas, síntese de controladores e suas hibridizações com inteligências computacionais, vantagens e viabilidade de implementação dentro da área de engenharia de controle. Neste trabalho, a revisão bibliográfica busca estabelecer um contexto para situar o leitor no que diz respeito à Tese e os trabalhos mais recentes publicados na área de controle preditivo, suas dificuldades, aplicabilidades e métodos de sintonia.

Existe uma grande quantidade de trabalhos científicos publicados sobre a temática controle preditivo nas mais diferentes frentes de aplicação. As primeiras realizações e implementações industriais da família MBPC datam do final da década de 1970 e início da década de 1980. Neste mesmo período, os controladores GMV e GPC surgiram, sendo o GPC o sucessor natural do GMV. Uma pesquisa rápida na biblioteca virtual do IEEE<sup>1</sup> (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) apresenta 29.281 trabalhos publicados no tópico ‘*predictive control*’ a partir do ano de 2011, sendo 19.881 publicações a partir do ano de 2016. Em outras palavras, cerca de 68% de toda literatura disponível na biblioteca digital do IEEE possui apenas 5 anos de idade, provando assim a relevância e atualidade do tema abordado Tese. Entretanto, pouco interesse tem sido dado na investigação sobre estabilidade de malha, robustez do controlador, rastreamento de referências complexas, variância dos sinais de interesse, uso da parcela estocástica para os modelos quer seja em função de transferência ou espaço de estado.

Em Erfani et al. (2018) e Saletti et al. (2020) são propostas abordagens MPC (*Model Predictive Control*) lineares e não lineares otimizadas via GA (*Genetic Algorithm*) para sistemas de climatização de prédios comerciais e residenciais, a fim de reduzir o consumo de energia e aumentar o conforto térmico dos usuários. O resultados numéricos são melhores do que os apresentados pelo controle PID.

Em Deepa e Baranilingesan (2018) propõe-se um controlador preditivo baseado em modelo neural para controlar o sistema não linear CSTR (*Continuous Stirred Tank Reactor*).

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.ieeeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>>. Acesso em: 23 out. 2021.

O treino da RNA (Rede Neural Artificial) é realizado por meio de um híbrido entre dois algoritmos evolucionários: *Particle Swarm Optimization* (PSO) e *Gravitational Search Algorithm* (GSA). Os resultados numéricos da estratégia proposta são comparados aos de um controlador PID e de dois controladores híbridos propostos por outros autores e disponíveis na literatura. De forma similar, Estofanero et al. (2019) usa controle MPC com restrições via modelo linear e determinístico para o controle de pH em um sistema CSTR. Os resultados experimentais (testes de degraus positivos e negativos) são comparados com os obtidos por um controlador PI (*Proportional Integral*) sintonizado por tentativa e erro.

Outra área de aplicação para o controle preditivo é na indústria automobilística. No trabalho de Snakar et al. (2019) é proposto um controle MPC por Ganho Programado (*Gain Scheduling*) baseado em modelo linear para o sistema de admissão de ar em motores a Diesel, com não linearidade forte, visando maximizar a economia de combustível e garantir que os níveis de emissão de gases nocivos ao meio ambiente estejam dentro dos limites da legislação europeia vigente. Os resultados experimentais comprovaram que o método preditivo é adequado para solução do problema. Também dentro da área automobilística, em Hu et al. (2018) é apresentado um controlador MPC não linear baseado em modelo RNA para prever a dinâmica não linear para o sistema de admissão de ar em motores turbo a gasolina, uma vez que o PID demonstra dificuldades na tarefa. A otimização via Enxame de Partículas (PSO) é usada para refinar a função custo do controlador preditivo e aumentar a acurácia da solução. Os resultados numéricos são simulados em *software* comercial da área e comprovam uma superioridade do controlador preditivo sobre a abordagem convencional via controle PID.

A aplicação de controle preditivo também é encontrada nas áreas de energia solar e gás natural. Em Pourfard et al. (2019) o modelo e o controlador do sistema são redes neurais do tipo *Perceptron* multicamadas (PMC) baseadas na teoria de controle MPC aplicado ao controle de pressão em redes de distribuição de gás de forma *online*. Os resultados numéricos são obtidos para dois pontos de operação e comparados aos resultados de controladores convencionais usados nessa tarefa, confirmando que a estratégia apresentada é adequada. Mohamed et al. (2019) propõem um controlador preditivo adaptativo baseado em RNA para controle de tensão e corrente em sistemas fotovoltaicos conectados à rede elétrica. No trabalho são apresentados resultados numéricos para condições operacionais variadas e comparados ao sistema sem controlador, ou seja, em malha aberta.

Em Pataro et al. (2019) apresenta-se o IHMPC (*Infinite Horizon Predictive Controller*) baseado em modelo via espaço de estado, membro da família MBPC, para o controle de uma

planta de destilação de etanol de forma a melhorar a qualidade e eficiência de produção. Simulações numéricas replicando o ambiente fabril foram realizadas e os resultados obtidos foram comparados aos obtidos via preditor de Smith filtrado. Concluiu-se que as duas estratégias eram satisfatórias e cada uma era mais apropriada dependendo do tipo de perturbação agindo na malha de controle.

Na crescente área de sistemas de controle em redes sem fio (WNCS – *Wireless Networked Control Systems*) a abordagem preditiva se faz presente. O estudo de Vásquez e Katebi (2018) propõe um controlador PID preditivo baseado no controlador GPC. Os resultados obtidos a partir de simulações numéricas incluindo degraus de referência e perturbações (perda de dados na comunicação entre controlador e atuador ou planta e sensor) demonstraram que a técnica proposta é tão adequada quanto o GPC, todavia com a vantagem de possuir uma estrutura mais simples.

Na área de fontes renováveis de energia, o trabalho de Abdelbaky et al. (2020) hibridizou o controle MPC à lógica *fuzzy* para o controle de inclinação das pás em turbinas eólicas de larga escala. A técnica proposta usa um sistema *fuzzy* que fornece modelos lineares para cada ponto de operação do sistema não linear em questão para a síntese de um controlador MPC *online*. Os resultados numéricos demonstraram que o método apresentado possui desempenho superior ao PI via ganho programado, largamente usado pela indústria da área, e a outros dois controladores avançados. Por sua vez, em Tejeda-Iglesias et al. (2019) propôs uma abordagem robusta ao MPC com restrições nas variáveis de estado e de controle utilizando *Adjustable Robust Optimization* (ARO). Três estudos de caso são apresentados a fim de demonstrar os benefícios e limitações do método exposto quando confrontado ao MPC clássico. Os autores afirmaram que a abordagem expande as frentes de aplicações do controle MPC para sistemas de grande complexidade e fortes não linearidades, uma vez que o método proposto é mais simples computacionalmente e isso é um atrativo para sua implementação.

Ainda na grande área de sistemas de energia, Elkazaz et al. (2020) propõe um sistema de gerenciamento de energia que usa controle MPC para reduzir custos operacionais em microrredes conectados tanto a fontes renováveis de energia quanto ao sistema elétrico de potência. Os resultados experimentais demonstraram a capacidade de implementação e redução de custos na operação do sistema. Por sua vez, no trabalho de Yang et al. (2020), os autores sintetizam um controlador de fluxo de potência unificado usando controle MPC. A partir dos resultados numéricos baseados em um sistema real em operação na China, concluiu-se que a estratégia preditiva apresentada era capaz de operar o sistema próximo ao

seu limite operacional, mitigando o alcance de possíveis faltas elétricas, características que o controle PI não forneceu.

Há também a utilização do controle preditivo visando a segurança de operação em aplicações distintas, como por exemplo, em Atei et al. (2020) aplicou-se controle MPC com restrições para estabilidade lateral, controle de frenagem e prevenção de capotamento em veículos elétricos. Resultados numéricos confirmaram que o método de controle proposto é capaz de aumentar a dirigibilidade (estabilidade e segurança) de veículos em condições adversas. Outro trabalho que buscou a melhoria de segurança e manutenção operacional foi de Luna et al. (2020). Os autores usaram um controlador MPC não linear em conjunto com um estimador neural (baseado em RNA) para reduzir a fadiga mecânica tanto na torre quanto nas pás de turbinas eólicas, problema intrínseco desse tipo de sistema. Embasados pelos resultados numéricos, os autores concluíram que a abordagem preditiva é a candidata capaz de fornecer melhores resultados a fim de preservar (diagnosticar) a operação saudável do sistema, uma vez que os resultados obtidos são mais satisfatórios que os resultados apresentados pela abordagem convencional de controle implementada em tais sistemas.

Em sistemas elétricos de potência o controle preditivo vem sendo investigado e obtendo bons resultados. Em Yohanandhan e Srinivasan (2018) foi proposto o controle MPC clássico com identificação *online* baseada em RNA de base radial. Foi usado para aumentar o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas de potência interligados e os resultados numéricos oriundos da simulação de um modelo não linear de um sistema de potência de grande escala demonstram que a estratégia preditiva atenua mais adequadamente tais oscilações quando comparadas com o MPC clássico sem identificação *online*. No trabalho desenvolvido em Orchi et al. (2018) a melhoria do amortecimento das oscilações eletromecânicas foi promovida por um controlador MPC clássico. O modelo *benchmark* não linear do sistema de potência *New England* multimáquinas com 10 (dez) geradores síncronos é simulado e, a partir dos resultados obtidos, concluiu-se que a técnica preditiva foi capaz de fornecer maior amortecimento ao sistema que o controlador Linear Quadrático Gaussiano (LQG) projetado, promovendo maior margem de estabilidade. Ambas as técnicas de controle utilizaram o mesmo modelo linearizado para a síntese de suas respectivas leis de controle. Já em Sadiq et al. (2019) o controle MPC foi aplicado em outro sistema elétrico de potência *benchmark* bastante conhecido, com 4 (quatro) máquinas e 2 (duas) áreas interligadas. Os resultados numéricos demonstraram que a estratégia preditiva era capaz de aumentar as margens de estabilidade do sistema, reduzindo em amplitude e duração as oscilações

eletromecânicas para os casos estudados em comparação aos métodos tradicionais de projeto de controladores em vigor na área de sistemas de energia.

Recentemente, nas plataformas virtuais de acesso a trabalhos científicos, a técnica mais encontrada de controle preditivo é a técnica MPC apresentada em Wang (2009), uma vez que essa facilita e acelera o projeto para sistemas MIMO haja vista sua abordagem via espaço de estado. O controle MPC *model dependent* e *model free* foi investigado em Mubarok e Liu (2019) para controle de posição de motores síncronos a ímãs permanentes. As estratégias propostas foram confrontadas com um controlador PI e, a partir dos resultados experimentais comprovou-se que a estratégia preditiva oferecia melhor rastreamento de referência e rejeição de perturbação de carga.

Outro trabalho envolvendo MPC é o de Berners et al. (2018), onde ele foi implementado em uma malha de posição de máquina operatriz. O controlador preditivo foi sintonizado via GA considerando sobressinal e robustez de malha fechada. A técnica proposta lidou mais adequadamente com as incertezas e não linearidades inerentes a tal sistema. Os resultados experimentais demonstram que o controlador preditivo aumentou as margens de estabilidade da malha de controle quando comparados aos controladores P (*Proportional*) e PI convencionais bastante utilizados nesses equipamentos. Por fim, em Eini e Abdelwahed (2019) propõe-se um controle MPC *fuzzy* adaptativo do sistema não linear pêndulo invertido rotacional. O sistema *fuzzy* foi usado para prever a dinâmica da planta a ser controlada. Tendo em vista os resultados numéricos obtidos, a estratégia adotada forneceu rastreamento de referência e rejeição de perturbação melhores que os obtidos com o MPC clássico.

Em Gilev (2018) foi apresentado um controle preditivo baseado em modelo neural de um sistema de tração veicular. Os resultados numéricos confirmam que a estratégia proposta foi capaz de rastrear a referência, mesmo na presença de perturbações de carga, cerca de 5 (cinco) vezes mais rápido que o tradicional controle PID. Uma aplicação de controle GPC é desenvolvida em Araújo e Coelho (2017), onde foi proposto um controle GPC filtrado de processos químicos não lineares (CSTR e *Boiler Level*). Os autores usaram GA para selecionar os parâmetros de um filtro de ponderação da referência e da saída da malha de controle. Os resultados numéricos demonstraram que o GPC filtrado foi capaz de fornecer rastreamento de referência para diferentes formatos e rejeição de perturbação de carga para os sistemas estudados, aumentando tanto a estabilidade quanto robustez da malha de controle.

Por fim, na Tabela 1 são enumerados alguns trabalhos experimentais em sistemas de grande porte em diferentes áreas de aplicação que exemplificam bem os benefícios e desafios

do controle preditivo. Observa-se pelo estado da arte que, no contexto dos MBPCs, inúmeras aplicações nas mais diversas atividades humanas bem como a utilização de inteligência computacional para projetar sistemas de controle preditivos mais robustos e com melhor desempenho, vale salientar que hibridizações entre métodos de projeto preditivos e algoritmos inteligentes elevam o custo computacional de implementação.

Tabela 1 – Algumas áreas de aplicação da teoria de controle preditivo.

| Área                      | Aplicação   |
|---------------------------|---|
| Sistemas de Energia       | <p>Controle MPC adaptativo de temperatura em um coletor solar Fresnel (GALLEGO et al., 2020);</p> <p>Controle MPC hierárquico para acelerar a fase de inicialização do ponto de operação nominal em tanques de armazenamento de energia térmica (GIL et al., 2020);</p> <p>Gerenciamento de energia via controle MPC sintetizado usando modelo fornecido via <i>Linear Parameter Varying</i> (LPV) tolerante a falhas (MORATO et al., 2020);</p> <p>Controle MPC não linear de uma usina ondamotriz para produção de energia elétrica (FAÏ et al., 2020);</p> <p>Controle UHPC de um aerogerador conectado a rede elétrica (TRENTINI et al., 2020).</p> |
| Controle de Processos     | <p>Controle preditivo não linear aplicado ao aumento de produção petrolífera em águas profundas (DIEHL et al., 2018);</p> <p>Controle adaptativo MPC para manufatura de semicondutores (KOO et al., 2019);</p> <p>Controle MPC baseado em sistema <i>neurofuzzy</i> de uma planta industrial de hidrometalurgia de zinco (XIE et al., 2020).</p>  |
| Robótica                  | <p>Controle de movimentação de um robô usando controle MPC com restrições não linear e estocástico (NASCIMENTO et al., 2019).</p>   |
| Aeroespacial              | <p>Projeto e implementação em tempo real de pilotos automáticos <i>wireless</i> usando GMV MIMO no espaço de estados para o controle de um quadrotor (SILVEIRA et al., 2020).</p>   |
| Climatização de Ambientes | <p>Controle MPC clássico com restrições para climatização <i>indoor</i> para diminuir o consumo de energia e aumentar o conforto térmico simultaneamente (FANG et al., 2020).</p>   |

Fonte: Elaboração própria.

### 1.3 Objetivo da Pesquisa

A partir da problemática exposta, os objetivos desta proposta de tese foram traçados na tentativa de eliminar ou mitigar as dificuldades apontadas por meio de uma abordagem pioneira e estocástica. Os objetivos estão divididos em geral e específicos:

- Objetivo Geral:  
Investigar, testar e analisar um controlador UHPC baseado em modelo estocástico para sistemas SISO (*Single Input Single Output*) com atraso de tempo, instáveis e não lineares, que seja robusto a erros de modelagem, perturbações de carga e ruído, que assegure seguimento de referência e regulação. Além de fornecer um formalismo matemático aos controladores GMV e UHPC sintetizados via o método GMVSS de projeto.
- Objetivos Específicos:
  - i) Obter a forma canônica RST de controlador a partir da lei de controle GMV e UHPC;
  - ii) Propor a herança de sintonia do controlador clássico PID para os controladores GMV e UHPC, visando a obtenção de sínteses alternativas e estocásticas, combinando a simplicidade do controlador PID e tratando sistemas mais complexos;
  - iii) Apresentar uma estrutura de controlador GMV e UHPC de ordem mínima e uma estrutura filtrada, ou seja, não mínima a partir da elevação da ordem do filtro de ponderação da saída do sistema, aumentando o grau de liberdade dos controladores;
  - iv) Avaliar a estabilidade de malha fechada via mapa de polos e zeros, diagrama de Bode e diagrama de Nyquist;
  - v) Avaliar os projetos dos controladores preditivos e das malhas de controle propostas em sistemas SISO, lineares e não lineares, estáveis e instáveis, de fase mínima e não mínima, com diferentes complexidades por meio de simulações numéricas e testes práticos;

- vi) Avaliar os resultados obtidos utilizando os índices de desempenho IAE (*Integral Absolute Error*), ISE (*Integral Squared Error*) e ISU (*Integral Squared Control*) e o índice de robustez com base no máximo pico de sensibilidade  $M_S$ , GM (*Gain Margin*) e PM (*Phase Margin*);
- vii) Investigar como os aspectos de robustez e desempenho são afetados pela sintonia do filtro de ponderação da saída para o controlador GMV e UHPC filtrados, com o intuito de analisar e garantir estabilidade robusta, frente a incertezas no modelo;
- viii) Comparar os resultados obtidos pelo controle UHPC aos resultados angariados pelo controle GMV e GPC, na presença de ruídos e MPM e para o rastreamento de referências constantes e periódicas, além de quantidade de parâmetros e tempo requerido para execução de cada lei de controle;
- ix) Documentar o desenvolvimento do projeto e resultados por meio da escrita da tese e de artigos publicados em congressos nacionais e internacionais e, principalmente em periódicos.

Esta tese acrescenta ao estado da arte de controle preditivo as seguintes contribuições:

1. Controlador UHPC na topologia canônica RST de controlador;
2. Herança de sintonia para o controlador UHPC;
3. Controlador UHPC aplicado a diferentes classes de sistemas dinâmicos;
4. Avaliação de desempenho, estabilidade e robustez do controlador UHPC;
5. Comparativo de desempenho e margens de estabilidade entre os controladores GMV, GPC e o UHPC.

Algumas analogias, assim como a utilização de descrições de modelos não lineares, sistemas variantes no tempo, modelos contínuos e controladores adaptativos, são feitas nesta redação, mas o escopo desta pesquisa se limita aos controladores propostos em topologias não adaptativas, limitadas a sistemas SISO lineares, discretos e invariantes no tempo.



## 1.4 Organização do Trabalho

Além do capítulo introdutório, o presente trabalho encontra-se organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2 abordam-se os fundamentos teóricos diretamente utilizados nos demais capítulos deste documento para proporcionar fácil acesso ao leitor. É apresentada uma breve revisão sobre controle digital, identificação de sistemas e controle preditivo. Nesse capítulo também é detalhado o método de projeto do controlador GMV na forma polinomial e em espaço de estado, ou seja, método GMVSS, bem como a obtenção do controlador GMV na forma canônica RST de controlador.

No Capítulo 3 apresenta-se o desenvolvimento do projeto de controle UHPC no domínio das funções de transferência e logo em seguida em espaço de estado. Nesse capítulo também é explanada a obtenção da estrutura RST de controlador a partir da lei de controle UHPC. Além disso, apresenta-se a herança de sintonia de controladores PID e IPD para controladores GMV e UHPC, bem como a inclusão do filtro de ponderação da saída no projeto de controle. Por fim são apresentadas as métricas utilizadas na análise de robustez da malha de controle deste trabalho.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados comparativos das simulações numéricas e experimentos práticos em relação ao emprego de um controlador UHPC e os demais, no caso GMV e GPC. Tais resultados são fornecidos para destacar as dificuldades de projeto onde as contribuições deste trabalho se aplicam, além da análise de desempenho e robustez do sistema de controle para diferentes parametrizações do UHPC nas classes de plantas estudadas.

No Capítulo 5 são feitas as considerações finais retiradas da análise dos resultados expostos no capítulo anterior a respeito da utilização do método de projeto GMVSS para síntese de controladores UHPC e herança de sintonia, apontando-se as vantagens e desvantagens em um sistema de controle projetado com base nesse controlador preditivo, com ênfase nas contribuições para a área, publicações já realizadas e perspectivas de trabalhos futuras a serem desenvolvidos nessa linha de pesquisa.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM CONTROLE GMV

### 2.1 Introdução

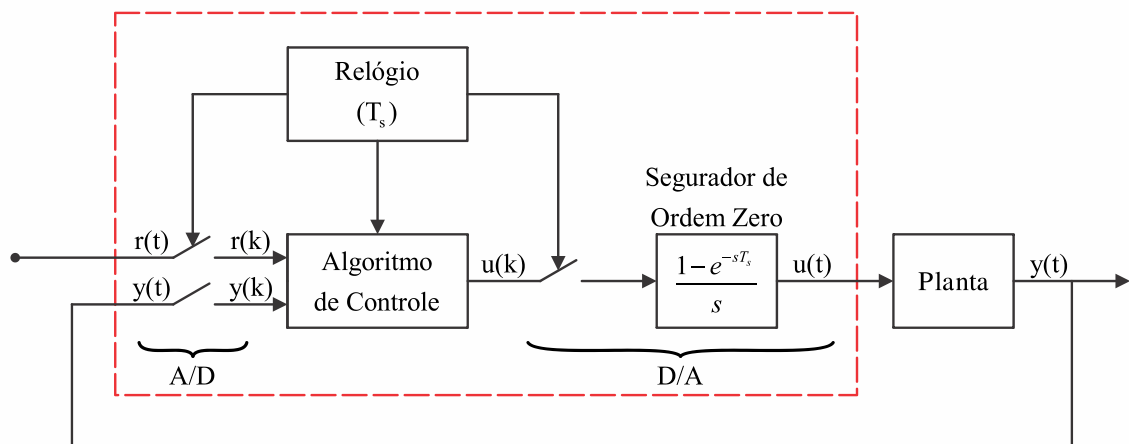
Este capítulo tem o objetivo de fornecer a fundamentação teórica necessária para fins de comparação e compreensão do conteúdo dos capítulos seguintes deste trabalho. O interesse é permitir que o leitor, não familiarizado com a teoria de controle GMV, possa absorver conhecimento suficiente para compreender o desenvolvimento do método de projeto GMVSS e posteriormente do controlador UHPC, além de garantir uma rápida revisão ao leitor com maior experiência em relação a essa teoria de controle preditivo.

Além da revisão sobre a teoria de controle GMV, é apresentada uma revisão sucinta sobre modelagem de sistemas discretos e sobre conceitos básicos de identificação de sistemas. Neste capítulo também é explanado o método de projeto GMVSS e seu mapeamento para a forma canônica RST de controlador (ASTRÖM e WITTENMARK, 2011).

### 2.2 Modelagem de Sistemas Discretos

A maioria das aplicações de controle discreto, dentre as quais se inclui o controle preditivo, refere-se ao controle aplicado aos sistemas dinâmicos contínuos no tempo. Pode-se representar esquematicamente esse tipo de controle por meio do diagrama de blocos apresentado na Figura 2.1. Os sinais de referência, entrada e saída da planta,  $r(t)$ ,  $u(t)$  e  $y(t)$ , respectivamente, são sinais analógicos, enquanto os sinais de referência  $r(k)$ , de entrada  $u(k)$  e de saída  $y(k)$ , do computador, são sinais digitais.

Figura 2.1 – Diagrama de blocos básico de um sistema de controle digital.



Fonte: Elaboração própria, adaptado a partir de Fadali e Visioli (2009).

A interface do computador com a planta é feita pelos conversores analógico/digital (A/D) e digital/analógico (D/A). Os modelos dos conversores, considerando-se um tempo desprezível de conversão, são mostrados na Figura 2.1, com o conversor A/D sendo representado por um amostrador ideal e o conversor D/A formado por um amostrador ideal em conjunto com um segurador de ordem zero (ZOH, do inglês *Zero Order Hold*) (FRANKLIN et al., 1998; HEMERLY, 1996).

O algoritmo de controle é implementado por meio de uma linguagem de programação, sendo executado periodicamente pelo computador (ou microcontrolador). O relógio tem por finalidade sincronizar, conforme o período de amostragem  $T_s$ , as operações de conversão e cálculo no computador (CASTRUCCI e SALES, 1990). Uma maneira genérica de representar um modelo linear de um sistema qualquer na forma discreta é por meio de seus valores de entrada ( $u$ ) e saída ( $y$ ) em cada instante de tempo é pela seguinte equação a diferenças:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{n_b} b_i u(k-d-i) + \xi(k) \quad (2.1)$$

onde  $k$  é o instante de amostragem atual e  $d$  é o atraso de transporte do sistema (considerado como múltiplo inteiro do período de amostragem). Os índices  $n_a$  e  $n_b$  são as ordens dos polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$ , respectivamente. Se o processo a ser modelado não possuir atraso, então  $d = 1$  para sistemas causais.

Utilizando-se o operador de atraso de tempo discreto  $q^{-1}$ , que é definido pela relação  $q^{-1}y(k) = y(k-1)$ , é possível escrever a equação a diferenças (Equação 2.1) em uma forma compacta:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + \xi(k) \quad (2.2)$$

onde  $\xi(k)$  é um sinal do tipo ruído branco e as raízes dos polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  representam os polos e zeros do modelo do sistema, respectivamente. Esses polinômios são definidos como:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \quad (2.3)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b} \quad (2.4)$$

Quando o sistema está sujeito a uma perturbação estocástica, a Equação 2.1 torna-se:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{n_b} b_i u(k-d-i) + \sum_{i=0}^{n_c} c_i \xi(k-i) \quad (2.5)$$

onde  $\xi(k)$  é um sinal do tipo ruído branco (sequência aleatória, não correlacionada e de média nula), utilizado para representar essa perturbação (ASTRÖM e WITTENMARK, 2008; ASTRÖM e WITTENMARK, 2011). O índice  $n_c$  é a ordem do polinômio  $C(q^{-1})$ . Na forma compacta, a inclusão do ruído no sistema pode ser descrita pela seguinte equação a diferenças:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})\xi(k) \quad (2.6)$$

O polinômio  $C(q^{-1})$  representa o modelo de perturbação e é definido como:

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \quad (2.7)$$

É importante ressaltar que como se deseja utilizar métodos de controle digital aplicados em sistemas contínuos, o modelo equivalente discreto da planta, dado pela Equação 2.2 e Equação 2.6, deve corresponder ao conjunto do segurador de ordem zero em série com a planta real do sistema.

### 2.3 Conceitos Básicos sobre Identificação de Sistemas

A identificação de um sistema dinâmico pode ser entendida como a obtenção de um modelo matemático para esse sistema a partir de medidas de suas entradas e saídas (IOANNOU e SUN, 1996; BRUNTON e KUTZ, 2019). Embora o processo de identificação possa ser efetuado considerando-se que o sistema a ser identificado é do tipo ‘caixa preta’, quase sempre informações sobre determinadas características da planta estão disponíveis, devendo ser utilizadas para a obtenção de modelos que possam representar adequadamente esse sistema.

Podem-se separar os modelos de sistemas dinâmicos em dois grandes grupos: modelos não paramétricos (resposta em frequência ou resposta ao degrau) e modelos paramétricos (função de transferência e equações diferenciais, para o caso contínuo; função de transferência

pulsada e equações a diferenças, no caso de sistemas discretos). Como se deseja fazer o controle do sistema por computador ou microcontrolador é interessante que o resultado do processo de identificação forneça um modelo paramétrico do sistema, pois essa é a maneira mais adequada para o projeto e sintonia de controladores digitais (LANDAU e ZITO, 2006).

Podem-se dividir em quatro tipos as estruturas envolvendo a planta juntamente com as perturbações (LANDAU e ZITO, 2006). Para o caso particular dessa proposta de tese, apenas duas dessas estruturas são consideradas para os modelos de projeto, que podem ser obtidas a partir da Equação 2.2 e Equação 2.6:

$$1) \quad A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + \xi(k)$$

$$2) \quad A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})\xi(k)$$

É bastante comum na literatura sobre identificação de sistemas a segunda estrutura ser referida como sistema do tipo ARMAX (*Auto-Regressive Moving Average with eXogenous Input*). Para o caso particular em que o polinômio  $C(q^{-1}) = 1$ , recai-se no primeiro caso, Equação 2.2, com o sistema recebendo o nome de ARX (*Auto-Regressive with eXogenous Input*) (LJUNG e SÖDERSTRÖM, 1983; LANDAU, 1990; HEMERLY, 1996).

Para a primeira estrutura, um método de identificação que apresenta resultados satisfatórios é o tradicional Método dos Mínimos Quadrados (MQ), porém para o segundo caso deve-se utilizar o Método dos Mínimos Quadrados Estendido (MQE), o qual evita que a estimativa dos parâmetros do modelo selecionado seja tendenciosa (LANDAU, 1990; ASTRÖM e WITTENMARK, 2008; AGUIRRE, 2015; COELHO, 2016).

## 2.4 Controle GMV

Considere um sistema SISO dado por:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})\xi(k) \quad (2.8)$$

onde  $d$ ,  $y(k)$ ,  $u(k)$  e  $\xi(k)$  são, respectivamente, o atraso de tempo discreto, a saída, a entrada e uma sequência aleatória do tipo ruído branco de variância  $\sigma_{\xi}^2$ . O comportamento dinâmico do sistema na Equação 2.8 é definido pelos polinômios  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$ , descritos no domínio do operador de atraso de tempo discreto  $q^{-1}$ .

O problema de controle GMV estabelece que, uma saída generalizada e a  $d$ -passos à frente (CLARKE e GAWTHROP, 1975),

$$\phi(k + d) = P(q^{-1})y(k + d) - T(q^{-1})y_r(k + d) + Q(q^{-1})u(k) \quad (2.9)$$

tende a um valor mínimo de acordo com a minimização do funcional

$$J = E[\phi^2(k + d)] \quad (2.10)$$

dado em função do sinal de controle  $u(k)$ , ou seja:

$$\frac{\partial J}{\partial u(k)} = 0 \quad (2.11)$$

Na Equação 2.10,  $E[.]$  corresponde ao operador esperança matemática e na Equação 2.9 os polinômios  $P(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  filtram a saída, uma sequência de referência  $y_r(k)$  e o sinal de controle, respectivamente. Estes filtros polinomiais ponderam a saída generalizada e conseqüentemente, o problema de otimização do GMV. Atendo-se inicialmente ao proposto por Clarke e Gawthrop (1975), os filtros de ponderação são descritos como:

$$P(q^{-1}) = p_0 + p_1q^{-1} + \dots + p_{n_p}q^{-n_p} \quad (2.12)$$

$$T(q^{-1}) = t_0 + t_1q^{-1} + \dots + t_{n_t}q^{-n_t} \quad (2.13)$$

$$Q(q^{-1}) = q_0 + q_1q^{-1} + \dots + q_{n_q}q^{-n_q} \quad (2.14)$$

Na saída generalizada  $\phi(k)$  na Equação 2.9, dados futuros da sequência de referência,  $y_r(k + d)$ , são supostamente conhecidos *a priori*, mas  $y(k + d)$  não está disponível. Isto acarreta o problema de predizer a saída do sistema  $d$ -passos à frente para que o controlador GMV possa compensar o atraso de maneira intrínseca.

Para simplificar a análise, a saída generalizada na Equação 2.9 é redefinida para:

$$\phi(k + d) = y(k + d) - y_r(k + d) + \lambda u(k) \quad (2.15)$$

O controlador GMV de ordem mínima possui  $P(q^{-1}) = T(q^{-1}) = 1$  e  $Q(q^{-1}) = \lambda$ .

O problema do preditor de variância mínima (MVP – *Minimum Variance Predictor*) para o caso particular do controlador GMV de ordem mínima desloca  $d$ -passos à frente o sistema ARMAX descrito na Equação 2.8. O sistema é reescrito como:

$$y(k+d) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\xi(k+d) \quad (2.16)$$

com a clara evidência da influência aleatória de  $\xi(k+d)$  sobre  $y(k+d)$ , o problema do MVP então utiliza a melhor informação disponível sobre  $\xi(k)$ , que em outras palavras significa qualquer informação disponível sobre  $\xi(k)$  em instantes anteriores até uma medida recente de  $y(k)$ . Isto é feito separando-se a parcela relacionada a  $\xi(k+d)$  na Equação 2.16, em dados presentes e futuros, tal que:

$$\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\xi(k+d) = \underbrace{\frac{F(q^{-1})}{A(q^{-1})}\xi(k)}_{\text{presente}} + \underbrace{E(q^{-1})\xi(k+d)}_{\text{futuro}} \quad (2.17)$$

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}F(q^{-1}) \quad (2.18)$$

Os polinômios  $F(q^{-1})$  e  $E(q^{-1})$  são definidos como:

$$F(q^{-1}) = f_0 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f} \quad (2.19)$$

$$E(q^{-1}) = 1 + e_1q^{-1} + \dots + e_{n_e}q^{-n_e} \quad (2.20)$$

onde  $n_f = n_a - 1$  e  $n_e = d - 1$ . A melhor estimativa de  $y(k+d)$  até o instante  $k$ , ou seja,  $\hat{y}(k+d|k)$ , é baseada na informação no presente da Equação 2.17:

$$\hat{y}(k+d|k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k) + \frac{F(q^{-1})}{A(q^{-1})}\xi(k) \quad (2.21)$$

Considerando que o descarte da parcela no futuro de  $\xi(k)$  introduz um erro na estimação da Equação 2.21, erro esse, dado por:

$$e(k+d) = E(q^{-1})\xi(k+d) = y(k+d) - \hat{y}(k+d|k) \quad (2.22)$$

A equação do MVP no domínio de representações via funções de transferência pode ser reescrita em função apenas das informações no presente e no passado e levando-se em consideração o erro de estimação, tal que:

$$\hat{y}(k + d|k) = \frac{B(q^{-1})E(q^{-1})}{C(q^{-1})}u(k) + \frac{F(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(k) \quad (2.23)$$

Observa-se a partir da Equação 2.23 que as raízes de  $C(q^{-1})$  precisam estar contidas no círculo unitário para que o preditor seja estável. Portanto, na Equação 2.23, é necessário calcular os polinômios  $E(q^{-1})$  e  $F(q^{-1})$  que possibilitam a predição via  $\hat{y}(k + d|k)$ . Tal como apresentado por Aström e Wittenmark (1973) e Clarke e Gawthrop (1975), uma das formas é a solução da identidade polinomial apresentada na Equação 2.18, designada como uma equação Diofantina. O controlador GMV é então desenvolvido a partir de uma nova saída generalizada:

$$\hat{\phi}(k + d|k) = \hat{y}(k + d|k) - y_r(k + d) + \lambda u(k) \quad (2.24)$$

Substituindo-se a Equação 2.24 na Equação 2.11, obtém-se a lei de controle do GMV de ordem mínima, dada por:

$$u(k) = \frac{C(q^{-1})y_r(k + d) - F(q^{-1})y(k)}{B(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1})} \quad (2.25)$$

Por ser mais simples e conter somente um parâmetro de sintonia, a estrutura fixa de ordem mínima fornece pouca flexibilidade ao projetista. Isso quer dizer que a lei de controle resultante é essencialmente dependente das características dinâmicas do modelo de projeto, ponderadas por  $\lambda$ , fator escalar que pondera a energia do sinal de controle. Quanto maior seu valor, mais conservativa a ação de controle se torna e, além disso, valores elevados de  $\lambda$  diminuem a variância de  $u(k)$ , enquanto valores pequenos de  $\lambda$  produzem o efeito inverso na variância do sinal de entrada (SILVEIRA, 2012). Por fim, a função de transferência de malha fechada pode ser obtida pela substituição da Equação 2.25 na Equação 2.16 (neste caso, desconsiderando a parcela estocástica). Usando-se a Equação 2.18 e algumas manipulações algébricas, tem-se a função de transferência de malha fechada:

$$\frac{y(k)}{y_r(k)} = \frac{B(q^{-1})C(q^{-1})}{A(q^{-1})[B(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1})] + B(q^{-1})F(q^{-1})} \quad (2.26)$$



A forma incremental de projeto por modelo aumentado é caracterizada pela inclusão de  $\Delta = 1 - q^{-1}$ , no modelo nominal do sistema, Equação 2.8, o que corresponde a uma descrição de um modelo do tipo ARIMAX (*Auto-Regressive Integrated Moving Average with exogenous Input*), ou seja:

$$\Delta A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k) + C(q^{-1})\xi(k) \quad (2.27)$$

Logo, a lei de controle e a função de transferência de malha fechada para este caso são:

$$\Delta u(k) = \frac{C(q^{-1})y_r(k+d) - F(q^{-1})y(k)}{B(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1})} \quad (2.28)$$

$$\frac{y(k)}{y_r(k)} = \frac{B(q^{-1})C(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})[B(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1})] + B(q^{-1})F(q^{-1})} \quad (2.29)$$

## 2.5 Método de Projeto GMVSS

O projeto do controlador GMV no espaço de estado, GMVSS, surgiu a partir da busca por um método de projeto para o MVP que dispensasse a solução da equação Diofantina. A premissa foi a de que tanto o controle MV, GMV, como o LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), compartilham algumas similaridades e são derivados de uma família de métodos de projeto baseados em variância mínima no contexto da teoria de controle ótimo e estocástico (SILVEIRA e COELHO, 2011; SILVEIRA, 2012).

