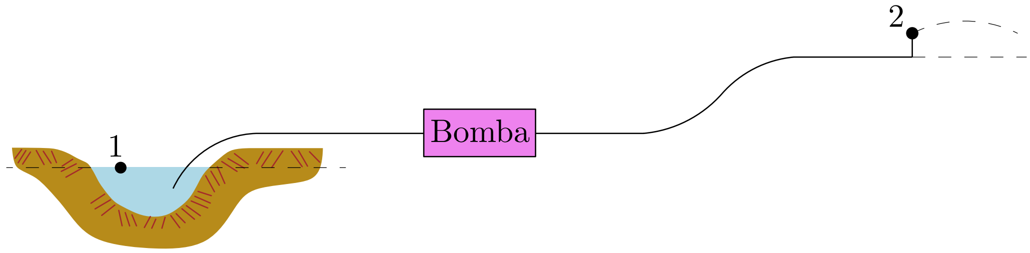
1 Primeira questão

Calcule a energia fornecida pela bomba (h_b em m, com duas casas decimais) considerando o esquema abaixo. O aspersor localizado no ponto 2 opera com pressão de $4\,\mathrm{kgf/cm^2}$ e a vazão que escoa na canalização é de $10\,\mathrm{m^3/h}$. O diâmetro da tubulação é de 50 mm e a perda de carga total entre os pontos 1 e 2 é de 15 m. A carga cinética no ponto 1 é desprezível e este ponto é uma superfície livre sujeita a pressão atmosférica. A cota em 1 vale 100 m e em 2 vale 146.3 m.

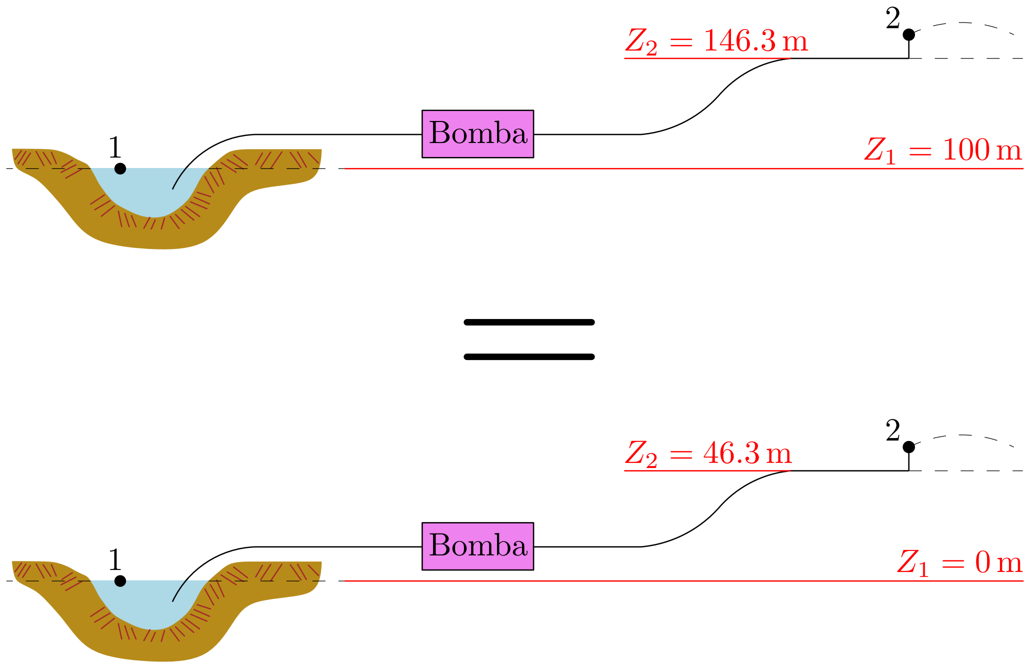


1.1 Solução

A energia fornecida pela bomba pode ser dada pela equação de Bernoulli modificada como segue

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} \tag{1}$$

A partir do que é dito no enunciado algumas simplificações podem ser feitas na equação anterior. Ao mudar o referencial das cotas é possível desprezar Z_1 fixando $Z_2 = 46.3\,\mathrm{m}$. No ponto 1 é cabível desprezar a pressão atuante, já que somente as moléculas da atmosfera agem. A carga cinética também é desprezada. Do lado direito da Equação de Bernoulli todos os termos serão considerados, só que para haver a substituição dos valores visando calcular h_b as devidas conversões devem ser feitas para o Sistema Internacional.



