1 Primeira questão

Um aspersor com bocal principal de 7.1 mm e bocal secundário de 4.6 mm fornece vazão de 3.27 m^3/h na pressão de 2 kgf/cm^2. Calcule a vazão fornecida pelo aspersor quando a pressão for de 4.73 kgf/cm^2. Apresentar resultado em m^3/h com duas casas decimais.

1.1 Solução

Para o problema proposto é possível considerar equação

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_1}} \tag{1.1}$$

onde Q_1 e Q_2 são as vazões antes e depos da variação de pressões, respectivamente. Nesse caso os valores de h considerarão a pressão de água no aspersor em cada instante, logo

$$\begin{aligned} \frac{3.27}{Q_2} &= \sqrt{\frac{2}{4.73}} & (1.2) \\ Q_2 &= 5.03\,\mathrm{m^3/h} & (1.3) \end{aligned}$$

Note que a equação considerada dispensa a perda de carga (C_d) nos bocais e as características geométricas da seção transversal já que antes e depois o arranjo é o mesmo.

2 Segunda questão

A figura abaixo ilustra um bueiro (ou galeria) de seção de escoamento quadrada instalado sob uma estrada. A seção de escoamento do bueiro deve ser projetada para que na condição de vazão máxima o nível da água na entrada do bueiro seja igual a altura (l) do bueiro. Considere que o coeficiente de descarga para a condição de projeto vale 0.54. O projeto deve considerar que a vazão máxima na área de contribuição do bueiro é de 392 $m^3h^{-1}ha^{-1}$. A área de contribuição tem 21.4 hectares. Determine a largura da seção do bueiro (resultado em metros, com 3 casas decimais).

- $1\,\mathrm{ha} = 10\,000\,\mathrm{m^2}$
- Considere que é um problema de orifícios grandes.

2.1 Solução

Aplicando a equação da vazão para orifícios grandes, vem

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\,C_d\,L\,(h_2^{3/2} - h_1^{3/2}) \tag{2.1}$$

A partir da geometria do exercício, chega-se que $L = l$, $h_1 = 0$ e $h_2 = l$, assim

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\,C_d\,l^{5/2} \tag{2.2}$$

Substituindo os dados fornecidos e considerando as devidas conversões

$$\begin{aligned} \frac{392 \cdot 21.4}{3600} &= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81} \cdot 0.54 \cdot l^{5/2} & (2.3) \\ l &= 1.164\,\mathrm{m} & (2.4) \end{aligned}$$

3 Terceira questão

Um tanque com dimensões desconhecidas é completamente esvaziado de um orifício de fundo ($C_d = 0.61$) em 87 minutos. Calcule o novo tempo de esvaziamento após adaptarmos ao orifício um bocal cilíndrico de mesmo diâmetro interno, porém com $C_c = 1.00$ e $C_v = 0.81$. Apresente o resultado em minutos, com duas casas decimais.

3.1 Solução

O tempo de esvaziamento por orifícios e bocais é dado por

$$\Delta t = \frac{2\,A_{\text{reservatório}}}{C_d\,A_{\text{orifício}}\sqrt{2g}}(h_1^{1/2} - h_2^{1/2}) \tag{3.1}$$

No primeiro instante

$$\begin{aligned} 87 \cdot 60 &= \frac{2 \cdot A_{\text{reservatório}} \cdot x^{1/2}}{0.61 \cdot A_{\text{orifício}} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81}} && (3.2) \\ \frac{A_{\text{reservatório}} \cdot x^{1/2}}{A_{\text{orifício}} \cdot \sqrt{2g}} &= 1592.1 = \text{constante} && (3.3) \end{aligned}$$

De forma análoga, para o bocal adaptado, temos

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{2\,\text{constante}}{C_d} && (3.4) \\ &= \frac{2\,\text{constante}}{C_c\,C_v} && (3.5) \\ &= \frac{2 \cdot 1592.1}{1 \cdot 0.81} && (3.6) \\ \Delta t &= 3931.111\,\text{s} && (3.7) \\ &= 65.52\,\text{min} && (3.8) \end{aligned}$$

