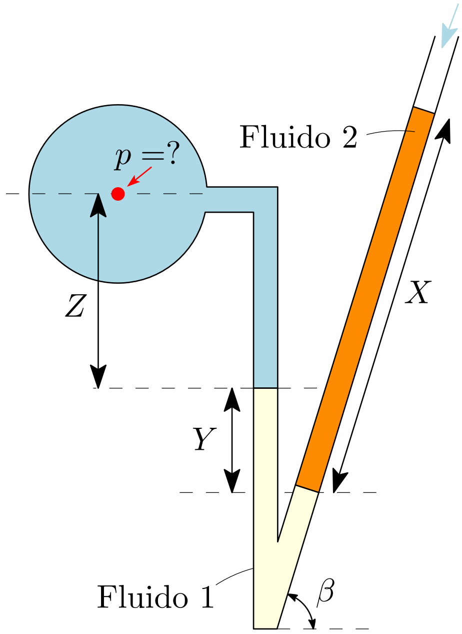
1 Primeira questão

Calcular a pressão relativa no ponto indicado da tubulação. Resposta em Pa com uma casa decimal.

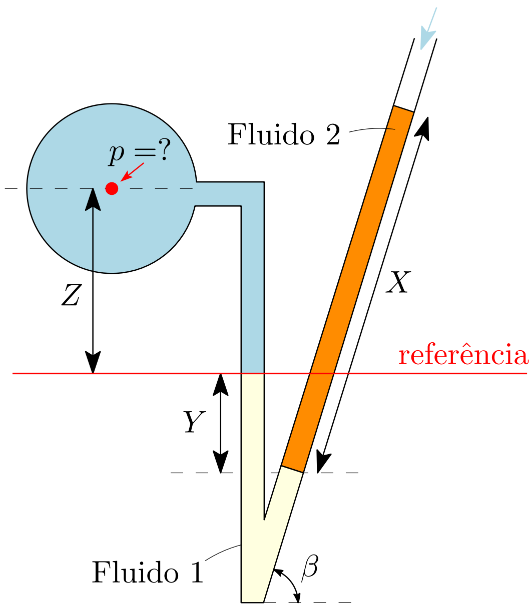
Dados:

- Massa específica do fluido 1 = $13.1\,\mathrm{g/cm^3}$
- Massa específica do fluido 2 = $8.3\,\mathrm{g/cm^3}$
- Massa específica da água = $1000\,\mathrm{kg/m^3}$
- $X = 18.4\,\mathrm{cm}$
- $Y = 8.3\,\mathrm{cm}$
- $Z = 21.9\,\mathrm{cm}$
- $\beta = 67.4\,°$

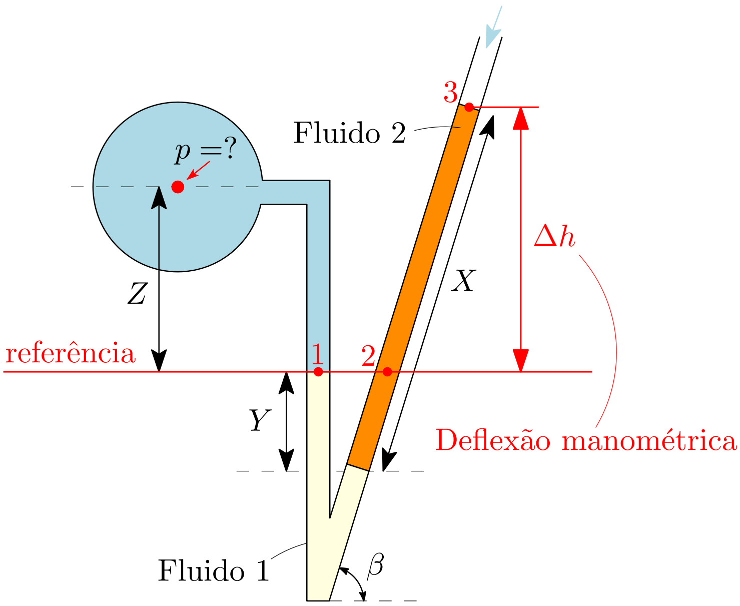


1.1 Solução

(1) Estabelecer um referencial. É comum adotar a interface líquido-líquido mostrada.



