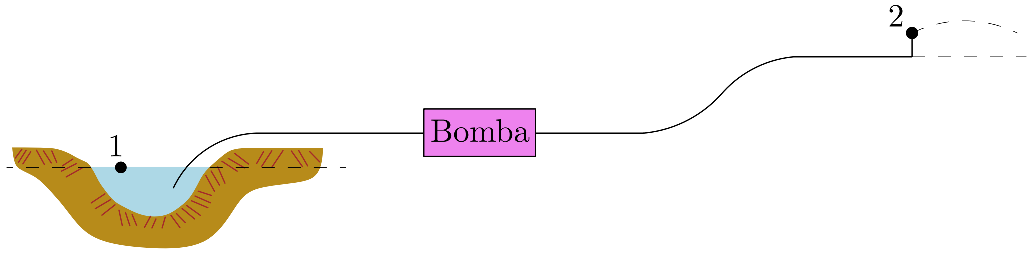
1 Primeira questão

Calcule a energia fornecida pela bomba (h_b em m, com duas casas decimais) considerando o esquema abaixo. O aspersor localizado no ponto 2 opera com pressão de $4\,\mathrm{kgf/cm^2}$ e a vazão que escoa na canalização é de $10\,\mathrm{m^3/h}$. O diâmetro da tubulação é de 50 mm e a perda de carga total entre os pontos 1 e 2 é de 15 m. A carga cinética no ponto 1 é desprezível e este ponto é uma superfície livre sujeita a pressão atmosférica. A cota em 1 vale 100 m e em 2 vale 146.3 m.

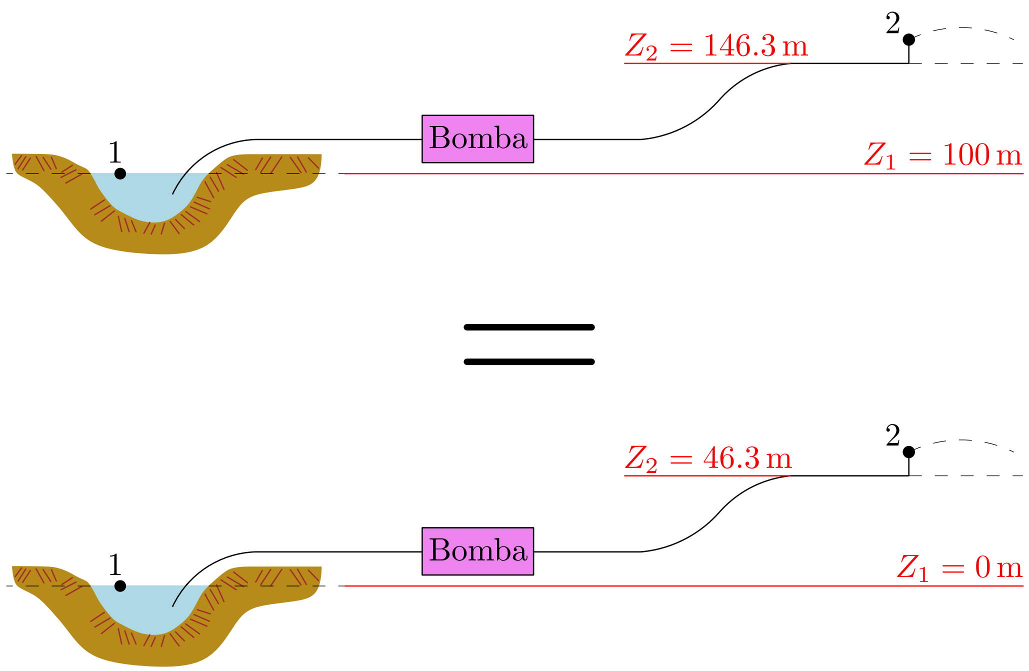


1.1 Solução

A energia fornecida pela bomba pode ser dada pela equação de Bernoulli modificada como segue

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} \tag{1}$$

A partir do que é dito no enunciado algumas simplificações podem ser feitas na equação anterior. Ao mudar o referencial das cotas é possível desprezar Z_1 fixando $Z_2 = 46.3\,\mathrm{m}$. No ponto 1 é cabível desprezar a pressão atuante, já que somente as moléculas da atmosfera agem. A carga cinética também é desprezada. Do lado direito da Equação de Bernoulli todos os termos serão considerados, só que para haver a substituição dos valores visando calcular h_b as devidas conversões devem ser feitas para o Sistema Internacional.



