EA614 - Análise de Sinais

EFC6 - Transformada Discreta de Fourier

Rafael Gonçalves (186062)

25 de Junho de 2018

(a) Gráfico de $x[n]$:

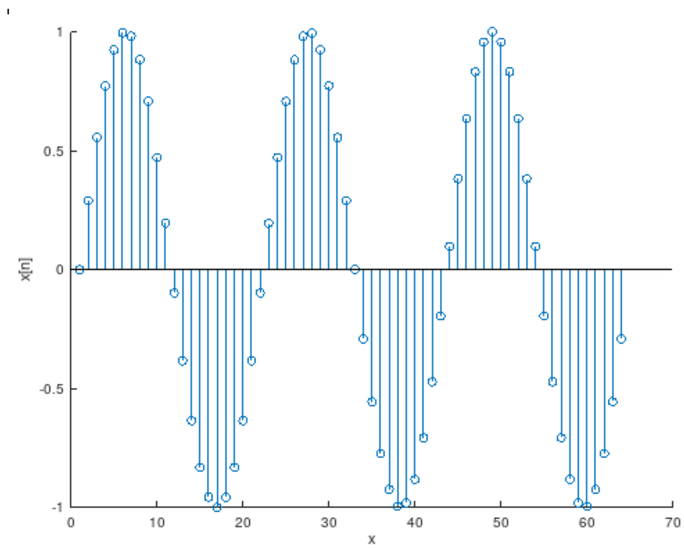

Figura 1: $x[n]$ por n com $N = 64$

(b)

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$$

$$x[n] = \sin(2\pi \frac{f_0}{f_s} n) w_N[n] \quad N = 64, f_0 = 3, f_s = 64$$

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=0}^{63} \sin(2\pi \frac{3}{64} n) e^{-j\Omega n}$$

$$\Omega_0 = 2\pi \frac{f_0}{f_s} \qquad \Omega = 2\pi \frac{f}{f_s}$$

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=0}^{63} \frac{1}{2j}[e^{j\Omega_0 n} - e^{-j\Omega_0 n}]e^{-j\Omega n} = \sum_{n=0}^{63} \frac{1}{2j}[e^{-j(\Omega+\Omega_0)n} - e^{-j(\Omega-\Omega_0)n}]$$

Pela fórmula de soma de PGs finitas temos:

$$\boxed{X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2j}\left[\left(\frac{1 - e^{63(\Omega-\Omega_0)}}{1 - e^{(\Omega-\Omega_0)}}\right) - \left(\frac{1 - e^{63(\Omega+\Omega_0)}}{1 - e^{(\Omega+\Omega_0)}}\right)\right]}$$

(c) Gráfico de $X[k]$ e $X(e^{j\Omega})$ entre 0 e π:

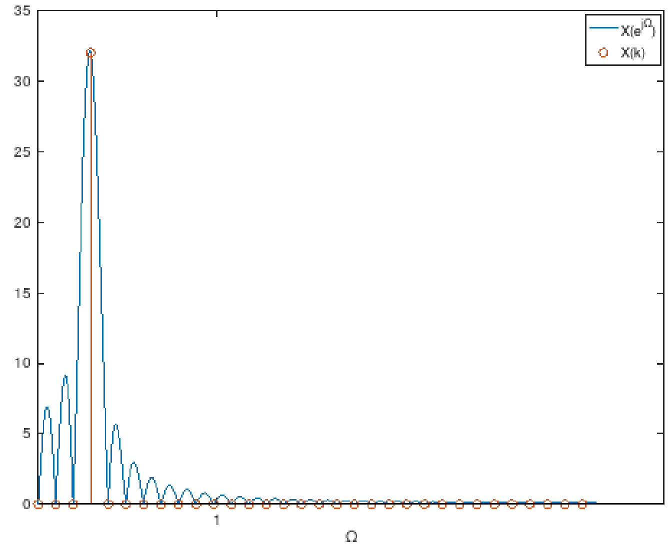

Figura 2: $X[k]$ e $X(e^{j\Omega})$ em função de Ω

(d) $X[k]$ representa o mesmo sinal $X(e^{j\Omega})$ amostrado em N pontos igualmente espaçados entre todo o espectro que não se repete (ou seja, N pontos entre $\Omega = 0$ até $\Omega = 2\pi$). No caso específico do plot acima, a amostragem coincidiu com o ponto de frequência mais expressivo de $X(e^{j\Omega})$ sendo nulo nos outros pontos. Portanto o sinal $X[k]$ representa bem o sinal original da senóide pura.

(e) Gráficos com $f_0 = 3.4$ Hz:

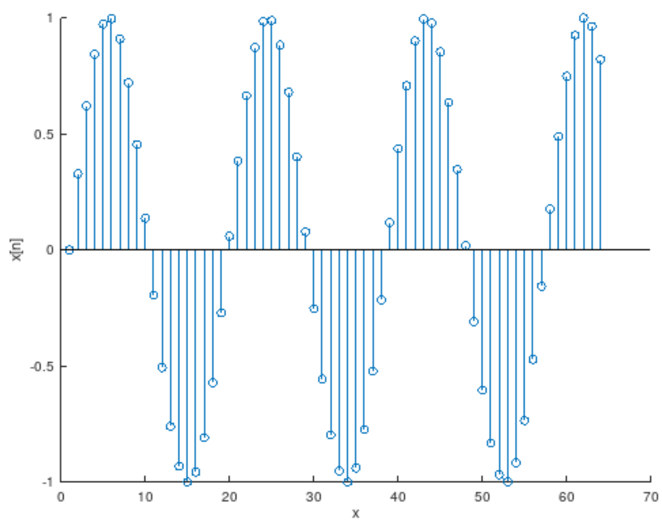

Figura 3: $x[n]$ por n com $N = 64$

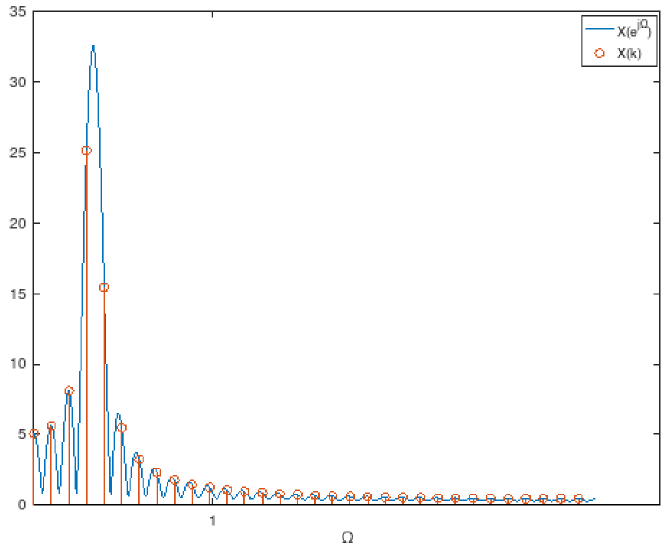

Figura 4: $X[k]$ e $X(e^{j\Omega})$ em função de Ω

O espectro $X[k]$ obtido não representa bem uma senóide pura. A senóide pura deveria ter seu sinal no domínio da frequência representado por um único ponto não nulo (entre 0 e π) para a variável k. O vazamento de frequências (frequências não nulas em outros pontos do eixo k - ou neste caso no eixo Ω) ocorre pois a taxa de amostragem escolhida para a DFT (N = 64) não é adequada para representar o sinal. O sinal recuperado no eixo do tempo (após a DFT inversa) terá deformações (aliasing) fruto dessas frequências indesejadas.