(2) Após estabelecer a cota de referência deve-se demarcar os pontos que serão analisados quanto a variação de pressão. Nesse caso, foram definidos dois pontos pertencentes à cota (1 e 2) e um ponto na superfície superior do fluido 2 (3) já que a pressão atmosférica na região simplifica os cálculos.



(3) Agora basta aplicar a lógica assimilada na parte de manômetros diferenciais e formular as equações para cada par de pontos como é visto abaixo

$$\begin{cases} p_1 - p = \gamma_{H_2O} \cdot Z \\ p_2 - p_3 = \gamma_2 \cdot \Delta h \end{cases}$$

(4) Aplicando os conceitos vistos em hidrostática, sabemos que pontos na mesma cota apresentam a mesma pressão (1 e 2), logo

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 && (1) \\ p + \gamma_{H_2O} \cdot Z &= p_3 + \gamma_2 \cdot \Delta h && (2) \end{aligned}$$

(5) Como a pressão atuante em 3 é a atmosférica podemos desprezá-la para o sistema analisado, assim ao isolar p obtemos

$$p = \gamma_2 \cdot \Delta h - \gamma_{H_2O} \cdot Z \qquad (3)$$

(6) Podemos considerar, por trigonometria, que $\Delta h = X \cdot \sin(\beta) - Y$ e que $\gamma = \rho \cdot g$, então

$$\begin{aligned} p &= \rho_2 \cdot g \cdot (X \cdot \sin(\beta) - Y) - \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Z && (4) \\ &= g \cdot \big(\rho_2 \cdot (X \cdot \sin(\beta) - Y) - \rho_{H_2O} \cdot Z\big) && (5) \end{aligned}$$

(7) Por fim, é necessário considerar as unidades no SI e converter as massas específicas dadas em gramas por centímetro cúbico (g/cm^3) para quilogramas por metro cúbico (kg/m^3)

$$\begin{aligned} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &= \frac{10^{-3}}{(10^{-2})^3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} && (6) \\ &= \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} && (7) \\ &= 1000 \, \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} && (8) \end{aligned}$$

(8) Ao multiplicar os valores de massa específica em gramas por centímetro cúbico por 1000 e substituir o restante dos valores de comprimento (em metros) na equação obtida para p, obtemos que p será

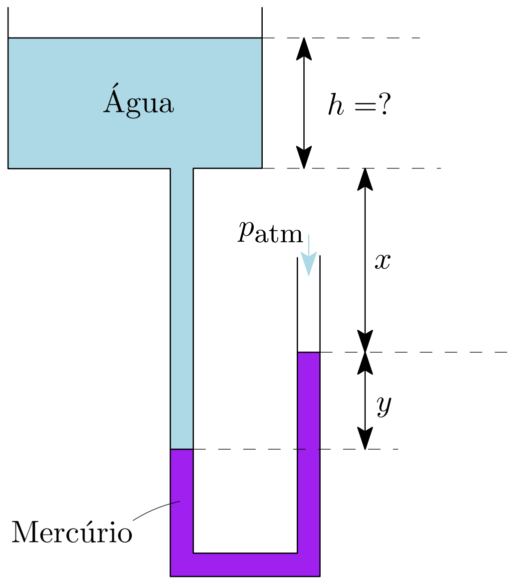
$$\begin{aligned}
p &= 9.81 \cdot \big(8300 \cdot (18.4 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 67.4\,° - 8.3 \cdot 10^{-2}) - && (9)\\
&- 1000 \cdot 21.9 \cdot 10^{-2}\big) && (10)\\
&= 4924.9\,\mathrm{Pa} \approx 4.9\,\mathrm{kPa} && (11)
\end{aligned}$$

