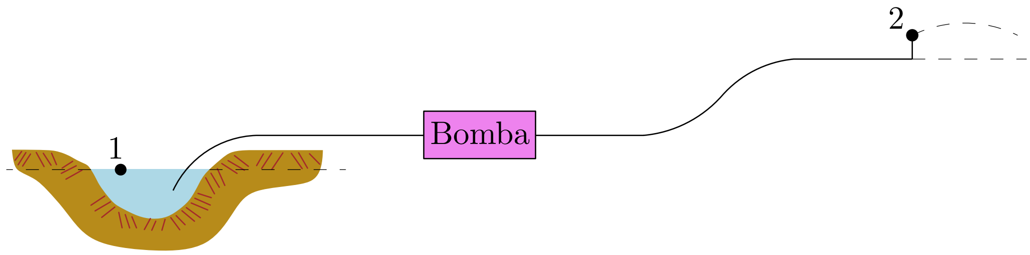
1 Primeira questão

Calcule a energia fornecida pela bomba (h_b em m, com duas casas decimais) considerando o esquema abaixo. O aspersor localizado no ponto 2 opera com pressão de $4\,\mathrm{kgf/cm^2}$ e a vazão que escoa na canalização é de $10\,\mathrm{m^3/h}$. O diâmetro da tubulação é de 50 mm e a perda de carga total entre os pontos 1 e 2 é de 15 m. A carga cinética no ponto 1 é desprezível e este ponto é uma superfície livre sujeita a pressão atmosférica. A cota em 1 vale 100 m e em 2 vale 146.3 m.

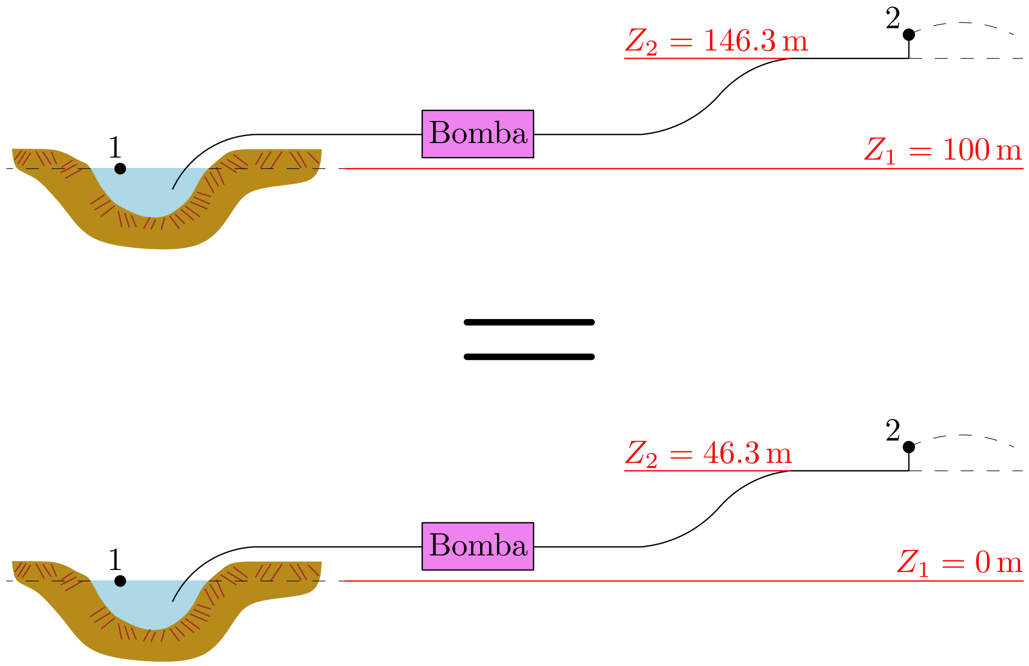


1.1 Solução

A energia fornecida pela bomba pode ser dada pela equação de Bernoulli modificada como segue

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} \tag{1.1}$$

A partir do que é dito no enunciado algumas simplificações podem ser feitas na equação anterior. Ao mudar o referencial das cotas é possível desprezar Z_1 fixando $Z_2 = 46.3\,\mathrm{m}$. No ponto 1 é cabível desprezar a pressão atuante, já que somente as moléculas da atmosfera agem. A carga cinética também é desprezada. Do lado direito da Equação de Bernoulli todos os termos serão considerados, só que para haver a substituição dos valores visando calcular h_b as devidas conversões devem ser feitas para o Sistema Internacional.