Apesar das similaridades entre MV, GMV e LQG, uma das principais diferenças, é que essas duas primeiras técnicas de controle são baseadas no domínio de funções de transferência, e o LQG é baseado no domínio de representações no espaço de estado.

No entanto, é possível formular o problema de controle MV como uma solução particular do LQG para realimentação de saída, trabalhando no espaço de estado, tal como explanou Kwong (1987). De forma similar, Inoue et al. (2001) apresentaram o controlador GMV como sendo um compensador dinâmico preditivo, composto de um estimador de estados de ordem reduzida e um controlador por realimentação de estados estimados. Isso significa que o princípio de separação é válido para o MV e GMV, permitindo que esses sejam descritos de forma semelhante ao LQG e projetados a partir de modelos no espaço de estado. A técnica de projeto adotada do GMVSS segue na direção do princípio da separação e na equivalência de uma solução particular do filtro de Kalman que recai no problema do MVP de 1-passo à frente (BITMEAD et al., 1990; LI et al., 1997).

As principais diferenças do GMVSS em relação ao projeto do GMV no espaço de estado de Inoue et al. (2001) são: a simplicidade no desenvolvimento, a possibilidade de usar filtros generalizados de ponderação do sinal de saída a partir do filtro de Kalman e que não há necessidade de resolver a Diofantina. De fato, o método de projeto GMVSS resolve intrinsecamente a equação Diofantina. Isso significa que o procedimento de projeto implementa, indiretamente, um algoritmo analítico de solução da Diofantina do MVP (SILVEIRA e COELHO, 2011; SILVEIRA, 2012).

Deve-se ter em mente que os métodos GMVSS, o de Kwong (1987) e Inoue et al. (2001), são equivalentes aos seus homólogos no domínio de funções de transferência. Portanto, as mesmas restrições e vantagens do controlador GMV de Clarke e Gawthrop (1975) se mantêm. O que difere é o procedimento de projeto e a adição do conceito de variáveis de estado no problema. No caso do GMVSS, a idéia é a simplificação do procedimento de projeto para sistemas de ordem elevada e longos atrasos de transporte.

O projeto GMVSS do controlador GMV começa com uma representação ARMAX em espaço de estado do tipo:

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-d) + \Gamma\xi(k-1) \quad (2.30)$$

$$y(k) = Cx(k) + \xi(k) \quad (2.31)$$

Sendo as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $\Gamma$  descritas por:

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & \cdots & 0 \\ -a_2 & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{n_a} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n_b} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad (2.34)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} c_1 - a_1 \\ c_2 - a_2 \\ \vdots \\ c_{n_c} - a_{n_a} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

onde  $n_a = n_b = n_c$  são as ordens do polinômio  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$ , respectivamente.

Avançando-se a Equação 2.31  $d$ -passos à frente, tem-se:

$$y(k + d) = Cx(k + d) + \xi(k + d) \quad (2.36)$$

onde uma expressão geral para  $x(k + d)$  é obtida avançando-se a Equação 2.30 de tal maneira que (SILVEIRA e COELHO, 2011; SILVEIRA, 2012):

$$\begin{aligned} x(k + d) = & A^d x(k) + \sum_{i=1}^d A^{d-i} Bu(k - d + i) \\ & + \sum_{i=1}^d A^{d-i} \Gamma \xi(k - 1 + i) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Como o vetor de estados  $x(k)$  não está sendo completamente medido, ele deve ser estimado para alimentar diretamente a Equação 2.37. Em Li et al. (1997), uma solução particular do filtro de Kalman foi apresentada como sendo equivalente ao MVP de 1-passo à frente. Diz-se então que o vetor de estados estimados:

$$\bar{x}(k + 1) = (A - \Gamma C)\bar{x}(k) + Bu(k - d + 1) + \Gamma y(k) \quad (2.38)$$

obtido pela substituição de  $\xi(k) = y(k) - C\bar{x}(k)$  da Equação 2.31 na Equação 2.30, fornece a saída predita equivalente ao MVP de 1-passo à frente baseado na Equação 2.23.

$$\hat{y}(k + 1|k) = C\bar{x}(k + 1) \quad (2.39)$$

A garantia de estabilidade e de convergência do estimador é análoga ao exposto por Aström e Wittenmark (1973), ou seja, os polinômios  $A(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  da Equação 2.8 precisam ser estáveis para garantir que os autovalores de  $(A - \Gamma C)$  também sejam estáveis.

Substituindo-se  $\bar{x}(k)$  na Equação 2.37, a saída predita na Equação 2.36 torna-se igual a:

$$\begin{aligned} y(k + d) = & \underbrace{CA^d \bar{x}(k) + \sum_{i=1}^d CA^{d-i} Bu(k - d + i)}_{\text{parcela determinística}} \\ & + \underbrace{\xi(k + d) + \sum_{i=1}^d CA^{d-i} \Gamma \xi(k - 1 + i)}_{\text{parcela estocástica}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

É explícita a influência de ações no presente e no futuro de  $\xi(k)$ . A parcela estocástica da Equação 2.40 pode ser dividida em presente e futuro, como:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\xi(k+d) + \sum_{i=1}^d CA^{d-i}\Gamma\xi(k-1+i)}_{\text{parcela estocástica}} = \\ & \quad \underbrace{CA^{d-1}\Gamma\xi(k)}_{\text{presente}} \\ & \quad + \underbrace{\xi(k+d) + \sum_{i=2}^d CA^{d-i}\Gamma\xi(k-1+i)}_{\text{futuro}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

A melhor informação sobre  $\xi(k)$  está ligada a medidas passadas e até o instante  $k$ , e a saída predita a  $d$ -passos à frente é então reescrita como:

$$\hat{y}(k+d|k) = CA^d\bar{x}(k) + \sum_{i=1}^d CA^{d-i}Bu(k-d+i) + CA^{d-1}\Gamma\xi(k) \quad (2.42)$$

No entanto, sabe-se que  $\xi(k) = y(k) - C\bar{x}(k)$ , então o MVP no espaço de estado pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+d|k) &= C\hat{x}(k+d|k) = (CA^d - CA^{d-1}\Gamma C)\bar{x}(k) \\ &+ \sum_{i=1}^d CA^{d-i}Bu(k-d+i) + CA^{d-1}\Gamma y(k) \end{aligned} \quad (2.43)$$

O MVP no espaço de estado apresentado na Equação 2.43 retém, intrinsecamente, uma forma de solução analítica da equação Diofantina usada no projeto via funções de transferência do controlador GMV apresentada na Equação 2.18.

Reescrevendo-se a Equação 2.43 de modo a visualizá-la como um preditor de estados MV, tal que:

$$\hat{x}(k+d|k) = (A^d - FC)\bar{x}(k) + \sum_{i=1}^d A^{d-i}Bu(k-d+i) + Fy(k) \quad (2.44)$$

com  $F = A^{d-1}\Gamma$  sendo o ganho do preditor de estados MV a filtrar  $y(k)$ , tornando evidente que  $F$  é responsável pela função do filtro  $F(q^{-1})$ , isto é:

$$F^T = [f_0 \quad f_1 \quad \cdots \quad f_{n_a-1}] \quad (2.45)$$

De forma similar, recorrendo aos termos no futuro relativos a  $\xi(k)$  na Equação 2.41 e comparando-os com a Equação 2.17, é possível explicitar  $E(q^{-1})$  deslocando-se a Equação 2.17  $d$ -passos atrás para obter o filtro:

$$E(q^{-1}) = 1 + CA^0\Gamma q^{-1} + CA^1\Gamma q^{-2} + \cdots + CA^{d-2}\Gamma q^{-(d-1)} \quad (2.46)$$

O procedimento de projeto do MVP no espaço de estado fornece, de forma natural, um algoritmo de solução da equação Diofantina do controlador GMV no caso clássico via funções de transferência (SILVEIRA, 2012).

Resumindo, pode-se dizer que o procedimento de projeto é baseado na alimentação direta dos estados estimados pelo filtro de Kalman na saída predita, isto é:

$$\bar{x}(k) = (A - \Gamma C)\bar{x}(k-1) + Bu(k-d) + \Gamma y(k-1) \quad (2.47)$$

$$\hat{y}(k+d|k) = (CA^d - CFC)\bar{x}(k) + \sum_{i=1}^d CA^{d-i}Bu(k-d+i) + CFy(k) \quad (2.48)$$

Recorrendo-se a revisão sucinta da teoria de controle GMV feita na Seção 2.4, a saída generalizada é baseada em medidas até o instante  $k$  e uma sequência de referência futura conhecida:

$$\hat{\phi}(k+d|k) = \hat{y}(k+d|k) - y_r(k+d) + \lambda u(k) \quad (2.49)$$

A lei de controle GMVSS do GMV de ordem mínima é dada por:

$$u(k) = \frac{y_r(k+d) - (CA^d - CFC)\bar{x}(k) - CFy(k)}{(\lambda + \sum_{i=1}^d CA^{d-i}Bq^{-(d-i)})} \quad (2.50)$$

## 2.6 Controlador GMV na Topologia Canônica RST de Controlador

Assume-se que a planta é descrita por um sistema do tipo SISO com perturbações:

$$y(k) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k) + \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}d_i(k) + d_o(k) \quad (2.51)$$

onde  $d_i(k)$  e  $d_o(k)$  são as perturbações de entrada e de saída, respectivamente. As perturbações podem sensibilizar um sistema de várias formas. Neste trabalho assume-se que elas afetam tanto a entrada quanto a saída do sistema. Para sistemas lineares onde o princípio da superposição é válido, uma perturbação de entrada ou de saída sempre pode ser encontrada e modelada matematicamente (ASTRÖM e WITTENMARK, 2008).

Grande número de leis de controle, de dimensão finita e invariante no tempo, podem ser escritas de maneira genérica, conhecida como forma (canônica) RST de controlador:

$$R(q^{-1})u(k) = T(q^{-1})y_r(k) - S(q^{-1})y(k) \quad (2.52)$$

onde  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  são polinômios de ponderação (filtros) da saída do controlador, saída do sistema e sinal de referência, respectivamente. O formato RST de controlador possui dois graus de liberdade, uma vez que a lei de controle é composta por uma parcela *feedback*  $S(q^{-1})/R(q^{-1})$  e uma parcela *feedforward*  $T(q^{-1})/R(q^{-1})$ . A adequada seleção desses polinômios permite solucionar tanto o problema de regulação quanto o problema de rastreamento de referência em uma malha de controle.

Os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  são definidos como:

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_{n_r}q^{-n_r} \quad (2.53)$$

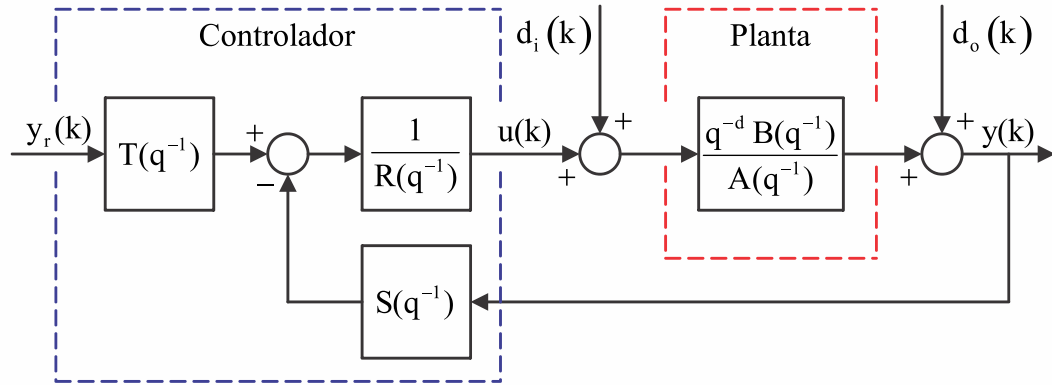
$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + \dots + s_{n_s}q^{-n_s} \quad (2.54)$$

$$T(q^{-1}) = t_0 + t_1q^{-1} + \dots + t_{n_t}q^{-n_t} \quad (2.55)$$

onde os índices  $n_r$ ,  $n_s$  e  $n_t$  são as ordens dos polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$ .

O diagrama de blocos do sistema em malha fechada é apresentado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Diagrama de blocos de um controlador na topologia RST em malha fechada.



Fonte: Elaboração própria, adaptado a partir de Aström e Wittenmark (2008).

Considerando  $d_i(k)$  e  $d_o(k)$  nulas, a função de transferência em malha fechada é:

$$T_{mf}(q^{-1}) = \frac{y(k)}{y_r(k)} = \frac{q^{-d} B(q^{-1}) T(q^{-1})}{A(q^{-1}) R(q^{-1}) + B(q^{-1}) S(q^{-1})} \quad (2.56)$$

Considerando  $y_r(k)$  e  $d_o(k)$  nulas, a função de transferência de malha fechada da perturbação de entrada  $d_i(k)$  para a saída da planta  $y(k)$  é:

$$S_i(q^{-1}) = \frac{y(k)}{d_i(k)} = \frac{q^{-d} B(q^{-1}) R(q^{-1})}{A(q^{-1}) R(q^{-1}) + B(q^{-1}) S(q^{-1})} \quad (2.57)$$

Considerando  $y_r(k)$  e  $d_i(k)$  nulas, a função de transferência de malha fechada da perturbação de saída  $d_o(k)$  para a saída da planta  $y(k)$  é:

$$S_o(q^{-1}) = \frac{y(k)}{d_o(k)} = \frac{A(q^{-1}) R(q^{-1})}{A(q^{-1}) R(q^{-1}) + B(q^{-1}) S(q^{-1})} \quad (2.58)$$

Lembrando-se que o controlador GMV polinomial ou em espaço de estado possuem a lei de controle idêntica, diferindo apenas no método de projeto, uma vez que o método de projeto GMVSS é no espaço de estado e o método de projeto tradicional do GMV é polinomial. A equação Diofantina é intrinsecamente solucionada pelo MVP no espaço de estado, o que não ocorre no MVP em função de transferência, sendo tarefa do projetista de controle a sua correta solução. O controlador GMV escrito em função de transferência ou em espaço de estado é um controlador linear e pode ser escrito na forma canônica RST.

Por inspeção da Equação 2.25 e Equação 2.52, é fácil perceber que para o caso do controlador GMV de ordem mínima os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  são definidos como:

$$R(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) \quad (2.59)$$

$$S(q^{-1}) = F(q^{-1}) \quad (2.60)$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (2.61)$$

O parâmetro de projeto  $\lambda$  é especificado pelo projetista e pondera a ação de controle. Os polinômios  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  são fornecidos pelo modelo ARMAX da planta (Equação 2.8), enquanto que os polinômios  $E(q^{-1})$  e  $F(q^{-1})$  são oriundos da solução da equação Diofantina (Equação 2.18).

Para o método GMVSS, os filtros  $E(q^{-1})$  e  $F(q^{-1})$  são calculados por meio da Equação 2.45 e Equação 2.46. A possibilidade de obtenção da lei de controle GMV na forma RST de controlador permite ao projetista a análise de robustez da malha de controle (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005; ASTRÖM e WITTENMARK, 2008).

## 2.7 Conclusão

O objetivo desse capítulo foi apresentar as idéias básicas sobre controle digital e identificação de sistemas, além de revisar de modo sucinto a teoria de controle preditivo de variância mínima tanto via funções de transferência quanto via espaço de estado. Mostrou-se ao leitor como o método de projeto GMVSS no espaço de estado é simplificado em relação ao método de projeto polinomial do controlador GMV, permitindo ao projetista de sistemas de controle lidar melhor com sistemas que possuem grandes atrasos de tempo e modelos matemáticos de ordem mais elevada. Apresentou-se como o controlador GMV pode ser obtidos na topologia RST de controlador. No próximo capítulo é explanado o método de projeto do controlador UHPC tanto na forma polinomial quanto via espaço de estado, bem como sua realização na forma RST de controlador e as métricas a serem usadas para análise de desempenho e robustez do sistema de controle.



### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM CONTROLE UHPC

#### 3.1 Introdução

Este capítulo tem o objetivo de fornecer a fundamentação teórica necessária para fins de comparação e compreensão do conteúdo do capítulo seguinte deste trabalho. O objetivo é permitir que o leitor, agora já familiarizado com a teoria de controle GMV exposta no capítulo anterior, possa angariar conhecimento suficiente para entender o desenvolvimento do UHPC e garantir uma rápida revisão ao leitor com maior experiência em relação a essa teoria de controle preditivo e estocástico.

Além da explanação sobre a teoria de controle UHPC e suas semelhanças ao GMV, neste capítulo também é exposto como o método de projeto GMVSS pode ser usado para acelerar a síntese da lei de controle UHPC. Sua representação na forma canônica RST de controlador, a herança de sintonia para o controle GMV e UHPC, bem como as métricas e ferramentas usadas para análise de robustez do sistema de controle projetado são detalhadas na sequência.

#### 3.2 Controle UHPC

Considere um sistema SISO dado pela Equação 2.8. Similar ao problema de controle GMV (CLARKE e GAWTHROP, 1975), o controle UHPC estabelece uma saída generalizada e a  $N_y$ -passos à frente, com  $N_y \geq d$  (TRENTINI et al., 2016b):

$$\phi(k + N_y) = P(q^{-1})y(k + N_y) - T(q^{-1})y_r(k + d) + Q(q^{-1})u(k) \quad (3.1)$$

Tende a um valor mínimo de acordo com a minimização do funcional:

$$J = E[\phi^2(k + N_y)] \quad (3.2)$$

Dado em função do sinal de controle  $u(k)$ , ou seja:

$$\frac{\partial J}{\partial u(k)} = 0 \quad (3.3)$$

A importância relativa do critério de desempenho do controlador varia conforme a área de aplicação. Por exemplo, no controle de processos, geralmente verifica-se que sinais de

controle muito energéticos são indesejáveis, sendo preferido uma malha de resposta lenta, além de que os modelos de plantas são mal especificados em termos de atraso de transporte e ordem, bem como seus parâmetros de função de transferência. A ênfase é, portanto, colocada no desempenho robusto e consistente, apesar das variações nos valores, como atraso de tempo e apesar das perturbações de carga sustentadas (CLARKE, MOHTADI e TUFFS, 1987b).

Na Equação 3.1 os polinômios  $P(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$ , assim como no controle GMV de Clarke e Gawthrop (1975), filtram a saída, uma sequência de referência  $y_r(k)$  e o sinal de controle, respectivamente. Estes filtros polinomiais ponderam a saída generalizada e consequentemente, o problema de otimização do UHPC. Atendo-se inicialmente ao proposto para o caso GMV, os filtros de ponderação para o caso UHPC são descritos como:

$$P(q^{-1}) = p_0 + p_1 q^{-1} + \dots + p_{n_p} q^{-n_p} \quad (3.4)$$

$$T(q^{-1}) = t_0 + t_1 q^{-1} + \dots + t_{n_t} q^{-n_t} \quad (3.5)$$

$$Q(q^{-1}) = q_0 + q_1 q^{-1} + \dots + q_{n_q} q^{-n_q} \quad (3.6)$$

Na saída generalizada  $\phi(k)$  na Equação 3.1, dados futuros da sequência de referência,  $y_r(k+d)$ , são supostamente conhecidos *a priori*, mas  $y(k+N_y)$  não está disponível. Isto acarreta o problema de prever a saída do sistema  $N_y$ -passos à frente para que o controlador UHPC possa compensar o atraso de maneira intrínseca.

Para simplificar a análise, a saída generalizada na Equação 3.1 é redefinida para:

$$\phi(k+N_y) = y(k+N_y) - y_r(k+d) + \lambda u(k) \quad (3.7)$$

O controlador UHPC de ordem mínima possui  $P(q^{-1}) = T(q^{-1}) = 1$  e  $Q(q^{-1}) = \lambda$ .

O problema do preditor de variância mínima (MVP) para o caso particular do controlador UHPC de ordem mínima desloca  $N_y$ -passos à frente o sistema ARMAX descrito na Equação 2.8. O sistema é reescrito como:

$$y(k+N_y) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k+N_y-d) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(k+N_y) \quad (3.8)$$

com a clara evidência da influência aleatória de  $\xi(k+N_y)$  sobre  $y(k+N_y)$ , o problema do MVP então utiliza a melhor informação disponível sobre  $\xi(k)$ , que em outras palavras

significa qualquer informação disponível sobre  $\xi(k)$  em instantes anteriores até uma medida recente de  $y(k)$ . Isto é feito separando-se a parcela relacionada a  $\xi(k + N_y)$  na Equação 3.8, em dados presentes e futuros, tal que:

$$\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(k + N_y) = \underbrace{\frac{F(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(k)}_{\text{presente}} + \underbrace{E(q^{-1}) \xi(k + N_y)}_{\text{futuro}} \quad (3.9)$$

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-N_y}F(q^{-1}) \quad (3.10)$$

Os polinômios  $F(q^{-1})$  e  $E(q^{-1})$  são definidos como:

$$F(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_f} q^{-n_f} \quad (3.11)$$

$$E(q^{-1}) = 1 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{n_e} q^{-n_e} \quad (3.12)$$

onde  $n_f = n_a - 1$  e  $n_e = N_y - 1$ . Em contraste com o equacionamento do problema GMV, uma vez que  $N_y \geq d$ , o sinal de controle  $u(k + N_y - d)$  na Equação 3.8 também é desconhecido. Assim como na parcela estocástica, a parcela de comando pode ser representada em uma parcela presente e uma parcela futura, similar ao que ocorre no controle GPC (TRENTINI et al., 2016b):

$$\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k + N_y - d) = \underbrace{\frac{H(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k)}_{\text{presente}} + \underbrace{J(q^{-1}) u(k + N_y - d)}_{\text{futuro}} \quad (3.13)$$

$$B(q^{-1}) = A(q^{-1})J(q^{-1}) + q^{-(N_y-d)}H(q^{-1}) \quad (3.14)$$

Os polinômios  $H(q^{-1})$  e  $J(q^{-1})$  são definidos como:

$$H(q^{-1}) = h_0 + h_1 q^{-1} + \dots + h_{n_h} q^{-n_h} \quad (3.15)$$

$$J(q^{-1}) = j_0 + j_1 q^{-1} + \dots + j_{n_j} q^{-n_j} \quad (3.16)$$

onde  $n_h = n_a - 1$  e  $n_j = N_y - d - 1$ . A melhor estimativa de  $y(k + N_y)$  até o instante  $k$ , ou seja,  $\hat{y}(k + d|k)$ , é baseada na informação no presente da Equação 3.9 e Equação 3.13:

$$\hat{y}(k + N_y|k) = \frac{H(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) + \frac{F(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(k) \quad (3.17)$$

Considerando que a parcela estocástica no presente  $\xi(k)$ , calculada a partir do erro de estimação, é dada por:

$$E(q^{-1})\xi(k) = y(k) - q^{-N_y}\hat{y}(k + N_y|k) - q^{-d}J(q^{-1})u(k) \quad (3.18)$$

Substituindo-se a Equação 3.18 na Equação 3.17, a equação do MVP via funções de transferência pode ser reescrita em função das informações no presente e no passado de  $u(k)$  e  $y(k)$ , levando-se em consideração o erro de estimação, tal que:

$$\hat{y}(k + N_y|k) = \frac{H(q^{-1})E(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1})}{C(q^{-1})}u(k) + \frac{F(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(k) \quad (3.19)$$

Observa-se a partir da Equação 3.19 que as raízes de  $C(q^{-1})$  precisam estar contidas dentro do círculo unitário para que o preditor seja estável. Portanto, na Equação 3.19, é necessário calcular os polinômios  $E(q^{-1})$ ,  $F(q^{-1})$ ,  $H(q^{-1})$  e  $J(q^{-1})$  que possibilitam a predição via  $\hat{y}(k + d|k)$ . Tal como apresentado por Aström e Wittenmark (1973), Clarke e Gawthrop (1975) e Trentini et al., (2016b), uma das formas é a solução das identidades polinomiais apresentadas na Equação 3.10 e Equação 3.14, essa identidade polinomial é designada como uma equação Diofantina.

O controlador UHPC é então desenvolvido a partir de uma nova saída generalizada:

$$\hat{\phi}(k + N_y|k) = \hat{y}(k + d|k) - y_r(k + d) + \lambda u(k) \quad (3.20)$$

A lei de controle do UHPC de ordem mínima é dada por:

$$u(k) = \frac{C(q^{-1})y_r(k + d) - F(q^{-1})y(k)}{H(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1})} \quad (3.21)$$

Por fim, a função de transferência de malha fechada pode ser obtida pela substituição da Equação 3.21 na Equação 3.8 desconsiderando a parcela estocástica. Usando-se a Equação 3.10 e Equação 3.14 após algumas manipulações algébricas, tem-se a função de transferência de malha fechada:

$$\frac{y(k)}{y_r(k)} = \frac{B(q^{-1})C(q^{-1})}{A(q^{-1})[H(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1})] + B(q^{-1})F(q^{-1})} \quad (3.22)$$

Agora sobre o controlador UHPC alguns pontos interessantes são mencionados (TRENTINI et al., 2016b):

- O horizonte estendido  $N_y$  está contido no polinômio  $H(q^{-1})$ ;
- Se  $N_y = d$ , o controlador UHPC torna-se o controlador GMV apresentado por Clarke e Gawthrop (1975);
- Se  $N_y = d$  e  $\lambda = 0$ , o controlador UHPC torna-se regulador MV apresentado em Aström (1970);
- A estabilidade do sistema em malha fechada é assegurada se, e somente se, os polos da função de transferência de malha fechada (Equação 3.22) estiverem dentro do círculo unitário no plano- $z$ .

Caso a planta a ser controlada não possua integrador natural, sua adição para garantir erro nulo em regime permanente para entrada do tipo degrau é obtida por meio da ação incremental  $\Delta u(k)$ , tornando o modelo nominal do sistema na Equação 2.8 em um modelo aumentado do tipo ARIMAX de acordo com a Equação 2.27. Logo, a lei de controle e a função de transferência de malha fechada tornam-se:

$$\Delta u(k) = \frac{C(q^{-1})y_r(k+d) - F(q^{-1})y(k)}{H(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1})} \quad (3.23)$$

$$\frac{y(k)}{y_r(k)} = \frac{B(q^{-1})C(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})[H(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1})] + B(q^{-1})F(q^{-1})} \quad (3.24)$$

O grande problema em predições longas claramente é a solução da Equação 3.10 e Equação 3.14. Essa era uma das razões de Clarke e Gawthrop (1975) sugerirem manter o atraso de tempo  $d \leq 3$  para o modelo de projeto, consequentemente afastando-se da possibilidade de lidar com sistemas com altas frequências de amostragem, já que para manter  $d$  pequeno o período de amostragem  $T_s$  deve ser grande.

No entanto, existe o método de projeto GMVSS de solução da equação Diofantina em espaço de estado apresentado por Silveira e Coelho (2011) e estendido por Trentini et al. (2016b) que permite ao projetista lidar com longos horizontes de predição. Tal método foi apresentado na Seção 2.5 deste trabalho e será usado, com as devidas modificações necessárias à abordagem UHPC, para facilitar e encurtar o tempo de projeto do controlador ao encontrar os polinômios  $E(q^{-1})$ ,  $F(q^{-1})$ ,  $H(q^{-1})$  e  $J(q^{-1})$  necessários à sua implementação.

### 3.3 Controle UHPC no Espaço de Estado

A formulação apresentada nesta Seção difere ligeiramente da apresentada por Silveira e Coelho (2011), uma vez que o controlador UHPC desenvolvido por Trentini et al. (2016b) considera um horizonte de predição  $N_y$  estendido no projeto. O projeto do controlador UHPC no espaço de estado começa com uma representação ARMAX também em espaço de estado conforme a Equação 2.29 e Equação 2.30, tendo as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $\Gamma$  descritas segundo as Equações 2.31 a 2.34.

Avançando-se a Equação 2.29  $N_y$ -passos à frente, a Equação 2.30 torna-se:

$$y(k + N_y) = CA^{N_y}x(k) + \sum_{i=d}^{N_y} CA^{N_y-i}Bu(k - d + i) + \sum_{i=1}^{d-1} CA^{N_y-i}Bu(k - d + i) + \xi(k + N_y) + \sum_{i=1}^{N_y} CA^{N_y-i}\Gamma\xi(k - 1 + i) \quad (3.25)$$

Assim como na Seção 3.2, a parcela estocástica e de comando podem ser segregadas em presente e futuro (TRENTINI et al., 2016b):

$$\underbrace{\xi(k + N_y) + \sum_{i=1}^{N_y} CA^{N_y-i}\Gamma\xi(k - 1 + i)}_{\text{parcela estocástica}} = \underbrace{CA^{N_y-1}\Gamma\xi(k)}_{\text{presente}} + \underbrace{\xi(k + N_y) + \sum_{i=2}^{N_y} CA^{N_y-i}\Gamma\xi(k - 1 + i)}_{\text{futuro}} \quad (3.26)$$

$$\underbrace{\sum_{i=d}^{N_y} CA^{N_y-i}Bu(k - d + i)}_{\text{parcela de comando}} = \underbrace{CA^{N_y-d}Bu(k)}_{\text{presente}} + \underbrace{\sum_{i=d+1}^{N_y} CA^{N_y-i}Bu(k - d + i)}_{\text{futuro}} \quad (3.27)$$

Negligenciando-se o futuro das parcelas estocástica e de comando e usando-se a Equação 3.25, a saída predita  $N_y$ -passos à frente é então escrita como:

$$\begin{aligned}\hat{y}(k + N_y|k) &= CA^{N_y}\bar{x}(k) + \sum_{i=1}^{d-1} CA^{N_y-i}Bu(k - d + i) \\ &\quad + CA^{N_y-d}Bu(k) + CA^{N_y-1}\Gamma\xi(k)\end{aligned}\quad (3.28)$$

No entanto, sabe-se que  $\xi(k) = y(k) - C\bar{x}(k)$ , então o MVP no espaço de estado pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\hat{y}(k + N_y|k) &= C\hat{x}(k + N_y|k) = (CA^{N_y} - CA^{N_y-1}\Gamma C)\bar{x}(k) \\ &\quad + CA^{N_y-d}Bu(k) + \sum_{i=1}^d CA^{N_y-i}Bu(k - d + i) + CA^{N_y-1}\Gamma y(k)\end{aligned}\quad (3.29)$$

O MVP no espaço de estado apresentado na Equação 3.29 retém, intrinsecamente, uma forma de solução analítica das equações Diofantinas usadas no projeto via funções de transferência do controlador UHPC apresentada na Equação 3.10 e Equação 3.14.

Reescrevendo-se a Equação 3.29 pode-se visualizá-la como um preditor de estados MV:

$$\hat{x}(k + N_y|k) = (A^{N_y} - FC)\bar{x}(k) + Hu(k) + \sum_{i=1}^{d-1} A^{N_y-i}Bu(k - d + i) + Fy(k) \quad (3.30)$$

onde  $F = A^{N_y-1}\Gamma$ ,  $H = A^{N_y-d}B$ . A Equação 3.30 fornece os estados preditos do sistema  $N_y$ -passos à frente usando somente a informação atual do sinal de controle  $u(k)$  e o sinal de saída do sistema  $y(k)$ , portanto tem-se a generalização do filtro de Kalman sendo aqui denominado de filtro de Kalman de  $N_y$  passos à frente (TRENTINI, 2017).

Assim como já demonstrado por Silveira e Coelho (2011),  $F$  é a solução da equação Diofantina do ruído no controle GMV. Usando do mesmo princípio, Trentini (2017) demonstrou que  $H$  é a solução da equação Diofantina do sinal de comando presente no controle UHPC. Dessa maneira, os coeficientes dos polinômios  $F(q^{-1})$  e  $H(q^{-1})$  são obtidos:

$$F^T = [f_0 \quad f_1 \quad \cdots \quad f_{n_a-1}] \quad (3.31)$$

$$H^T = [h_0 \quad h_1 \quad \cdots \quad h_{n_a-1}] \quad (3.32)$$

De forma similar, recorrendo aos termos no futuro relativos a  $\xi(k)$  na Equação 3.26 e comparando-os com a Equação 3.9, é possível explicar  $E(q^{-1})$  deslocando-se a Equação 3.9  $N_y$ -passos atrás. A partir dessa mesma observação, recorrendo aos termos no futuro relativos

a  $u(k)$  na Equação 3.27 e comparando-os com a Equação 3.13, é possível obter o filtro  $J(q^{-1})$  deslocando-se a Equação 3.13  $(N_y - d)$ -passos atrás. Portanto, o cálculo dos polinômios  $E(q^{-1})$  e  $J(q^{-1})$  é dado como:

$$E(q^{-1}) = 1 + CA^0\Gamma q^{-1} + CA^1\Gamma q^{-2} + \dots + CA^{N_y-2}\Gamma q^{-(N_y-1)} \quad (3.33)$$

$$J(q^{-1}) = CA^0B + CA^1Bq^{-1} + CA^2Bq^{-2} \dots + CA^{N_y-d-1}Bq^{-(N_y-d-1)} \quad (3.34)$$

O procedimento de projeto do MVP no espaço de estado fornece, de forma natural, um algoritmo de solução das duas equações Diofantinas do controlador UHPC no caso clássico via funções de transferência (TRENTINI et al., 2016b).

Resumindo, pode-se dizer que o procedimento de projeto é baseado na alimentação direta dos estados estimados pelo filtro de Kalman na saída predita, isto é:

$$\bar{x}(k) = (A - \Gamma C)\bar{x}(k-1) + Bu(k-d) + \Gamma y(k-1) \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(k + N_y|k) &= (CA^{N_y} - CFC)\bar{x}(k) + CHu(k) \\ &+ \sum_{i=1}^{d-1} CA^{N_y-i}Bu(k-d+i) + CFy(k) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Recorrendo-se a revisão sucinta da teoria de controle UHPC feita na Seção 3.2, a saída generalizada é baseada em medidas até o instante  $k$  e uma sequência de referência futura conhecida:

$$\hat{\phi}(k + N_y|k) = \hat{y}(k + N_y|k) - y_r(k+d) + \lambda u(k) \quad (3.37)$$

A lei de controle do UHPC de ordem mínima no espaço de estado é dada por:

$$u(k) = \frac{y_r(k+d) - (CA^{N_y} - CFC)\bar{x}(k) - CFy(k)}{(\lambda + CH + \sum_{i=1}^{d-1} CA^{N_y-i}Bq^{-(d-i)})} \quad (3.38)$$

Por fim, é importante ressaltar que usando-se o método de projeto apresentado o problema em solucionar as equações Diofantinas de ruído e comando não existe mais, tornando possível implementações com grandes horizontes de predição  $N_y$ ; a habilidade do controlador UHPC em lidar com ruído é herdada do filtro de Kalman; diferentemente dos outros MBPCs que possuem um mecanismo de cálculo de trajetórias futuras tanto para a saída do sistema quanto para a ação de controle denominado horizonte retrocedente, onde a cada



iteração do algoritmo de controle predições de  $y(k)$  e  $u(k)$  são calculadas e somente o sinal de controle atual é de fato aplicado a planta, sendo todas as outras predições descartadas para serem recalculadas na próxima iteração (BITMEAD et al., 1990; CAMACHO e BORDONS, 2007; WANG, 2009).