2 Segunda questão

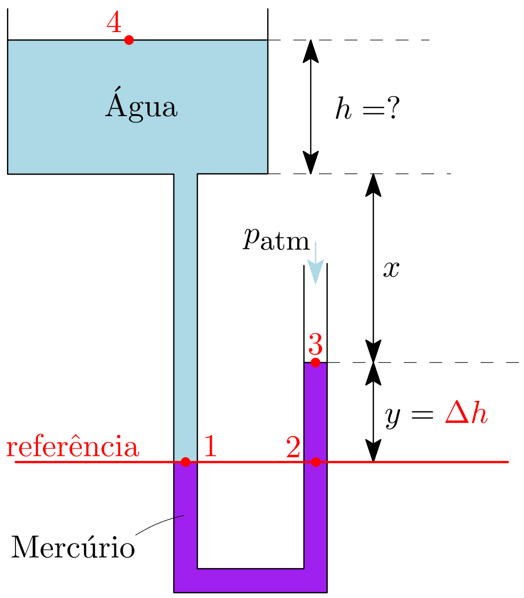
A figura abaixo ilustra um reservatório de água, cujo nível h pode ser determinado utilizando um manômetro. Calcule o valor de h em centímetros (cm) com uma casa decimal.

Dados:

- Reservatório contém água
- Manômetro contém líquido manométrico: Mercúrio
- Peso específico da água: $\gamma_{H_2O} = 1000\,\mathrm{kgf/m^3}$
- Peso específico do mercúrio: $\gamma_{Hg} = 13\,600\,\mathrm{kgf/m^3}$
- $x = 29.2\,\mathrm{cm}$
- $y = 10.9\,\mathrm{cm}$



(1) De maneira análoga a que foi usada na questão anterior, foi feito o estabelecimento de uma cota de referência e a marcação dos pontos para formular as equações



(2) As equações obtidas são

$$\begin{cases} p_1 - p_4 = \gamma_{H_2O} \cdot (x + y + h) \\ p_2 - p_3 = \gamma_{Hg} \cdot y \end{cases}$$

Assim

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 && (12) \\ \gamma_{H_2O} \cdot (x + y + h) &= \gamma_{Hg} \cdot y && (13) \\ h &= \frac{(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \cdot y - \gamma_{H_2O} \cdot x}{\gamma_{H_2O}} && (14) \end{aligned}$$

Considerando que

$$1\,\mathrm{kgf} = 9.81\,\mathrm{N} \tag{15}$$

temos

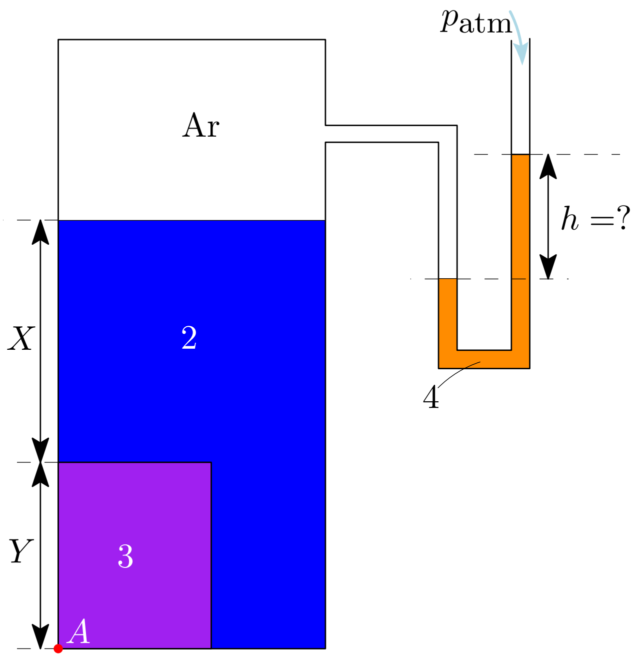
$$\begin{aligned} h &= \frac{\cancel{9.81} \cdot (13600 - 1000) \cdot 10.9 \cdot 10^{-2} - \cancel{9.81} \cdot 1000 \cdot 29.2 \cdot 10^{-2}}{\cancel{9.81} \cdot 1000} && (16) \\ &= 1.0814\,\mathrm{m} \approx 108.1\,\mathrm{cm} && (17) \end{aligned}$$

3 Terceira questão

Calcular a altura h em cm e apresentar o resultado com duas casas decimais.