Para a pressão, é sabido que 1 kgf corresponde a 9.81 N, então

$$\begin{aligned} p_2 &= 4\,\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} && (1.2)\\ &= \frac{4\cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\text{N}}{\text{m}^2} && (1.3)\\ &= 392\,400\,\text{Pa} && (1.4) \end{aligned}$$

A vazão dada em m^3/h deve ser convertida para m^3/s como segue

$$\begin{aligned} Q_2 &= 10\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} && (1.5)\\ &= \frac{10}{3600}\frac{\text{m}^3}{\text{s}} && (1.6)\\ &= 2.777\times 10^{-3}\,\text{m}^3/\text{s} && (1.7) \end{aligned}$$

Após obter a vazão Q_2, para calcular a velocidade é preciso considerar a fluxo de água que atravessa a seção transversal do tubo como é descrito pela equação

$$Q_2 = v_2 \cdot A \tag{1.8}$$

assim

$$\begin{aligned} Q_2 &= v_2\cdot\frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow && (1.9)\\ \Rightarrow v_2 &= \frac{4Q_2}{\pi d^2} && (1.10) \end{aligned}$$

como $d_2 = 50\,\text{mm} = 0.05\,\text{m}$, vem

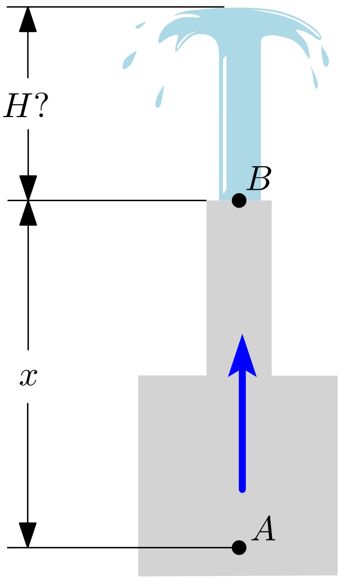
$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{4\cdot 0.00277}{\pi\cdot 0.05^2} && (1.11)\\ &= 1.411\,\text{m/s} && (1.12) \end{aligned}$$

Substituindo em (1.1)

$$\begin{aligned} h_b &= Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} && (1.13)\\ &= 46.3 + \frac{1.411^2}{2\cdot 9.81} + \frac{392\,400}{9\,810} + 15 && (1.14)\\ &= 101.40\,\text{m} && (1.15) \end{aligned}$$

2 Segunda questão

Após percorrer o trecho vertical AB, a água descarrega em forma de jato na atmosfera, como mostra a figura abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo A é quatro vezes maior que o de B e que a pressão no ponto A é de $0.58\,\text{kgf/cm}^2$, estime a altura H do jato (resultado em m, com duas casas decimais), desprezando as perdas de carga e as perdas devido ao atrito com o ar. O fluido é água ($\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1000\,\text{kgf/m}^3$) e a distância vertical entre A e B vale 0.3 m.



2.1 Solução

O primeiro trecho analisado estabelece a conservação de energia entre as cotas A e B. Ao escrever a equação de Bernoulli nesse caso, obtemos

$$Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{A-B} \tag{2.1}$$

A partir da figura e das considerações feitas no enunciado podemos cancelar os seguintes termos

$$\cancel{Z_A} + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \cancelto{p_B = p_{\mathrm{atm}}}{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{A-B}} \tag{2.2}$$

logo

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} \tag{2.3}$$

Como o fluxo que atravessa a seção transversal da tubulação em A e B é o mesmo, é possível determinar a relação entre as velocidades e denotar v_B como função de v_A, assim

$$
\begin{aligned}
Q_A &= Q_B && (2.4)\\
v_A\,A_A &= v_B\,A_B && (2.5)\\
v_A\,\frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} &= v_B\,\frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} && (2.6)\\
v_A\,d_A^2 &= v_B\,d_B^2 && (2.7)
\end{aligned}
$$

Sendo $d_A = 4\,d_B$, vem

$$
\begin{aligned}
v_A\,(4d_B)^2 &= v_B\,d_B^2 && (2.8)\\
v_A &= \frac{v_B}{16} && (2.9)
\end{aligned}
$$