### 3.4 Controlador UHPC na Topologia Canônica RST de Controlador

Acompanhando-se o que foi apresentado na Seção 2.6 e, assumindo-se uma descrição linear tanto para a planta (Equação 2.50) quanto para o controlador (Equação 2.51) é possível obter a formulação RST de controlador para o caso UHPC assim como foi realizado para o GMV, lembrando que a lei de controle GMV é um caso particular da lei de controle UHPC. Por inspeção da Equação 3.21 e Equação 2.51, pode-se inferir que para o caso do controlador UHPC de ordem mínima polinomial ou em espaço de estado os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  da lei de controle são definidos como:

$$R(q^{-1}) = H(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1}) \quad (3.39)$$

$$S(q^{-1}) = F(q^{-1}) \quad (3.40)$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (3.41)$$

O parâmetro de projeto  $\lambda$  é selecionado pelo projetista e penaliza a ação de controle, assim como na ação de controle GMV. Os polinômios  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  são fornecidos pelo modelo ARMAX da planta (Equação 2.8), enquanto que os polinômios  $E(q^{-1})$  e  $F(q^{-1})$  são oriundos da solução da equação Diofantina de ruído (Equação 3.10) e a solução da equação Diofantina de comando (Equação 3.14) fornece os polinômios  $H(j^{-1})$  e  $J(q^{-1})$ .

Para o caso do controlador UHPC no espaço de estado, os filtros  $F(q^{-1})$  e  $H(q^{-1})$  são obtidos por meio da Equação 3.31 e Equação 3.32 e, por sua vez, os filtros  $E(q^{-1})$  e  $J(q^{-1})$  são calculados conforme Equação 3.33 e Equação 3.34, respectivamente. A possibilidade de obtenção do controlador UHPC na forma RST permite a análise de robustez da malha por meio de métricas sólidas já existentes na teoria de controle, e possibilita a implementação do controlador sem a necessidade de estimar os estados explicitamente, reduzindo a complexidade computacional.

### 3.5 Herança de Sintonia e Controladores GMV e UHPC de Ordem Não Mínima

No início do Capítulo 2 e 3, fez-se algumas simplificações no problema de controle GMV e UHPC para proporcionar ao leitor o fácil desenvolvimento e entendimento sobre o método de projeto apresentado. Por exemplo, a saída generalizada tanto para o caso GMV (Equação 2.9) quanto para o caso UHPC (Equação 3.1) foram simplificadas para o que são mostradas na Equação 2.15 e Equação 3.7, respectivamente. Nesse caso considerou-se que  $P(q^{-1}) = T(q^{-1}) = 1$  e  $Q(q^{-1}) = \lambda$ , caracterizando apenas o caso do controlador GMV e UHPC de ordem mínima e suas respectivas leis de controle – Equação 2.25 e Equação 3.21.

Conclui-se então, que apesar de atraente por ter somente um parâmetro de sintonia, o GMV e UHPC de ordem mínima operam basicamente restringindo a largura de banda da malha de controle e, conseqüentemente, diminuindo a velocidade de resposta conforme  $\lambda$  cresce, uma vez que a lei de controle de ordem mínima basicamente é resultado das características dinâmicas do modelo de projeto (SILVEIRA et al., 2016; SILVEIRA et al., 2020).

No entanto, o problema completo, para quando os filtros de saída e referência,  $P(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$ , são diferentes de 1 (um) também pode ser resolvido (SILVEIRA, 2012). O filtro  $P(q^{-1})$  é supostamente conhecido, atribuído pelo projetista de acordo com as necessidades de filtragem e de estabilidade da malha de controle. É importante ressaltar que o filtro  $P(q^{-1})$  não aparece explicitamente na lei de controle GMV e UHPC, todavia sua característica dinâmica é transferida aos polinômios  $E(q^{-1})$  e  $F(q^{-1})$  no caso GMV e aos polinômios  $E(q^{-1})$ ,  $F(q^{-1})$ ,  $J(q^{-1})$  e  $H(q^{-1})$  no caso UHPC.

Sendo assim, é possível tratar o problema de projeto do controlador GMV e UHPC de maneira direta pelo método tradicional de alocação de polos, dado por:

$$A_{cl}(q^{-1}) = A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B(q^{-1})P(q^{-1}) \quad (3.42)$$

onde a  $A_{cl}(q^{-1})$  é o polinômio característico de malha fechada que estabelece a dinâmica desejada pelo projetista. Fazendo-se o polinômio  $Q(q^{-1}) = \lambda = 1$ , a única incógnita a ser determinada são os coeficientes do polinômio  $P(q^{-1})$ . Outra forma de seleção de  $P(q^{-1})$  é por meio da herança de sintonia de uma dada lei de controle, invariante no tempo e de dimensão finita, para o controle GMV ou UHPC. Reescrevendo-se um controlador qualquer na sua forma canônica de controlador e igualando-se o filtro de saída  $P(q^{-1})$  ao polinômio

$S(q^{-1})$  resultante, a herança de sintonia é garantida conforme o cumprimento das etapas descritas a seguir.

Uma vez conhecida a topologia RST de cada controlador, a herança de sintonia para o GMV e UHPC é realizada de modo simples via espaço de estado, conforme Silveira e Coelho (2011) e Trentini et al. (2016b) a partir da incorporação de  $P(q^{-1})$  na descrição do modelo de projeto em espaço de estado:

$$\bar{A}(q^{-1}) = P(q^{-1})A(q^{-1}) \quad (3.43)$$

$$\bar{B}(q^{-1}) = P(q^{-1})B(q^{-1}) \quad (3.44)$$

$$\bar{C}(q^{-1}) = P(q^{-1})C(q^{-1}) \quad (3.45)$$

Agora o modelo em espaço de estado é construído a partir dos polinômios  $\bar{A}(q^{-1})$ ,  $\bar{B}(q^{-1})$  e  $\bar{C}(q^{-1})$  e, utilizando-se o método de projeto GMVSS para obtenção dos polinômios  $E(q^{-1})$ ,  $F(q^{-1})$ ,  $J(q^{-1})$  e  $H(q^{-1})$  necessários a lei de controle GMV e UHPC.

Como esperado, os polinômios que antes dependiam da ordem do polinômio  $A(q^{-1})$  agora dependem da ordem de  $\bar{A}(q^{-1})$ . Como geralmente o polinômio  $P(q^{-1})$  não é mônico, o polinômio  $E(q^{-1})$  deixa de ser mônico ( $e_0 = 1$ ) tanto para o caso GMV quanto UHPC, logo  $e_0 = p_0$  para um filtro  $P(q^{-1})$  de ordem  $n_p \geq 1$ . Os outros coeficientes de  $E(q^{-1})$  continuam a ser calculados de acordo com a Equação 2.45 para o controle GMV e Equação 3.33 para o controle UHPC. Por fim, o filtro de referência  $T(q^{-1})$  do controlador GMV e UHPC deve ser igualado ao filtro de referência  $T(q^{-1})$  oriundo da forma RST do controlador o qual se deseja herdar a sintonia.

Por exemplo, para se herdar a sintonia de um controlador PID digital para os controladores preditivos GMV e UHPC a primeira etapa é a obtenção da sua estrutura RST de controlador. Sendo assim, o PID digital, obtido por uma aproximação *Backward Difference*, possui a seguinte lei de controle RST:

$$R(q^{-1}) = \Delta = 1 - q^{-1} \quad (3.46)$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} \quad (3.47)$$

$$T(q^{-1}) = S(q^{-1}) = t_0 + t_1 q^{-1} + t_2 q^{-2} \quad (3.48)$$

A segunda etapa é fazer  $P(q^{-1}) = S(q^{-1})$  e obter o modelo de projeto em espaço de estado a partir da inserção do filtro  $P(q^{-1})$  conforme a Equação 3.43 a 3.45. Um detalhe importante para finalizar a herança de sintonia: tanto o controlador GMV quanto UHPC devem possuir a ação incremental presente no controlador PID, para tal deve-se usar o modelo aumentado do tipo ARIMAX para o projeto (Equação 2.27). Em seguida, utiliza-se o método de projeto GMVSS para solucionar de maneira intrínseca a equação Diofantina de ruído para o caso GMV e equação Diofantina de ruído e comando para o caso UHPC.

Sendo assim, a lei de controle GMV generalizada (de ordem não mínima) é:

$$\Delta u(k) = \frac{T(q^{-1})C(q^{-1})y_r(k+d) - F(q^{-1})y(k)}{\bar{B}(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1})} \quad (3.49)$$

Por sua vez, a lei de controle UHPC generalizada (de ordem não mínima) é dada por:

$$\Delta u(k) = \frac{T(q^{-1})C(q^{-1})y_r(k+d) - F(q^{-1})y(k)}{H(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) - q^{-d}F(q^{-1})J(q^{-1})} \quad (3.50)$$

As duas leis de controle devem possuir o parâmetro  $\lambda = 1$ , bem como o filtro de referência  $T(q^{-1})$  idêntico ao filtro de referência do controlador PID exposto na Equação 3.48 para que a herança de sintonia seja garantida.

Assim como o PID digital, o controlador IPD digital pode ter sua sintonia transferida (herdada) para os controladores GMV e UHPC, a única diferença reside na estrutura RST do controlador, já que para o IPD digital o polinômio  $T(q^{-1}) = S(1)$ , ou seja,  $t_0 = s_0 + s_1 + s_2$ , sendo assim, a lei de controle GMV e UHPC generalizada para o caso IPD digital teria o polinômio  $P(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2}$  e  $T(q^{-1}) = t_0$ . Portanto, seguindo-se as etapas nesta seção, qualquer sintonia de controlador linear pode ser transferida aos controladores preditivos desde que se conheça a forma RST do controlador que se deseja herdar a sintonia, resultando na obtenção da versão preditiva e estocástica (ou não) de tal controlador.

### 3.6 Funções de Sensibilidade e Estabilidade de Nyquist

O projeto de sistemas de controle envolve uma relação de compromisso entre objetivos conflitantes tais como desempenho e robustez. Em geral, um sistema de controle realimentado precisa ser estável em malha fechada e deve atender algumas características desejáveis:

- 1) Boa rejeição de perturbações (sem ação de controle excessiva);

- 2) Rápido rastreamento de referência (sem ação de controle excessiva);
- 3) Pouca sensibilidade a ruídos de medição e incertezas de modelagem;
- 4) Grau de robustez satisfatório a variações da dinâmica da planta.

Ruído de medição e erros de modelagem geralmente são dinâmicas de alta frequência não modeladas e podem causar comportamentos indesejáveis e até a instabilidade da malha de controle. Portanto, é necessário o projeto de controladores capazes de garantir desempenho e robustez mesmo na presença de tais efeitos (ASTRÖM e WITTENMARK, 2011).

Segundo Seborg et al. (2010), a robustez de um sistema de controle é analisada a partir da margem de ganho (GM – *Gain Margin*) e margem de fase (PM – *Phase Margin*) da função de sensibilidade complementar  $T_{mf}(q^{-1})$  e da função de sensibilidade  $S_o(q^{-1})$ , equações 2.56 e 2.58, respectivamente. As funções de sensibilidade permitem acessar as características de resposta em frequência de malha fechada e o quão sensível o sistema de controle é às mudanças na planta, fornecendo informação relevante a respeito da estabilidade e robustez do sistema de controle.

Lembrando-se que para o caso em que todas as condições iniciais são nulas, o operador de atraso de tempo discreto pode ser igualado a variável complexa da Transformada  $z$ , ou seja,  $q^{-1} = z^{-1}$ . Este fato e as propriedades da Transformada  $z$  permitem transformar equações a diferenças em equações algébricas. A Transformada  $z$  está no domínio da frequência com a seguinte relação:  $z^{-1} = e^{-j\omega T_s}$ . Doravante, se usará a notação  $q^{-1}$  por simplicidade de redação das métricas via resposta em frequência apresentadas a seguir.

As taxas de amplificação máximas das funções de sensibilidade e sensibilidade complementar fornecem medidas úteis sobre a robustez da malha de controle. Essas medidas também são usadas como critério de projeto de sistemas de controle (DOYLE et al., 1990).

Assume-se que  $|S_o(e^{-j\omega T_s})|$  e  $|T_{mf}(e^{-j\omega T_s})|$  são as taxas de amplificação de  $S_o(q^{-1})$  e  $T_{mf}(q^{-1})$ , respectivamente. Define-se  $M_S$  como o máximo valor de  $|S_o(e^{-j\omega T_s})|$  para todas as frequências:

$$M_S = \max_{0 \leq \omega \leq \infty} |S_o(e^{-j\omega T_s})| = \|S_o(q^{-1})\|_{\infty} \quad (3.51)$$

Usando a Equação 2.58, a Equação 3.51 pode ser reescrita como:

$$M_S = \max_{0 \leq \omega \leq \infty} |S_o(e^{-j\omega T_s})| = \left\| \frac{A(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1})} \right\|_{\infty} \quad (3.52)$$

O máximo valor  $M_S$  também possui uma interpretação geométrica. A malha direta é definida como sendo a função de transferência do controlador em série com a função de transferência da planta. Dessa forma,  $M_S$  é o inverso da menor distância do gráfico de Nyquist de malha direta até o ponto crítico  $(-1, j0)$ . Portanto, quanto menor for o máximo valor  $M_S$ , maior será a robustez do sistema perante perturbações atuantes na entrada e saída da planta (ASTRÖM e HÄGGLUND, 1995).

Define-se  $M_T$  como o máximo valor de  $|T_{mf}(e^{-j\omega T_s})|$  para todas as frequências:

$$M_T = \max_{0 \leq \omega \leq \infty} |T_{mf}(e^{-j\omega T_s})| = \|T_{mf}(q^{-1})\|_{\infty} \quad (3.53)$$

Usando a Equação 2.56, a Equação 3.53 pode ser reescrita como:

$$M_T = \max_{0 \leq \omega \leq \infty} |T_{mf}(e^{-j\omega T_s})| = \left\| \frac{q^{-d}B(q^{-1})T(q^{-1})}{A(q^{-1})R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1})} \right\|_{\infty} \quad (3.54)$$

O máximo valor  $M_T$  considera a influência da referência  $y_r(k)$  na malha de controle e é equivalente ao pico de ressonância, o qual em geral deve ser mantido pequeno. Em baixas frequências,  $|T_{mf}(e^{-j\omega T_s})| \rightarrow 1$  e  $|S_o(e^{-j\omega T_s})| \rightarrow 0$  e em altas frequências  $|T_{mf}(e^{-j\omega T_s})| \rightarrow 0$  e  $|S_o(e^{-j\omega T_s})| \rightarrow 1$ . Idealmente,  $|T_{mf}(e^{-j\omega T_s})|$  deve ser mantido igual à unidade pela maior faixa de frequência possível, enquanto  $|S_o(e^{-j\omega T_s})|$  deve ser nula para todas as frequências. No entanto, essa situação ideal é fisicamente impossível para sistemas de controle, portanto um objetivo mais realista é minimizar  $|S_o(e^{-j\omega T_s})|$  pela maior faixa de frequência possível. Isso significa dizer que o sistema de controle terá rastreamento de referência mais rápido e sua faixa de operação será estendida, bem como maior rejeição de perturbações externas e maior tolerância a erros de modelagem.

Os máximos valores  $M_S$  e  $M_T$  estão relacionados às margens de ganho (decibel) e fase (graus) conforme apresentado nas Equações 3.55 a 3.58. Em geral, uma boa relação de compromisso entre desempenho e robustez da malha de controle é alcançada para o intervalo:  $1 \leq M_T \leq 1,5$  e  $1,2 \leq M_S \leq 2$  (SEBORG et al., 2010). Vale salientar que tais especificações podem variar entre os diferentes campos de aplicação, como exemplo, no campo da aviação são exigidas maiores margens de ganho e fase em comparação ao campo da indústria química e petroquímica a qual o autor citado acima se refere.

$$GM \geq 20 \log_{10} \left( \frac{M_S}{M_S - 1} \right) \quad (3.55)$$

$$PM \geq 2 \sin^{-1} \left( \frac{1}{2M_S} \right) \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) \quad (3.56)$$

$$GM \geq 20 \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{M_T} \right) \quad (3.57)$$

$$PM \geq 2 \sin^{-1} \left( \frac{1}{2M_T} \right) \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) \quad (3.58)$$

A margem de ganho indica o quanto o ganho na malha de controle pode aumentar antes que ocorra a instabilidade e, por sua vez, a margem de fase indica o quanto de atraso de tempo pode ser incluído na malha de controle antes que a instabilidade ocorra (SKOGESTAD, 2003; SEBORG et al., 2010; OGATA, 2011).

As escolhas de margem de ganho e margem de fase também refletem a qualidade do modelo e a variabilidade esperada da planta. Em geral, um controlador bem sintonizado deve possuir uma taxa de amplificação entre 1,7 e 4, ou seja,  $4,6 \text{ dB} \leq GM \leq 12 \text{ dB}$  e  $30^\circ \leq PM \leq 45^\circ$  (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005; SEBORG et al., 2010). Como mencionado anteriormente, os sistemas de controle projetados dentro da área de aviação possuem especificações mais exigentes, comumente na faixa  $6 \text{ dB} \leq GM \leq 15 \text{ dB}$  e  $30^\circ \leq PM \leq 60^\circ$  (STEVENS et al., 2016).

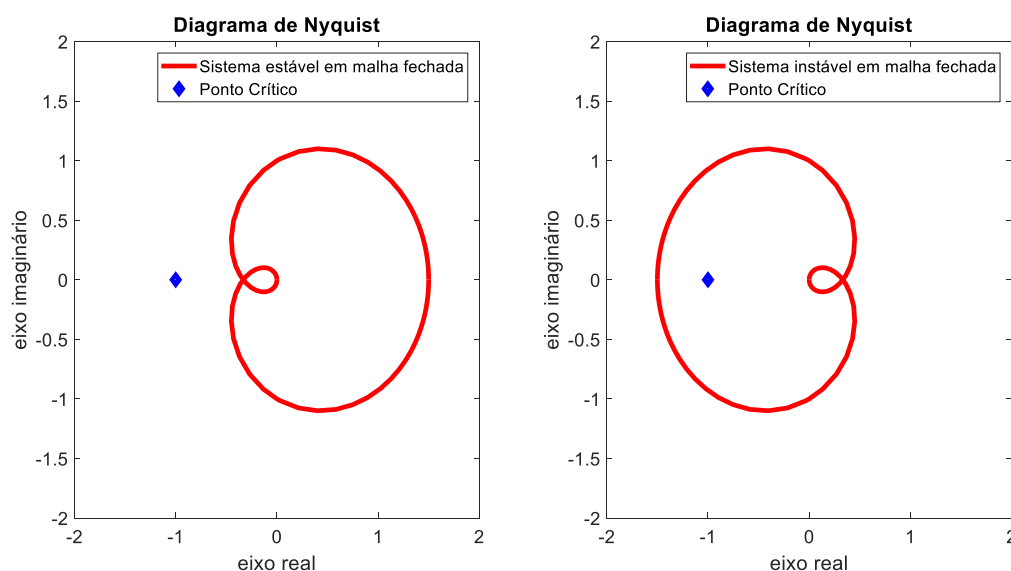
Aspectos de desempenho e robustez são conceitos importantes na análise do comportamento transitório e de regime permanente de um sistema de controle. No projeto de um controlador bem sintonizado, este deve apresentar uma adequada margem de estabilidade e robustez, estabelecendo assim, um compromisso entre estabilidade de malha fechada e desempenho. A literatura de teoria de controle apresenta diversos índices de desempenho e robustez que permitem quantificar e/ou qualificar o sistema controlado, avaliando o grau de robustez do controlador projetado (SKOGESTAD, 2003; ARAÚJO, 2017).

Além das funções de sensibilidade, outra ferramenta denominada critério de estabilidade de Nyquist tem como metodologia determinar a estabilidade de malha fechada de um sistema de controle, a partir da característica da resposta em frequência de malha aberta. Este critério pode ser aplicado em sistemas estáveis e instáveis em malha aberta e em sistemas com múltiplos valores de frequência de corte, fornecendo assim a medida de estabilidade e os valores de margem de ganho e de fase. O critério de estabilidade de Nyquist é o teste de estabilidade mais tradicional e confiável disponível para sistemas lineares descritos por funções de transferência (SEBORG et al., 2010).

Resumidamente, o gráfico de Nyquist é um diagrama cartesiano no plano complexo, o qual o ganho de malha (*loop gain*) é plotado conforme a frequência complexa varia de zero a infinito. O ponto  $(-1, j0)$  é denominado ponto crítico. Na Figura 3.1 é exemplificado de maneira simples como o contorno de Nyquist é usado para verificar a estabilidade de um sistema realimentado. Por fim, sistemas de controle com elevados valores de *GM* e *PM* suportam maiores mudanças paramétricas, antes de atingirem a instabilidade em malha fechada (FADALI e VISIOLI, 2013; SEBORG et al., 2010).

A análise de robustez para os todos os controladores apresentados é feita por meio das métricas apresentadas na Seção 3.6 desse trabalho, ou seja, a análise de robustez é realizada via funções de sensibilidade, sensibilidade complementar e estabilidade de Nyquist.

Figura 3.1 – Diagrama de Nyquist para um sistema instável e outro estável em malha fechada.



Fonte: Elaboração própria.

Na teoria de controle clássico, especificações de robustez podem ser inseridas na malha de controle desde o início do projeto do controlador, fornecendo margem de ganho e margem de fase suficientes para neutralizar os efeitos de erros de modelagem do sistema e perturbações externas que possam atuar sobre ele. Dinâmicas de alta frequência não modeladas bem como variações paramétricas da planta (perturbações de baixa frequência) podem atuar para desestabilizar uma malha de controle.

Portanto, é importante projetar controladores que possuam *estabilidade robusta*, que é a habilidade de prover estabilidade à malha de controle, apesar dos erros de modelagem devido às dinâmicas de alta frequência não modeladas e variações paramétricas da planta. Além disso, é necessário que os controladores projetados possuam *desempenho robusto*, que é a



habilidade de garantir desempenho satisfatório (em termos de sobressinal, tempo de acomodação, erro em regime permanente etc.) mesmo que o sistema esteja sujeito a perturbações (STEVENS et al., 2016).

### 3.7 Conclusão

O objetivo desse capítulo foi apresentar a teoria de controle UHPC e suas particularidades apesar de ser um novo desdobramento da teoria de controle preditivo e estocástico, valendo-se da revisão da teoria de controle preditivo de variância mínima tanto na forma polinomial quanto em espaço de estado realizada no Capítulo 2. Mostrou-se ao leitor como o método de projeto GMVSS com algumas alterações simples pode ser usado para solução das equações Diofantinas presentes no controlador UHPC, permitindo ao projetista de sistemas de controle lidar de maneira mais adequada com sistemas de ordem elevada ou que possuam grandes atrasos de transporte em malha aberta.

Apresentou-se como o controlador UHPC pode ser obtido na topologia RST de controlador. Explanou-se também o conceito de robustez de uma malha de controle e como o diagrama de Nyquist e as funções de sensibilidade fornecem informações úteis sobre as características de desempenho e robustez do sistema em malha fechada. Por fim, definiu-se as métricas utilizadas para análise quantitativa de robustez do sistema de controle.

No próximo capítulo alguns sistemas lineares e não lineares bem conhecidos na teoria de controle são identificados via modelos ARX e ARMAX. Aplica-se então o método de projeto GMVSS para obtenção dos controladores preditivos e estocásticos GMV, GPC e UHPC. Em seguida, simulações numéricas e testes em plantas experimentais são realizadas para fins de avaliação de desempenho e robustez da malha de controle para cada controlador UHPC sintetizado e suas diferentes sintonias.

## 4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

### 4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a utilização do controlador UHPC para os testes realizados. Uma das características deste trabalho, que precisa ficar clara ao leitor, é que o problema abordado, resume-se à apresentação e aplicação do controlador UHPC, e não o problema de controlar uma planta ou classe de sistema específica. Portanto, optou-se por selecionar um conjunto de plantas com características estruturais e dinâmicas distintas para a realização de testes via simulações numéricas e experimentais, a fim de explorar exemplos em diferentes níveis de dificuldade de acordo com a necessidade.

Cada fase da pesquisa compreendeu avanços de complexidade dos algoritmos de controle propostos, sendo esses disponibilizados no final desse trabalho escrito. Logo, cada caso demandou um exemplo de complexidade à altura. Devido a isso, alguns modelos, dentre a gama existente na literatura de controle, ditos sistemas *benchmark*, para testes de controladores, foram definidos para enfatizar, da melhor maneira, cada resultado que se deseja extrair nas diferentes etapas da pesquisa. Tais sistemas são descritos a seguir e são referenciados conforme a necessidade ao longo do capítulo. Todos os códigos criados para os testes são disponibilizados no Apêndice, logo após as Referências.

### 4.2 Planta com Polos Múltiplos Repetidos e Atraso de Transporte

O modelo linear contínuo da planta que possui ganho estático unitário é descrito pela função de transferência na Equação 4.1, onde se destaca o longo atraso de transporte (*delay*) dado por  $\theta = 15$  s. Essa planta *benchmark* de Aström e Hägglund (2000) foi caso de estudo em Silveira (2012) para o controlador GMV projetado via método GMVSS e, impõe certa dificuldade ao projeto de preditores digitais tipo MVP, pois, dependendo do período de amostragem utilizado para definir o modelo discreto do sistema, o atraso discreto de tempo torna-se muito extenso e conseqüentemente, eleva a dificuldade para solucionar a equação Diofantina de projeto do controlador. Por exemplo, para o período de amostragem  $T_s = 0,1$  s selecionado nesse trabalho, o atraso do sistema discreto seria  $d = 151$  amostras, acarretando um filtro  $E(q^{-1})$  do MVP de ordem igual a 150 somente para compensar o *delay* da planta.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{e^{-\theta s}}{(\tau s + 1)^n} = \frac{e^{-15s}}{(s + 1)^3} \quad (4.1)$$

Esta planta é abordada para enfatizar a contribuição do UHPC na compensação de atraso de tempo, assim como o GMV, exigindo pouca intervenção do projetista se comparado a forma tradicional, já que nesse trabalho os controladores preditivos GMV, GPC e UHPC são sintetizados via o método GMVSS, agilizando a etapa de projeto.

O equivalente discreto (via ZOH) para o sistema descrito na Equação (4.1), considerando um período de amostragem  $T_s = 0,1$  s, é dado por:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 - 2,7145q^{-1} + 2,4562q^{-2} - 0,7408q^{-3} \\ B(q^{-1}) &= (0,1547 + 0,5740q^{-1} + 0,1331q^{-2}) \times 10^{-3} \\ C(q^{-1}) &= 1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

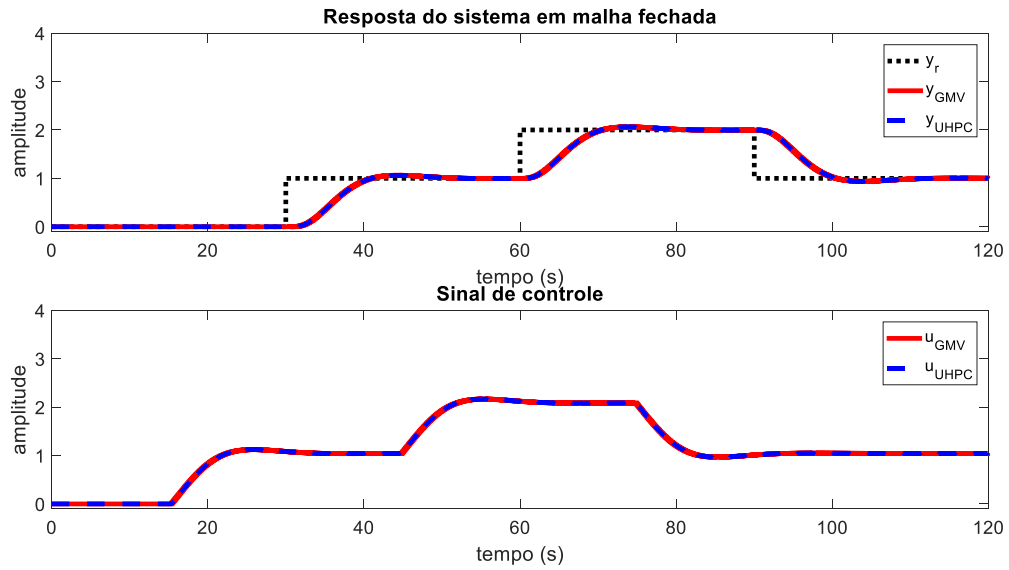
com um atraso de transporte discreto, consideravelmente longo, de 151 amostras ( $d = 151$ ).

Para garantir erro nulo em regime permanente para o rastreamento de referência de uma entrada do tipo degrau, a Equação 4.2 é aumentada com a inclusão do operador  $\Delta$  no modelo de projeto, conforme detalhado na Seção 2.4, Equação 2.27. Outra observação é que  $\xi(k)$  é nulo durante todos os instantes de simulação numérica, de maneira a fornecer uma melhor apresentação dos resultados gráficos, enfatizando somente a compensação do extenso atraso de transporte.

Utilizando uma ponderação do sinal de controle,  $\lambda = 50$ , e um número de predições à frente do sinal de saída,  $N_y = d = 151$ , projetou-se o controlador GMV e UHPC, ambos de ordem mínima, sendo obtidos os resultados apresentados na Figura 4.1, onde tanto o sinal de saída como o sinal de controle foram apresentados juntamente com o sinal de referência para enfatizar a compensação de atraso de transporte. A linha preta pontilhada é a referência, as linhas azuis contínuas são referentes ao controlador GMV e as linhas vermelhas tracejadas são referentes ao controlador UHPC.

A partir dessa simulação demonstrou-se que para uma mesma parametrização, ou seja,  $\lambda_{GMV} = \lambda_{UHPC}$  e  $N_y = d$ , os controladores GMV e UHPC são idênticos em sua resposta temporal de malha fechada, visto que para essa condição o GMV é caso particular do UHPC, de acordo com o explanado na Seção 3.2. Fica claro que o UHPC é capaz de compensar atrasos longos tal qual o GMV, necessitando de quase nenhum esforço a mais do projetista para sintetizar os controladores preditivos via o método de projeto GMVSS.

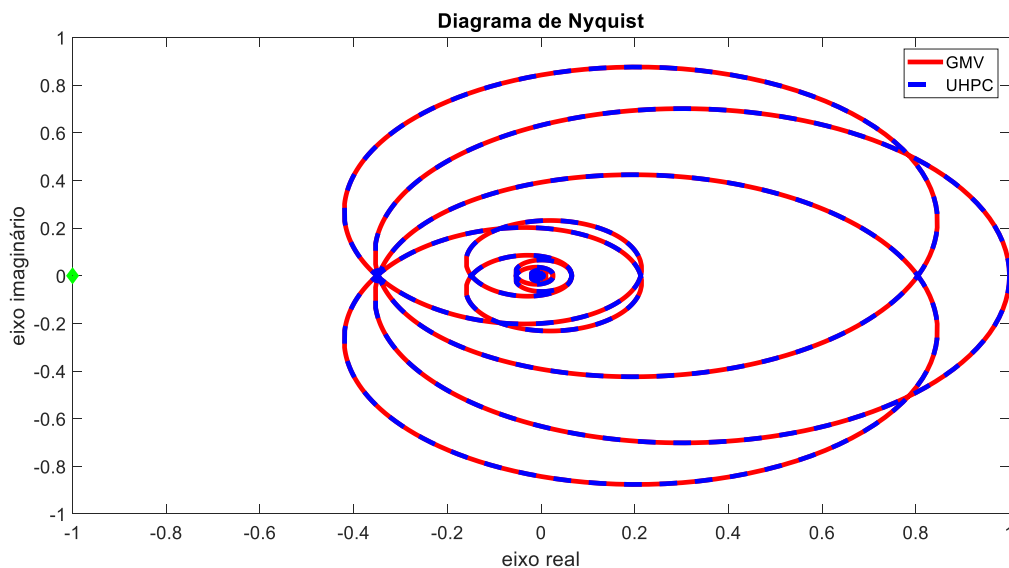
Figura 4.1 – Compensação de atraso de transporte usando GMV e UHPC no sistema benchmark.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 4.2 é apresentado o Diagrama de Nyquist do primeiro estudo de caso quando esse sistema é controlado via GMV e UHPC projetados acima. As legendas seguem a mesma descrição dita na Figura 4.1, o ponto verde  $(-1, j0)$  é o ponto crítico. Assim como a resposta temporal, a resposta em frequência é idêntica como esperado para uma mesma parametrização.

Figura 4.2 – Diagrama de Nyquist de malha fechada usando GMV e UHPC no sistema benchmark.



Fonte: Elaboração própria.

Na Tabela 2 são apresentados os valores máximos  $M_S$  e  $M_T$  bem como as margens de ganho e de fase da malha de controle quando esta é controlada via GMV e UHPC de ordem

mínima. Para a sintonia adotada, os índices de robustez estão próximos do intervalo recomendado por SEGORG et al. (2010) e STEVENS et al. (2016).

Tabela 2 – Índices de robustez calculados para o primeiro caso de estudo.

| Funções de Sensibilidade    |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| GMV                         | UHPC                        |
| $M_T = 1,0000$              | $M_T = 1,0000$              |
| $M_S = 1,0730$              | $M_S = 1,0730$              |
| $GM \geq 6,0206 \text{ dB}$ | $GM \geq 6,0206 \text{ dB}$ |
| $PM \geq 59,9998^\circ$     | $PM \geq 59,9998^\circ$     |

Fonte: Elaboração própria.