Para a pressão, é sabido que 1 kgf corresponde a 9.81 N, então

$$
\begin{aligned}
p_2 &= 4\,\frac{\mathrm{kgf}}{\mathrm{cm}^2} && (2)\\
&= \frac{4 \cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} && (3)\\
&= 392\,400\,\mathrm{Pa} && (4)
\end{aligned}
$$

A vazão dada em m^3/h deve ser convertida para m^3/s como segue

$$
\begin{aligned}
Q_2 &= 10\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} && (5)\\
&= \frac{10}{3600}\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} && (6)\\
&= 2.777 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} && (7)
\end{aligned}
$$

Após obter a vazão Q_2, para calcular a velocidade é preciso considerar a fluxo de água que atravessa a seção transversal do tubo como é descrito pela equação

$$Q_2 = v_2 \cdot A \tag{8}$$

assim

$$
\begin{aligned}
Q_2 &= v_2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow && (9)\\
\Rightarrow v_2 &= \frac{4Q_2}{\pi d^2} && (10)
\end{aligned}
$$

como $d_2 = 50\,\mathrm{mm} = 0.05\,\mathrm{m}$, vem

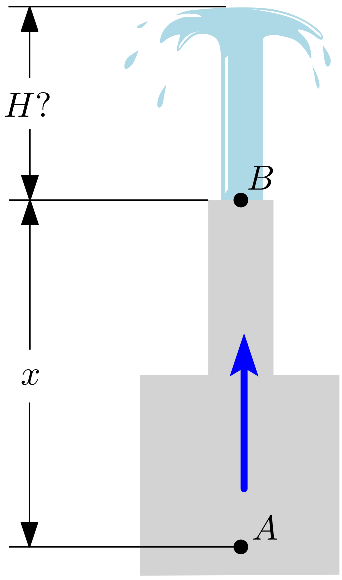
$$
\begin{aligned}
v_2 &= \frac{4 \cdot 0.00277}{\pi \cdot 0.05^2} && (11)\\
&= 1.411\,\mathrm{m/s} && (12)
\end{aligned}
$$

Substituindo em (1)

$$
\begin{aligned}
h_b &= Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} && (13)\\
&= 46.3 + \frac{1.411^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{392\,400}{9\,810} + 15 && (14)\\
&= 101.40\,\mathrm{m} && (15)
\end{aligned}
$$

2 Segunda questão

Após percorrer o trecho vertical AB, a água descarrega em forma de jato na atmosfera, como mostra a figura abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo A é quatro vezes maior que o de B e que a pressão no ponto A é de $0.58\,\mathrm{kgf/cm}^2$, estime a altura H do jato (resultado em m, com duas casas decimais), desprezando as perdas de carga e as perdas devido ao atrito com o ar. O fluido é água ($\gamma_{\mathrm{H_2O}} = 1000\,\mathrm{kgf/m}^3$) e a distância vertical entre A e B vale 0.3 m.



2.1 Solução

O primeiro trecho analisado estabelece a conservação de energia entre as cotas A e B. Ao escrever a equação de Bernoulli nesse caso, obtemos

$$Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{A-B} \tag{16}$$

A partir da figura e das considerações feitas no enunciado podemos cancelar os seguintes termos

$$\cancel{Z_A} + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \cancelto{p_B = p_{\mathrm{atm}}}{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{A-B}} \tag{17}$$

logo

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} \tag{18}$$

Como o fluxo que atravessa a seção transversal da tubulação em A e B é o mesmo, é possível determinar a relação entre as velocidades e denotar v_B como função de v_A, assim

$$Q_A = Q_B \tag{19}$$
$$v_A\, A_A = v_B\, A_B \tag{20}$$
$$v_A\, \frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} = v_B\, \frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} \tag{21}$$
$$v_A\, d_A^2 = v_B\, d_B^2 \tag{22}$$

Sendo $d_A = 4\, d_B$, vem

$$v_A\, (4d_B)^2 = v_B\, d_B^2 \tag{23}$$
$$v_A = \frac{v_B}{16} \tag{24}$$

Retornando em (18) e substituindo v_A

$$\begin{aligned}
\frac{(v_B/16)^2}{2g}+\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x+\frac{v_B^2}{2g} &(25)\\
\frac{v_B^2}{512g}+\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x+\frac{256\,v_B^2}{512g} &(26)\\
\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x+\frac{255\,v_B^2}{512g} &(27)\\
\therefore v_B^2 &= \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}-x\right)\frac{512g}{255} &(28)
\end{aligned}$$