Retornando em (2.3) e substituindo v_A

$$\begin{aligned}
\frac{(v_B/16)^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x + \frac{v_B^2}{2g} && (2.10)\\
\frac{v_B^2}{512g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x + \frac{256\,v_B^2}{512g} && (2.11)\\
\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x + \frac{255\,v_B^2}{512g} && (2.12)\\
\therefore v_B^2 &= \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512g}{255} && (2.13)
\end{aligned}$$

Após obter uma relação para v_B, ao tomar como base as cotas em B e H e aplicar Bernoulli novamente

$$Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_H + \frac{v_H^2}{2g} + \frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{B-H} \tag{2.14}$$

cancelando os termos pertinentes, temos

$$\cancel{Z_B} + \frac{v_B^2}{2g} + \cancel{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} = Z_H + \cancel{\frac{v_H^2}{2g}} + \cancel{\frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{B-H}} \tag{2.15}$$

então

$$\frac{v_B^2}{2g} = Z_H \tag{2.16}$$

Substituindo (2.13) em (2.16)

$$\begin{aligned}
\left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512\cancel{g}}{255} &= 2\cancel{g}\,Z_H && (2.17)\\
Z_H &= \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512}{510} && (2.18)
\end{aligned}$$

A pressão em A deve ser convertida para Pascal (Pa)

$$\begin{aligned}
p_A &= 0.58\,\mathrm{kgf/cm^2} && (2.19)\\
&= \frac{0.58\cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}} && (2.20)\\
&= 56\,898\,\mathrm{Pa} && (2.21)
\end{aligned}$$

e o peso específico em $\mathrm{N/m^3}$

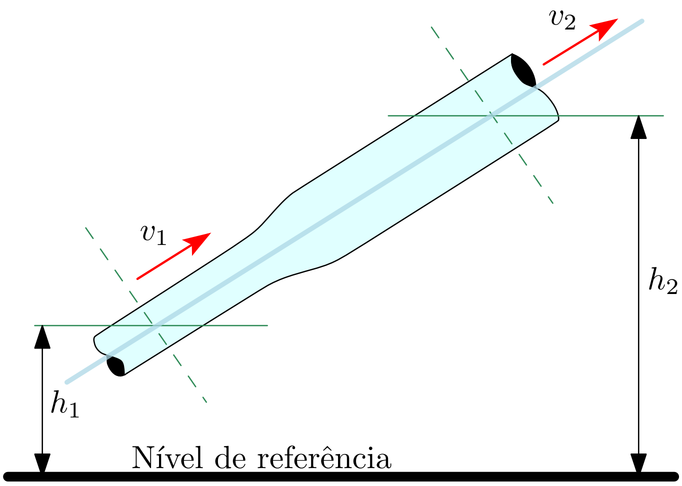
$$\begin{aligned}
\gamma_{\mathrm{H_2O}} &= 1000\,\mathrm{kgf/m^3} && (2.22)\\
&= 1000\cdot 9.81\,\mathrm{N/m^3} && (2.23)\\
&= 9810\,\mathrm{N/m^3} && (2.24)
\end{aligned}$$

como $x = 0.3\,\mathrm{m}$, após substituir em (2.18) é obtido $Z_H = H$

$$\begin{aligned}
Z_H &= \left(\frac{56\,898}{9\,810} - 0.3\right)\frac{512}{510} && (2.25)\\
&= 5.52\,\mathrm{m} && (2.26)
\end{aligned}$$

3 Terceira questão

A seção 1 possui diâmetro de 15.4 mm, pressão manométrica de 331 kPa e velocidade média de escoamento de 2 m/s. A seção 2 possui 58.9 mm de diâmetro. Supondo que não existe perdas de energia entre os pontos 1 e 2, calcular a pressão relativa no ponto 2 (resposta em kPa, com 2 casas decimais). Os desníveis verticais em relação ao plano de referência são: $h_1 = 0\,\mathrm{m}$ e $h_2 = 4.9\,\mathrm{m}$. O fluido é água, cujo peso específico é $9810\,\mathrm{N/m^3}$.