Dados:

- Pressão no ponto A: $p_A = 148.67\,\mathrm{kPa}$
- $X = 59.4\,\mathrm{cm}$
- $Y = 65.5\,\mathrm{cm}$
- Densidade do ar é desprezível. Pode-se assumir que a pressão é a mesma em todo o volume ocupado pelo ar.
- $\rho_1 = 1\,\mathrm{g/cm^3}$
- $\rho_2 = 13.6\,\mathrm{g/cm^3}$
- $\gamma_4 = 0.13\,\mathrm{lbf/in^3}$
  - $1\,\mathrm{lbf} = 4.448\,\mathrm{N}$
  - $1\,\mathrm{in} = 25.4\,\mathrm{mm}$
  - $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$

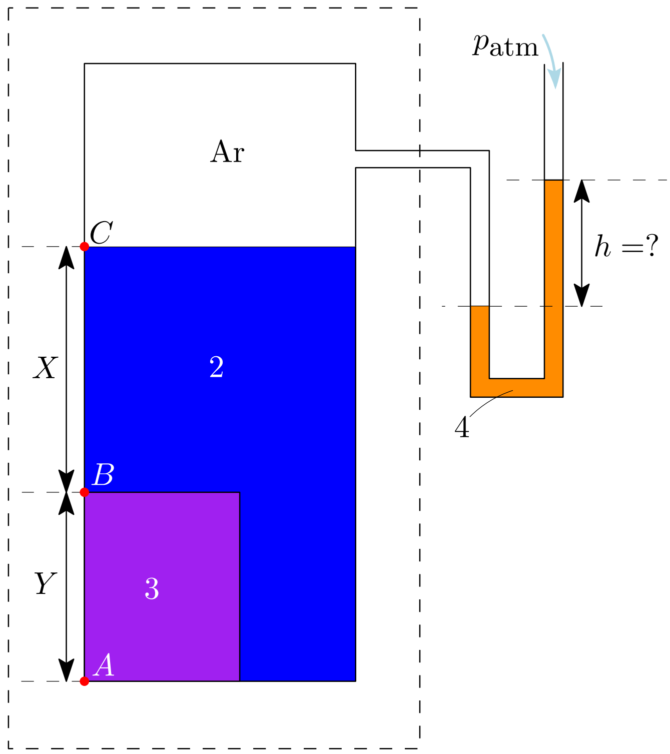


(1) Ao analisar o tubo contendo ar e o fluido 4, é preciso estabelecer o referencial igual ao que foi feito anteriormente, porém nesse exercício a pressão que o ar exerce no ponto 1 não é desprezível, tendo em vista que suas moléculas confinadas no volume, ao serem aproximadas (compressão), mantêm em equilíbrio o fluido presente no tubo. Para encontrar a equação que relaciona X, Y, γ_2, γ_3 podem ser utilizados alguns caminhos. A partir de um sistema de equações como é visto a seguir, temos

$$\text{eqs.}\begin{cases} p_A - p_B = \gamma_3 \cdot Y \\ p_B - p_{\mathrm{Ar}} = \gamma_2 \cdot X \end{cases}$$