### 4.3 Planta Não Linear CSTR

O segundo estudo de caso é a aplicação do controlador UHPC no controle de um sistema químico. O sistema é uma reação exotérmica irreversível de primeira ordem, isto é, um tanque reator agitador contínuo (CSTR) que apresenta comportamento não linear com pontos de operação estáveis e instáveis. A resposta dinâmica varia de acordo com o ponto de operação e o objetivo é controlar o sistema em diferentes pontos (estáveis e instáveis). Considerando-se o modelo contínuo normalizado adimensional dado em Hernandez e Arkun (1993) que foi caso de estudo em Coelho et al. (2014) para o controlador GMV, tem-se:

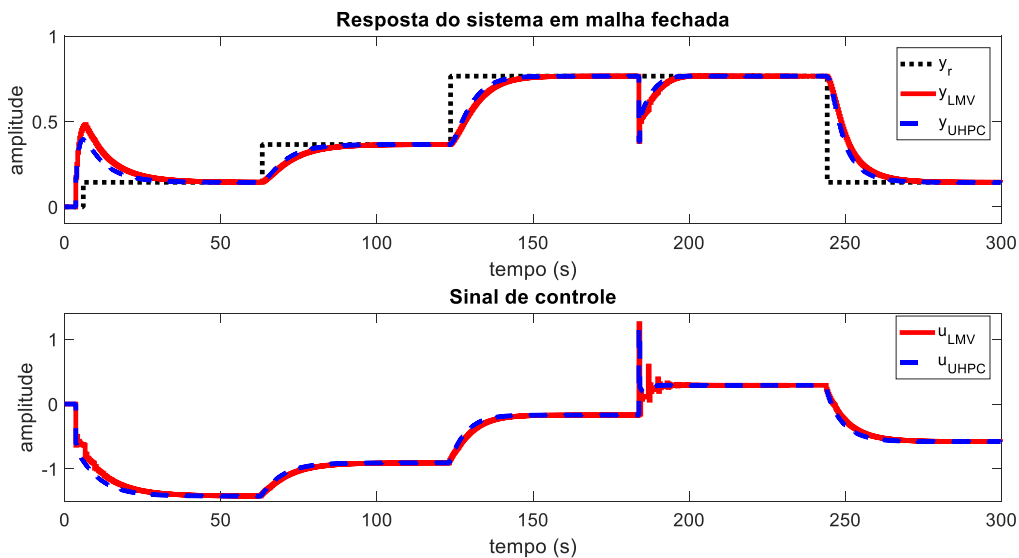
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -x_1 + D_a(1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + \frac{x_2}{\phi_a}}\right) \\
 \dot{x}_2 &= -(1 + \beta_a)x_2 + b_a D_a(1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + \frac{x_2}{\phi_a}}\right) + \beta_a u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

onde  $x_1$  e  $x_2$  representam a concentração adimensional de reagentes e a temperatura do reator, respectivamente. O sinal de controle,  $u$ , é a temperatura da camisa de arrefecimento. Os parâmetros do modelo não linear são  $D_a = 0,072$ ,  $\phi_a = 20$ ,  $b_a = 8$  e  $\beta_a = 0,3$ , sendo esses o número Damköhler, energia de ativação adimensional, coeficiente de reação e de transferência de calor, respectivamente. O modelo discreto não linear está no Apêndice.

Utilizando uma ponderação do sinal de controle,  $\lambda = 10$ , e um número de predições à frente do sinal de saída,  $N_y = 10$ , projetou-se o controlador LMV e UHPC, ambos de ordem mínima, sendo obtidos os resultados apresentados na Figura 4.3, onde os sinais de saída, controle e referência são apresentados para enfatizar a capacidade dos controladores em lidar com dinâmicas não lineares não modeladas. Uma sequência de entradas do tipo degrau foi aplicada com diferentes amplitudes levando o sistema para três diferentes pontos de operação (são esses: 0,1437, 0,3652 e 0,7658). No terceiro ponto de operação é aplicada uma perturbação de carga com metade da amplitude do sinal de referência (ou seja, 0,3829) na saída da planta que perdura até o final da simulação numérica.

A partir dessa simulação demonstrou-se que embora para uma mesma parametrização, ou seja,  $\lambda_{LMV} = \lambda_{UHPC}$  e  $N_y > d$ , os controladores LMV e UHPC não são idênticos em sua resposta temporal de malha fechada, o que é atribuído às equações Diofantinas de ruído e comando solucionadas na etapa de projeto. Fica claro que a equação Diofantina de comando (ver Equação 3.14) presente no UHPC (e não existente no LMV) contribui positivamente para o sistema de controle, tanto no rastreamento de referência quanto na rejeição de perturbação.

Figura 4.3 – Resposta temporal usando LMV e UHPC no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

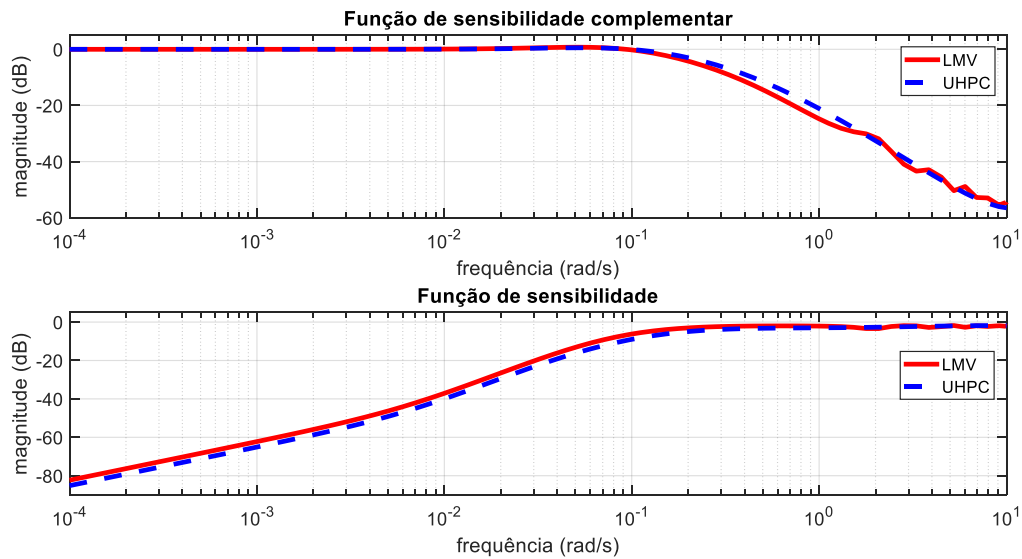
O modelo linear e estocástico identificado via MQE utilizou 1000 pares de dados de entrada e saída do sistema em malha aberta quando o sinal de referência era uma onda quadrada que levava ao primeiro e segundo pontos de operação (0,1437 e 0,3652) consecutivamente. O modelo de projeto é de segunda ordem definido pelo projetista sem atraso de tempo, somente o atraso devido ao método de discretização ZOH, ou seja,  $d = 1$ .

Logo, o modelo discreto, utilizado para a síntese dos controladores, para o sistema descrito na Equação 4.3, considerando um período de amostragem  $T_s = 0,3$  s, é dado por:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 - 1,8419q^{-1} + 0,8422q^{-2} \\ B(q^{-1}) &= 0,0900 - 0,0888q^{-1} \\ C(q^{-1}) &= 1 - 0,0681q^{-1} - 0,0401q^{-2} \end{aligned} \quad (4.4)$$

A análise em frequência das funções de sensibilidade,  $T_{mf}(q^{-1})$  e  $S_o(q^{-1})$ , ver Equação 2.56 e Equação 2.58, revela ligeiras diferenças em alta frequência para a função de sensibilidade complementar, onde o controlador UHPC oferta maior largura de banda em relação ao LMV. Observando-se a função de sensibilidade, o leitor percebe que para baixas frequências o controlador UHPC oferece maior rejeição (atenuação) à perturbação. Tal resultado está em conformidade com os trabalhos de Cunha et al. (2018) e Araújo et al. (2017), onde se apresenta uma melhoria na rejeição a perturbações conforme a ordem do polinômio  $R(q^{-1})$  cresce em relação a ordem do polinômio  $S(q^{-1})$  e é isso que acontece quando compara-se a forma RST de controlador do UHPC e LMV para  $N_y > d$ . Na Figura 4.4 é apresentado o diagrama de magnitude em frequência das funções de sensibilidade do segundo estudo de caso quando esse é controlado via LMV e UHPC. Os resultados obtidos em frequência corroboram com os resultados temporais apresentados na Figura 4.3.

Figura 4.4 – Resposta em frequência usando LMV e UHPC no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

Índices de desempenho são largamente usados na literatura de controle para se avaliar de modo quantitativo e qualitativo o desvio de desempenho da malha de controle de um sistema controlado. Tais índices auxiliam o projetista em sua tomada de decisão sobre qual técnica de controle utilizar ou qual sintonia deve ser selecionada para o sistema de controle.

Escolheu-se quatro índices de desempenho, os dois primeiros são: Integral do Erro Quadrático (ISE – *Integral Squared Error*) e Integral do Erro Absoluto (IAE – *Integral Absolute Error*), onde  $e(k)$  é o sinal de erro entre o sinal de referência  $y_r(k)$  e o sinal de saída medido do sistema  $y(k)$ , calculado por:

$$ISE = \sum_{k=1}^n e(k)^2 = \sum_{k=1}^n (y_r(k) - y(k))^2 \quad (4.5)$$

$$IAE = \sum_{k=1}^n |e(k)| = \sum_{k=1}^n |y_r(k) - y(k)| \quad (4.6)$$

Os outros dois índices são: Integral do Controle Quadrático (ISU – *Integral Squared of Control*), usado para avaliar o esforço de controle de cada controlador e é calculado a partir do sinal de controle  $u(k)$ ; Variação Total de Controle (TVC – *Total Variation of Control*), usado para calcular a taxa de variação do sinal de comando, ação de controle, a partir do incremento de controle  $\Delta u(k)$  como:

$$ISU = \sum_{k=1}^n u(k)^2 \quad (4.7)$$

$$TVC = \sum_{k=1}^n |\Delta u(k)| = \sum_{k=1}^n |u(k) - u(k-1)| \quad (4.8)$$

Na Tabela 3 são apresentadas as variâncias do incremento de controle, sinal de controle, sinal de saída do sistema e saída generalizada  $\sigma_{\Delta u}^2$ ,  $\sigma_u^2$ ,  $\sigma_y^2$  e  $\sigma_\phi^2$ , respectivamente, bem como os índices de desempenho calculados a partir da resposta temporal apresentada na Figura 4.3. Conclui-se que o UHPC possui um IAE 22,44% menor e um ISE 23,78% menor que o LMV devido apenas a um ISU 2,18% maior que o LMV. Observa-se também que o UHPC possui um TVC 39,30% inferior ao do LMV sendo observado pelo leitor na ação de controle realizada para rejeitar a perturbação de carga.



O controlador UHPC apresenta a  $\sigma_u^2$  2,49% superior e a  $\sigma_y^2$  4,31% superior que o controlador LMV, todavia o UHPC apresenta a  $\sigma_{\Delta u}^2$  40,38% menor e a  $\sigma_\phi^2$  41,66% menor que o controlador LMV. Vale salientar que o objetivo dos dois controladores é minimizar uma função custo (ver Equação 3.2) dada em relação a  $\Delta u(k)$ , já que para esse caso usou-se o modelo aumentado do sistema na etapa de projeto.

Tabela 3 – Índices de desempenho calculados para o segundo caso de estudo.

| <b>Índices de Desempenho</b>   |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| <b>LMV</b>                     | <b>UHPC</b>                    |
| $IAE = 50,6709$                | $IAE = 39,3004$                |
| $ISE = 12,4062$                | $ISE = 9,4561$                 |
| $ISU = 624,0302$               | $ISU = 637,6523$               |
| $TVC = 9,8644$                 | $TVC = 5,9879$                 |
| $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,0052$ | $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,0031$ |
| $\sigma_u^2 = 0,3214$          | $\sigma_u^2 = 0,3294$          |
| $\sigma_y^2 = 0,0673$          | $\sigma_y^2 = 0,0702$          |
| $\sigma_\phi^2 = 0,5087$       | $\sigma_\phi^2 = 0,2968$       |

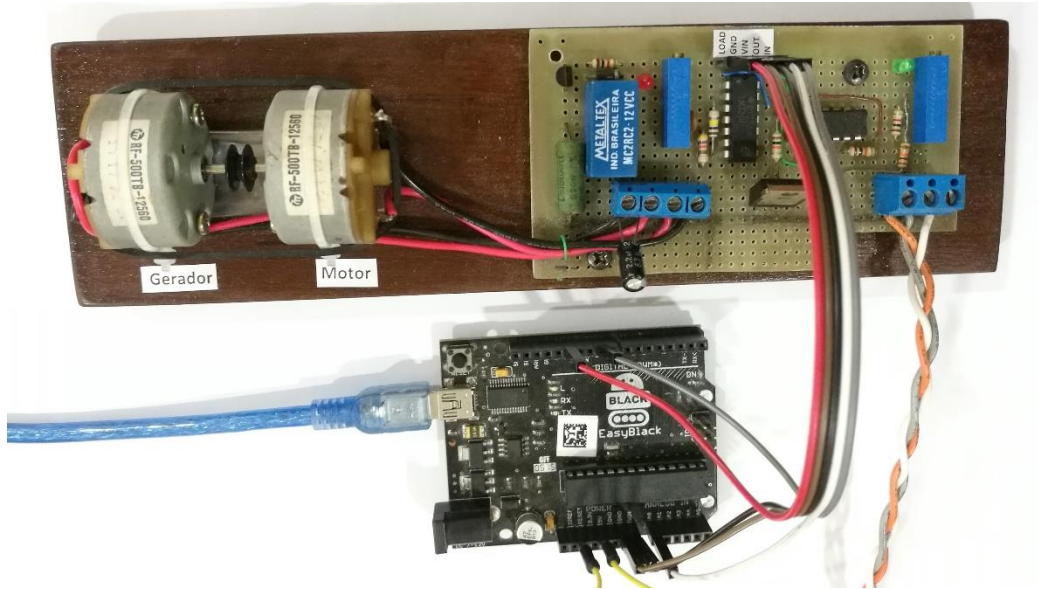
Fonte: Elaboração própria.

#### 4.4 Planta Eletromecânica MTG

O terceiro estudo de caso traz resultados experimentais da aplicação do controlador UHPC com herança de sintonia de um controlador PID em um sistema. O sistema é o motor-tacogerador (MTG) desenvolvido em escala reduzida no LACOS. O sistema MTG permite o controle de velocidade de rotação do motor a partir da medição da tensão gerada pelo pequeno gerador de Corrente Contínua (CC). É uma implementação simples, no entanto explora conceitos interessantes do ponto de vista de sistemas de geração de energia elétrica bem como de sistemas de controle. A planta MTG utilizada nesse trabalho é apresentada na Figura 4.5.

O projetista de controle pode explorar perturbações no sistema ao ligar cargas ao gerador, representando uma demanda diferente de energia, o que somado às não linearidades eletromecânicas, além de fortes ruídos de medição, proporcionam uma planta rica para testar e validar a confiabilidade e segurança de algoritmos de controle desenvolvidos pelo grupo de pesquisa do LACOS. Para o experimento de controle, usou-se um Arduino UNO como conversor A/D e D/A e como interface de comunicação entre computador e planta.

Figura 4.5 – Planta motor tacogerador.



Fonte: Elaboração própria.

O modelo estocástico discreto da planta foi obtido via MQE a partir de 1200 pares de dados de entrada e saída da planta em malha aberta. Para excitar a planta usou-se um sinal do tipo PRBS (*Pseudo-Random Binary Sequence*) que assume somente dois valores:  $+v$  e  $-v$ , onde  $v = 300$  mV. O sinal PRBS projetado é adicionado a uma entrada degrau com amplitude igual a 3 V (ponto de operação). Portanto, os polinômios do modelo de projeto, considerando um período de amostragem  $T_s = 0,025$  s e  $d = 1$ , são dados por:

$$\begin{aligned}
 A(q^{-1}) &= 1 - 0,4344q^{-1} - 0,5282q^{-2} \\
 B(q^{-1}) &= 0,00235 + 0,0472q^{-1} \\
 C(q^{-1}) &= 1 - 0,3954q^{-1} - 0,5024q^{-2}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Os parâmetros do modelo dinâmico identificado são: ganho estático  $k_p = 1,3269$ ; frequência natural não amortecida  $\omega_n = 0,9812$  rad/s e coeficiente de amortecimento  $\xi = 1$ . Considerando-se a constante de tempo de malha aberta  $\tau_{ma} = 1/\omega_n = 1,0192$  segundos.

O controlador PID ainda é o mais popular na indústria de controle de processos apesar dos avanços em tecnologia e na teoria de controle (SILVEIRA, 2012; COELHO et al., 2019). O sucesso do PID deve-se a sua estrutura simples, bom desempenho e aplicabilidade em uma vasta classe de controle de sistemas, além da facilidade de entendimento matemático pelo operador responsável. Neste estudo de caso, o método de projeto usado foi o cancelamento dinâmico (ARAÚJO et al., 2017).

O projeto via cancelamento dinâmico tem como objetivo sintetizar um método de sintonia para um PID digital descrito conforme Equação 3.46, Equação 3.47 e Equação 3.48 que cancele a dinâmica de malha aberta e imponha uma dinâmica de malha fechada com convergência assintótica no rastreamento de referência.

Os resultados apresentados dizem respeito a dois testes práticos: rastreamento de referência e rejeição de perturbação de carga. No teste de rastreamento, o sistema é submetido a uma sequência de entradas do tipo degrau (3 V, 2 V, 4 V e 1 V) com duração de 12 segundos cada, com exceção do degrau para 4 V que possui duração de 24 segundos, de forma a varrer quase toda a faixa operacional do sistema. O tempo total de experimento prático foi 60 segundos. Já no teste de rejeição de perturbação, o sistema é levado ao ponto de operação de 3,5 V e aos 12 segundos de simulação uma perturbação de carga é aplicada na saída do sistema (uma carga resistiva é adicionada em paralelo ao gerador) com duração de 24 segundos. O tempo total de simulação também é de 60 segundos.

Os resultados apresentados correspondem a três sintonias distintas do controlador PID e herdadas para o controlador UHPC segundo as diretrizes detalhadas na Seção 3.5 desse trabalho. As três sintonias selecionadas são baseadas na constante de tempo de malha fechada desejada  $\tau_{mf}$ , de modo que elas são definidas por:  $\tau_{mf} = 0,5\tau_{ma}$ ,  $\tau_{mf} = \tau_{ma}$  e  $\tau_{mf} = 2\tau_{ma}$ .

Para exemplificar a herança de sintonia, o PID projetado com especificação desejada para  $\tau_{mf} = \tau_{ma}$  será detalhado bem como o UHPC que herdou tal sintonia. Na topologia RST, o controlador PID projetado possui a seguinte parametrização:

$$R(q^{-1}) = \Delta = 1 - 1q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = 0,4889 + 0,2124q^{-1} - 0,2583q^{-2}$$

$$T(q^{-1}) = S(q^{-1}) = 0,4889 + 0,2124q^{-1} - 0,2583q^{-2}$$

Fazendo-se  $P(q^{-1}) = S(q^{-1})$  calculam-se os polinômios da Equação 3.43, Equação 3.44 e Equação 3.45. Usando-se o método GMVSS, as duas equações Diofantinas apresentadas na Equação 3.10 e Equação 3.14 são solucionadas indiretamente e de maneira natural pela própria formulação do problema, a partir de uma representação ARIMAX em espaço de estado. Logo, os polinômios  $E(q^{-1})$ ,  $F(q^{-1})$ ,  $H(q^{-1})$  e  $J(q^{-1})$  necessários a lei de controle são calculados e o controlador UHPC projetado herdando sintonia, na forma RST, é dado por:

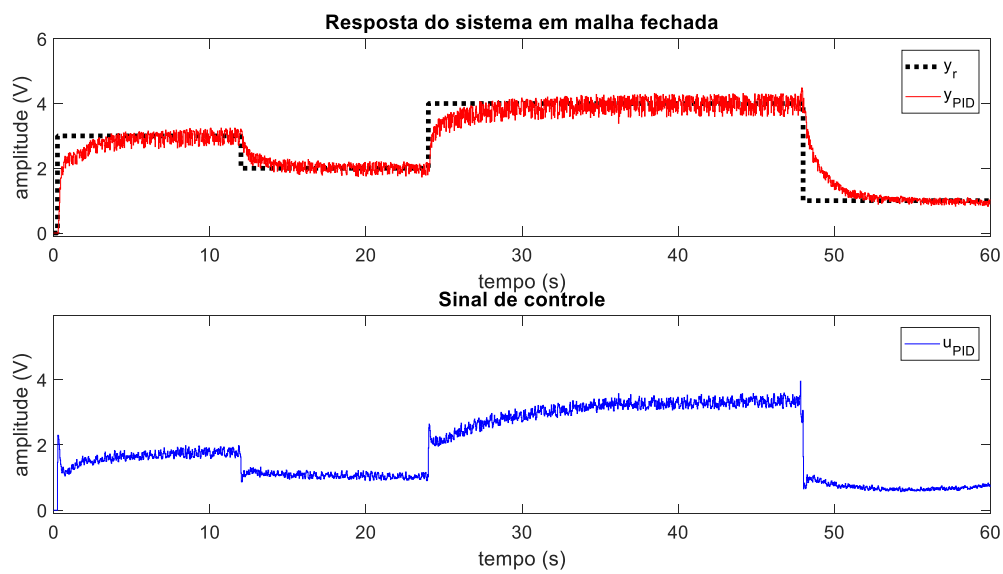
$$R(q^{-1}) = 1,0011 - 1,3740q^{-1} - 0,1402q^{-2} + 0,5009q^{-3} + 0,0122q^{-4}$$

$$S(q^{-1}) = 0,5080 - 0,4205q^{-1} - 0,4398q^{-2} + 0,2177q^{-3} + 0,1364q^{-4}$$

$$T(q^{-1}) = 0,4889 - 0,4058q^{-1} - 0,4200q^{-2} + 0,2089q^{-3} + 0,1298q^{-4}$$

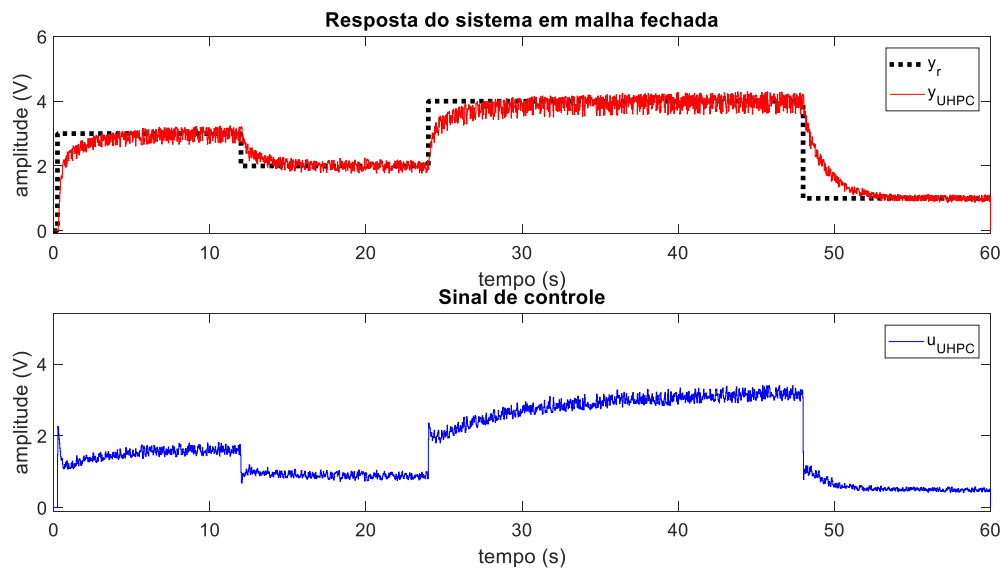
Na Figura 4.6 e Figura 4.7 são apresentadas as respostas do teste de rastreamento tanto do controlador PID quanto do controlador UHPC para  $\tau_{mf} = \tau_{ma}$ .

Figura 4.6 – Rastreamento de referência do sistema MTG controlado via PID.



Fonte: Elaboração própria.

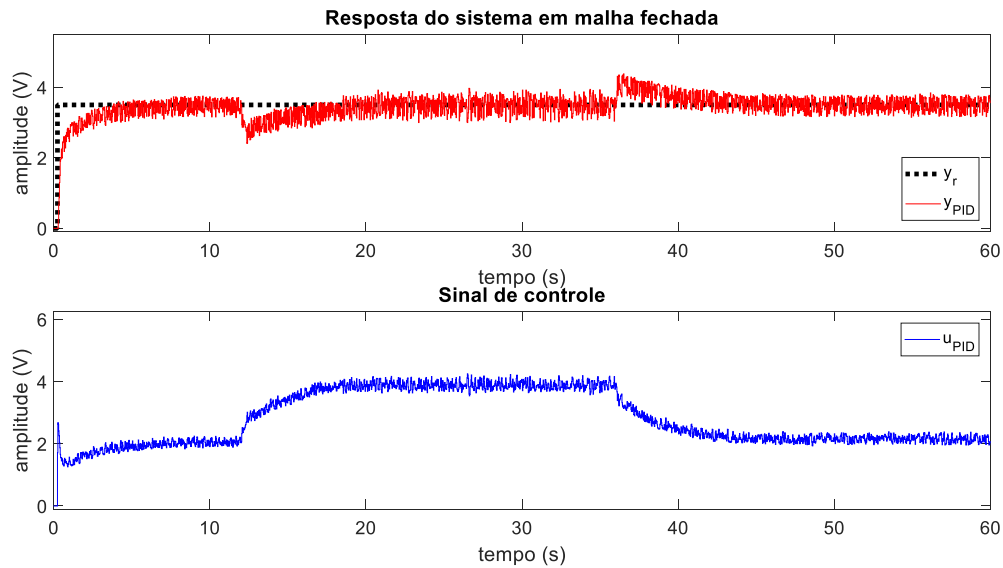
Figura 4.7 – Rastreamento de referência do sistema MTG controlado via UHPC.



Fonte: Elaboração própria.

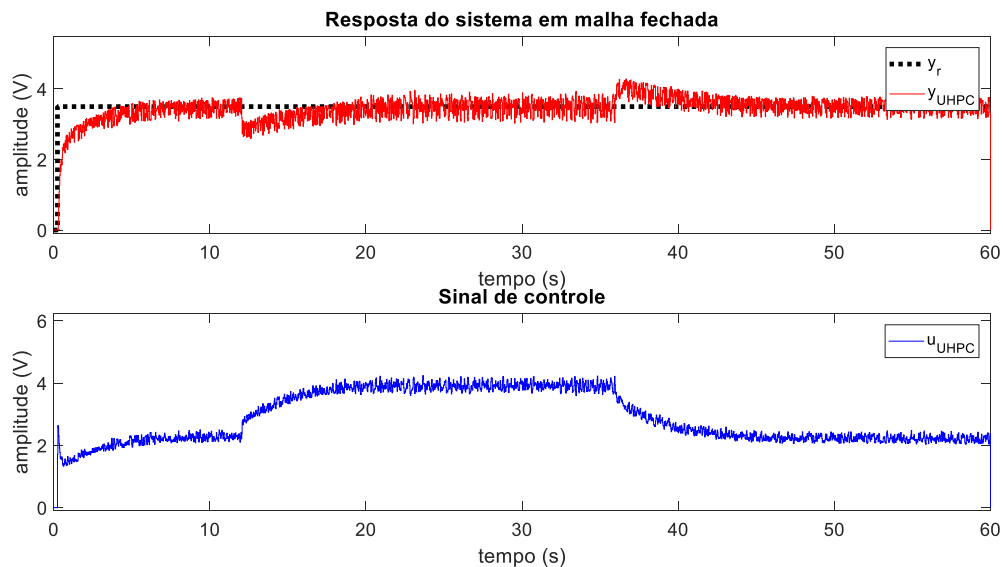
Na Figura 4.8 e Figura 4.9 são apresentadas as respostas do teste de rejeição tanto do controlador PID quanto do controlador UHPC para  $\tau_{mf} = \tau_{ma}$ . Graficamente, as respostas temporais são idênticas, demonstrando que a herança de sintonia foi realizada de forma correta, todavia é na avaliação das variâncias dos sinais de interesse e índices de desempenho que se encontram os benefícios de tal herança de sintonia.

Figura 4.8 – Rejeição de perturbação do sistema MTG controlado via PID.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.9 – Rejeição de perturbação do sistema MTG controlado via UHPC.



Fonte: Elaboração própria.

Na Tabela 4 são apresentadas as variâncias e os índices calculados a partir da média aritmética das 6 simulações experimentais realizadas (3 de rastreamento e 3 de rejeição).

Conclui-se que o UHPC possui um IAE 1,41% menor e um ISE 0,3831% menor que o PID devido a um ISU 0,9960% maior que o PID. Observa-se também que o UHPC possui um TVC 0,3271% inferior ao do PID sendo observado pelo leitor na ação de controle realizada para rejeitar a perturbação de carga.

O controlador UHPC apresenta a  $\sigma_u^2$  4,79% inferior e a  $\sigma_y^2$  0,1506% superior que o controlador PID, todavia o UHPC apresenta a  $\sigma_{\Delta u}^2$  1,54% menor e a  $\sigma_\phi^2$  49,61% menor que o controlador PID. Vale ressaltar, mais uma vez, que o objetivo do controlador UHPC é minimizar uma função custo dada em relação a  $\Delta u(k)$ , já que para esse caso também se usou o modelo aumentado do sistema na etapa de projeto.

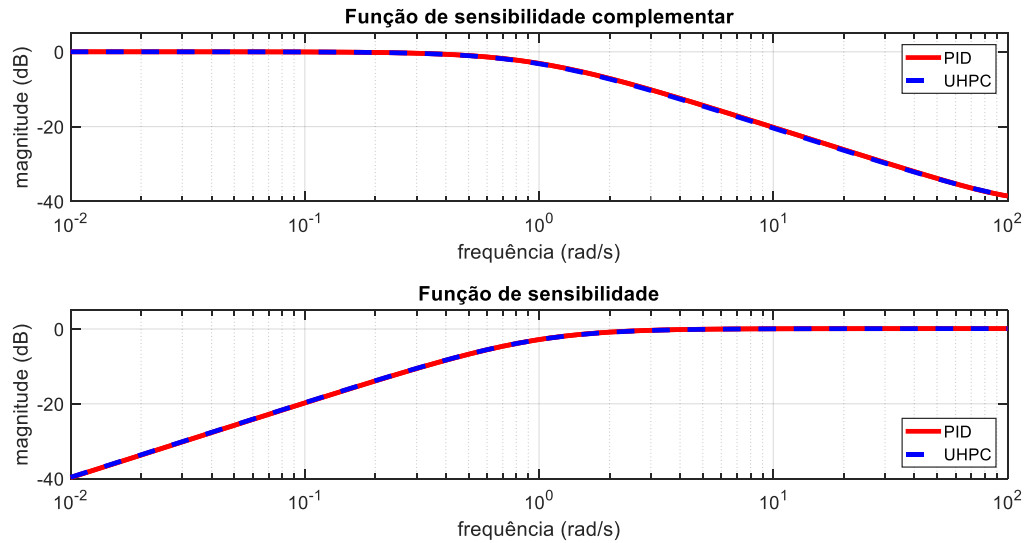
Tabela 4 – Índices de desempenho calculados para o terceiro caso de estudo.

| Índices de Desempenho          |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| PID                            | UHPC                           |
| $IAE = 632,2750$               | $IAE = 623,3300$               |
| $ISE = 425,3360$               | $ISE = 423,7040$               |
| $ISU = 14837,6880$             | $ISU = 14985,4760$             |
| $TVC = 247,7994$               | $TVC = 246,9888$               |
| $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,0260$ | $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,0256$ |
| $\sigma_u^2 = 0,8918$          | $\sigma_u^2 = 0,8491$          |
| $\sigma_y^2 = 0,6642$          | $\sigma_y^2 = 0,6652$          |
| $\sigma_\phi^2 = 0,1038$       | $\sigma_\phi^2 = 0,0523$       |

Fonte: Elaboração própria.

A análise em frequência (ver Figura 4.10) da função de sensibilidade complementar e função de sensibilidade,  $T_{mf}(q^{-1})$  e  $S_o(q^{-1})$ , respectivamente, confirma que a característica dinâmica do PID foi transferida com exatidão ao UHPC, visto que tanto na análise temporal quanto em frequência os dois sistemas de controle apresentam respostas idênticas. Além dos testes práticos, simulações numéricas para rastreamento de referências do tipo degrau e rejeição de perturbações de carga foram realizadas com o modelo linear de projeto, na ausência de ruídos de medição ou erros de modelagem, onde pode-se ratificar que o controlador UHPC herdou corretamente a sintonia do PID, tanto para o rastreamento quanto regulação do sistema controlado. O leitor pode observar a partir dos resultados numéricos e gráficos que o UHPC possui o mesmo *Loop Shape* que o PID, diferindo apenas no tratamento ao ruído, presente em qualquer sistema real, e em como ele interfere na ação de controle.

Figura 4.10 – Resposta em frequência usando PID e UHPC no modelo do MTG.



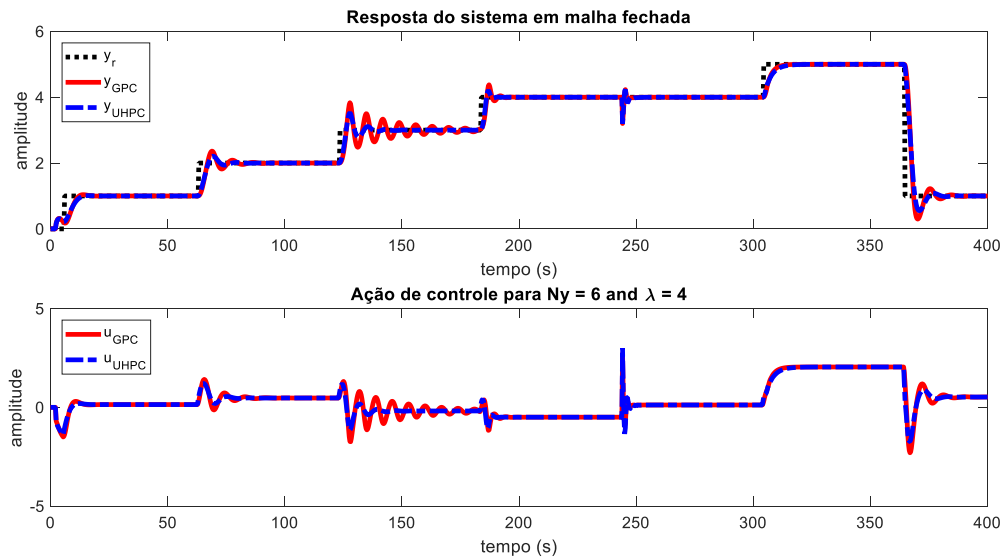
Fonte: Elaboração própria.

#### 4.5 Controle via UHPC e GPC da Planta Não Linear CSTR

O quarto estudo de caso é um comparativo entre o controlador UHPC e o controlador GPC no controle do sistema químico CSTR apresentado na Equação 4.3 e que foi caso de estudo em Araújo e Coelho (2017) para o controlador GPC e em Coelho et al. (2014) para o controlador GMV. O modelo discreto utilizado para a síntese dos controladores é o mesmo descrito na Equação 4.4, considerando também um período de amostragem  $T_s = 0,3$  s. A única diferença reside no projeto GPC, uma vez que  $C(q^{-1}) = 1$ .

Nas simulações numéricas realizadas usou-se o mesmo horizonte de predição de saída  $N_y$ , o fator de ponderação  $\lambda$  foi usado para o ajuste fino da sintonia do UHPC e GPC, de modo a promover uma comparação justa entre ambos. Para o GPC, assume-se que o horizonte de predição de controle é o mesmo horizonte de predição de saída ( $N_u = N_y$ ). Na Figura 4.11 e Figura 4.12 são apresentados os sinais de saída e de controle do sistema usando os controladores GPC e UHPC clássicos para diferentes sintonias. Nesse estudo de caso usou-se uma sequência de entradas do tipo degrau dentro da faixa de operação considerada, além de aplicar no instante de tempo  $t = 244$  s uma perturbação de carga  $d_o(k)$  como mostrado na Figura 2.2 (20% da magnitude do sinal de referência). É um desafio interessante saber se o UHPC proposto é capaz de controlar o sistema onde a dinâmica varia conforme o ponto de operação. Ambos os controladores foram capazes de eliminar a perturbação de carga aplicada na saída do sistema, já que o GPC e o UHPC possuem a ação incremental  $\Delta u(k)$ .