3.1 Solução

A vazão no tubo é constante, logo

$$Q_1 = Q_2 \tag{3.1}$$
$$v_1\,A_1 = v_2\,A_2 \tag{3.2}$$
$$v_1\,d_1^2 = v_2\,d_2^2 \tag{3.3}$$
$$v_2 = \frac{v_1\,d_1^2}{d_2^2} \tag{3.4}$$

Substituindo, vem

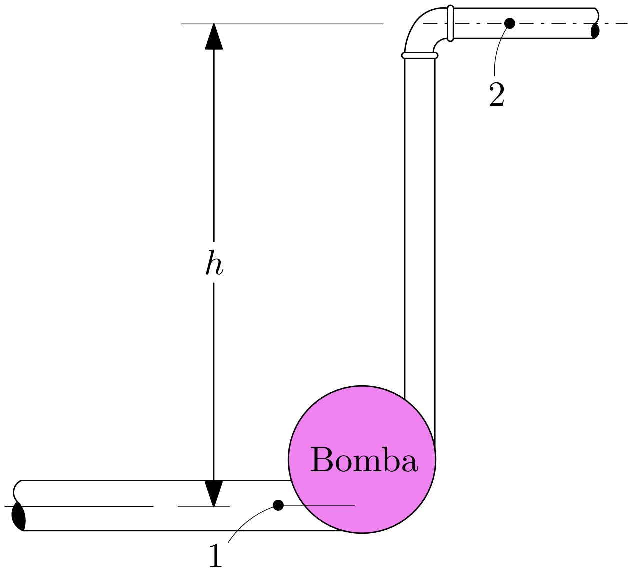
$$v_2 = \frac{2 \cdot 0.0154^2}{0.0589^2} \tag{3.5}$$
$$= 0.1367\,\mathrm{m/s} \tag{3.6}$$

Com a velocidade do fluído no ponto 2 calculada, se aplicarmos Bernoulli desprezando a cota em 1, chegamos que

$$\cancel{Z_1} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + \underbrace{\cancel{hf_{1-2}}}_{\text{desprezível}} \tag{3.7}$$
$$p_2 = \gamma_{\mathrm{H_2O}}\left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - Z_2\right) \tag{3.8}$$
$$= 9\,810 \cdot \left(\frac{2^2 - 0.1367^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{331\,000}{9\,810} - 4.9\right) \tag{3.9}$$
$$= 284\,921.653\,\mathrm{Pa} = 284.92\,\mathrm{kPa} \tag{3.10}$$

4 Quarta questão

Na figura, os diâmetros da sucção e recalque são de 3 e 2 polegadas, respectivamente. As pressões relativas nos pontos 1 e 2 são $-12.9\,\mathrm{kPa}$ e $336.8\,\mathrm{kPa}$, respectivamente. Pela tubulação passa água na vazão de $1093\,\mathrm{L/min}$. A perda de carga entre os pontos 1 e 2 é de $1.25\,\mathrm{m}$ e o desnível vertical h é de $9.1\,\mathrm{m}$. Calcule a potência hidráulica da bomba em cv (uma casa decimal).



- $735\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{cv}$
- $\gamma_{\mathrm{H_2O}} = 9810\,\mathrm{N/m^3}$
- Água escoa de 1 para 2.
- Desprezar variação de carga cinética. entre os pontos 1 e 2.

4.1 Solução

Inicialmente é necessário converter a vazão dada em litros por minuto (L/min) para metros cúbicos por segundo ($\mathrm{m^3/s}$), assim

$$\begin{aligned} Q &= 1093\,\mathrm{L/min} && (4.1)\\ &= \frac{1093\cdot 10^{-3}}{60}\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}} && (4.2)\\ &= 1.821\,667\times 10^{-2}\,\mathrm{m^3/s} && (4.3)\end{aligned}$$

Aplicando Bernoulli contabilizando o efeito da bomba do lado esquerdo da equação, obtemos

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{1-2} \quad (4.4)$$

Ao desprezar a cota no ponto 1, os dois termos de carga cinética em cada lado da equação anterior e isolar h_b, temos

$$h_b = \frac{p_2 - p_1}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + Z_2 + hf_{1-2} \quad (4.5)$$