Após obter uma relação para v_B, ao tomar como base as cotas em B e H e aplicar Bernoulli novamente

$$Z_B+\frac{v_B^2}{2g}+\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}=Z_H+\frac{v_H^2}{2g}+\frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}+hf_{B-H} \qquad (29)$$

cancelando os termos pertinentes, temos

$$\cancel{Z_B}+\frac{v_B^2}{2g}+\cancel{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}}=Z_H+\cancel{\frac{v_H^2}{2g}}+\cancel{\frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}}+\cancel{hf_{B-H}} \qquad (30)$$

então

$$\frac{v_B^2}{2g} = Z_H \qquad (31)$$

Substituindo (28) em (31)

$$\begin{aligned}
\left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}-x\right)\frac{512\cancel{g}}{255} &= 2\cancel{g}\,Z_H &(32)\\
Z_H &= \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}-x\right)\frac{512}{510} &(33)
\end{aligned}$$

A pressão em A deve ser convertida para Pascal (Pa)

$$\begin{aligned}
p_A &= 0.58\,\mathrm{kgf/cm^2} &(34)\\
&= \frac{0.58\cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}} &(35)\\
&= 56\,898\,\mathrm{Pa} &(36)
\end{aligned}$$

e o peso específico em $\mathrm{N/m^3}$

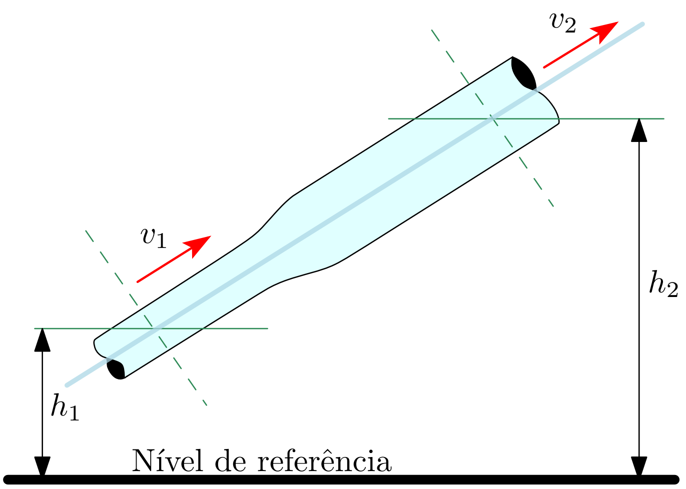
$$\begin{aligned}
\gamma_{\mathrm{H_2O}} &= 1000\,\mathrm{kgf/m^3} &(37)\\
&= 1000\cdot 9.81\,\mathrm{N/m^3} &(38)\\
&= 9810\,\mathrm{N/m^3} &(39)
\end{aligned}$$

como $x=0.3\,\mathrm{m}$, após substituir em (33) é obtido $Z_H=H$

$$\begin{aligned}
Z_H &= \left(\frac{56\,898}{9\,810}-0.3\right)\frac{512}{510} &(40)\\
&= 5.52\,\mathrm{m} &(41)
\end{aligned}$$

3 Terceira questão

A seção 1 possui diâmetro de 15.4 mm, pressão manométrica de 331 kPa e velocidade média de escoamento de 2 m/s. A seção 2 possui 58.9 mm de diâmetro. Supondo que não existe perdas de energia entre os pontos 1 e 2, calcular a pressão relativa no ponto 2 (resposta em kPa, com 2 casas decimais). Os desníveis verticais em relação ao plano de referência são: $h_1 = 0\,\mathrm{m}$ e $h_2 = 4.9\,\mathrm{m}$. O fluido é água, cujo peso específico é $9810\,\mathrm{N/m^3}$.