Ao somar as duas equações

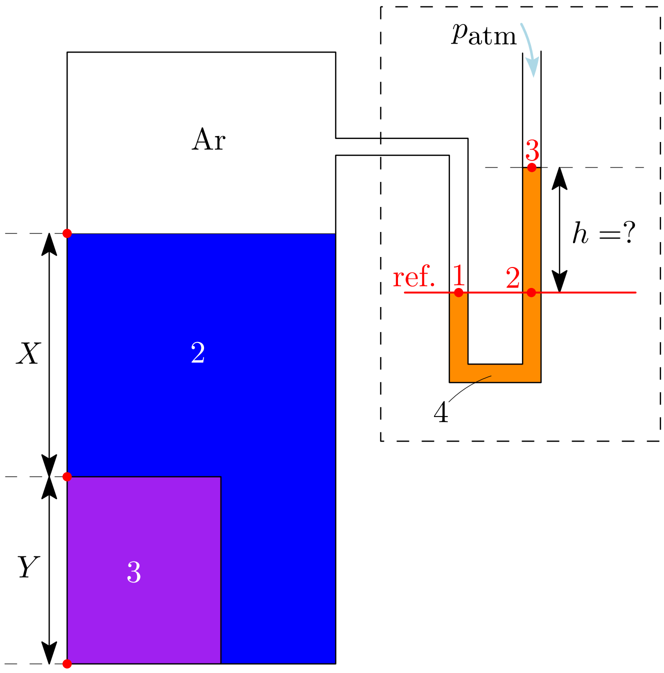
$$p_A - p_{\mathrm{Ar}} = \gamma_2 \cdot X + \gamma_3 \cdot Y$$
$$p_{\mathrm{Ar}} = p_A - \gamma_2 \cdot X - \gamma_3 \cdot Y$$



(2) Substituindo os dados do exercício conforme o SI, vem

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{Ar}} &= 148\,670 - 1000 \cdot 0.594 - 13600 \cdot 0.655 && (18) \\ &= 139\,168\,\mathrm{Pa} && (19) \end{aligned}$$

(3) Após analisar o tubo com o fluido 4 e estabelecer o referencial visto abaixo, temos



$$p_{Ar} = p_2 = p_3 + \gamma_4 \cdot h \tag{20}$$

Como p_3 é desprezível

$$h = \frac{p_{Ar}}{\gamma_4} \tag{21}$$

(4) Antes de substituir é preciso converter o peso específico fornecido em lbf/in^3 para N/m^3

$$\gamma_4 = 0.13\,\frac{\text{lbf}}{\text{in}^3} \tag{22}$$

$$= \frac{0.13 \cdot 4.448}{0.0254^3}\,\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \tag{23}$$

$$= 35\,286.369\,785\,3\,\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \tag{24}$$

(5) Assim

$$h = 3.9439\,\text{m} = 394.39\,\text{cm} \tag{25}$$

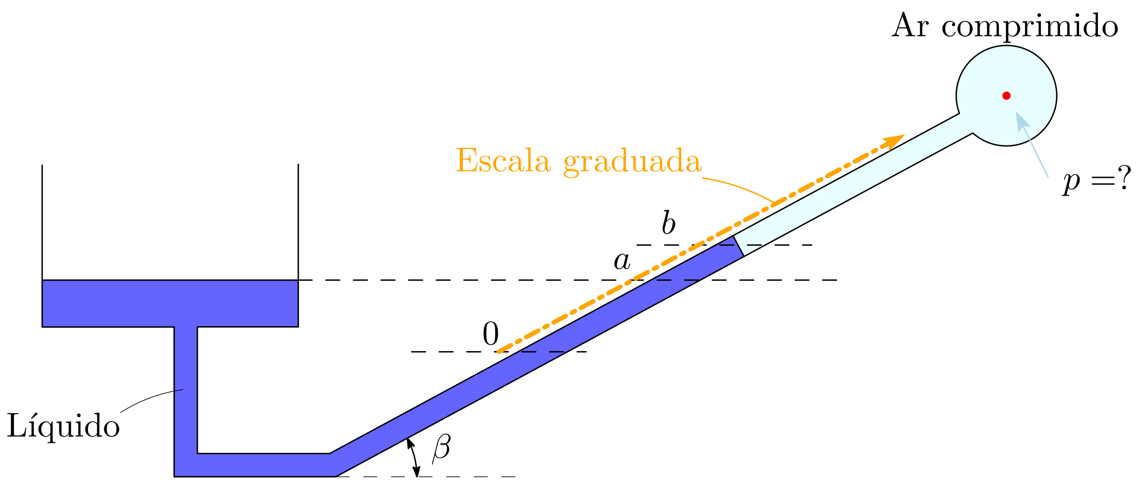
4 Quarta questão

Para a figura apresentada, calcular a pressão absoluta no final do tubo, onde há uma câmara contendo ar comprimido. Resposta em kPa com uma casa decimal.