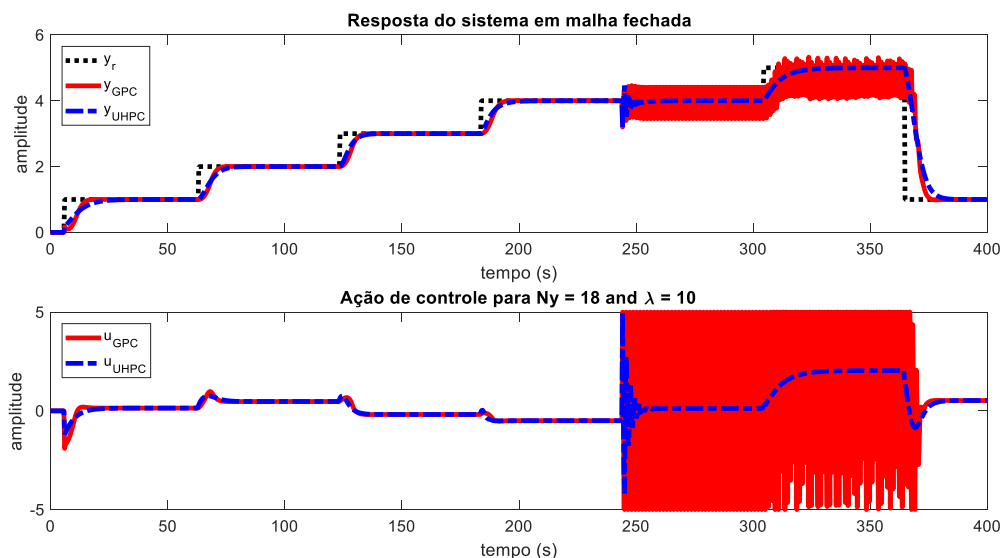
Figura 4.11 — Rastreamento de referência e rejeição de perturbação usando GPC e UHPC no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

Considerando-se a Figura 4.11, nota-se que pequenas variações na magnitude do sinal de controle  $u(k)$  implicam em grandes variações na magnitude do sinal de saída  $y(k)$  dentro da faixa de operação de 2 a 5, uma vez que nesta região, a característica não linear do sistema CSTR é exacerbada. Tal comportamento é esperado, visto que a lei de controle UHPC e GPC foram projetadas com base em um modelo linear do sistema considerando toda a faixa operacional, de forma que o desempenho de ambos os controladores é degradado para esta faixa operacional em particular, e mesmo assim, ambos os controladores são capazes de manter a estabilidade do sistema graças às suas elevadas margens de robustez ( $GM$  e  $PM$ ).

Figura 4.12 — Rastreamento de referência e rejeição de perturbação usando GPC e UHPC no CSTR.



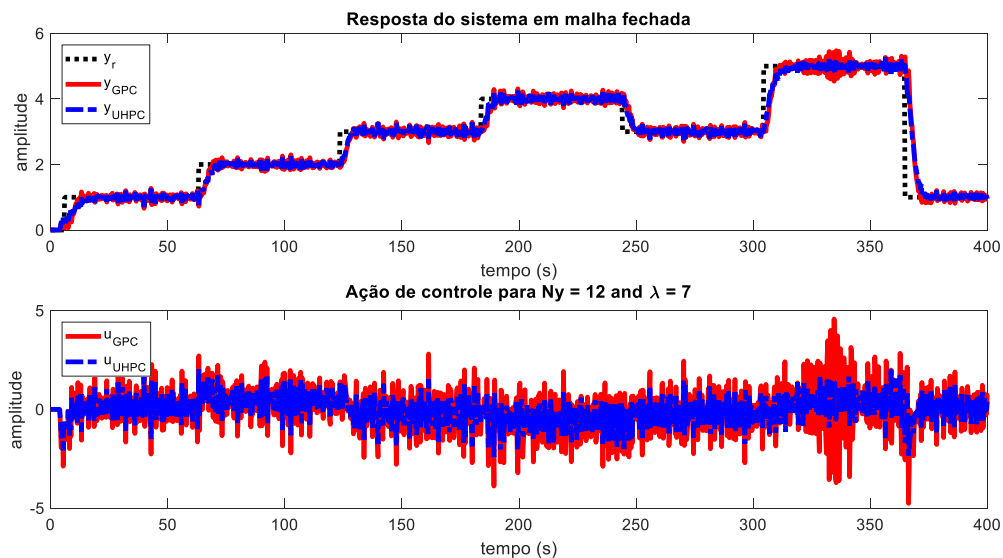
Fonte: Elaboração própria.



Ainda na Figura 4.11, pode-se observar que os controladores GPC e UHPC são capazes de estabilizar a malha de controle e rastrear a referência em todos os pontos de operação mesmo na presença de perturbação de carga, todavia o UHPC apresenta um desempenho mais adequado e maior amortecimento de oscilações transitórias. Na Figura 4.12, embora os controladores GPC e UHPC apresentem um rastreamento de referência semelhante e não haja oscilações de saída como visto na Figura 4.11 devido a uma sintonia considerando um  $N_y$  e  $\lambda$  maiores, o GPC é incapaz de estabilizar a malha de controle quando a perturbação de carga é aplicada. Além disso, o esforço de controle UHPC é menor do que o do GPC.

Na Figura 4.13 é apresentado o rastreamento de referência quando a saída do sistema é contaminada por um ruído Gaussiano  $\xi(k)$  de média zero e variância  $\sigma_\xi^2 = 0,005$ . Ambos os controladores conseguiram estabilizar a malha de controle, porém o GPC apresentou maior sensibilidade a ruídos e, por sua vez, o UHPC apresentou uma maior atenuação de ruído.

Figura 4.13 – Rastreamento de referência e atenuação de ruído usando GPC e UHPC no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

Na Tabela 5 são apresentadas as variâncias do incremento de controle, do sinal de controle, do sinal de saída do sistema e da saída generalizada,  $\sigma_{\Delta u}^2$ ,  $\sigma_u^2$ ,  $\sigma_y^2$  e  $\sigma_\phi^2$ , respectivamente, bem como os índices de desempenho calculados a partir da resposta temporal mostrada na Figura 4.13.

Conclui-se que o UHPC tem um ISE 26,25% menor e um IAE 15,42% menor que o do GPC, além de menor esforço de controle, segundo indicado por um ISU 59,73% menor que o do GPC. Observa-se também que o UHPC possui um TVC 37,39% menor que o GPC como pode ser visto na ação de controle menos sensível ao ruído.

Tabela 5 – Índices de desempenho calculados para o quarto caso de estudo.

| Índices de Desempenho          |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| GPC                            | UHPC                           |
| $IAE = 245,1327$               | $IAE = 207,3436$               |
| $ISE = 253,8630$               | $ISE = 187,2170$               |
| $ISU = 1614,1688$              | $ISU = 649,9947$               |
| $TVC = 1622,4799$              | $TVC = 1015,8983$              |
| $\sigma_{\Delta u}^2 = 2,1741$ | $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,8269$ |
| $\sigma_u^2 = 1,1301$          | $\sigma_u^2 = 0,4550$          |
| $\sigma_y^2 = 1,9952$          | $\sigma_y^2 = 1,9696$          |
| $\sigma_{\phi}^2 = 103,9938$   | $\sigma_{\phi}^2 = 39,3862$    |

Fonte: Elaboração própria.

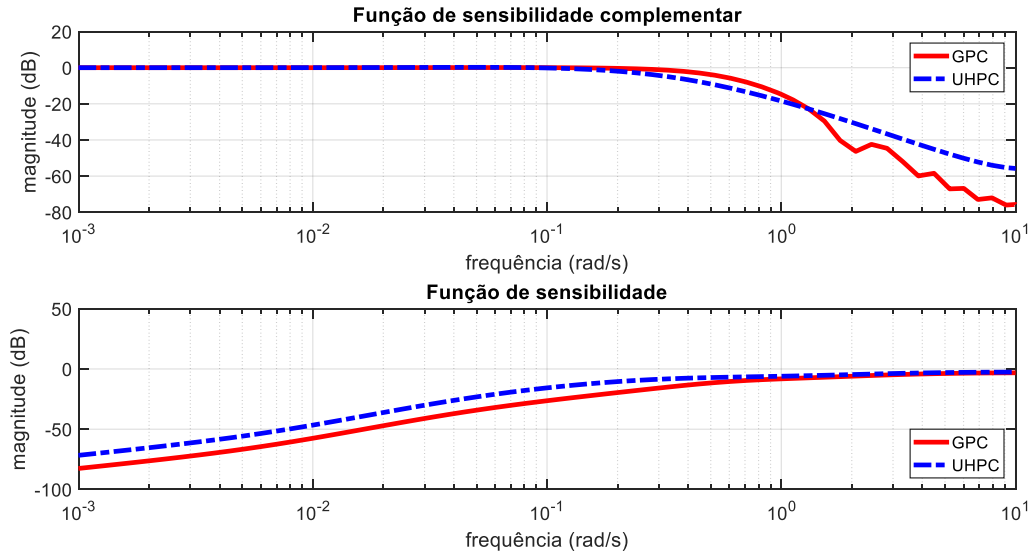
O UHPC também apresenta todas as variâncias de interesse menores que as do GPC, o que demonstra sua maior capacidade de regular a saída mesmo na presença de ruído. Finalmente, ambos os controladores possuem índices de robustez excelentes e muito semelhantes ( $GM = 5,92$  dB,  $PM = 58,48^\circ$  para o UHPC e  $GM = 5,98$  dB,  $PM = 59,52^\circ$  para o GPC), dentro das especificações dadas em SKOGESTAD e POSTLETHWAITE (2005), SEGORG et al. (2010) e STEVENS et al. (2016).

Embora GPC e UHPC sejam capazes de garantir um comportamento livre de erro de regime, na Tabela 5 é possível observar que os índices de desempenho e variâncias de interesse do controlador UHPC possuem valores menores que o controlador GPC clássico. Esses valores são interessantes para avaliar a eficiência do UHPC para lidar com erro em regime permanente e perturbações externas, gerando um pequeno erro de rastreamento e pouco esforço de controle. Ambos os controladores fornecem margens de ganho e de fase robustas, no entanto, o UHPC promove uma maior atenuação para o ruído de medição e, como resultado, menor consumo energético da ação de controle.

Na Figura 4.14, a análise em frequência das funções de sensibilidade é apresentada,  $T_{mf}(q^{-1})$  e  $S_o(q^{-1})$ , a partir da simulação numérica visualizada na Figura 4.13, revela pequenas diferenças em alta frequência para a função de sensibilidade complementar  $T_{mf}(q^{-1})$ , onde o controlador GPC oferece maior largura de banda em relação ao UHPC. Observando a função de sensibilidade  $S_o(q^{-1})$ , percebe-se que para baixas frequências o controlador GPC oferece maior rejeição (atenuação) às perturbações de carga. Além disso, o valor máximo  $M_s$  é menor para o GPC ( $M_s = 0,6928$ ) em relação ao UHPC ( $M_s = 0,7417$ ).

O valor  $M_S$  é de suma importância para a malha de controle, a fim de mitigar distúrbios de baixa e alta frequência, ruído de medição (sensor) e fornecer robustez perante dinâmicas de alta frequência não modelada na etapa de projeto.

Figura 4.14 – Resposta em frequência usando GPC e UHPC no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 6 disponibiliza os máximos valores de  $M_S$  e  $M_T$  calculados para os controladores em cada sistema de controle simulado na Figura 4.11 à Figura 4.13. Observa-se que os valores de  $M_S$  diminuem com o aumento de  $\lambda$ . Quanto mais alto seu valor, mais conservadora se torna a ação de controle e, além disso, elevados valores de  $\lambda$  aumentam a variância de  $y(k)$  e diminuem a variância de  $u(k)$ , enquanto pequenos valores de  $\lambda$  produzem o efeito inverso.

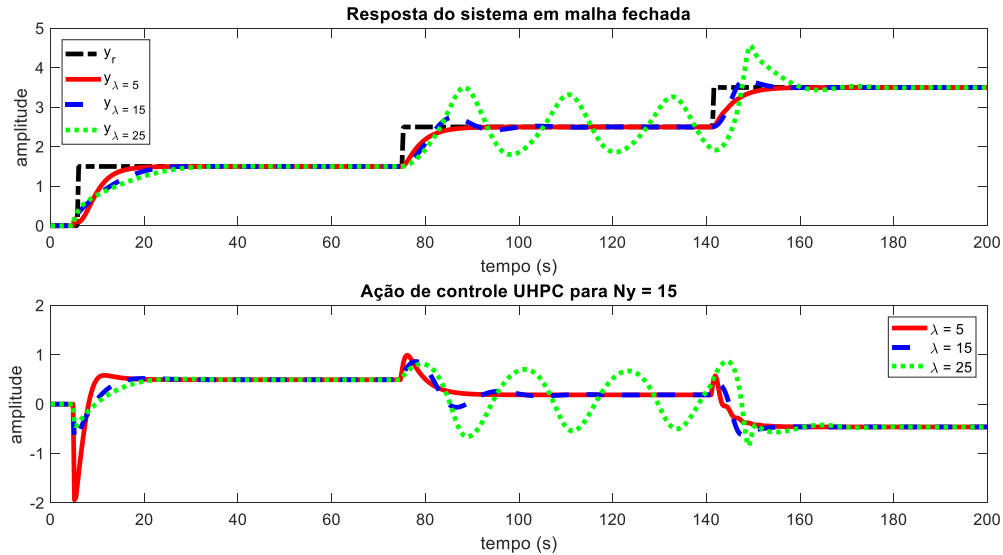
Tabela 6 – Máximos valores calculados para o quarto caso de estudo.

| Controle                             | $M_T$  | $M_S$  |
|--------------------------------------|--------|--------|
| GPC ( $N_y = 6$ e $\lambda = 4$ )    | 1,0364 | 0,8039 |
| UHPC ( $N_y = 6$ e $\lambda = 4$ )   | 1,0295 | 0,7928 |
| GPC ( $N_y = 18$ e $\lambda = 10$ )  | 1,0000 | 0,6667 |
| UHPC ( $N_y = 18$ e $\lambda = 10$ ) | 1,0055 | 0,7192 |
| GPC ( $N_y = 12$ e $\lambda = 7$ )   | 1,0073 | 0,6928 |
| UHPC ( $N_y = 12$ e $\lambda = 7$ )  | 1,0236 | 0,7417 |

Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 4.15 é visualizada a resposta em malha fechada para diferentes valores de  $\lambda$ . Pode-se observar que para  $\lambda = 25$ , a saída do sistema oscila em torno da referência, apresentando dificuldades em estabilizar o sistema para tais pontos de operação.

Figura 4.15 – Rastreamento de referência para diferentes valores de  $\lambda$ .



Fonte: Elaboração própria.

A resposta em malha fechada para diferentes valores de  $N_y$  é apresentada na Figura 4.16. Observa-se que apenas para  $N_y = 15$ , a saída do sistema é capaz de rastrear adequadamente a referência em todos os pontos de operação do sistema. Por sua vez, os outros valores selecionados para  $N_y$  falham em fornecer rastreamento de referência em todos os três pontos operacionais do sistema CSTR. Vale lembrar que os dois últimos pontos de operação pertencem à faixa intermediária onde a não linearidade do sistema é mais forte, dificultando o trabalho do UHPC em estabilizar a malha de controle.

Já em relação à carga computacional para implementação de cada lei de controle na forma RST (ver Figura 2.2), as especificações do computador usado nas simulações são: Intel® Core™ i5-8250U CPU 1,60 GHz; 8,00 GB de memória RAM instalada; Sistema operacional Windows 10 Home de 64 bits (Versão 21H1). O *software* utilizado foi o MATLAB® 2019b.

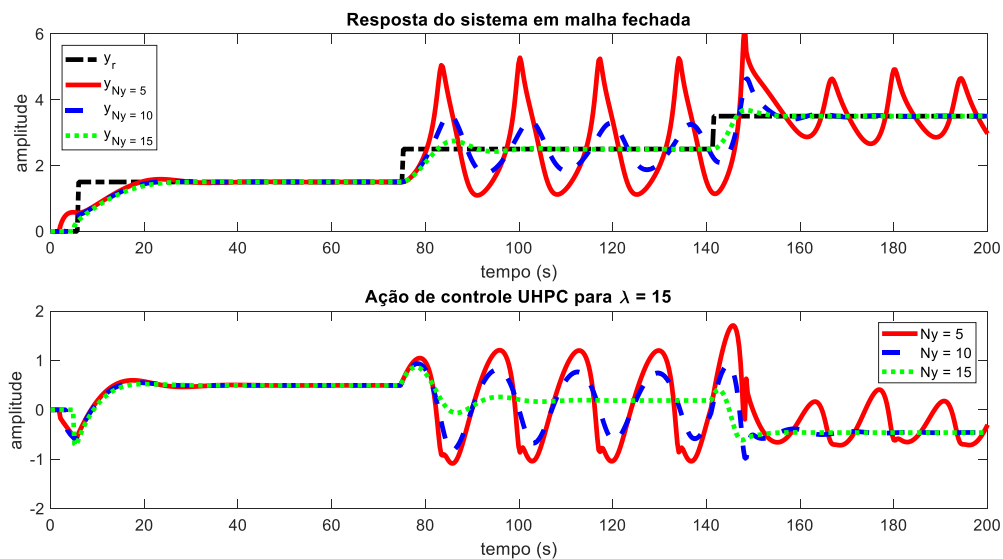
Na Tabela 7 é apresentada a quantidade de parâmetros e o tempo de execução máximo em segundos de 1 (uma) iteração dos controladores preditivos GMV, GPC e UHPC, além do tradicional e amplamente difundido, na indústria e na comunidade acadêmica, o controle PID, para a simulação numérica apresentada na Figura 4.12.

Tabela 7 – Custo computacional para cada lei de controle no quarto caso de estudo.

| Lei de Controle | Tempo de Execução      | Parâmetros |
|-----------------|------------------------|------------|
| UHPC            | $6,30 \times 10^{-6}s$ | 27         |
| GPC             | $5,10 \times 10^{-6}s$ | 24         |
| GMV             | $6,20 \times 10^{-6}s$ | 10         |
| PID             | $4,10 \times 10^{-6}s$ | 8          |

Fonte: Elaboração própria.

A partir da Tabela 7, pode-se concluir que embora o UHPC tenha mais que o triplo dos coeficientes em sua estrutura de controlador RST do que o PID, isso não é um obstáculo para sua implementação, pois o tempo de execução da lei de controle de ambos permanece extremamente rápido e a capacidade de processamento dos controladores ou de qualquer dispositivo eletrônico não para de crescer nas últimas décadas. Apenas os controladores UHPC e GPC foram capazes de estabilizar o sistema de controle e promover rastreamento de referência adequado em todos os pontos de operação do CSTR, o que não aconteceu para os controladores GMV e PID, portanto, tais controladores não são candidatos adequados para o estudo de caso abordado neste trabalho. Vale lembrar que o UHPC de ordem mínima proposto possui 2 parâmetros de sintonia ( $N_y$  e  $\lambda$ ), enquanto o GPC ( $N_y$ ,  $N_u$  e  $\lambda$ ) e o PID ( $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ ) possuem 3 parâmetros de sintonia.

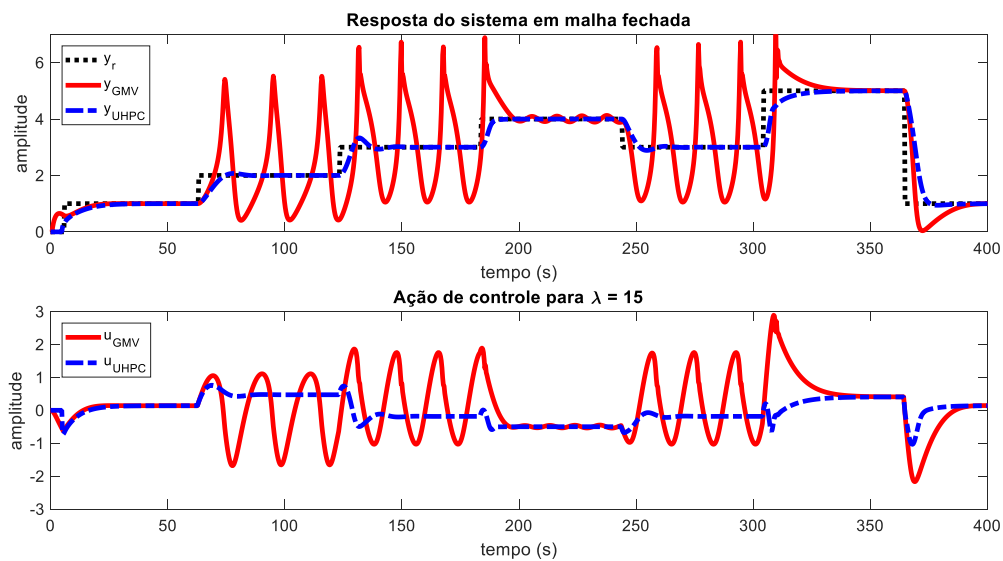
Figura 4.16 – Rastreamento de referência para diferentes valores de  $N_y$ .

Fonte: Elaboração própria.

A sintonia para o controlador GMV foi  $N_y = d = 1$  e para o UHPC foi  $N_y = 15$ . Ambos os controladores possuem o mesmo fator de ponderação de controle  $\lambda = 15$ . Na

Figura 4.17, é possível perceber que o controle GMV é incapaz de estabilizar o sistema para todos os pontos de operação considerados, assim como o controlador PID que não foi capaz de manter a estabilidade do CSTR em nenhum ponto de operação dentro da faixa aqui considerada. Por sua vez, o controlador UHPC estabiliza o sistema dentro da faixa de operação sem dificuldades para a adequada sintonia de  $N_y$  e  $\lambda$ .

Figura 4.17 – Rastreamento de referência usando GMV e UHPC no CSTR.

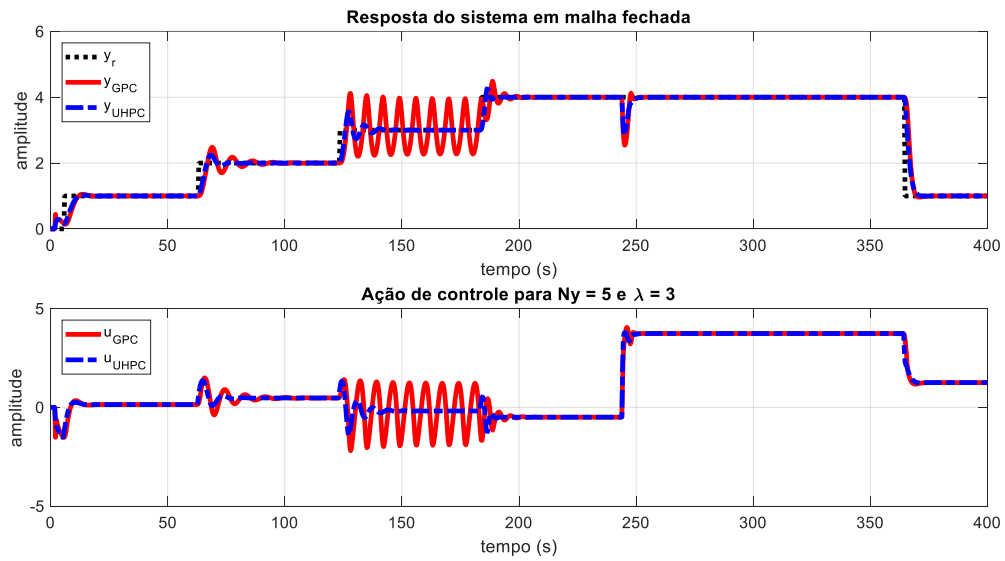


Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 4.18 é apresentado o comportamento do sistema de controle quando o sistema CSTR sofre variações paramétricas em  $D_a$ ,  $\phi_a$ ,  $b_a$  e  $\beta_a$ . No instante de tempo  $t = 244$  s, os 4 parâmetros presentes na Equação 4.3 mudam para  $D_a = 0,0648$ ,  $\phi_a = 30$ ,  $b_a = 6$  e  $\beta_a = 0,5$ . Ambos os controladores, GPC e UHPC, são capazes de estabilizar o sistema mesmo na presença de tais variações, todavia o controle GPC apresenta oscilações sustentadas e um maior custo energético. Portanto, mais uma vez, o controle UHPC mostra-se mais robusto a variações nos parâmetros do sistema para um mesmo horizonte de predição.

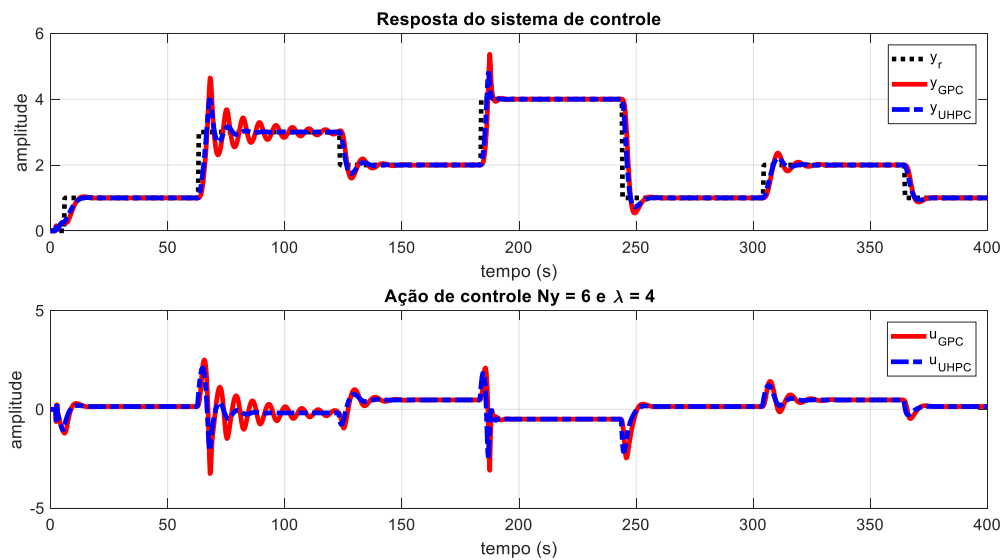
Na Figura 4.19 apresenta-se o sistema de controle quando este é iniciado com condições iniciais diferentes de zero para  $x_1 = x_2 = 2$ . Pode-se verificar que a saída rastreia rapidamente a referência sem complicações. Mais uma vez, pode-se observar que o UHPC é capaz de proporcionar maior amortecimento com menor esforço de controle do que o GPC para o mesmo horizonte de predição.

Figura 4.18 — Rastreamento de referência usando GPC e UHPC com variações paramétricas no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.19 — Rastreamento de referência usando GPC e UHPC para condições iniciais não nulas no CSTR.



Fonte: Elaboração própria.

#### 4.6 Controle via UHPC e GPC da Planta Não Linear Trocador de Calor

Um trocador de calor é um dispositivo usado para transferir calor entre dois ou mais fluidos. Os fluidos (líquidos ou gases) podem ser separados por uma parede sólida para evitar a mistura ou podem estar em contato direto. Os trocadores de calor podem melhorar a eficiência energética de um sistema, transferindo calor de sistemas onde não é necessário para outros sistemas onde pode ser usado de forma útil. Eles são amplamente utilizados em muitos

setores, incluindo indústria de bebidas, usinas de energia, usinas petroquímicas e estações de tratamento de águas residuais.

O quinto estudo de caso é a aplicação do UHPC e GPC para controlar um sistema trocador de calor. A resposta dinâmica varia com o ponto de operação e já foi um estudo de caso em Coelho et al. (2014) para controle de GMV. O sistema experimental foi estimado como um modelo discreto de Hammerstein descrito em Eskinat et al. (1991) e é dado por:

$$\begin{aligned} y(k) &= 1,608y(k-1) - 0,6385y(k-2) + 0,207x(k-1) - 0,1764x(k-2) \\ x(k) &= -31,549u(k) + 41,732u^2(k) - 24,201u^3(k) + 68,634u^4(k) \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde  $x(k)$  é a não linearidade estática,  $u(k)$  é o quociente de vazão de água do sistema e  $y(k)$  é a temperatura de saída da água do sistema. O período de amostragem é  $T_s = 12$  s. A entrada do sistema é restrita entre o intervalo  $[0,1]$ . Para a parte linear do modelo de Hammerstein, um modelo de segunda ordem sem atraso de tempo foi selecionado, enquanto para a parte não linear assumiu-se um polinômio de quarta ordem.

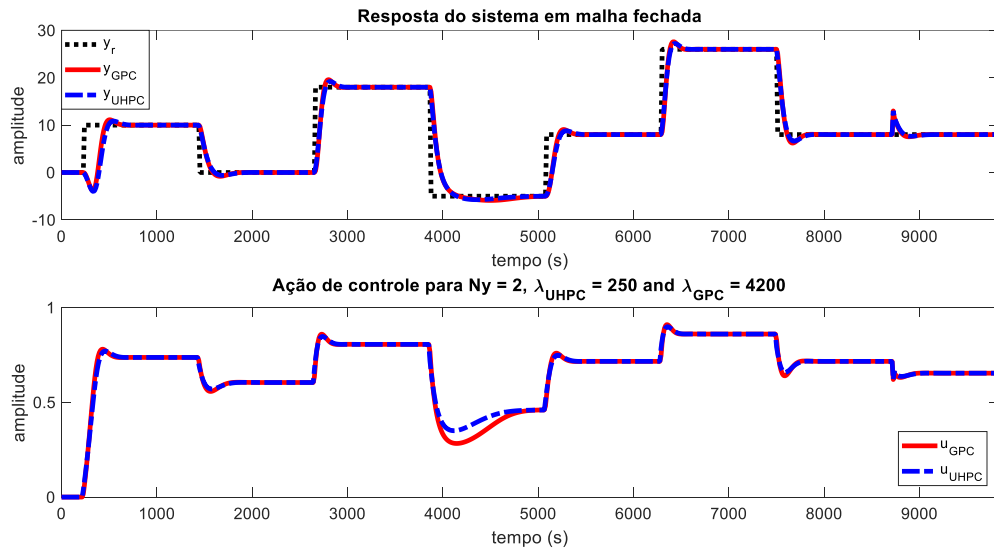
Assim como nos outros estudos de caso, o estimador de mínimos quadrados recursivo estendido foi usado para identificar um modelo ARMAX de segunda ordem e sem atraso de tempo, logo  $d = 1$ . O modelo ARMAX foi aumentado por  $\Delta$  para incluir a ação incremental em ambos os controladores, tornando-se um modelo ARIMAX. Portanto, o modelo discreto usado para a síntese dos controladores, para o sistema na Equação 4.10, considerando um período de amostragem  $T_s = 12$  s, é dado pelos seguintes polinômios:

$$\begin{aligned} \Delta A(q^{-1}) &= 1 - 2,7713q^{-1} + 2,5459q^{-2} - 0,7746q^{-3} \\ B(q^{-1}) &= 7,1734 + 7,0730q^{-1} \\ C(q^{-1}) &= 1 - 0,0282q^{-1} - 0,0126q^{-2} \end{aligned} \quad (4.11)$$

A única diferença reside no projeto GPC, já que  $C(q^{-1}) = 1$ , assim como no caso de estudo anterior. O objetivo do controle é manter a saída do sistema o mais próximo possível da referência, movendo a saída em torno da região não linear para diferentes degraus de referência e rejeitando perturbação de carga (com magnitude igual a 5), aplicada no instante de tempo 8724 segundos.



Figura 4.20 — Rastreamento de referência e rejeição de perturbação usando GPC e UHPC no Tracador de Calor.

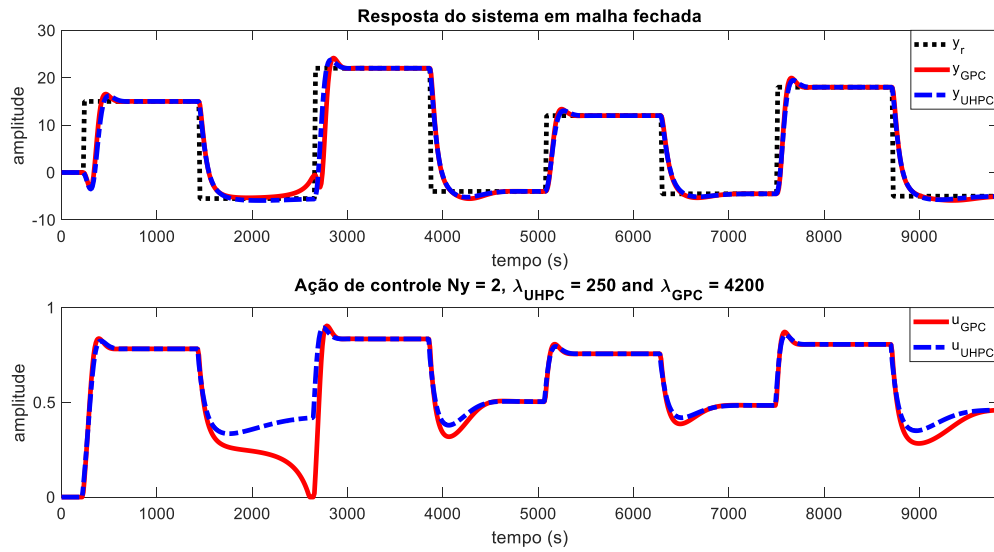


Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 4.20 são apresentados os sinais de saída e controle do sistema usando o controlador GPC e UHPC sintonizados para o mesmo horizonte de predição  $N_y$  e diferentes fatores de ponderação  $\lambda$ . É interessante notar que para valores negativos de temperatura de saída o GPC apresenta um maior esforço de controle (dificuldade) para estabilizar o sistema quando comparado ao UHPC.

Na Figura 4.21, pode-se observar que o GPC tem dificuldade em estabilizar o sistema quando alterna entre pontos de operação positivos e negativos para a temperatura de saída, saturando até mesmo o sinal de controle, o que não ocorre para o UHPC. Observa-se também que para temperaturas de saída negativas, o GPC requer maior esforço de controle em relação ao UHPC para regular a saída do sistema.

Figura 4.21 – Rastreamento de referência usando GPC e UHPC no Tracador de Calor.



Fonte: Elaboração própria.

Na Tabela 8 são apresentadas as variâncias e os índices de desempenho calculados a partir da resposta temporal visualizada na Figura 4.20. Conclui-se que o UHPC tem um ISE 12,72% menor e um IAE 10,27% menor que o GPC, apesar de um ISU 4,81% maior que o GPC projetado.