3.1 Solução

A vazão no tubo é constante, logo

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 && (42)\\ v_1\,A_1 &= v_2\,A_2 && (43)\\ v_1\,d_1^2 &= v_2\,d_2^2 && (44)\\ v_2 &= \frac{v_1\,d_1^2}{d_2^2} && (45) \end{aligned}$$

Substituindo, vem

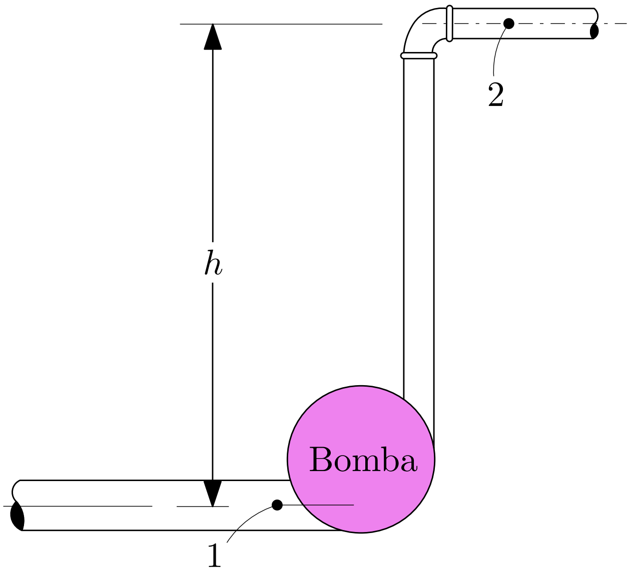
$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{2\cdot 0.0154^2}{0.0589^2} && (46)\\ &= 0.1367\,\mathrm{m/s} && (47) \end{aligned}$$

Com a velocidade do fluído no ponto 2 calculada, se aplicarmos Bernoulli desprezando a cota em 1, chegamos que

$$\begin{aligned} \cancel{Z_1} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} &= Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{H_2O}} + \cancel{hf_{1-2}}^{\text{desprezível}} && (48)\\ p_2 &= \gamma_{H_2O}\left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} - Z_2\right) && (49)\\ &= 9\,810\cdot\left(\frac{2^2 - 0.1367^2}{2\cdot 9.81} + \frac{331\,000}{9\,810} - 4.9\right) && (50)\\ &= 284\,921.653\,\mathrm{Pa} = 284.92\,\mathrm{kPa} && (51) \end{aligned}$$

4 Quarta questão

Na figura, os diâmetros da sucção e recalque são de 3 e 2 polegadas, respectivamente. As pressões relativas nos pontos 1 e 2 são $-12.9\,\mathrm{kPa}$ e $336.8\,\mathrm{kPa}$, respectivamente. Pela tubulação passa água na vazão de $1093\,\mathrm{L/min}$. A perda de carga entre os pontos 1 e 2 é de $1.25\,\mathrm{m}$ e o desnível vertical h é de $9.1\,\mathrm{m}$. Calcule a potência hidráulica da bomba em cv (uma casa decimal).



- $735\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{cv}$
- $\gamma_{\mathrm{H_2O}} = 9810\,\mathrm{N/m^3}$
- Água escoa de 1 para 2.
- Desprezar variação de carga cinética. entre os pontos 1 e 2.

4.1 Solução

Inicialmente é necessário converter a vazão dada em litros por minuto (L/min) para metros cúbicos por segundo ($\mathrm{m^3/s}$), assim

$$\begin{aligned} Q &= 1093\,\mathrm{L/min} && (52)\\ &= \frac{1093\cdot 10^{-3}}{60}\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}} && (53)\\ &= 1.821\,667\times 10^{-2}\,\mathrm{m^3/s} && (54)\end{aligned}$$

Aplicando Bernoulli contabilizando o efeito da bomba do lado esquerdo da equação, obtemos

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{1-2} \tag{55}$$

Ao desprezar a cota no ponto 1, os dois termos de carga cinética em cada lado da equação anterior e isolar h_b, temos

$$h_b = \frac{p_2 - p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + Z_2 + hf_{1-2} \tag{56}$$

Após multiplicar por 1000 as pressões em kPa e desenvolver os cálculos

$$\begin{aligned} h_b &= \frac{336\,800 - (-12\,900)}{9810} + 9.1 + 1.25 \qquad (57) \\ &\approx 46\,\mathrm{m} \qquad (58) \end{aligned}$$

Dessa forma, a potência dissipada pela bomba é dada por

$$P = \gamma_{\mathrm{H_2O}}\, Q\, h_b \qquad (59)$$

Substituindo

$$\begin{aligned} P &= 9810 \cdot 1.821667 \cdot 10^{-2} \cdot 46 \qquad (60) \\ &= 8220.454\,\mathrm{W} = 11.2\,\mathrm{cv} \qquad (61) \end{aligned}$$