Após multiplicar por 1000 as pressões em kPa e desenvolver os cálculos

$$h_b = \frac{336\,800 - (-12\,900)}{9810} + 9.1 + 1.25 \tag{4.6}$$

$$\approx 46\,\mathrm{m} \tag{4.7}$$

Dessa forma, a potência dissipada pela bomba é dada por

$$P = \gamma_{\mathrm{H_2O}}\, Q\, h_b \tag{4.8}$$

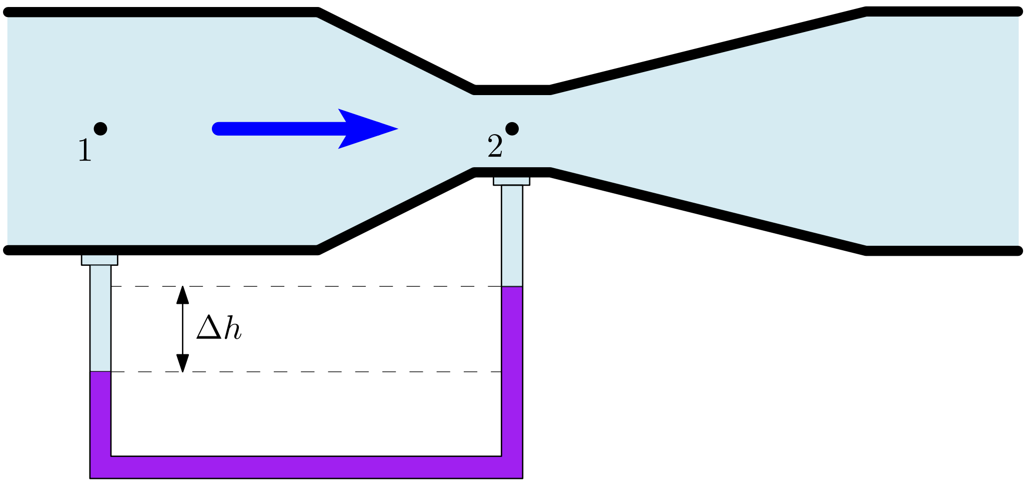
Substituindo

$$P = 9810 \cdot 1.821667 \cdot 10^{-2} \cdot 46 \tag{4.9}$$

$$= 8220.454\,\mathrm{W} = 11.2\,\mathrm{cv} \tag{4.10}$$

5 Quinta questão

A figura abaixo representa um Tubo Venturi empregado para a medição de vazão em condutos pressurizados. O Tubo Venturi está equipado com um manômetro diferencial de mercúrio. O diâmetro da seção de escoamento 1 é 14.5 cm e da seção 2 é 3.3 cm. Calcular a vazão teórica de água sabendo que a deflexão manométrica Δh é 34.3 cm. Expressar a resposta em m^3/h com duas casas decimais.

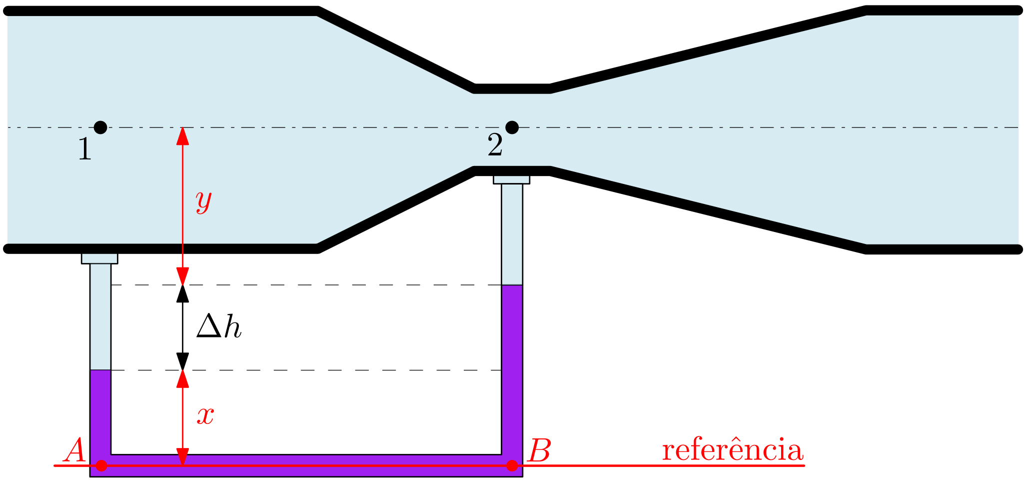


Informações adicionais:

- Tubo de Venturi está instalado em nível.
- Desprezar a perda de carga entre os pontos 1 e 2
- $\rho_{\mathrm{Hg}} = 13.6\,\mathrm{g/cm^3}$
- $\rho_{\mathrm{H_2O}} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$

5.1 Solução

Primeiramente, estabelecendo o referencial na parte inferior do tubo é possível obter a relação das pressões atuantes em cada ponto devido a ação das colunas de água e mercúrio acima de cada um e, a partir disso, chegar numa equação que relaciona a diferença de pressão entre os pontos 1 e 2, como segue



$$\begin{cases} p_A = \gamma_{H_2O}(y + \Delta h) + \gamma_{Hg}\, x + p_1 \\ p_B = \gamma_{H_2O}\, y + \gamma_{Hg}(\Delta h + x) + p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_A = \gamma_{H_2O}\, y + \gamma_{H_2O}\, \Delta h + \gamma_{Hg}\, x + p_1 \\ p_B = \gamma_{H_2O}\, y + \gamma_{Hg}\, \Delta h + \gamma_{Hg}\, x + p_2 \end{cases}$$

Como $p_A = p_B$

$$\gamma_{H_2O}\, y + \gamma_{H_2O}\, \Delta h + \gamma_{Hg}\, x + p_1 = \gamma_{H_2O}\, y + \gamma_{Hg}\, \Delta h + \gamma_{Hg}\, x + p_2 \tag{5.1}$$
$$\cancel{\gamma_{H_2O}\, y} + \gamma_{H_2O}\, \Delta h + \cancel{\gamma_{Hg}\, x} + p_1 = \cancel{\gamma_{H_2O}\, y} + \gamma_{Hg}\, \Delta h + \cancel{\gamma_{Hg}\, x} + p_2 \tag{5.2}$$

Isolando a diferença $p_1 - p_2$

$$p_1 - p_2 = (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O})\, \Delta h \tag{5.3}$$

Feito isso, se analisarmos o Tubo de Venturi nos pontos 1 e 2 a aplicarmos Bernoulli, vem

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{H_2O}} + hf_{1-2} \tag{5.4}$$

Como o tubo está em nível as cargas de posição podem ser desprezadas. O mesmo vale para o último termo do lado direito da equação que corresponde à perda de carga de 1 para 2.

$$\cancel{Z_1} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} = \cancel{Z_2} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{H_2O}} + \cancel{hf_{1-2}} \tag{5.5}$$

Portanto

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{H_2O}} \tag{5.6}$$

Após obter a equação anterior que relaciona as velocidades e as pressões da água em cada ponto, é necessário encontrar outra relação entre as velocidades que permita que a equação de cima dependa de apenas uma delas. Sabe-se que o fluxo que atravessa 1 e 2 é o mesmo, sendo assim aplicando a equação da continuidade podemos escrever

$$v_1\, d_1^2 = v_2\, d_2^2 \tag{5.7}$$

Ao substituir os valores de diâmetros fornecidos, temos

$$v_1 \cdot 0.145^2 = v_2 \cdot 0.033^2 \tag{5.8}$$
$$\therefore v_2 \approx 19.3067 \cdot v_1 \tag{5.9}$$

Substituindo (5.9) em (5.6) e manipulando a equação

$$v_1 = \sqrt{\frac{g\,(p_1 - p_2)}{185.8744 \cdot \gamma_{\mathrm{H_2O}}}} \tag{5.10}$$

Retornando em (5.3) e substituindo os pesos específicos e a deflexão manométrica fornecidos, vem

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= (13\,600 - 1000) \cdot 9.81 \cdot 0.343 && (5.11)\\ &= 42\,396.858\,\mathrm{Pa} && (5.12) \end{aligned}$$

Ao substituir o valor obtido anteriormente em (5.10), chegamos que

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{9.81 \cdot 42\,396.858}{185.8744 \cdot 9810}} && (5.13)\\ &= 0.4776\,\mathrm{m/s} && (5.14) \end{aligned}$$

Logo o fluxo no tubo será

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 && (5.15)\\ &= v_1 \cdot A_1 && (5.16)\\ &= v_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} && (5.17)\\ &= 0.4776 \cdot \frac{\pi \cdot 0.145^2}{4} && (5.18)\\ &= 7.886\,607 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s} = 28.39\,\mathrm{m^3/h} && (5.19) \end{aligned}$$