Para a pressão, é sabido que $1\,\text{kgf}$ corresponde a $9.81\,\text{N}$, então

$$p_2 = 4\,\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \tag{2}$$
$$= \frac{4 \cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \tag{3}$$
$$= 392\,400\,\text{Pa} \tag{4}$$

A vazão dada em m^3/h deve ser convertida para m^3/s como segue

$$Q_2 = 10\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \tag{5}$$
$$= \frac{10}{3600}\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \tag{6}$$
$$= 2.777 \times 10^{-3}\,\text{m}^3/\text{s} \tag{7}$$

Após obter a vazão Q_2, para calcular a velocidade é preciso considerar a fluxo de água que atravessa a seção transversal do tubo como é descrito pela equação

$$Q_2 = v_2 \cdot A \tag{8}$$

assim

$$Q_2 = v_2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \tag{9}$$
$$\Rightarrow v_2 = \frac{4Q_2}{\pi d^2} \tag{10}$$

como $d_2 = 50\,\text{mm} = 0.05\,\text{m}$, vem

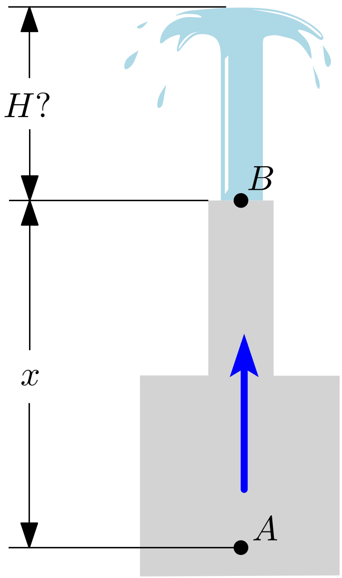
$$v_2 = \frac{4 \cdot 0.00277}{\pi \cdot 0.05^2} \tag{11}$$
$$= 1.411\,\text{m/s} \tag{12}$$

Substituindo em (1)

$$h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} \tag{13}$$
$$= 46.3 + \frac{1.411^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{392\,400}{9\,810} + 15 \tag{14}$$
$$= 101.40\,\text{m} \tag{15}$$

2 Segunda questão

Após percorrer o trecho vertical AB, a água descarrega em forma de jato na atmosfera, como mostra a figura abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo A é quatro vezes maior que o de B e que a pressão no ponto A é de $0.58\,\text{kgf/cm}^2$, estime a altura H do jato (resultado em m, com duas casas decimais), desprezando as perdas de carga e as perdas devido ao atrito com o ar. O fluido é água ($\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1000\,\text{kgf/m}^3$) e a distância vertical entre A e B vale $0.3\,\text{m}$.



2.1 Solução

O primeiro trecho analisado estabelece a conservação de energia entre as cotas A e B. Ao escrever a equação de Bernoulli nesse caso, obtemos

$$Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{A-B} \tag{16}$$

A partir da figura e das considerações feitas no enunciado podemos cancelar os seguintes termos

$$\cancel{Z_A} + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \cancelto{p_B = p_{\mathrm{atm}}}{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{A-B}} \tag{17}$$

logo

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} \tag{18}$$

Como o fluxo que atravessa a seção transversal da tubulação em A e B é o mesmo, é possível determinar a relação entre as velocidades e denotar v_B como função de v_A, assim

$$\begin{aligned} Q_A &= Q_B &(19)\\ v_A\,A_A &= v_B\,A_B &(20)\\ v_A\,\frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} &= v_B\,\frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} &(21)\\ v_A\,d_A^2 &= v_B\,d_B^2 &(22) \end{aligned}$$

Sendo $d_A = 4\,d_B$, vem

$$\begin{aligned} v_A\,(4d_B)^2 &= v_B\,d_B^2 &(23)\\ v_A &= \frac{v_B}{16} &(24) \end{aligned}$$

Retornando em (18) e substituindo v_A

$$\frac{(v_B/16)^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = x + \frac{v_B^2}{2g} \tag{25}$$

$$\frac{v_B^2}{512g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = x + \frac{256\,v_B^2}{512g} \tag{26}$$

$$\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = x + \frac{255\,v_B^2}{512g} \tag{27}$$

$$\therefore v_B^2 = \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512g}{255} \tag{28}$$