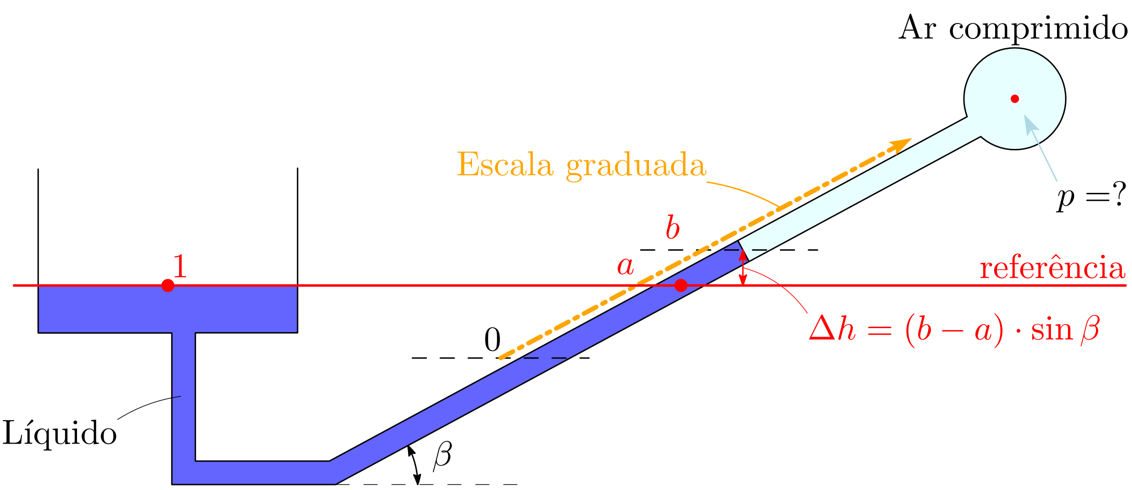
Dados:

- $a = 4\,\text{in}$
- $b = 16.4\,\text{in}$

- $\beta = 72.7\,°$
- $d_l = 9.5$
- $p_{\text{atm}} = 101\,325\,\text{N/m}^2$
- $1\,\text{in} = 2.54\,\text{cm}$
- $\rho_{H_2O} = 1000\,\text{kg/m}^3$ (substância padrão)
- $g = 9.81\,\text{m/s}^2$
- Dica: A massa específica do ar é desprezível e pode-se assumir que a pressão é a mesma em todo o volume ocupado por ar comprimido.



Após marcar o ponto 1 e considerar que ele está sujeito à pressão atmosférica, adotando o referencial apresentado abaixo é possível escrever



$$p_1 = p_{\text{atm}} = p_a \tag{26}$$

Fazendo $p_a - p_b$ temos

$$\begin{aligned}
p_a - p_b &= \gamma_l \cdot \Delta h && (27)\\
&= \gamma_l \cdot (b - a) \cdot \sin\beta && (28)\\
&= \rho_l \cdot g \cdot (b - a) \cdot \sin\beta && (29)\\
&= 9500 \cdot 9.81 \cdot (16.4 - 4) \cdot 0.0254 \cdot \sin 72.7\,° && (30)\\
&= 28\,024.804\,646\,2\,\text{Pa} && (31)
\end{aligned}$$

Como $p_1 = p_a$ podemos escrever

$$
\begin{aligned}
101\,325 - p_b &= 28\,024.804\,646\,2 && (32)\\
p_b &= 73\,300.195\,353\,8\,\mathrm{Pa} && (33)\\
p_b &= p = 73.3\,\mathrm{kPa} && (34)
\end{aligned}
$$