

# EA614 - Análise de Sinais

## Exercício de Fixação de Conceitos (EFC) 6 – Transformada Discreta de Fourier

Turma A – 1º semestre de 2018

Prof: Levy Boccato Email: lboccato@dca.fee.unicamp.br

PED-C: Renan Brotto Email: rbrotto@decom.fee.unicamp.br

## 1 Introdução

Conforme visto em sala de aula, a transformada discreta de Fourier (DFT) é a ferramenta matemática utilizada para obter a representação no domínio da frequência de um sinal discreto  $x[n]$  de comprimento finito. Na realidade, a DFT de  $N$  pontos fornece amostras da transformada de Fourier  $X(e^{j\Omega})$  nas frequências  $\Omega_k = \frac{2\pi k}{N}$ , podendo ser armazenada na forma de um vetor, assim como o próprio sinal  $x[n]$ . Neste exercício, estudaremos alguns aspectos ligados ao uso da DFT para analisar o espectro de sinais.

## 2 Atividades: Percebendo o Vazamento de Frequência

Considere o sinal  $x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$ , com  $f_0 = 3$  Hz. Sabemos que o espectro deste sinal, denotado por  $X(j\omega)$ , possui somente componentes situadas nas frequências  $\omega_0 = \pm 2\pi f_0$  rad/s. Gostaríamos, então, de poder observar seu comportamento em frequência empregando um computador digital.

- (a) Gere a sequência  $x[n]$  tomando  $N = 64$  amostras de  $x(t)$  no intervalo de 0 a 1 segundo (ou seja, a frequência de amostragem é igual a  $f_s = 64$  Hz). Logo,  $x[n] = \sin(2\pi \frac{f_0}{f_s} n)$ , onde  $n = 0, \dots, N - 1$ . Mostre a sequência obtida, utilizando o comando `stem()` do Matlab.
- (b) Calcule a transformada de Fourier  $X(e^{j\Omega})$  associada à sequência  $x[n]$ . Mostre todos os passos da derivação.  
**Dica:** Note que a sequência  $x[n]$  é uma versão truncada (ou janelada) da senóide discreta. Ou seja,

$$x[n] = \sin(2\pi \frac{f_0}{f_s} n) w_N[n], \quad (1)$$

onde  $w_N[n]$  é uma janela retangular de comprimento  $N$ , de modo que:

$$w_N[n] = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

- (c) Utilizando o comando `fft()` do Matlab, compute a DFT da sequência  $x[n]$  com  $N$  pontos. Apresente, então, o gráfico de  $|X(k)|$  em função da frequência  $\Omega$ . Na mesma figura, plote  $|X(e^{j\Omega})|$ . Você pode obter  $|X(e^{j\Omega})|$  trabalhando com o comando `freqz()` do Matlab.  
**Obs.:** Como os sinais em questão são reais, podemos analisar apenas a faixa de frequências de 0 a  $\pi$  por conta da simetria par do módulo da resposta em frequência.
- (d) Tendo em vista as propriedades da DFT, analise o espectro obtido, relacionando-o com  $X(e^{j\Omega})$  e com  $X(j\omega)$  (i.e., com o espectro da senóide analógica).
- (e) Repita os itens (a) e (c) considerando que a frequência fundamental da senóide analógica é  $f_0 = 3,4$  Hz. O espectro obtido continua sendo uma representação compatível com o esperado para uma senóide pura? Explique.