Tabela 8 – Índices de desempenho calculados para o quinto caso de estudo.

| Índices de Desempenho              |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| GPC                                | UHPC                               |
| $IAE = 1331,4854$                  | $IAE = 1194,6361$                  |
| $ISE = 17156,2738$                 | $ISE = 14973,9217$                 |
| $ISU = 317,9264$                   | $ISU = 333,2294$                   |
| $TVC = 5,4187$                     | $TVC = 4,2384$                     |
| $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,00035057$ | $\sigma_{\Delta u}^2 = 0,00024353$ |
| $\sigma_u^2 = 0,057919$            | $\sigma_u^2 = 0,042407$            |
| $\sigma_y^2 = 112,8852$            | $\sigma_y^2 = 114,6539$            |
| $\sigma_\phi^2 = 7,7051$           | $\sigma_\phi^2 = 5,9323$           |

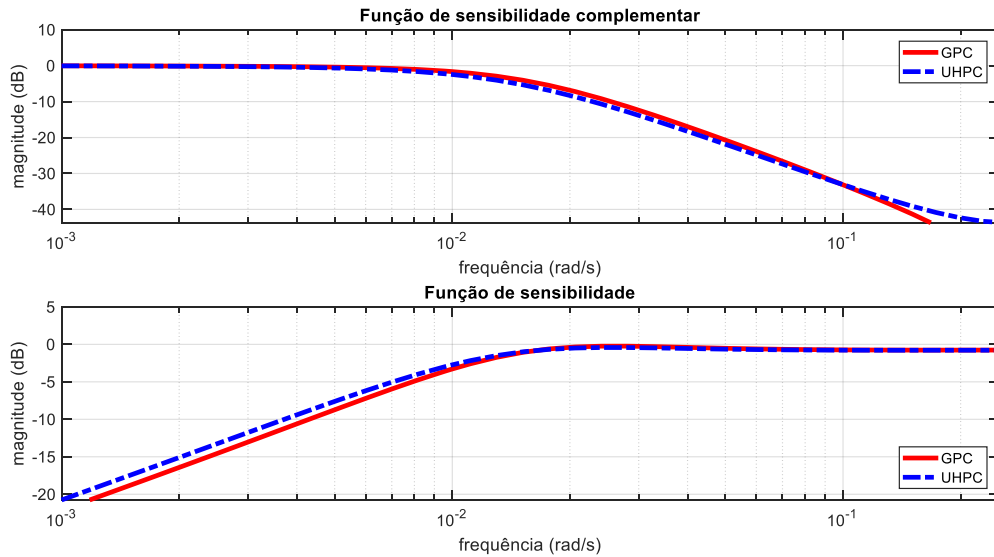
Fonte: Elaboração própria.

Observa-se também que o UHPC possui um TVC 21,78% menor que o GPC, como pode ser verificado na ação de controle mais conservadora. O UHPC também apresenta as

variâncias de  $\sigma_{\Delta u}^2$ ,  $\sigma_u^2$  e  $\sigma_y^2$  menores que as do GPC, o que demonstra sua maior habilidade em lidar com não linearidades do sistema.

As margens de ganho e de fase dos dois controladores são idênticas para o sistema em malha fechada ( $GM = 6,02$  dB,  $PM = 60^\circ$  para ambos). Na Figura 4.20, a análise em frequência das funções de sensibilidade,  $T_{mf}(q^{-1})$  e  $S_o(q^{-1})$ , revela pequenas diferenças em alta frequência para a função de sensibilidade complementar  $T_{mf}(q^{-1})$ , onde o controlador GPC oferece maior largura de banda em comparação com o UHPC. Observando a função de sensibilidade  $S_o(q^{-1})$ , percebe-se que para baixas frequências o controlador GPC oferece maior rejeição (atenuação) ao distúrbio, porém o valor máximo  $M_S$  é menor para o UHPC ( $M_S = 0,9478$ ) em relação ao GPC ( $M_S = 0,9740$ ) e isso é mais importante para a malha.

Figura 4.22 – Resposta em frequência usando GPC e UHPC no Trocador de Calor.



Fonte: Elaboração própria.

#### 4.7 Controle via UHPC e GPC de uma Planta Instável e com Atraso de Tempo

O sexto estudo de caso usa um sistema instável com atraso de tempo, apresentado na Equação 4.12, para realizar um comparativo de desempenho e robustez entre o controlador UHPC e o controlador GPC. O sistema a seguir foi caso de estudo em Ajmeri e Ali (2017) com aplicação do preditor de Smith e em Torrico et al. (2020) para utilização do preditor de Smith filtrado. Considerando um período de amostragem  $T_s = 0,1$  s, o modelo discreto é:

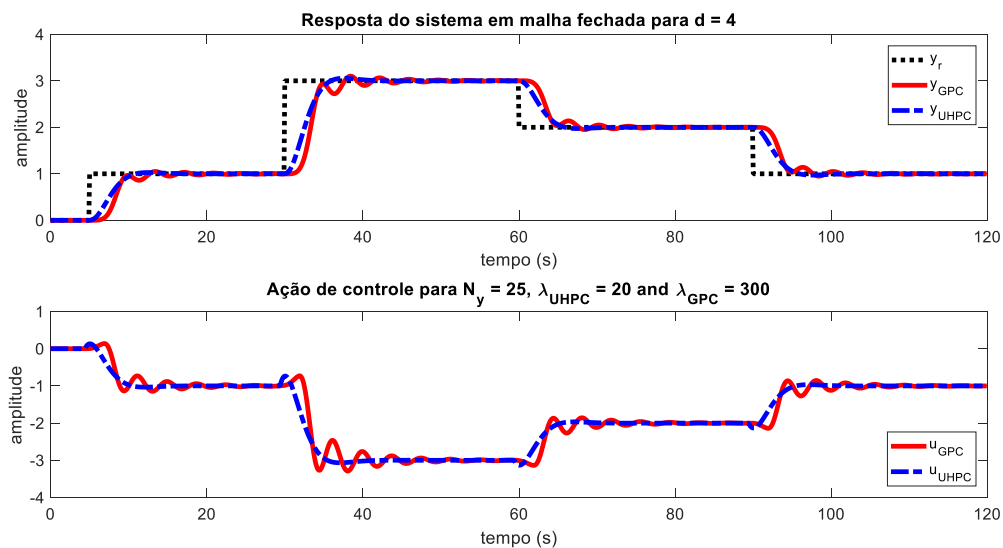
$$G(s) = \frac{e^{-1,2s}}{(s-1)(0,5s+1)} \quad (4.12)$$

$$G(q^{-1}) = \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{q^{-12}(0,009691q^{-1} + 0,009373q^{-2})}{1 - 1,9239q^{-1} + 0,9048q^{-2}} \quad (4.13)$$

O modelo linear na Equação 4.13 é utilizado para a síntese dos controladores UHPC e GPC. O modelo ARX acima, ou seja,  $C(q^{-1}) = 1$  foi aumentado por  $\Delta$  para incluir a ação incremental nos dois controladores preditivos. As simulações numéricas obedecem às mesmas configurações de sintonia para os parâmetros dos controladores explanadas nas seções anteriores. Para o GPC, assume-se, novamente, que  $N_u = N_y = 25$ .

Em uma primeira simulação numérica, o atraso de tempo foi reduzido para  $d = 4$ , a fim de exemplificar o impacto do aumento do atraso de transporte na malha fechada tanto para o UHPC quanto para GPC. A Figura 4.23 apresenta os sinais de saída e de controle do sistema usando os controladores GPC e UHPC para uma sequência de entradas do tipo degrau.

Figura 4.23 — Rastreamento de referência usando GPC e UHPC na planta instável e com atraso.



Fonte: Elaboração própria.

Observa-se que ambos os controladores são capazes de estabilizar o sistema de controle sem erro de regime permanente, porém o GPC apresenta oscilações tanto no sinal de saída do sistema quanto no sinal de controle, o que não ocorre no caso UHPC, onde a saída rastreia a referência assintoticamente, conforme apresentado em Torrico et al. (2020).

A Tabela 9 mostra os índices de desempenho calculados a partir da resposta temporal apresentada na Figura 4.23. Conclui-se que o UHPC tem um ISE 32,45% menor e um IAE 26,40% menor que o GPC, com um pouco mais de esforço de controle, segundo um ISU 0,2744% maior que o GPC. Observa-se também que o UHPC possui um TVC 58,12% menor que o GPC como pode ser visto na ação de controle menos oscilatória.

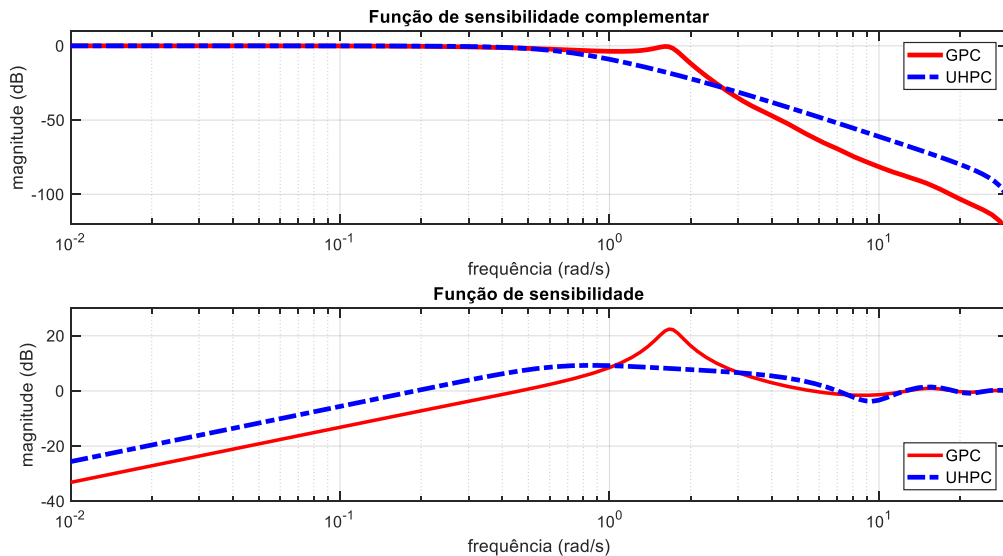
Tabela 9 – Índices de desempenho calculados para o sexto caso de estudo.

| Controlador | GPC       | UHPC      |
|-------------|-----------|-----------|
| <i>ISE</i>  | 202,9962  | 137,1056  |
| <i>IAE</i>  | 191,0518  | 140,6220  |
| <i>ISU</i>  | 4410,0698 | 4422,1103 |
| <i>TVC</i>  | 15,9174   | 6,6663    |

Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 4.24 a análise em frequência das funções de sensibilidade,  $T_{mf}(q^{-1})$  e  $S_o(q^{-1})$  é apresentada para ambos os controladores. O UHPC e o GPC possuem a mesma margem de estabilidade para  $T_{mf}(q^{-1})$  ( $GM = 6,0$  dB,  $PM = 60^\circ$ ), já para  $S_o(q^{-1})$  o UHPC obteve margens de estabilidade mais elevadas ( $GM = 3,66$  dB,  $PM = 19,79^\circ$  para o UHPC e  $GM = 0,68$  dB,  $PM = 4,32^\circ$  para o GPC) em relação ao GPC.

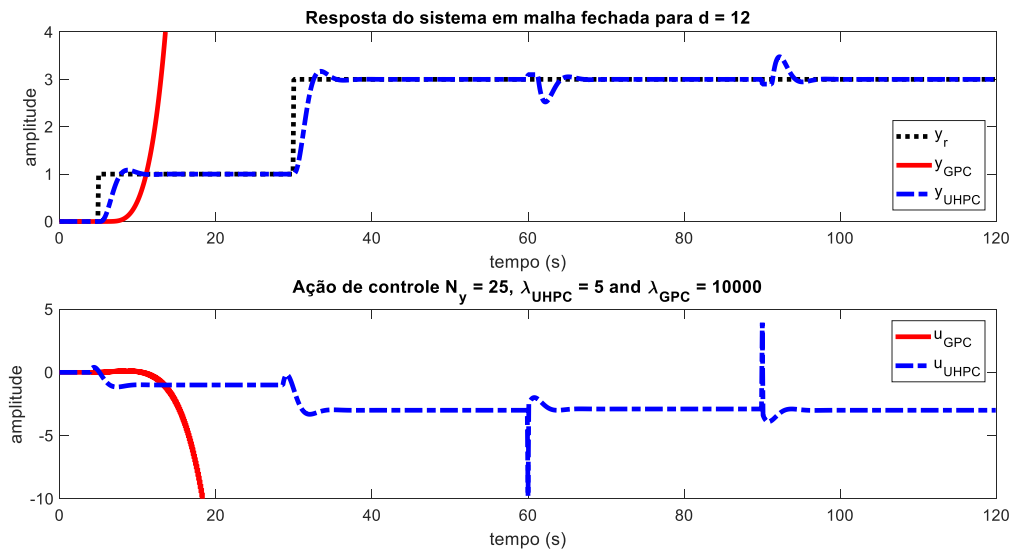
Figura 4.24 – Resposta em frequência usando GPC e UHPC na planta instável e com atraso.



Fonte: Elaboração própria.

Em uma segunda simulação numérica, o modelo utilizado é o descrito na Equação 4.13, portanto o atraso de transporte é  $d = 12$ . Na Figura 4.25, pode-se observar que o UHPC é capaz de estabilizar a malha de controle e rastrear a referência mesmo na presença de distúrbios de carga e um longo atraso de tempo. O GPC é incapaz de estabilizar a malha de controle quando o atraso aumenta. Numerosos ajustes de  $N_y$  e  $\lambda$  foram realizados a fim de estabilizar o sistema usando GPC, mas nenhum foi capaz de resultar em um sistema de malha fechada estável.

Figura 4.25 — Rastreamento de referência usando GPC e UHPC na planta instável e com atraso.



Fonte: Elaboração própria.

O modelo discreto utilizado para a síntese dos controladores é o mesmo descrito na Equação 4.13, considerando também um período de amostragem  $T_s = 0,1$  s. Nas simulações numéricas realizadas usou-se o mesmo horizonte de previsão de saída  $N_y$ , o fator de ponderação  $\lambda$  foi usado para o ajuste fino da sintonia do UHPC e GPC, de modo a promover uma comparação justa entre ambos. Para o GPC, assume-se que o horizonte de previsão de controle é o mesmo horizonte de previsão de saída ( $N_u = N_y$ ).

## 4.8 Conclusão

O objetivo principal deste capítulo foi apresentar os resultados obtidos por meio de simulações numéricas e experimentais para cinco classes de sistemas SISO, onde se utilizou o método de projeto GMVSS a fim de sintetizar controladores preditivos GMV, LMV, GPC e UHPC para análise de desempenho e robustez via as métricas disponíveis dentro da teoria de controle e aqui apresentadas em seções anteriores.

Todos os controladores preditivos apresentados dependem de um modelo linear (determinístico ou estocástico) que possa representar adequadamente a dinâmica de interesse da planta a ser controlada. Mostrou-se que uma identificação via o método de mínimos quadrados estendido é capaz de fornecer um modelo estocástico adequado para todos os sistemas aqui estudados. Exemplificou-se também como a sintonia de um controlador determinístico PID pode ser herdada a um controlador estocástico UHPC.

No primeiro caso de estudo apresentou-se uma planta com longo atraso de tempo, onde ficou claro que o controlador UHPC é capaz de lidar com tal complexidade assim como o controlador GMV. Mostrou-se também que para determinada sintonia de parâmetros, o GMV pode ser entendido como caso particular do UHPC, como já enunciado por Trentini et al. (2016b) e comprovado pela resposta temporal, resposta em frequência e índices de robustez obtidos a partir das funções de sensibilidade.

Já no segundo caso de estudo o controle UHPC foi comparado ao controle LMV em uma planta química com dinâmica não linear. Os resultados obtidos indicaram que o UHPC possui maior capacidade em lidar com não linearidades do sistema quando comparado ao LMV. Tanto para o rastreamento de referência quanto para a rejeição de perturbação, os índices calculados demonstraram que o UHPC garante maior estabilidade e robustez à malha de controle em relação ao LMV. Vale destacar que esse é o primeiro estudo que compara esses algoritmos que se parecem, mas não são iguais.

No terceiro caso de estudo foi apresentado a herança de sintonia de um controlador PID para um controlador UHPC. Os resultados obtidos a partir da planta eletromecânica demonstraram que a herança de sintonia pode ser feita com exatidão a partir de qualquer outro controlador desde que sua forma RST seja conhecida. Tal característica possibilita ao projetista transferir características dinâmicas desejadas de um controlador linear ao UHPC com o benefício de poder usar modelos de projeto de ordem mais elevada ou estocásticos.

No quarto e quinto caso de estudo, os sistemas não lineares (CSTR e Trocador de Calor) são usados para comparar o desempenho e robustez do controle UHPC frente ao GPC para lidar com não linearidades, ruídos e perturbações externas ao sistema de controle.

Para o caso do CSTR além da comparação ao UHPC, usou-se GMV para estabilizar o sistema, no entanto o desempenho apresentado foi bastante comprometido e inadequado, portanto, a estratégia de controle GMV não era uma opção. Observou-se também que o controle UHPC atenuou mais fortemente o ruído que contaminava a saída do sistema CSTR. Também foi observada uma maior robustez do UHPC em manter a estabilidade do sistema CSTR mesmo na presença de variações paramétricas quando comparado ao GPC. Embora o UHPC possua uma maior quantidade de parâmetros calculados, o tempo de execução da lei de controle ainda assim era muito próximo da lei de controle PID, GMV e GPC, o que torna a estratégia UHPC mais uma opção viável e com possíveis melhorias das margens de estabilidade do sistema a ser controlado, mesmo em dinâmicas mais complexas e com diferentes características não lineares.

Por fim, no sexto e último caso, mostrou-se que até mesmo sistemas instáveis e com considerável atraso de tempo, o controle UHPC é capaz de estabilizar a malha onde o GPC não obteve êxito. Importante ressaltar que no geral, a estratégia de controle UHPC consegue promover redução da variância dos sinais de interesse do sistema de controle juntamente com a diminuição do gasto energético do esforço de controle, o que é evidenciado pelos índices tabelados em cada estudo de caso. Tudo isso culmina em elevadas margens de estabilidade, fornecendo a robustez necessária nos mais variados cenários e classes de sistemas.

No capítulo seguinte, são apresentadas as considerações finais sobre as características do controlador preditivo de horizonte irrestrito projetado via GMVSS com sintonias distintas, sendo discutidas suas vantagens e desvantagens, bem como sugestões para enriquecer a pesquisa sobre as aplicações do UHPC.



## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentados os resultados numéricos e experimentais obtidos com a utilização do controlador preditivo UHPC para o controle de cinco sistemas distintos, sendo estes bem conhecidos dentro da teoria de controle, com o objetivo de entender como os parâmetros de projeto do controlador influenciam nas características finais da malha de controle. Os resultados apresentados são oriundos de simulações numéricas realizadas em ambiente computacional para cinco casos de estudo enquanto um dos casos os dados são experimentais e foram coletados de um sistema eletrônico em escala reduzida existente no laboratório LACOS.

O controle UHPC foi comparado aos seus precursores GMV e LMV para elucidar ao leitor as similaridades de projeto, bem como seguir uma linha cronológica inerente a formulação final de seu método de projeto. Além da comparação com seus antecessores, o controle UHPC também foi associado ao tradicional e bem difundido controle PID. Tal relação fora realizada com o intuito de atribuir ao PID as características preditivas e estocásticas naturais ao UHPC. Por fim, nos três últimos casos usou-se o GPC, bastante conhecido da comunidade científica, como estratégia de controle para se avaliar o desempenho e robustez em comparação ao UHPC.

Vale lembrar que o objetivo deste trabalho é avaliar e validar o controlador UHPC como mais uma opção viável dentro da família de controladores preditivos, valendo-se de ferramentas consagradas para análise de sistemas lineares e invariantes no tempo. Uma das principais vantagens dessa estratégia é a facilidade de sintonia e velocidade de projeto fornecidas ao projetista (independentemente da ordem do sistema ou atraso de tempo), uma vez que o método de projeto GMVSS soluciona intrinsecamente as duas equações Diofantinas necessárias ao UHPC, o que diverge de outras abordagens convencionais MV.

Diferentemente do GPC, DMC, MPC e outros membros da família MBPC, o UHPC não utiliza o horizonte retrocedente para calcular os sinais de controle futuros. Ao invés disso, o controlador usa o filtro de Kalman de  $N_y$  passos à frente para tal tarefa. Como dito anteriormente o UHPC é baseado em modelo ARMAX do sistema que represente as dinâmicas de interesse da planta a ser controlada, sendo outra importante característica em relação aos outros controladores preditivos mais comuns, visto que considerar um modelo matemático da influência do ruído no sistema melhora a capacidade regulatória do controlador.

Tal melhoria reflete na variância dos sinais de interesse e torna a malha de controle menos sensível a erros de modelagem e ruídos de medição sempre presentes em qualquer malha de controle real. É sabido que o UHPC é capaz de atenuar ruído de maneira similar ao MV, porém despendendo menor esforço de controle (TRENTINI et al., 2016b).

No controle UHPC o horizonte de predição pode ser estendido indefinidamente graças ao filtro de Kalman de  $N_y$  passos à frente, todavia esse aumento indiscriminado não significa uma melhoria em desempenho ou robustez do sistema de controle, como foi verificado no algoritmo LMV (SILVEIRA et al., 2016). Existe uma relação de compromisso entre a ordem do modelo do sistema e o horizonte de predição mais adequado, já que uma superparametrização do horizonte de predição não traz benefícios ao sistema de controle no que diz respeito às margens de estabilidade e variâncias dos sinais de interesse. Sendo essa relação também um dos objetivos a serem estudados neste trabalho a fim de estabelecer um parâmetro de sintonia ao projetista sobre a seleção do horizonte de predição no UHPC.

Outro atrativo do controle UHPC é a simplicidade e elegância de implementação de sua lei de controle, o que permite embarcá-la em microcontroladores ou computadores industriais sem grandes dificuldades. Neste trabalho a lei de controle em todos os casos de estudos apresentados fora escrita na forma RST de controlador, uma nomenclatura mais amigável ao projetista de sistema de controle industriais, sendo essa uma das contribuições da pesquisa concluída para esta tese. Vale evidenciar que tal abordagem polinomial e SISO vem para complementar a abordagem em espaço de estado e MIMO realizada em Trentini (2017) e em Trentini et al. (2020).

Para propostas de trabalhos futuros na mesma linha de pesquisa, pode-se citar, além das métricas já usadas, usar o mapa de polos e zeros, o teorema do pequeno ganho e o conceito de incertezas aditivas e multiplicativas nos casos de estudos aqui já apresentados. Uma opção seria a inclusão de mais casos de estudos (numéricos e experimentais) com outras classes de sistemas, como alguns bem conhecidos na literatura de teoria de controle, comparando com outros controladores preditivos, como MPC no espaço de estados e versões mais avançadas do GPC.

Outra tarefa possível e interessante para trabalhos futuros é a implementação da lei de controle UHPC em microcontrolador para o controle de uma planta a ser simulada em ambiente computacional a fim de demonstrar que seu projeto embarcado é factível, assim como outras estratégias preditivas já estudadas, usando a técnica denominada *Hardware in the Loop* (HIL).

Assim como é possível em outras técnicas de controle, o UHPC pode ser configurado para uma abordagem adaptativa ou robusta ou até mesmo ser hibridizado com algum método inteligente (algoritmos evolucionários, redes neurais artificiais ou lógica *fuzzy*) de modo a se buscar maiores margens de estabilidade do sistema de controle mesmo na presença dos mais diversos distúrbios.

Por fim, com base no conteúdo apresentado, o autor espera ter conseguido contribuir a partir de sua pesquisa, mesmo que pontualmente, para o controle preditivo, tendo como objetivo a consolidação um documento escrito, rico em detalhes e informações úteis, sobre o ainda pouco conhecido controle UHPC para o caso SISO em variadas classes de sistemas, avaliando suas aplicabilidades como membro de destaque da família MBPC e opção promissora dentre o vasto ferramental de estratégias de controle já existentes.

A seguir são listadas as publicações realizadas, relacionadas direta ou indiretamente ao conteúdo da tese finalizada.

1. Cunha, L. B.; Castro, L. A. M.; Silveira, A. S.; Barra Junior, W. **Digital Control Design by the Polynomial Method with Evaluation of the Sensivity Function**. XXII Congresso Brasileiro de Automática – CBA. João Pessoa – PB, 2018. [Publicado]
2. Dutra, B. G.; Castro, L. A. M.; Amorim, G. S.; Silveira, A. S. **Estimação de Movimentos do Punho em Tempo Real com Filtro de Kalman para Controle de Próteses Ativas Funcionais**. XXII Congresso Brasileiro de Automática – CBA. João Pessoa – PB, 2018. [Publicado]
3. Castro, L. A. M.; Amorim, G. S.; Dutra, B. G.; Silveira, A. S. **Neural Network Applied to Classification of Arm and Forearm Movement Intent**. IEEE Latin America Transactions, 2019. [Aceito]
4. Castro, L. A. M.; Amorim, G. S.; Dutra, B. G.; Silveira, A. S. **Classificador Neural para Intenção de Movimento do Braço e Antebraço via Extreme Learning Machine**. XIV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente – SBAI. Ouro Preto – MG, 2019. [Aceito]
5. Claude, G. F. M.; Castro, L. A. M.; Ramos Filho, H. M.; Silveira, A. S. **Ganho Programado Tradicional e Rede de Controladores com Supervisão Fuzzy Aplicados a Sistemas Não Lineares: um Comparativo**. XV Brazilian

Congress on Computational Intelligence – CBIC. Formato Virtual, 2021. [Publicado]

6. Castro, L. A. M.; Ramos Filho, H. M.; Amorim, G. S.; Silveira, A. S. **Design of PID Type Local Controller Network with Fuzzy Supervision**. IEEE Latin America Transactions, v.17, p.759-765, 2019. [Publicado]
7. Castro, L. A. M.; Cunha, L. B.; Dutra, B. G.; Silveira, A. S. **Digital LQG Controller Design Applied to an Electronic System**. IEEE Latin America Transactions, v.18, p.581-588, 2020. [Publicado]
8. Castro, L. A. M.; Silveira, A. S.; Araújo, R. B. **Unrestricted Horizon Predictive Control applied to a Nonlinear SISO System**. International Journal of Dynamics and Control, 2022. [Publicado]
9. Castro, L. A. M.; Silveira, A. S.; Dutra, B. G.; **Unrestricted Horizon Predictive Control applied to Unstable Dead-time SISO Systems**. International Journal of Dynamics and Control, 2022. [Submetido]

## REFERÊNCIAS

ABDELBAKY, M. A.; LIU, X.; JIANG, D. **Design and Implementation of Partial Offline Fuzzy Model Predictive Pitch Controller for Large-Scale Wind Turbines.** *Renewable Energy*, v.145, p.981-996, 2020.

AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais.** 4ª ed. Belo Horizonte: UFMG, 2015.

AJMERI, M.; ALI, A. **Analytical Design of Modified Smith Predictor for Unstable Second Order Processes with Time Delay.** *International Journal of Systems Science*, v.48, p.1671-1681, 2017.

ARAÚJO, R. B. **Controladores Preditivos Filtrados utilizando Otimização Multiobjetivo para Garantir Offset-free e Robustez.** Florianópolis, 2017. Tese de Doutorado – Centro Tecnológico – Universidade Federal de Santa Catarina.

ARAÚJO, M. S.; DUTRA, B. G.; PINHEIRO, T. C. F.; CUNHA, L. B. **Projeto de Controladores PID e IPD: Uma Análise de Desempenho.** XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente – SBAI, Porto Alegre – RS, 2017.

ARAÚJO, R. B.; COELHO, A. A. R. **Filtered Predictive Control Design using Multi-objective Optimization Based on Genetic Algorithm for Handling Offset in Chemical Processes.** *Chemical Engineering Research and Design*, v.117, p.256-273, 2017.

ASTRÖM K. J. **Introduction to Stochastic Theory.** London: Academic Press, 1970.

ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **Benchmark Systems for PID control.** *Proceedings of the IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*. P.165-166. Terrasa, Spain, 2000.

ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **PID Controllers: Theory, Design, and Tuning.** 2<sup>nd</sup> ed. New York: Instrument Society of America, 1995.

ASTRÖM K. J.; WITTENMARK, B. **On Self-tuning Regulators.** *Automatica*, v.9, p.185-199, 1973.

ASTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Adaptive Control**. 2<sup>nd</sup> ed. New York, USA: Dover Publications, 2008.

ASTRÖM K. J.; WITTENMARK, B. **Computer Controlled Systems: Theory and Design**. Mineola: Dover Publications, Inc., 2011.

ATEI, M.; KHAJEPOUR, A.; JEON, S. **Model Predictive Control for Integrated Lateral Stability, Traction/Breaking Control, and Rollover Prevention of Electric Vehicles**. *Vehicle System Dynamics*, v.58, p.49-73, 2020.

BERNERS, T.; EPPLE, A.; BRECHER, C. **Model Predictive Controller for Machine Tool Feed Drives**. *4<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation and Robotics – ICCAR*, Auckland, 2018.

BITMEAD, R. R.; GEVERS, M.; WERTZ, V. **Adaptive Optimal Control: The Thinking Man's GPC**. S.l.: Prentice-Hall, 1990.

BRUNTON, S. L.; KUTZ, J. N. **Data Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems and Control**. New York: Cambridge University Press, 2019.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. London: Springer-Verlag, 2007.

CASTRUCCI, P.; SALES, R. M. **Controle Digital**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1990.

CLARKE, D. W.; GAWTHROP, P. J. **Self-tuning Controller**. *Proceeding of the Institution of Electrical Engineers*, v.122, n.9, p.929-934, 1975.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. **Generalized Predictive Control – Part I: The Basic Algorithm**. *Automatica*, v.23, n.2, p.137-148, 1987a.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. **Generalized Predictive Control – Part II: Extensions and Interpretations**. *Automatica*, v.23, n.2, p.149-160, 1987b.

COELHO, A. A. R. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares**. 2<sup>a</sup> ed. Florianópolis: UFSC, 2016.

COELHO, A. A. R.; ARAÚJO, R. B.; SILVEIRA, A. S. **Steady State Tracking Properties for the Generalized Minimum Variance Controller: A Review, Proportional Integral Derivative Tuning and Applications.** *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v.53, p.1470-1477, 2014.

COELHO, A. A. R.; JERONYMO, D. C.; ARAÚJO, R. B. **Sistemas Dinâmicos: Controle Clássico e Preditivo Discreto.** 1ª ed. Florianópolis: UFSC, 2019.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, D. L. **Dynamic Matrix Control – A Computer Control Algorithm.** *Proceedings of the Joint Automatic Conference*, San Francisco, CA, 1980.

CUNHA, L. B.; CASTRO, L. A. M.; SILVEIRA, A. S.; BARRA, W. **Digital Control Design by the Polynomial Method with Evaluation of the Sensitivity Function.** Congresso Brasileiro de Automática (CBA), João Pessoa – PB, Brasil, 2018.

DEEPA, S. N.; BARANILINGESAN, I. **Optimized Deep Learning Neural Network Predictive Controller for Continuous Stirred Tank Reactor.** *Computers and Electrical Engineering*, v.71, p.782-797, 2018.

DIEHL, F. C.; ALMEIDA, C. S.; ANZAI, T. K.; GEREVINI, G.; NETO, S. S.; VON MEIEN, O. F.; CAMPOS, M. C.; FARENZENA, M.; TRIERWEILER, J. O.; **Oil Production Increase in Unstable Gas Lift Systems through Nonlinear Model Predictive Control.** *Journal of Process Control*, v.69, p.58-69, 2018.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos.** 12ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2013.

DOYLE, J.; FRANCIS, B.; TANNENBAUM, A. **Feedback Control Theory.** S.l.: Macmillan Publishing Co., 1990.

EINI, R.; ABDELWAHED, S. **Rotational Inverted Pendulum Controller Design using Indirect Adaptive Fuzzy Model Predictive Control.** *IEEE International Conference Fuzzy Systems – FUZZ-IEEE*, New Orleans, 2019.

ELKAZAZ, M.; SUMMER, M.; THOMAS, D. **Energy Management System for Hybrid PV-Wind-Battery Microgrid using Convex Programming Model Predictive and Rolling**

**Horizon Predictive Control with Experimental Validation.** *Electrical Power and Energy Systems*, v.115, 2020.

ERFANI, A.; GHAHNAVIYEH, A. R.; BOROUSHAKI, M. **Design of a Nonlinear Model Predictive Control for Building's Cooling System.** *Building and Environment*, v.133, p.237-245, 2018.

ESTOFANERO, L.; EDWIN, R.; GARCIA, C. **Predictive Controller Applied to pH Neutralization Process.** *IFAC PapersOnLine*, v.52, p.202-206, 2019.

FADALI, M. S.; VISIOLI, A. **Digital Control Engineering: Analysis and Design.** Oxford: Academic Press, 2013.

FANG, J.; MA, R.; DENG, Y. **Identification of the Optimal Control Strategies for the Energy-Efficient Ventilation under the Model Predictive Control.** *Sustainable Cities and Society*, v.53, 2020.

FRANKLIN, G. F. POWELL, J. D.; WORKMAN, M. **Digital Control of Dynamic Systems.** 3<sup>th</sup> ed. S.I.: Addison-Wesley Longman, 1998.

GALLEGO, A. J.; SÁNCHEZ, A. J.; BERENGUEL, M.; CAMACHO, E. F. **Adaptive UKF-Based Model Predictive Control of a Fresnel Collector Field.** *Journal of Process Control*, v.85, p.76-90, 2020.

GIL, J. D.; ROCA, L.; ZARAGOZA, G.; NORMEY-RICO, J. E.; BERENGUEL, M. **Hieratchical Control for the Start-up Procedure of Solar Thermal Fields with Direct Storage.** *Control Engineering Practice*, v.95, 2020.

GILEV, B. **Modeling the Vehicle Traction System and Developed Neural Predictive Controller.** *International Conference on High Technology for Sustainable Development – HiTech*, Sofia, 2018.

HEMERLY, E. M. **Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos.** S.I.: Edgard Blücher Ltda., 1996.

HERNANDEZ, E.; ARKUN, Y. **Control of Nonlinear Systems Using Polynomial ARMA Models, Process Systems Engineering.** *AIChE Journal*, v.39, p.446-460, 1993



HU, Y.; CHEN, H.; WANG, P.; CHEN, H.; REN, L. **Nonlinear Model Predictive Controller Design Based on Learning Model for Turbocharged Gasoline Engine of Passenger Vehicle**. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.109, v.74-88, 2018.

IOANNOU, P. A.; SUN, J. **Robust Adaptive Control**. S.l.: Prentice-Hall, 1996.

INOUE, A. et al. **A State Space Based Design of Generalized Minimum Variance Controller Equivalent to Transfer Function Based Design**. *Proceedings of the American Control Conference*. S.l.: s.n. v.4, p.2761-2766, 2001.

KOO, J.; PARK, D.; RYU, S.; KIM, G. H.; LEE, Y. W.; **Design of a Self-Tuning Adaptive Model Predictive Controller using Recursive Model Parameter Estimation for Real-Time Plasma Variable Control**. *Computers and Chemical Engineering*, v.123, p.126-142, 2019.

KWONG, R. G. **On the LQG Problem with Correlated Noise and its Relation to Minimum Variance Control**. *Proceedings of the 26<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*. S.l.: s.n. p.763-767, 1987.

LANDAU, I. D. **System Identification and Control Design using P.I.M. + Software**. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1990.

LANDAU, I. D. **The RST Digital Controller Design and Applications**. *Elsevier Science on Control Engineering Control Practice*, v.6, p.155-165, 1998.

LANDAU, I. D.; ZITO, G. **Digital Control Systems: Design, Identification and Implementation**. London: Springer, 2006.

LI, Z.; EVANS, R. J.; WITTENMARK, B. **Minimum Variance Prediction for Linear Time Varying Systems**. *Automatica*, v.33, n.4, p.607-618, 1997.

LJUNG, L. **System Identification Toolbox for use with MATLAB: User Guide**. Mathworks Inc., 2019.

LJUNG, L.; SÖDESTROM, T. **Theory and Practice of Recursive Identification**. S.l.: The MIT Press, 1983.

LUNA, J.; FALKENBERG, O.; GROS, S.; SCHILD, A. **Wind Turbine Fatigue Reduction Based on Economic -Tracking NMPC with Direct ANN Fatigue Estimation.** *Renewable Energy*, v.147, p.1632-1642, 2020.

MACIEJOWSKI, J. M. **Predictive Control with Constraints.** Harlow: Prentice-Hall, 2002.

MOHAMED, A.; METWALLY, H.; EL-SAYED, A.; SELEM, S. **Predictive Neural Network Based Adaptive Controller for Grid-Connected PV Systems Supplyng Pulse-Load.** *Solar Energy*, v.193, p.139-147, 2019.