Após obter uma relação para v_B, ao tomar como base as cotas em B e H e aplicar Bernoulli novamente

$$Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_H + \frac{v_H^2}{2g} + \frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{B-H} \tag{29}$$

cancelando os termos pertinentes, temos

$$\cancel{Z_B} + \frac{v_B^2}{2g} + \cancel{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} = Z_H + \cancel{\frac{v_H^2}{2g}} + \cancel{\frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{B-H}} \tag{30}$$

então

$$\frac{v_B^2}{2g} = Z_H \tag{31}$$

Substituindo (28) em (31)

$$\left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512\cancel{g}}{255} = 2\cancel{g}\,Z_H \tag{32}$$

$$Z_H = \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512}{510} \tag{33}$$

A pressão em A deve ser convertida para Pascal (Pa)

$$p_A = 0.58\,\mathrm{kgf/cm^2} \tag{34}$$

$$= \frac{0.58 \cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}} \tag{35}$$

$$= 56\,898\,\mathrm{Pa} \tag{36}$$

e o peso específico em $\mathrm{N/m^3}$

$$\gamma_{\mathrm{H_2O}} = 1000\,\mathrm{kgf/m^3} \tag{37}$$

$$= 1000 \cdot 9.81\,\mathrm{N/m^3} \tag{38}$$

$$= 9810\,\mathrm{N/m^3} \tag{39}$$

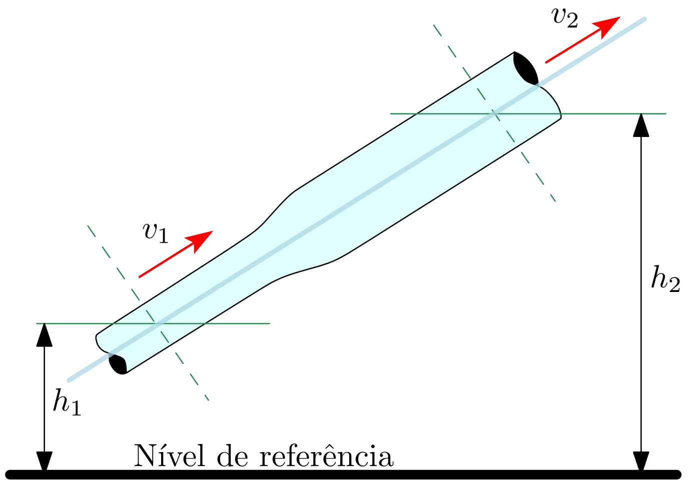
como $x = 0.3\,\mathrm{m}$, após substituir em (33) é obtido $Z_H = H$

$$Z_H = \left(\frac{56\,898}{9\,810} - 0.3\right)\frac{512}{510} \tag{40}$$

$$= 5.52\,\mathrm{m} \tag{41}$$

3 Terceira questão

A seção 1 possui diâmetro de 15.4 mm, pressão manométrica de 331 kPa e velocidade média de escoamento de 2 m/s. A seção 2 possui 58.9 mm de diâmetro. Supondo que não existe perdas de energia entre os pontos 1 e 2, calcular a pressão relativa no ponto 2 (resposta em kPa, com 2 casas decimais). Os desníveis verticais em relação ao plano de referência são: $h_1 = 0\,\mathrm{m}$ e $h_2 = 4.9\,\mathrm{m}$. O fluido é água, cujo peso específico é $9810\,\mathrm{N/m^3}$.



3.1 Solução

A vazão no tubo é constante, logo

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 && (42)\\ v_1\,A_1 &= v_2\,A_2 && (43)\\ v_1\,d_1^2 &= v_2\,d_2^2 && (44)\\ v_2 &= \frac{v_1\,d_1^2}{d_2^2} && (45) \end{aligned}$$

Substituindo, vem

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{2 \cdot 0.0154^2}{0.0589^2} && (46)\\ &= 0.1367\,\mathrm{m/s} && (47) \end{aligned}$$

Com a velocidade do fluído no ponto 2 calculada, se aplicarmos Bernoulli desprezando a cota em 1, chegamos que

$$\begin{aligned} \cancel{Z_1} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + \cancel{hf_{1-2}}^{\text{desprezível}} && (48)\\ p_2 &= \gamma_{\mathrm{H_2O}}\left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - Z_2\right) && (49)\\ &= 9\,810 \cdot \left(\frac{2^2 - 0.1367^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{331\,000}{9\,810} - 4.9\right) && (50)\\ &= 284\,921.653\,\mathrm{Pa} = 284.92\,\mathrm{kPa} && (51) \end{aligned}$$