4 Quarta questão

Objetivando-se calibrar uma placa de orifício com $d/D = 0.5$ (ou seja, $\beta = 0.5$) instalada numa tubulação de 150 mm de diâmetro, utilizou-se um tanque volumétrico de formato cilíndrico com 1.5 m de diâmetro para coletar o volume de água descarregado num intervalo de tempo e, deste modo, determinar a vazão real através da tubulação. Considere que a placa de orifício é equipada com um manômetro diferencial de mercúrio. Quando o manômetro diferencial acusava uma deflexão manométrica de 18.3 mm de coluna de mercúrio, havia a variação do nível d'água no tanque volumétrico de 82.2 cm em 5 minutos. Calcule o coeficiente de descarga da placa de orifício. (Tubulação em nível: $Z_1 = Z_2$; $\gamma_{\text{Hg}} = 13\,600\,\text{kgf/m}^3$; $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1000\,\text{kgf/m}^3$).

- Resultado com 3 casas decimais.
- Utilizar pelo menos 4 algarismos significativos em todos os cálculos.

4.1 Solução

A primeira consideração a ser feita diz respeito a diferença de pressão indicada nos pontos 1 e 2 pelo manômetro diferencial. Da aula anterior, para a mesma situação estudada, tem-se a seguinte equação pode ser aplicada

$$p_1 - p_2 = (\gamma_{\mathrm{Hg}} - \gamma_{\mathrm{H_2O}})\,\Delta h \tag{4.1}$$

onde Δ é a deflexão manométrica.
Ao aplicar a equação de Bernoulli no trecho analisado, é possível escrever

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \tag{4.2}$$

Substituindo (4.1) em (4.2), vem

$$\frac{(\gamma_{\mathrm{Hg}} - \gamma_{\mathrm{H_2O}})\,\Delta h}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \tag{4.3}$$

Ao considerar que o fluxo no estrangulamento é o mesmo em 1 e 2, aplicando a equação da continuidade

$$A_1\,v_1 = A_2\,v_2 \tag{4.4}$$

logo

$$D^2\,v_1 = d^2\,v_2 \tag{4.5}$$

sendo $\beta = 0.5$, tem-se que

$$\frac{d}{D} = 0.5 \tag{4.6}$$

para $D = 150\,\mathrm{mm} = 0.15\,\mathrm{m}$, vem

$$d = 0.075\,\mathrm{m} \tag{4.7}$$

Substituindo o valor de d em (4.5)

$$\begin{aligned} 0.15^2\,v_1 &= 0.075^2\,v_2 && (4.8)\\ v_2 &= 4v_1 && (4.9)\end{aligned}$$

Se for substituído o valor de v_2 em (4.10)

$$\frac{(\gamma_{\mathrm{Hg}} - \gamma_{\mathrm{H_2O}})\,\Delta h}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = \frac{15\,v_1^2}{2g} \tag{4.10}$$

dessa forma

$$\begin{aligned} \frac{(13\,600 - 1000)\cdot 0.0183}{1000} &= \frac{15\,v_1^2}{2\cdot 9.81} && (4.11)\\ v_1 &= 0.549\,\mathrm{m/s} && (4.12)\end{aligned}$$

A vazão teórica é dada por

$$\begin{aligned} Q_{\text{teórica}} &= v_2\,A_{\text{orifício}} && (4.13)\\ &= 2.1967\cdot\frac{\pi\cdot 0.075^2}{4} && (4.14)\\ &= 9.705\times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s} && (4.15)\end{aligned}$$

a vazão real Q será dada em função da variação do nível de fluido no reservatório ao longo do tempo, assim

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{V}{\Delta t} && (4.16)\\
&= \frac{A\,\Delta h'}{\Delta t} && (4.17)\\
&= \frac{\pi\, d'^2}{4}\frac{\Delta h'}{\Delta t} && (4.18)\\
&= \frac{\pi \cdot 1.5^2}{4}\cdot\frac{0.822}{5\cdot 60} && (4.19)\\
&= 4.842\times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} && (4.20)
\end{aligned}
$$

portanto, a perda de carga C_d será

$$
\begin{aligned}
C_d &= \frac{Q}{Q_{\text{teórica}}} && (4.21)\\
&= \frac{4.842\cdot \cancel{10^{-3}}}{9.705\cdot \cancel{10^{-3}}} && (4.22)\\
&= 0.499 && (4.23)
\end{aligned}
$$