MORATO, M. M.; MENDES, P. R. C.; NORMEY-RICO, J. E.; BORDONS, C. **LPV-MPC Fault-Tolerant Energy Management Strategy for Renewable Microgrids.** *Electrical Power and Energy Systems*, v.117, 2020.

MUBAROK, M. S.; LIU, T. H.; **Implementation of Predictive Controllers for Matrix-Converter-Based Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Position Control Systems.** *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, v.7, p.261-273, 2018.

NASCIMENTO, T. P.; BASSO, G. F.; DÓREA, C. E. T.; GONÇALVES, L. M. G. **Perception-Driven Motion Based on Stochastic Nonlinear Model Predictive Controllers.** *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v.24, p.1751-1762, 2019.

NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle.** 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2012.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno.** 5ª ed. São Paulo: Pearson, 2011.

ORCHI, T. F.; ROY, T. K.; MAHMUD, M. A.; AMANULLAH, M. T. OO. **Feedback Linearizing Model Predictive Excitation Controller Design for Multimachine Power Systems.** *IEEE Access*, v.6, p.2310-2319, 2018.

PATARO, I. M. L.; COSTA, M. V. A.; JOSEPH, B. **Advanced Simulation and Analysis of MIMO Dead Time Compensator and Predictive Controller for Ethanol Distillation Process.** *IFAC PapersOnline*, v.52, p.160-165, 2019.

POURFARD, A.; MOETAMEDZADEH, H.; MADOLIAT, R.; KHANMIRZA, E. **Design of a Neural Network Based Predictive Controller for Natural Gas Pipelines in Transient Rate.** *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v.62, p.275-293, 2019.

RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. **Model Predictive Heuristic Control Applications to Industrial Processes.** *Automatica*, v.14, n.5, p.413-428, 1978.

ROSSITER, J. **Model-Based Predictive Control: A Practical Approach.** S.l.: CRC Press LLC, 2004

SALETTI, C.; AGOSTINO, G.; MIRKO, M. **Development, Analysis and Application of a Predictive Controller to a Small-Scale Heating System.** *Applied Thermal Engineering*, v.165, 2020.

SADIQ, R.; NAEEM, U.; SHAHZAD, M. **Power System Stabilization using Unified Power Flow Controller and Model Predictive Control.** *International Symposium on Recent Advances in Electrical Engineering – RAEE*, Islamabad, 2019.

SANKAR, G. S.; SHEKHAR, R. C.; MANZIE, C.; SANO, T.; NAKADA, H. **Model Predictive Controller with Average Emissions Constraints for Diesel Airpath.** *Control Engineering Practice*, v.90, p.182-189, 2019.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. **Process Dynamics and Control.** New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., 2010.

SILVEIRA, A. S. **Contribuições ao Controle de Variância Mínima Generalizado: Abordagem de Projeto no Espaço de Estados.** Florianópolis, 2012. Tese de Doutorado – Centro Tecnológico – Universidade Federal de Santa Catarina.

SILVEIRA, A. S.; COELHO, A. A. R. **Generalized Minimum Variance Control State Space Design.** *Control Theory Applications*, IET, v.5, n.15, p.1709-1715, 2011.

SILVEIRA, A. S.; SILVA, A.; COELHO, A. A. R.; REAL, J.; SILVA, O. **Design and Real-time Implementation of a Wireless Autopilot using Multivariable Predictive Generalized Minimum Variance Control in the State Space.** *Aerospace Science and Technology*, v.105, 2020.

SILVEIRA, A. S.; TRENTINI, R.; COELHO, A. A. R.; KUTZNER, R.; HOFMANN, L. **Generalized Minimum Variance Control under Long-range Prediction Horizon Setups.** *ISA Transactions*, v.62, p.325-332, 2016,

SKOGESTAD, S. **Simple Analytic Rules for Model Reduction and PID Controller Tuning.** *Journal of Process Control*, v.13, n.4, p. 291-309, 2003.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design.** 2<sup>nd</sup> ed. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2005.

STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. **Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design and Autonomous Systems.** New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., 2016.

TEJEDA-IGLESIAS, M.; LAPPAS, N. H.; GOUNARIS, C. E. **Explicit Model Predictive Controller under Uncertainty: An Adjustable Robust Optimization Approach.** *Journal of Process Control*, v.84, p.115-132, 2019.

TORRICO, B. C.; PEREIRA, R. D.; SOMBRA, A. K.; NOGUEIRA, F. G. **Simplified Filtered Smith Predictor for High Order Dead Time Processes.** *ISA Transactions*, 2020.

TRENTINI, R. **Contributions to the Damping of Interarea Modes in Extended Power Systems.** Hannover, 2017. Doctoral Thesis – Faculty I: Electrical Engineering and Information Technology – University of Applied Sciences and Arts Hannover.

TRENTINI, R.; KUTZNER, R.; HOFMANN, L. **State Space Generalized Minimum Variance Controller based PSS for Damping of Interarea Modes.** *Proceedings of the 18<sup>th</sup> IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference – MELECON 2016*, Limassol, 2016a.

TRENTINI, R.; LIMA JR, J. C.; PRIOSTE, F. **Comparative Study of the Pitch Control of Wind Turbine Using Linear Quadratic Gaussian and the Unrestricted Horizon Predictive Controller.** *International Transactions on Electrical Energy Systems*, p.e12720, 2020.

TRENTINI, R.; SILVEIRA, A.; BARTSCH, M. T.; KUTZNER, R.; HOFMANN, L. **On the Design of Stochastic RST Controllers Based on the Generalized Minimum Variance.**

*Proceedings of the 2016 UKACC 11<sup>th</sup> International Conference on Control – CONTROL*, Belfast, 2016c.

TRENTINI, R.; SILVEIRA, A.; KUTZNER, R.; HOFMANN, L. **On the Unrestricted Horizon Predictive Control – A Fully Stochastic Model based Predictive Approach.** *Proceedings of the European Control Conference – ECC 2016, Aalborg*, 2016b.

VÁSQUEZ, M. C.; KATEBI, R. **New Constrained Predictive PID Controller for Packet Dropouts in Wireless Networked Control Systems.** *IFAC PapersOnline*, v.51, p.811-816, 2018.

WANG, L. **Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB.** London: Springer-Verlag, 2009.

WANG, L.; Freeman, C. T.; Chai, S.; Rogers, E. **Predictive- Repetitive Control with Constraints: from Design to Implementation.** *Journal of Process Control*, v.23, n.7, p.956-967, 2016.

XIE, S.; XIE, Y.; YING, H.; JIANG, Z.; GUI, W. **Neurofuzzy-Based Plant-Wide Hierarchical Coordinating Optimization and Control: An Application to Zinc Hydrometallurgy Plant.** *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v.67, p.2207-2219, 2020.

YANG, Q.; DING, T.; HE, H.; CHEN, X.; TAO, F.; ZHOU, Z.; XU, Y. **Model Predictive Control of MMC-UPFC under Unbalanced Grid Conditions.** *Electrical Power and Systems*, v.117, 2020.

YOHANANDHAN, R. V.; SRINIVASAN, L.; **Decentralized Wide-Area Neural Network Predictive Damping Controller for a Large-Scale Power System.** *IEEE International Conference on Power Electronics, Dives and Energy Systems – PEDES 2018*, Chennai, 2018.

## APÊNDICE

Os programas que serão listados a seguir referem-se aos códigos desenvolvidos para realizar a simulação numérica ou experimental de cada caso de estudo apresentado, bem como a análise de desempenho e robustez de acordo com as métricas adotadas nesse trabalho.

### A. Primeiro Caso de Estudo

Planta com polos múltiplos repetidos e atraso de transporte.

Tabela 10 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GMV.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (04/10/2018)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR GMV NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com GMV ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    dgmv = input('Entre com o número de predições à frente:'); % Número de
passos à frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; dgmv = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto
Az = [1 -2.7145 2.4562 -0.7408]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.1547 0.5740 0.1331]*10^-3; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 0 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.1; d = 151; umax = 5; umin = -5;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de

```

---

---

```

controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios A(z^-1) e C(z^-1) aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador GMV em espaço de estados
F = PHIa^(dgm-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
Ez = zeros(1,dgm-1); % Inicializar polinômio E(z^-1)
for i = 1:dgm-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*T;
end
Ez = [1 Ez]; % Polinômio F(z^-1) na forma: Ez = [e0 e1 e2 ... en]
Fz = F'; % Polinômio F(z^-1) na forma: Fz = [f0 f1 f2 ... fn]
BEz = conv(Bz,Ez); % Polinômio B(z^-1)*E(z^-1)
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio C(z^-1)*lambda
if length(BEz) > length(lamCz)
    Rz = BEz;
elseif length(BEz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(BEz) == length(lamCz)
    Rz = BEz;
end
for i = 1:min(length(BEz),length(lamCz))
    Rz(i) = BEz(i)+lamCz(i); % Polinômio R(z^-1)
end
Sz = Fz; % Polinômio S(z^-1)
Tz = Cz; % Polinômio T(z^-1) a partir da lei de controle UHPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios R(z^-1), S(z^-1) e T(z^-1)
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:300) = 0;
yr(301:600) = 1;
yr(601:900) = 2;
yr(901:1200) = 1;
yr(1201:1301+d+dgm) = 1;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:300) = 0;

```

---

---

```

v(301:600) = 0;
v(601:900) = 0;
v(901:1200) = 0;
v(1201:1301+d+dgmv) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIA),nit); % Inicializar vetor de estados
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear');
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+dgmv
    y(k) = 0;
    u(k) = 0;
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
end
for k = na+dgmv+1:nit
    % Saída da planta
    y(k) = -Az(2:length(Az))*y(k-1:-1:k-na) ' ...
            +Bz*uv(k-d:-1:k-nb+1-d)';
            % +Cz(2:length(Cz))*xi(k-1:-1:k-nc)'+xi(k);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIA-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle GMVSS
        if dgmv == 1
            % du(k) = m0*(yr(k)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)); % Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(Tz*yr(k:-1:k-nt+1) '-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); %
Incremento de controle
        else
            % du(k) = m0*(yr(k+d)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)-m3*du(k-dgmv+1:k-1)'); %
Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1) '-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        end
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error

```

---



---

```

IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
stairs(t(1:1200),yr(1:1200),'k','linewidth',4); hold on
stairs(t(1:1200),yv(1:1200),'r','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
if n == 1
title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+2]);
subplot(212);
stairs(t(1:1200),u(1:1200),'b','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR GMV NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (04/10/2018)

```

---

Tabela 11 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com UHPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de

```

---

---

```

malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições à frente:'); % Número de
passos à frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; Ny = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto
Az = [1 -2.7145 2.4562 -0.7408]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.1547 0.5740 0.1331]*10^-3; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 0 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.1; d = 151; umax = 50; umin = -50;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios A(z^-1) e C(z^-1) aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador UHPC em espaço de estados
F = PHIa^(Ny-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
H = PHIa^(Ny-d)*Ga; % Vetor que contém os coeficientes do polinômio H(z^-
1)
Hz = H'; % Polinômio H(z^-1) na forma: Hz = [h0 h1 h2 ... hn]
SOMA = zeros(1,d+1); % Inicializar lado esquerdo da lei de controle
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio E(z^-1)
Jz = zeros(1,Ny-d); % Inicializar polinômio J(z^-1)
for i = 1:Ny-d
    Jz(i) = Ca*PHIa^(i-1)*Ga;
end
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*T;
end
Jz = 1*Jz; % Polinômio J(z^-1) na forma: Jz = [j0 j1 j2 ... jn]

```

---

---

```

Ez = [1 Ez]; % Polinômio  $F(z^{-1})$  na forma:  $Ez = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]$ 
Fz = F'; % Polinômio  $F(z^{-1})$  na forma:  $Fz = [f_0 \ f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]$ 
EHz = conv(Ez,Hz); % Polinômio  $E(z^{-1}) * H(z^{-1})$ 
FJz = conv(Fz,Jz); % Polinômio  $F(z^{-1}) * J(z^{-1})$ 
FJz = [zeros(1,d) FJz]; % Polinômio  $z^{-d} * FJ(z^{-1})$ 
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio  $C(z^{-1}) * \lambda$ 
if length(EHz) > length(FJz)
    EHFJz = EHz;
elseif length(EHz) < length(FJz)
    EHFJz = FJz;
elseif length(EHz) == length(FJz)
    EHFJz = EHz;
end
for i = 1:min(length(EHz),length(FJz))
    EHFJz(i) = EHz(i)-FJz(i);
end
if length(EHFJz) > length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
elseif length(EHFJz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(EHFJz) == length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
end
for i = 1:min(length(EHFJz),length(lamCz))
    Rz(i) = EHFJz(i)+lamCz(i); % Polinômio  $R(z^{-1})$ 
end
Sz = Fz; % Polinômio  $S(z^{-1})$ 
Tz = Cz; % Polinômio  $T(z^{-1})$  a partir da lei de controle UHPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$ 
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:300) = 0;
yr(301:600) = 1;
yr(601:900) = 2;
yr(901:1200) = 1;
yr(1201:1301+d+Ny) = 1;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:300) = 0;
v(301:600) = 0;
v(601:900) = 0;
v(901:1200) = 0;
v(1201:1301+d+Ny) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+Ny
    y(k) = 0;
    u(k) = 0;
    e(k) = 0;

```

---

---

```

    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
end
for k = na+Ny+1:nit
    % Saída da planta
    y(k) = -Az(2:length(Az))*y(k-1:-1:k-na) ' ...
           +Bz*uv(k-d:-1:k-nb+1-d)';
           % +Cz(2:length(Cz))*xi(k-1:-1:k-nc)'+xi(k);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle UHPC
        if Ny == 1
            % du(k) = m0*(yr(k)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)); % Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(Tz*yr(k:-1:k-nt+1) '-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); %
Incremento de controle
        else
            % du(k) = m0*(yr(k+d)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)-m3*du(k-dgmv+1:k-1)'); %
Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1) '-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        end
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
stairs(t(1:1200),yr(1:1200),'k','linewidth',4); hold on
stairs(t(1:1200),yv(1:1200),'r','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
if n == 1
    title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
    title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
end

```

---

---

```

xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+2]);
subplot(212);
stairs(t(1:1200),u(1:1200),'b','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)

```

---

## B. Segundo Caso de Estudo

Planta não linear CSTR.

Tabela 12 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador LMV.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (04/10/2018)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR LMV NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com LMV ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    dgmv = input('Entre com o número de predições à frente:'); % Número de
passos à frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; dgmv = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto
Az = [1 -1.8419 0.8422]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.0900 -0.0888]; % Polinômio B(z^-1)

```

---

---

```

Cz = [1 -0.0681 -0.0401]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.3; d = 1; umax = 5; umin = -5;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios A(z^-1) e C(z^-1) aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador GMV em espaço de estados
F = PHIa^(dgm-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
Ez = zeros(1,dgm-1); % Inicializar polinômio E(z^-1)
for i = 1:dgm-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*T;
end
Ez = [1 Ez]; % Polinômio F(z^-1) na forma: Ez = [e0 e1 e2 ... en]
Fz = F'; % Polinômio F(z^-1) na forma: Fz = [f0 f1 f2 ... fn]
BEz = conv(Bz,Ez); % Polinômio B(z^-1)*E(z^-1)
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio C(z^-1)*lambda
if length(BEz) > length(lamCz)
    Rz = BEz;
elseif length(BEz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(BEz) == length(lamCz)
    Rz = BEz;
end
for i = 1:min(length(BEz),length(lamCz))
    Rz(i) = BEz(i)+lamCz(i); % Polinômio R(z^-1)
end
Sz = Fz; % Polinômio S(z^-1)
Tz = Cz; % Polinômio T(z^-1) a partir da lei de controle UHPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios R(z^-1), S(z^-1) e T(z^-1)
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Parâmetros (adimensionais) da planta não linear CSTR
DA = 0.072; % Número de Damköhler
gamma = 20; % Energia de Ativação
BA = 8; % Coeficiente de Reação

```

---

---

```

beta = 0.3; % Coeficiente de Transferência de Calor
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:20) = 0;
yr(21:211) = 0.1437;
yr(212:412) = 0.3652;
yr(413:613) = 0.7658;
yr(614:814) = 0.7658;
yr(815:1015+d+dgmv) = 0.1437;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:211) = 0;
v(212:412) = 0;
v(413:613) = 0;
v(614:814) = -0.5*0.7658;
v(815:1015+d+dgmv) = -0.5*0.7658;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIA),nit); % Inicializar vetor de estados
x1 = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de concentração de reagentes
x2 = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de temperatura do reator
phi = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída generalizada
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+dgmv
    y(k) = 0;
    u(k) = 0; % Temperatura da camisa de arrefecimento
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
    x1(k) = 0; % Concentração de reagentes
    x2(k) = 0; % Temperatura do reator
end
for k = na+dgmv+1:nit
    % Saída da planta não linear
    parte_exp = exp(x2(k-1)/(1+x2(k-1)/gamma));
    x1(k) = x1(k-1)+Ts*(-x1(k-1)+DA*(1-x1(k-1))*parte_exp);
    x2(k) = x2(k-1)-Ts*x2(k-1)*(1+beta)...
    +Ts*(BA*DA*(1-x1(k-1))*parte_exp+beta*u(k-1));
    y(k) = x2(k);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIA-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle GMVSS
        if dgmv == 1
            % du(k) = m0*(yr(k)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)); % Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(Tz*yr(k:-1:k-nt+1)'-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); %
Incremento de controle
        else
            % du(k) = m0*(yr(k+d)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)-m3*du(k-dgmv+1:k-1)'); %

```

---

---

```

Incremento de controle
    du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)')-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
end
    u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
    uv(k) = u(k);
    phi(k) = yv(k-dgmv)-yr(k+d-dgmv)+lambda*du(k-dgmv); % Saída
generalizada
elseif n == 2
    % Malha Aberta
    u(k) = yr(k); % Sinal de controle
    uv(k) = u(k);
    du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
stairs(t(1:1000),yr(1:1000),'k','linewidth',4); hold on
stairs(t(1:1000),yv(1:1000),'r','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
if n == 1
    title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
    title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+0.2]);
subplot(212);
stairs(t(1:1000),u(1:1000),'b','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+0.2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR LMV NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (04/10/2018)

```

---



Tabela 13 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com UHPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições à frente:'); % Número de
passos à frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; Ny = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto
Az = [1 -1.8419 0.8422]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.0900 -0.0888]; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 -0.0681 -0.0401]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.3; d = 1; umax = 5; umin = -5;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta

```

---

---

```

% PHIA = PHIA'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador UHPC em espaço de estados
F = PHIA^(Ny-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
H = PHIA^(Ny-d)*Ga; % Vetor que contém os coeficientes de  $H(z^{-1})$ 
Hz = H'; % Polinômio  $H(z^{-1})$  na forma:  $H_z = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n]$ 
SOMA = zeros(1,d+1); % Inicializar lado esquerdo da lei de controle
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio  $E(z^{-1})$ 
Jz = zeros(1,Ny-d); % Inicializar polinômio  $J(z^{-1})$ 
for i = 1:Ny-d
    Jz(i) = Ca*PHIA^(i-1)*Ga;
end
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIA^(i-1)*T;
end
Jz = 1*Jz; % Polinômio  $J(z^{-1})$  na forma:  $J_z = [j_0 \ j_1 \ j_2 \ \dots \ j_n]$ 
Ez = [1 Ez]; % Polinômio  $F(z^{-1})$  na forma:  $E_z = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]$ 
Fz = F'; % Polinômio  $F(z^{-1})$  na forma:  $F_z = [f_0 \ f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]$ 
EHz = conv(Ez,Hz); % Polinômio  $E(z^{-1})*H(z^{-1})$ 
FJz = conv(Fz,Jz); % Polinômio  $F(z^{-1})*J(z^{-1})$ 
FJz = [zeros(1,d) FJz]; % Polinômio  $z^{-d}*FJ(z^{-1})$ 
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio  $C(z^{-1})*\lambda$ 
if length(EHz) > length(FJz)
    EHFJz = EHz;
elseif length(EHz) < length(FJz)
    EHFJz = FJz;
elseif length(EHz) == length(FJz)
    EHFJz = EHz;
end
for i = 1:min(length(EHz),length(FJz))
    EHFJz(i) = EHz(i)-FJz(i);
end
if length(EHFJz) > length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
elseif length(EHFJz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(EHFJz) == length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
end
for i = 1:min(length(EHFJz),length(lamCz))
    Rz(i) = EHFJz(i)+lamCz(i); % Polinômio  $R(z^{-1})$ 
end
Sz = Fz; % Polinômio  $S(z^{-1})$ 
Tz = Cz; % Polinômio  $T(z^{-1})$  a partir da lei de controle UHPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$ 
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Parâmetros (adimensionais) da planta não linear CSTR
DA = 0.072; % Número de Damköhler
gamma = 20; % Energia de Ativação
BA = 8; % Coeficiente de Reação
beta = 0.3; % Coeficiente de Transferência de Calor
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');

```

---

---

```

% Sinal de referência
yr(1:20) = 0;
yr(21:211) = 0.1437;
yr(212:412) = 0.3652;
yr(413:613) = 0.7658;
yr(614:814) = 0.7658;
yr(815:1015+d+Ny) = 0.1437;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:211) = 0;
v(212:412) = 0;
v(413:613) = 0;
v(614:814) = -0.5*0.7658;
v(815:1015+d+Ny) = -0.5*0.7658;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
x1 = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de concentração de reagentes
x2 = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de temperatura do reator
phi = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída generalizada
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+Ny
    y(k) = 0;
    u(k) = 0; % Temperatura da camisa de arrefecimento
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
    x1(k) = 0; % Concentração de reagentes
    x2(k) = 0; % Temperatura do reator
end
for k = na+Ny+1:nit
    % Saída da planta não linear
    parte_exp = exp(x2(k-1)/(1+x2(k-1)/gamma));
    x1(k) = x1(k-1)+Ts*(-x1(k-1)+DA*(1-x1(k-1))*parte_exp);
    x2(k) = x2(k-1)-Ts*x2(k-1)*(1+beta)...
    +Ts*(BA*DA*(1-x1(k-1))*parte_exp+beta*u(k-1));
    y(k) = x2(k);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle UHPC
        if Ny == 1
            % du(k) = m0*(yr(k)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)); % Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(Tz*yr(k:-1:k-nt+1)'-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); %
Incremento de controle
        else
            % du(k) = m0*(yr(k+d)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)-m3*du(k-dgmv+1:k-1)'); %
Incremento de controle
            du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)'-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle

```

---

---

```

    end
    u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
    uv(k) = u(k);
    phi(k) = yv(k-dgmv)-yr(k+d-dgmv)+lambda*du(k-dgmv); % Saída
generalizada
    elseif n == 2
    % Malha Aberta
    u(k) = yr(k); % Sinal de controle
    uv(k) = u(k);
    du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
stairs(t(1:1000),yr(1:1000),'k','linewidth',4); hold on
stairs(t(1:1000),yv(1:1000),'r','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
if n == 1
title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+0.2]);
subplot(212);
stairs(t(1:1000),u(1:1000),'b','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+0.2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)

```

---

### C. Terceiro Caso de Estudo

Planta eletromecânica MTG.

Tabela 14 – Rotina para herança de sintonia de controlador PID para controlador UHPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (28/01/2019)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR UHPC FILTRADO NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com UHPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições à frente:'); % Número de
passos à frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; Ny = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto
a1 = -0.434403028550687; a2 = -0.528247944822758;
b0 = 0.002350690658314; b1 = 0.047207007310680;
c1 = -0.395455610513928; c2 = -0.502462650807583;
Az = [1 a1 a2]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [b0 b1]; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 c1 c2]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.025; d = 1; umax = 5; umin = 0;
% Herança de sintonia via filtro P(z^-1), r = tau_mf/tau_tma
Pz = [0.488947726807455 -0.212400373328132 -0.258285631811798]; % Filtro
P(z^-1), r = 1
% Pz = [0.245973051715106 -0.106851438606897 -0.129934759050287]; %
Filtro P(z^-1), r = 2
% Pz = [0.966047700730680 -0.419654046921835 -0.510312712511732]; %
Filtro P(z^-1), r = 0.5
PAz = conv(Pz,Az); % Polinômio P(z^-1)*A(z^-1)
PBz = conv(Pz,Bz); % Polinômio P(z^-1)*B(z^-1)
PCz = conv(Pz,Cz); % Polinômio P(z^-1)*C(z^-1)
% Ordem dos polinômios PA(z^-1), PB(z^-1) e PC(z^-1)
npa = length(PAz)-1; npb = length(PBz); npc = length(PCz)-1;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(PBz,PAz,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],PAz); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)

```

---

---

```

Cbar = [PCz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(PBz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios A(z^-1) e C(z^-1) aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador UHPC em espaço de estados
F = PHIa^(Ny-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
H = PHIa^(Ny-d)*Ga; % Vetor que contém os coeficientes de H(z^-1)
Hz = H'; % Polinômio H(z^-1) na forma: Hz = [h0 h1 h2 ... hn]
SOMA = zeros(1,d+1); % Inicializar lado esquerdo da lei de controle
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio E(z^-1)
Jz = zeros(1,Ny-d); % Inicializar polinômio J(z^-1)
for i = 1:Ny-d
    Jz(i) = Ca*PHIa^(i-1)*Ga;
end
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*T;
end
Jz = 1*Jz; % Polinômio J(z^-1) na forma: Jz = [j0 j1 j2 ... jn]
Ez = [Pz(1) Ez]; % Polinômio F(z^-1) na forma: Ez = [e0 e1 e2 ... en]
Fz = F'; % Polinômio F(z^-1) na forma: Fz = [f0 f1 f2 ... fn]
EHz = conv(Ez,Hz); % Polinômio E(z^-1)*H(z^-1)
FJz = conv(Fz,Jz); % Polinômio F(z^-1)*J(z^-1)
FJz = [zeros(1,d) FJz]; % Polinômio z^-d*FJ(z^-1)
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio C(z^-1)*lambda
if length(EHz) > length(FJz)
    EHFJz = EHz;
elseif length(EHz) < length(FJz)
    EHJz = FJz;
elseif length(EHz) == length(FJz)
    EHFJz = EHz;
end
for i = 1:min(length(EHz),length(FJz))
    EHFJz(i) = EHz(i)-FJz(i);
end
if length(EHFJz) > length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
elseif length(EHFJz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(EHFJz) == length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
end

```

---

---

```

for i = 1:min(length(EHFJz),length(lamCz))
    Rz(i) = EHFJz(i)+lamCz(i); % Polinômio  $R(z^{-1})$ 
end
Sz = Fz; % Polinômio  $S(z^{-1})$ 
Tz = Pz; % Polinômio  $T(z^{-1})$  a partir da lei de controle UHPC
Tz = conv(Cz,Tz); % Polinômio  $C(z^{-1})P(z^{-1})$ 
% Ordem dos polinômios  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$ 
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
nit = 2400; % Número de iterações
yr(1:10) = 0;
yr(11:0.2*nit) = 3;
yr(0.2*nit+1:0.4*nit) = 2;
yr(0.4*nit+1:0.6*nit) = 4;
yr(0.6*nit+1:0.8*nit) = 4;
yr(0.8*nit+1:nit+Ny) = 1;
% Perturbação na entrada da planta
v(1:10) = 0;
v(11:0.2*nit) = 0;
v(0.2*nit+1:0.4*nit) = 0;
v(0.4*nit+1:0.6*nit) = 0;
v(0.6*nit+1:0.8*nit) = 0;
v(0.8*nit+1:nit) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear');
% Condições iniciais de teste
for k = 1:npa+d+Ny
    y(k) = 0;
    u(k) = 0;
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,npa+1);
end
for k = npa+d+Ny+1:nit
    % Saída da planta
    y(k) = -Az(2:length(Az))*y(k-1:-1:k-na) ' ...
        +Bz*uv(k-d:-1:k-nb+1-d)';
        % +Cz(2:length(Cz))*xi(k-1:-1:k-nc)'+xi(k);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    if n == 1
        % Lei de controle UHPC
        du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1) '-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
    phi(k) = Sz*yv(k:-1:k-ns+1) '-(Tz*yr(k:-1:k-nt+1)'+du(k-d)); % Saída
    generalizada
    u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
    uv(k) = u(k);
    elseif n == 2
        % Malha Aberta

```

---

---

```

u(k) = yr(k); % Sinal de controle
uv(k) = u(k);
du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
end
% Saturação da lei de controle
if u(k) >= umax
    u(k) = umax;
elseif u(k) <= umin
    u(k) = umin;
end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
stairs(t(1:2400),yr(1:2400),'k','linewidth',4); hold on
stairs(t(1:2400),yv(1:2400),'r','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
if n == 1
    title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
    title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+2]);
subplot(212);
stairs(t(1:2400),u(1:2400),'b','linewidth',4); hold on
set(gca,'FontSize',16);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR UHPC FILTRADO NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (28/01/2019)

```

---

## D. Quarto Caso de Estudo

Planta não linear CSTR.

Tabela 15 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (08/11/2020)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)

```

---



---

```

% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR GPC VIA GMVSS NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com GPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições a frente da saída:'); %
Predições da saída
    Nu = input('Entre com o número de predições a frente da entrada:'); %
Predições da entrada
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    Ny = 1; Nu = 1; lambda = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto
Az = [1 -1.8419 0.8422]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.0900 -0.0888]; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
% Cz = [1 -0.0681 -0.0401]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.3; d = 1; umax = 5; umin = -5;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta

```

---

---

```

% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios A(z^-1) e C(z^-1) aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador GPC em espaço de estados
L = T; % Ganho de Kalman para o MVP no método GMVSS
Gj = zeros(Ny,Ny+1); % Inicializar a matriz Gj
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio E(z^-1)
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*L;
end
Ez = [1 Ez]; % Polinômio E(z^-1) na forma: Ez = [e0 e1 e2 ... en]
for i = 1:Ny
    Gj(i,:) = [fliplr(conv(Ez(1:i),Bz)) zeros(1,Ny-i)];
end
Gp = Gj(:,2:Ny+1); % Matriz Gp
Fgj = Gj(:,1); % Vetor Fgj
Fp = zeros(Ny,na+1); % Inicializar a matriz Fp
for i = 1:Ny
    Fp(i,:) = (PHIa^(i-1)*L)';
end
Fp = [Fp Fgj]; % Matriz Fp aumentada pela inclusão do vetor Fgj
M = Gp(1:Ny,1:Nu); % Ganho do controlador GPC
K = (M'*M+lambda*eye(Nu,Nu))\M'; % K = inv(M'*M+lambda*eye(Nu,Nu))*M';
K1 = K(1,:); % Vetor que contém a primeira coluna da matriz K
Rz = [1 K1*Fp(:,end)]; % Polinômio R(z^-1)
Sz = zeros(1,na+1); % Inicializar polinômio S(z^-1)
for i = 1:na+1
    Sz(i) = K1*Fp(:,i); % Polinômio S(z^-1)
end
Tz = K1; % Polinômio T(z^-1) a partir da lei de controle GPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios R(z^-1), S(z^-1) e T(z^-1)
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Parâmetros (adimensionais) da planta não linear CSTR
DA = 0.072; % Número de Damköhler
gamma = 20; % Energia de Ativação
BA = 8; % Coeficiente de Reação
beta = 0.3; % Coeficiente de Transferência de Calor
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:20) = 0;
yr(21:211) = 1;
yr(212:412) = 2;
yr(413:613) = 3;
yr(614:814) = 4;
yr(815:1015) = 3;
yr(1016:1216) = 5;
yr(1217:1417+d+Ny) = 1;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:211) = 0;
v(212:412) = 0;
v(413:613) = 0;
v(614:814) = 0;
v(815:1015) = -0.8*0;
v(1016:1216) = -0.8*0;

```

---

---

```

v(1217:1417+d+Ny) = -0.8*0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
x1 = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de concentração de reagentes
x2 = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de temperatura do reator
phi = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída generalizada
% Ruído de saída
% xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
load CSTR_noise_sample
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+Ny
    y(k) = 0;
    u(k) = 0; % Temperatura da camisa de arrefecimento
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
    x1(k) = 0.5; % Concentração de reagentes
    x2(k) = 0.5; % Temperatura do reator
end
for k = na+Ny+1:nit
    % Saída da planta não linear
    parte_exp = exp(x2(k-1)/(1+x2(k-1)/gamma));
    x1(k) = x1(k-1)+Ts*(-x1(k-1)+DA*(1-x1(k-1))*parte_exp);
    x2(k) = x2(k-1)-Ts*x2(k-1)*(1+beta)...
    +Ts*(BA*DA*(1-x1(k-1))*parte_exp+beta*u(k-1));
    y(k) = x2(k);
    yv(k) = y(k)+v(k);%+xi(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle GPC
        tStart = tic;
        du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)')-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        tElapsed = toc(tStart);
        uv(k) = u(k);
        phi(k) = yv(k-Ny)-yr(k+d-Ny)+lambda*du(k-Ny); % Saída generalizada
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error

```

---

---

```

IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
plot(t(1:1400),yr(1:1400),'k','linewidth',3); hold on
plot(t(1:1400),yv(1:1400),'r','linewidth',3); hold on
set(gca,'FontSize',14); grid on
if n == 1
title('Closed-loop response');
elseif n == 2
title('Open-loop response');
end
xlabel('time (s)');
ylabel('amplitude');
legend('y_r','y_{GPC}');
ylim([0 6]);
xlim([0 400]);
subplot(212);
plot(t(1:1400),u(1:1400),'r','linewidth',3); hold on
set(gca,'FontSize',14); grid on
title('Control Action');
xlabel('time (s)');
ylabel('amplitude');
legend('u_{GPC}');
ylim([-5 5]);
xlim([0 400]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR GPC VIA GMVSS NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (08/11/2020)

```

---

## E. Quinto Caso de Estudo

Planta não linear Trocador de Calor.

Tabela 16 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (08/11/2020)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR GPC VIA GMVSS NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]

```

---

---

```

% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com GPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições a frente da saída:'); %
Predições da saída
    Nu = input('Entre com o número de predições a frente da entrada:'); %
Predições da entrada
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    Ny = 1; Nu = 1; lambda = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto 01
% Az = [1 -1.7865 0.7896]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [0.4046 -0.4150]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0337 -0.0183]; % Polinômio C(z^-1)

% % Modelo de projeto 02
% Az = [1 -1.7900 0.7932]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [2.1987 -2.1807]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0451 -0.0262]; % Polinômio C(z^-1)

% Modelo de projeto 03
% Az = [1 -1.7806 0.7838]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [4.4289 -4.3744]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0381 -0.0204]; % Polinômio C(z^-1)

% Modelo de projeto 04
% Az = [1 -1.7756 0.7788]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [5.7319 -5.6557]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0329 -0.0162]; % Polinômio C(z^-1)
% Modelo de projeto 05
Az = [1 -1.7713 0.7746]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [7.1734 -7.0730]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0282 -0.0126]; % Polinômio C(z^-1)
Cz = [1 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 12; d = 1; umax = 1; umin = 0;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta

```

---

---

```

Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIA = PHIA'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador GPC em espaço de estados
L = T; % Ganho de Kalman para o MVP no método GMVSS
Gj = zeros(Ny,Ny+1); % Inicializar a matriz Gj
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio  $E(z^{-1})$ 
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIA^(i-1)*L;
end
Ez = [1 Ez]; % Polinômio  $E(z^{-1})$  na forma:  $Ez = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]$ 
for i = 1:Ny
    Gj(i,:) = [fliplr(conv(Ez(1:i),Bz)) zeros(1,Ny-i)];
end
Gp = Gj(:,2:Ny+1); % Matriz Gp
Fgj = Gj(:,1); % Vetor Fgj
Fp = zeros(Ny,na+1); % Inicializar a matriz Fp
for i = 1:Ny
    Fp(i,:) = (PHIA^(i-1)*L)';
end
Fp = [Fp Fgj]; % Matriz Fp aumentada pela inclusão do vetor Fgj
M = Gp(1:Ny,1:Nu); % Ganho do controlador GPC
K = (M'*M+lambda*eye(Nu,Nu))\M'; %  $K = \text{inv}(M'*M+\lambda \cdot \text{eye}(Nu,Nu)) \cdot M'$ ;
K1 = K(1,:); % Vetor que contém a primeira coluna da matriz K
Rz = [1 K1*Fp(:,end)]; % Polinômio  $R(z^{-1})$ 
Sz = zeros(1,na+1); % Inicializar polinômio  $S(z^{-1})$ 
for i = 1:na+1
    Sz(i) = K1*Fp(:,i); % Polinômio  $S(z^{-1})$ 
end
Tz = K1; % Polinômio  $T(z^{-1})$  a partir da lei de controle GPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$ 
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:20) = 0;
yr(21:121) = 15;
yr(122:222) = -5.5;
yr(223:323) = 22;
yr(324:424) = -4;
yr(425:525) = 12;
yr(526:626) = -4.5;
yr(627:727) = 18;
yr(728:828+d+Ny) = -5;
% yr(1:20) = 0;
% yr(21:121) = 0.8;
% yr(122:222) = 0.9;
% yr(223:323) = 0.8;
% yr(324:424) = 0.9;

```

---

---

```

% yr(425:525) = 0.8;
% yr(526:626) = 0.9;
% yr(627:727) = 0.8;
% yr(728:828+d+Ny) = 0.9;
% yr = linspace(0,1,828+d+Ny);
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:121) = 0;
v(122:222) = 0;
v(223:323) = 0;
v(324:424) = 0;
v(425:525) = 0;
v(526:626) = 0;
v(627:727) = 0;
v(728:828+d+Ny) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
w = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de não linearidade
phi = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída generalizada
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
% load HX_noise_sample
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+Ny
    y(k) = 0; % Temperatura de saída da água
    u(k) = 0; % Taxa de fluxo de água
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
    w(k) = 0;
end
for k = na+Ny+1:nit
    % Saída da planta
    y(k) = -[-1.608 0.6385]*y(k-1:-1:k-2)'+[0.207 -0.1764]*w(k-1:-1:k-2)';
% Parte linear
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle GPC
        du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)'+Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        phi(k) = yv(k-Ny)-yr(k+d-Ny)+lambda*du(k-Ny); % Saída generalizada
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    w(k) = -31.549*uv(k)+41.732*uv(k)^2-24.201*uv(k)^3+68.634*uv(k)^4; %

```

---

---

```

Parte não linear
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
plot(t(1:820),yr(1:820),'k','linewidth',3); hold on
plot(t(1:820),yv(1:820),'r','linewidth',3); hold on
set(gca,'FontSize',14);
if n == 1
    title('Closed-loop response');
elseif n == 2
    title('Open-loop response');
end
xlabel('time (s)');
ylabel('amplitude');
legend('y_r','y_{GPC}');
ylim([-10 30]);
xlim([0 9828]);
subplot(212);
plot(t(1:820),u(1:820),'r','linewidth',3); hold on
set(gca,'FontSize',14);
title('Control action');
xlabel('time (s)');
ylabel('amplitude');
legend('u_{GPC}');
ylim([0 1]);
xlim([0 9828]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR GPC VIA GMVSS NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (08/11/2020)

```

---

Tabela 17 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na

```

---



---

```

forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com UHPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições a frente:'); % Número de
passos a frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; Ny = 1; % Nada a fazer
end
% Modelo de projeto 01
% Az = [1 -1.7865 0.7896]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [0.4046 -0.4150]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0337 -0.0183]; % Polinômio C(z^-1)
% % Modelo de projeto 02
% Az = [1 -1.7900 0.7932]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [2.1987 -2.1807]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0451 -0.0262]; % Polinômio C(z^-1)
% Modelo de projeto 03
% Az = [1 -1.7806 0.7838]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [4.4289 -4.3744]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0381 -0.0204]; % Polinômio C(z^-1)
% Modelo de projeto 04
% Az = [1 -1.7756 0.7788]; % Polinômio A(z^-1)
% Bz = [5.7319 -5.6557]; % Polinômio B(z^-1)
% Cz = [1 -0.0329 -0.0162]; % Polinômio C(z^-1)
% Modelo de projeto 05
Az = [1 -1.7713 0.7746]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [7.1734 -7.0730]; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 -0.0282 -0.0126]; % Polinômio C(z^-1)
% Cz = [1 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 12; d = 1; umax = 1; umin = 0;
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta

```

---

---

```

Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIA = PHIA'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador UHPC em espaço de estados
F = PHIA^(Ny-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
H = PHIA^(Ny-d)*Ga; % Vetor que contém os coeficientes do polinômio  $H(z^{-1})$ 
Hz = H'; % Polinômio  $H(z^{-1})$  na forma:  $H_z = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n]$ 
SOMA = zeros(1,d+1); % Inicializar lado esquerdo da lei de controle
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio  $E(z^{-1})$ 
Jz = zeros(1,Ny-d); % Inicializar polinômio  $J(z^{-1})$ 
for i = 1:Ny-d
    Jz(i) = Ca*PHIA^(i-1)*Ga;
end
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIA^(i-1)*T;
end
Jz = 1*Jz; % Polinômio  $J(z^{-1})$  na forma:  $J_z = [j_0 \ j_1 \ j_2 \ \dots \ j_n]$ 
Ez = [1 Ez]; % Polinômio  $F(z^{-1})$  na forma:  $E_z = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]$ 
Fz = F'; % Polinômio  $F(z^{-1})$  na forma:  $F_z = [f_0 \ f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]$ 
EHz = conv(Ez,Hz); % Polinômio  $E(z^{-1})*H(z^{-1})$ 
FJz = conv(Fz,Jz); % Polinômio  $F(z^{-1})*J(z^{-1})$ 
FJz = [zeros(1,d) FJz]; % Polinômio  $z^{-d}*FJ(z^{-1})$ 
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio  $C(z^{-1})*\lambda$ 
if length(EHz) > length(FJz)
    EHFJz = EHz;
elseif length(EHz) < length(FJz)
    EHFJz = FJz;
elseif length(EHz) == length(FJz)
    EHFJz = EHz;
end
for i = 1:min(length(EHz),length(FJz))
    EHFJz(i) = EHz(i)-FJz(i);
end
if length(EHFJz) > length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
elseif length(EHFJz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(EHFJz) == length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
end
for i = 1:min(length(EHFJz),length(lamCz))
    Rz(i) = EHFJz(i)+lamCz(i); % Polinômio  $R(z^{-1})$ 
end
% Rz = Rz(1:2);
Sz = Fz; % Polinômio  $S(z^{-1})$ 
Tz = Cz; % Polinômio  $T(z^{-1})$  a partir da lei de controle UHPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$ 
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);

```

---

---

```

%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:20) = 0;
yr(21:121) = 15;
yr(122:222) = -5.5;
yr(223:323) = 22;
yr(324:424) = -4;
yr(425:525) = 12;
yr(526:626) = -4.5;
yr(627:727) = 18;
yr(728:828+d+Ny) = -5;
% yr(1:20) = 0;
% yr(21:121) = 0.8;
% yr(122:222) = 0.9;
% yr(223:323) = 0.8;
% yr(324:424) = 0.9;
% yr(425:525) = 0.8;
% yr(526:626) = 0.9;
% yr(627:727) = 0.8;
% yr(728:828+d+Ny) = 0.9;
% yr = linspace(0,1,828+d+Ny);
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:121) = 0;
v(122:222) = 0;
v(223:323) = 0;
v(324:424) = 0;
v(425:525) = 0;
v(526:626) = 0;
v(627:727) = 0;
v(728:828+d+Ny) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PH1a),nit); % Inicializar vetor de estados
w = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de não linearidade
phi = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída generalizada
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
% load HX_noise_sample
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+Ny
    y(k) = 0; % Temperatura de saída da água
    u(k) = 0; % Taxa de fluxo de água
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
    w(k) = 0;
end
for k = na+Ny+1:nit
    % Saída da planta
    y(k) = -[-1.608 0.6385]*y(k-1:-1:k-2)'+[0.207 -0.1764]*w(k-1:-1:k-2)';
% Parte linear
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
% Sinal de erro

```

---

---

```

    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle UHPC
        % du(k) = m0*(yr(k+d)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)-m3*du(k-dgmv+1:k-1)'); %
Incremento de controle
        du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)')-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        phi(k) = yv(k-Ny)-yr(k+d-Ny)+lambda*du(k-Ny); % Saída generalizada
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    w(k) = -31.549*uv(k)+41.732*uv(k)^2-24.201*uv(k)^3+68.634*uv(k)^4; %
Parte não linear
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
% plot(t(1:820),yr(1:820),'k:', 'linewidth',3); hold on
plot(t(1:820),yv(1:820),'b-.', 'linewidth',3); hold on
set(gca, 'FontSize',14);
if n == 1
    title('Closed-loop response');
elseif n == 2
    title('Open-loop response');
end
xlabel('time (s)');
ylabel('amplitude');
legend('y_r','y_{UHPC}');
ylim([-10 30]);
xlim([0 9828]);
subplot(212);
plot(t(1:820),u(1:820),'b-.', 'linewidth',3); hold on
set(gca, 'FontSize',14);
title('Control action');
xlabel('time (s)');
ylabel('amplitude');
legend('u_{UHPC}');
ylim([0 1]);

```

---

---

```
xlim([0 9828]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)
```

---

## F. Sexto Caso de Estudo

Planta instável e com atraso de tempo.

Tabela 18 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador GPC.

---

```
%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (08/11/2020)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR GPC VIA GMVSS NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts
segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com GPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições a frente da saída:'); %
Predições da saída
    Nu = input('Entre com o número de predições a frente da entrada:'); %
Predições da entrada
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    Ny = 1; Nu = 1; lambda = 1; % Nada a fazer
end
% Configuração padrão (modelo estocástico)
Az = [1 -1.9239016711536294224060839042068
0.90483741803595940655924323436921]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.0096908630764257035206110657554746
0.0093733900412442099775445214504543]; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.1; d = 13; umax = 50; umin = -50; % Ny = 30,20,15 lambda =
10,20,0.01
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
```

---

---

```

Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio  $A(z^{-1})$  aumentado por incremento de
controle  $(1-z^{-1})A(z^{-1})$ 
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio  $C(z^{-1})$  aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar))'); % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador GPC em espaço de estados
L = T; % Ganho de Kalman para o MVP no método GMVSS
Gj = zeros(Ny,Ny+1); % Inicializar a matriz Gj
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio  $E(z^{-1})$ 
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*L;
end
Ez = [1 Ez]; % Polinômio  $E(z^{-1})$  na forma:  $Ez = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]$ 
for i = 1:Ny
    Gj(i,:) = [fliplr(conv(Ez(1:i),Bz)) zeros(1,Ny-i)];
end
Gp = Gj(:,2:Ny+1); % Matriz Gp
Fgj = Gj(:,1); % Vetor Fgj
Fp = zeros(Ny,na+1); % Inicializar a matriz Fp
for i = 1:Ny
    Fp(i,:) = (PHIa^(i-1)*L)';
end
Fp = [Fp Fgj]; % Matriz Fp aumentada pela inclusão do vetor Fgj
M = Gp(1:Ny,1:Nu); % Ganho do controlador GPC
K = (M'*M+lambda*eye(Nu,Nu))\M'; %  $K = \text{inv}(M'*M+\lambda \cdot \text{eye}(Nu,Nu)) \cdot M'$ ;
K1 = K(1,:); % Vetor que contém a primeira coluna da matriz K
errorBz = 0.99; % Porcentagem do modelo de projeto para o polinômio  $B(q^{-1})$ 
errorAz = 0.99; % Porcentagem do modelo de projeto para o polinômio  $A(q^{-1})$ 
Rz = [1 K1*Fp(:,end)]; % Polinômio  $R(z^{-1})$ 
Sz = zeros(1,na+1); % Inicializar polinômio  $S(z^{-1})$ 
for i = 1:na+1
    Sz(i) = K1*Fp(:,i); % Polinômio  $S(z^{-1})$ 
end
Tz = K1; % Polinômio  $T(z^{-1})$  a partir da lei de controle GPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$ 
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Malha de controle simulada

```

---

---

```

disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:50) = 0;
yr(51:300) = 1;
yr(301:600) = 3;
yr(601:900) = 3;
yr(901:1201+d+Ny) = 3;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:300) = 0;
v(301:600) = 0;
v(601:900) = 0;
v(901:1201+d+Ny) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle
e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear');
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+d+Ny
    y(k) = 0;
    u(k) = 0;
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
end
for k = na+d+Ny+1:nit-Ny
    % Saída da planta
    % y(k) = -Az(2:length(Az))*y(k-1:-1:k-na)' ...
    % +Bz*uv(k-d:-1:k-nb+1-d)';
    % +Cz(2:length(Cz))*xi(k-1:-1:k-nc)'+xi(k);
    y(k) = -(Az(2)*errorAz)*y(k-1)-(Az(3)*errorAz)*y(k-
2)+(Bz(1)*errorBz)*uv(k-d)+(Bz(2)*errorBz)*uv(k-d-1);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle UHPC
        du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)'+Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end

```

---

---

```

    end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
stairs(t(1:1200),yr(1:1200),'k','linewidth',2); hold on
stairs(t(1:1200),yv(1:1200),'r','linewidth',2); hold on
set(gca,'FontSize',14);
if n == 1
title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+2]);
subplot(212);
stairs(t(1:1200),u(1:1200),'r','linewidth',2); hold on
set(gca,'FontSize',14);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR GPC VIA GMVSS NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (08/11/2020)

```

---

Tabela 19 – Rotina para o método de projeto GMVSS de controlador UHPC.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
clear; close all; clc
%% Obter realização em espaço de estados discreto do modelo identificado
disp('PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
% Az = input('Entre com o polinômio A(z^-1):'); % Polinômio A(z^-1) na
forma: Az = [1 a1 a2 ... an]
% Bz = input('Entre com o polinômio B(z^-1):'); % Polinômio B(z^-1) na
forma: Bz = [b0 b1 ... bn]
% Cz = input('Entre com o polinômio C(z^-1):'); % Polinômio C(z^-1) na
forma: Cz = [1 c1 c2 ... cn]
% Ts = input('Entre com o período de amostragem em segundos:'); % Período
de amostragem
% d = input('Entre com o atraso de transporte (delay):'); % Número de Ts

```

---



---

```

segundos
variance = input('Entre com a variância do ruído de saída:'); % Variância
do ruído impregnado ao sinal de saída
disp('[1] - Malha fechada com UHPC ou [2] - Malha aberta:'); % Opções de
malha de controle
n = input('Entre com a malha de controle a ser simulada:'); % Seleção da
malha de controle
if n == 1
    Ny = input('Entre com o número de predições a frente:'); % Número de
passos a frente
    lambda = input('Entre com a ponderação do sinal de controle:'); %
Ponderação do sinal (incremento) de controle
elseif n == 2
    lambda = 50; Ny = 1; % Nada a fazer
end
% Configuração padrão (modelo estocástico)
Az = [1 -1.9239016711536294224060839042068
0.90483741803595940655924323436921]; % Polinômio A(z^-1)
Bz = [0.0096908630764257035206110657554746
0.0093733900412442099775445214504543]; % Polinômio B(z^-1)
Cz = [1 0 0]; % Polinômio C(z^-1)
Ts = 0.1; d = 13; umax = 50; umin = -50; % Ny = 30,20,15 lambda =
10,0.5,0.01
% Ordem dos polinômios A(z^-1), B(z^-1) e C(z^-1)
na = length(Az)-1; nb = length(Bz); nc = length(Cz)-1;
Gz = tf(Bz,Az,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema nominal
[PHI,B,C,~] = tf2ss(Gz.num{1},Gz.den{1});
Abar = conv([1 -1],Az); % Polinômio A(z^-1) aumentado por incremento de
controle (1-z^-1)*A(z^-1)
Cbar = [Cz 0]; % Polinômio C(z^-1) aumentado
Gzbar = tf(Bz,Abar,Ts); % Função de transferência pulsada do sistema
aumentado
[PHIa,Ba,Ca,~] = tf2ss(Gzbar.num{1},Gzbar.den{1});
% Forma canônica observável
PHI = PHI'; % Matriz de estados discreta
G = C'; % Matriz de entrada discreta
C = B'; % Matriz de saída discreta
PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
Ga = [Ca(2:length(Ca)) 0]'; % Matriz de entrada aumentada discreta
Ca = Ba'; % Matriz de saída aumentada discreta
% Forma canônica controlável
% PHI = PHI'; % PHI = Matriz de estados discreta
% G = B; % Matriz de entrada discreta
% C = C; % Matriz de saída discreta
% PHIa = PHIa'; % Matriz de estados aumentados discreta
% Ga = Ba; % Matriz de entrada aumentada discreta
% Ca = Ca; % Matriz de saída aumentada discreta
% T = [c(1)-a(1) c(2)-a(2) c(3)-a(3) . . . c(n)-a(n)];
% Observação: utilizar os polinômios A(z^-1) e C(z^-1) aumentados
T = (Cbar(2:length(Cbar))'-Abar(2:length(Abar)))'; % Inicializar o vetor
Gamma
Gz = tf(Bz,Az,Ts,'InputDelay',d-1); % Função de transferência pulsada do
sistema nominal
%% Projeto do controlador UHPC em espaço de estados
F = PHIa^(Ny-1)*T; % Ganho do Preditor de Mínima Variância
H = PHIa^(Ny-d)*Ga; % Vetor que contém os coeficientes do polinômio H(z^-
1)
Hz = H'; % Polinômio H(z^-1) na forma: Hz = [h0 h1 h2 ... hn]
SOMA = zeros(1,d+1); % Inicializar lado esquerdo da lei de controle
Ez = zeros(1,Ny-1); % Inicializar polinômio E(z^-1)
Jz = zeros(1,Ny-d); % Inicializar polinômio J(z^-1)

```

---

---

```

for i = 1:Ny-d
    Jz(i) = Ca*PHIa^(i-1)*Ga;
end
for i = 1:Ny-1
    Ez(i) = Ca*PHIa^(i-1)*T;
end
Jz = 1*Jz; % Polinômio J(z^-1) na forma: Jz = [j0 j1 j2 ... jn]
Ez = [1 Ez]; % Polinômio E(z^-1) na forma: Ez = [e0 e1 e2 ... en]
Fz = F'; % Polinômio F(z^-1) na forma: Fz = [f0 f1 f2 ... fn]
EHz = conv(Ez,Hz); % Polinômio E(z^-1)*H(z^-1)
FJz = conv(Fz,Jz); % Polinômio F(z^-1)*J(z^-1)
FJz = [zeros(1,d) FJz]; % Polinômio z^-d*FJ(z^-1)
lamCz = lambda*Cz; % Polinômio C(z^-1)*lambda
if length(EHz) > length(FJz)
    EHFJz = EHz;
elseif length(EHz) < length(FJz)
    EHFJz = FJz;
elseif length(EHz) == length(FJz)
    EHFJz = EHz;
end
for i = 1:min(length(EHz),length(FJz))
    EHFJz(i) = EHz(i)-FJz(i);
end
if length(EHFJz) > length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
elseif length(EHFJz) < length(lamCz)
    Rz = lamCz;
elseif length(EHFJz) == length(lamCz)
    Rz = EHFJz;
end
for i = 1:min(length(EHFJz),length(lamCz))
    Rz(i) = EHFJz(i)+lamCz(i); % Polinômio R(z^-1)
end
errorBz = 1; % Porcentagem do modelo de projeto para o polinômio B(q^-1)
errorAz = 1; % Porcentagem do modelo de projeto para o polinômio A(q^-1)
Sz = Fz; % Polinômio S(z^-1)
Tz = Cz; % Polinômio T(z^-1) a partir da lei de controle UHPC de ordem
mínima
% Ordem dos polinômios R(z^-1), S(z^-1) e T(z^-1)
nr = length(Rz)-1; ns = length(Sz); nt = length(Tz);
%% Malha de controle simulada
disp('SIMULANDO MALHA DE CONTROLE');
% Sinal de referência
yr(1:50) = 0;
yr(51:300) = 1;
yr(301:600) = 3;
yr(601:900) = 3;
yr(901:1201+d+Ny) = 3;
nit = length(yr)-d; % Número de iterações
% Perturbação na entrada da planta
v(1:20) = 0;
v(21:300) = 0;
v(301:600) = 0;
v(601:900) = 0.1;
v(901:1201+d+Ny) = 0;
% Inicializar vetores
uv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (u+v)
yv = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal interno (y+xi)
y = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de saída
u = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de controle
du = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de incremento de controle

```

---

---

```

e = zeros(1,nit); % Inicializar vetor de sinal de erro
x = zeros(length(PHIa),nit); % Inicializar vetor de estados
% Ruído de saída
xi = wgn(nit,1,variance,'linear')';
% Condições iniciais de teste
for k = 1:na+d+Ny
    y(k) = 0;
    u(k) = 0;
    e(k) = 0;
    du(k) = 0;
    x(:,k) = zeros(1,na+1);
end
for k = na+d+Ny+1:nit
    % Saída da planta
    % y(k) = -Az(2:length(Az))*y(k-1:-1:k-na)' ...
    % +Bz*uv(k-d:-1:k-nb+1-d)';
    y(k) = -(Az(2)*errorAz)*y(k-1) - (Az(3)*errorAz)*y(k-
2)+(Bz(1)*errorBz)*uv(k-d)+(Bz(2)*errorBz)*uv(k-d-1);
    % +Cz(2:length(Cz))*xi(k-1:-1:k-nc)'+xi(k);
    yv(k) = y(k)+xi(k)+v(k);
    % Sinal de erro
    e(k) = yr(k)-yv(k);
    % Filtro de Kalman
    x(:,k) = (PHIa-T*Ca)*x(:,k-1)+Ga*du(k-d)+T*yv(k-1);
    if n == 1
        % Lei de controle UHPC
        % du(k) = m0*(yr(k+d)-m1*x(:,k)-m2*yv(k)-m3*du(k-dgmv+1:k-1)'); %
Incremento de controle
        du(k) = (1/Rz(1))*(-Rz(2:length(Rz))*du(k-1:-1:k-nr)'+Tz*yr(k+d:-
1:k+d-nt+1)')-Sz*yv(k:-1:k-ns+1)'); % Incremento de controle
        u(k) = u(k-1)+du(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
    elseif n == 2
        % Malha Aberta
        u(k) = yr(k); % Sinal de controle
        uv(k) = u(k);
        du(k) = u(k)-u(k-1); % Incremento de controle
    end
    % Saturação da lei de controle
    if u(k) >= umax
        u(k) = umax;
    elseif u(k) <= umin
        u(k) = umin;
    end
end
end
%% Índices de desempenho
ISE = sum(e*e'); % Integral Square Error
IAE = sum(abs(e)); % Integral Absolute Error
ISU = sum(u*u'); % Integral Square of Control
TVC = sum(abs(du)); % Total Variation of Control
disp('O valor de ISE calculado para a malha de controle é:'); disp(ISE);
disp('O valor de IAE calculado para a malha de controle é:'); disp(IAE);
disp('O valor de ISU calculado para a malha de controle é:'); disp(ISU);
disp('O valor de TVC calculado para a malha de controle é:'); disp(TVC);
%% Resultados
t = 0:Ts:nit*Ts-Ts; % Vetor de tempo
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
% stairs(t(1:1200),yr(1:1200),'k:','linewidth',2); hold on
stairs(t(1:1200),yv(1:1200),'b--','linewidth',2); hold on
set(gca,'FontSize',14);

```

---

---

```

if n == 1
title('Resposta do sistema em malha fechada');
elseif n == 2
title('Resposta do sistema em malha aberta');
end
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('y_r','y');
ylim([min(yr)-0.1 max(yr)+2]);
subplot(212);
stairs(t(1:1200),u(1:1200),'b--','linewidth',2); hold on
set(gca,'FontSize',14);
title('Sinal de controle');
xlabel('tempo (s)');
ylabel('amplitude (V)');
legend('u');
ylim([min(u)-0.1 max(u)+2]);
disp('FIM DO PROJETO DE CONTROLADOR UHPC NA FORMA RST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (22/01/2019)

```

---

## G. Rotinas Comuns a Todos os Casos de Estudo

Diagrama de Nyquist a partir da forma RST de controlador em uma malha SISO.

Tabela 20 – Rotina para análise de robustez via diagrama de Nyquist.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (25/03/2020)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
% Limpar todas as variáveis do workspace
clc; clear; close all;
%% Obter realização em função de transferência discreto do modelo
disp('ANÁLISE DE ROBUSTEZ DA MALHA DE CONTROLE');
%% Análise de Sensibilidade
% Az = [1 a1 a2]; Bz = [b0 b1]; Rz = [r0 r1]; Sz = [s0 s1 s2 s3]; Tz = [t0
t1 t2];
Dz = [1 -1]; % Caso incremental e Dz = 1 para o caso posicional
BRz = conv(Bz,conv(Dz,Rz)); % Polinômio B(z^-1)*R(z^-1)
BTz = conv(Bz,Tz); % Polinômio B(z^-1)*T(z^-1)
ARz = conv(conv(Dz,Az),Rz); % Polinômio A(z^-1)*R(z^-1)
BSz = conv(Bz,Sz); % Polinômio B(z^-1)*S(z^-1)
Lz = tf(conv(Sz,Bz),conv(conv(Dz,Rz),Az),Ts); % Ganho de malha (Loop gain)
% Laço para montar o polinômio característico de malha fechada (Equação
Diofantina)
if length(ARz) > length(BSz)
ARBSz = ARz;
elseif length(ARz) < length(BSz)
ARBSz = BSz;
elseif length(ARz) == length(BSz)
ARBSz = ARz;
end
for i = 1:min(length(ARz),length(BSz))
ARBSz(i) = ARz(i)+BSz(i); % Polinômio característico de malha fechada
end
Tmf = tf(BTz,ARBSz,Ts); % Função de Sensibilidade Complementar (Função de

```

---

---

```

transferência de malha fechada)
Si = tf(BRz,ARBSz,Ts); % Função de Sensibilidade de entrada
So = tf(ARz,ARBSz,Ts); % Função de Sensibilidade de saída
%% Estabilidade de malha fechada
if isstable(Tmf) == 1
    disp('Sistema estável em malha fechada');
elseif isstable(Tmf) == 0
    disp('Sistema instável em malha fechada');
end
%% Gráfico de Nyquist da dinâmica do sistema
% Inicializar vetores
W = 0:0.01:100; % Inicializar vetor de frequência em rad/s
[RE,IM,W] = nyquist(Tmf,W); % Diagrama de Nyquist
preal = zeros(1,length(RE)); % Vetor da parte real
pimag = zeros(1,length(IM)); % Vetor da parte imaginária
freq = zeros(1,length(W)); % Vetor de frequências (rad/s)
for k = 1:length(preal)
    preal(1,k) = RE(1,1,k);
    pimag(1,k) = IM(1,1,k);
    freq(1,k) = W(k,1);
end
%% Resultados
figure(1); % Figura 1
plot(preal,pimag,'r','linewidth',4); hold on; grid off
plot(preal,-pimag,'r','linewidth',4); hold on; grid off
plot(-1,0,'bd','linewidth',4); hold on; grid off
set(gca,'fontsize',16);
ylim([-1 1]); xlim([-1 1]);
title('Diagrama de Nyquist');
ylabel('eixo imaginário');
xlabel('eixo real');
disp('FIM DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE NYQUIST');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (25/03/2020)

```

---

Funções de sensibilidade a partir da forma RST de controlador em uma malha SISO.

Tabela 21 – Rotina para análise de robustez via funções de sensibilidade.

---

```

%% INÍCIO DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (23/01/2019)
% Universidade Federal do Pará (UFPA)
% Instituto de Tecnologia (ITEC)
% Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
%% Limpar todas as variáveis do workspace
close all; clear; clc
%% Obter realização em função de transferência discreto do modelo
identificado
disp('ANÁLISE DE ROBUSTEZ DA MALHA DE CONTROLE');
%% Análise de Sensibilidade
% Az = [1 a1 a2]; Bz = [b0 b1]; Rz = [r0 r1]; Sz = [s0 s1 s2 s3]; Tz = [t0
t1 t2];
Dz = [1 -1]; % Caso incremental e Dz = 1 para o caso posicional
BRz = conv(Bz,conv(Dz,Rz)); % Polinômio B(z^-1)*R(z^-1)
BTz = conv(Bz,Tz); % Polinômio B(z^-1)*T(z^-1)
ARz = conv(conv(Dz,Az),Rz); % Polinômio A(z^-1)*R(z^-1)
BSz = conv(Bz,Sz); % Polinômio B(z^-1)*S(z^-1)
% Laço para montar o polinômio característico de malha fechada (Equação
Diofantina)

```

---

---

```

if length(ARz) > length(BSz)
    ARBSz = ARz;
elseif length(ARz) < length(BSz)
    ARBSz = BSz;
elseif length(ARz) == length(BSz)
    ARBSz = ARz;
end
for i = 1:min(length(ARz),length(BSz))
    ARBSz(i) = ARz(i)+BSz(i); % Polinômio característico de malha fechada
end
Tmf = tf(BTz,ARBSz,Ts); % Função de Sensibilidade Complementar (Função de
transferência de malha fechada)
Si = tf(BRz,ARBSz,Ts); % Função de Sensibilidade de entrada
So = tf(ARz,ARBSz,Ts); % Função de Sensibilidade de saída
%% Diagrama de Bode do sistema em malha aberta e em malha fechada
% Resposta em frequência do sistema em malha aberta
[a,b,c] = bode(Gz);
%% Inicializar vetores
w1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de frequências
pha1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de fase
mag1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de ganho
for k = 1:length(w1)
    w1(1,k) = c(k,1);
    pha1(1,k) = b(1,1,k);
    mag1(1,k) = a(1,1,k);
end
magdB1 = mag2db(mag1); % Converter valores para decibels (dB)
% Resposta em frequência do sistema em malha fechada
[a,b,c] = bode(Tmf,w1);
%% Inicializar vetores
w2 = zeros(1,length(a)); % Vetor de frequências
pha2 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de fase
mag2 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de ganho
for k = 1:length(w2)
    w2(1,k) = c(k,1);
    pha2(1,k) = b(1,1,k);
    mag2(1,k) = a(1,1,k);
end
magdB2 = mag2db(mag2); % Converter valores para decibels (dB)
%% Resultados
figure(1); % Figura 1
subplot(211);
semilogx(w1,magdB1,'b','linewidth',4); hold on; grid on
semilogx(w2,magdB2,'r','linewidth',4); hold on; grid on
set(gca,'fontsize',16);
set(gca,'linewidth',1);
set(gca,'xscale','log');
ylim([min([magdB1 magdB2]) max([magdB1 magdB2])+5]);
title('Diagrama de Bode: sistema em malha aberta e em malha fechada');
xlabel('frequência (rad/s)'); ylabel('magnitudo (dB)');
legend('Malha aberta','Malha fechada','Location','northeast');
subplot(212);
semilogx(w1,pha1,'b','linewidth',4); hold on; grid on
semilogx(w2,pha2,'r','linewidth',4); hold on; grid on
set(gca,'fontsize',16);
set(gca,'linewidth',1);
set(gca,'xscale','log');
ylim([min([pha1 pha2]) max([pha1 pha2])+50]);
xlabel('frequência (rad/s)'); ylabel('fase (graus)');
legend('Malha aberta','Malha fechada','Location','northeast');
%% Funções de sensibilidade

```

---

---

```

disp('FUNÇÕES DE SENSIBILIDADE:');
Mt = norm(Tmf,Inf); % Norma infinita (valor absoluto - taxa de
amplificação)
Msi = norm(Si,Inf); % Norma infinita (valor absoluto - taxa de
amplificação)
Mso = norm(So,Inf); % Norma infinita (valor absoluto - taxa de
amplificação)
disp('Valor máximo de T(z):');
disp(Mt);
disp('Valor máximo de Si(z):');
disp(Msi);
disp('Valor máximo de So(z):');
disp(Mso);
% Margem de ganho
MGT = 1+(1/Mt); % Valor absoluto
MGTdB = mag2db(MGT); % Valor em dB
MGSi = (Msi/(Msi-1)); % Valor absoluto
MGSidB = mag2db(MGSi); % Valor em dB
MGSo = (Mso/(Mso-1)); % Valor absoluto
MGSodB = mag2db(MGSo); % Valor em dB
disp('Margem de ganho da função de sensibilidade complementar T(z) em
dB:');
display(MGTdB);
disp('Margem de ganho da função de sensibilidade de entrada Si(z) em
dB:');
display(MGSidB);
disp('Margem de ganho da função de sensibilidade de saída So(z) em dB:');
display(MGSodB);
% Margem de fase
MFT = 2*asin(1/(2*Mt))*(180/pi);
MFSi = 2*asin(1/(2*Msi))*(180/pi);
MFSo = 2*asin(1/(2*Mso))*(180/pi);
disp('Margem de fase da função de sensibilidade complementar T(z) em
graus:');
display(MFT);
disp('Margem de fase da função de sensibilidade de entrada Si(z) em
graus:');
display(MFSi);
disp('Margem de fase da função de sensibilidade de saída So(z) em
graus:');
display(MFSo);
%% Diagrama de Bode de Si(z)
% Resposta em frequência da função de sensibilidade de entrada
[a,b,c] = bode(Si,w1);
%% Inicializar vetores
w1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de frequências
pha1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de fase
mag1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de ganho
for k = 1:length(w1)
    w1(1,k) = c(k,1);
    pha1(1,k) = b(1,1,k);
    mag1(1,k) = a(1,1,k);
end
magdB1 = mag2db(mag1); % Converter valores para decibels (dB)
%% Resultados
figure(2); % Figura 2
semilogx(w1,magdB1,'r','linewidth',4); hold on; grid on
set(gca,'fontsize',16);
set(gca,'linewidth',1);
set(gca,'xscale','log');
ylim([min(magdB1) max(magdB1)+5]);

```

---

---

```

title('Função de sensibilidade de entrada  $S_i(z^{-1})$ ');
ylabel('valores singulares (dB)');
xlabel('frequência (rad/s)');
legend('S_i(z^{-1})', 'Location', 'northwest');
%% Diagrama de Bode de So(z)
% Resposta em frequência da função de sensibilidade de saída
[a,b,c] = bode(So,w1);
%% Inicializar vetores
w1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de frequências
pha1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de fase
mag1 = zeros(1,length(a)); % Vetor de margem de ganho
for k = 1:length(w1)
    w1(1,k) = c(k,1);
    pha1(1,k) = b(1,1,k);
    mag1(1,k) = a(1,1,k);
end
magdB1 = mag2db(mag1); % Converter valores para decibels (dB)
%% Resultados
figure(3); % Figura 3
semilogx(w1,magdB1,'r','linewidth',4); hold on; grid on
set(gca,'fontsize',16);
set(gca,'linewidth',1);
set(gca,'xscale','log');
ylim([min(magdB1) max(magdB1)+5]);
title('Função de sensibilidade de saída  $S_o(z^{-1})$ ');
ylabel('valores singulares (dB)');
xlabel('frequência (rad/s)');
legend('S_o(z^{-1})', 'Location', 'northwest');
disp('FIM DA ANÁLISE DE ROBUSTEZ DA MALHA DE CONTROLE');
%% FIM DA ROTINA
%% LUÍS AUGUSTO MESQUITA DE CASTRO (23/01/2019)

```

---