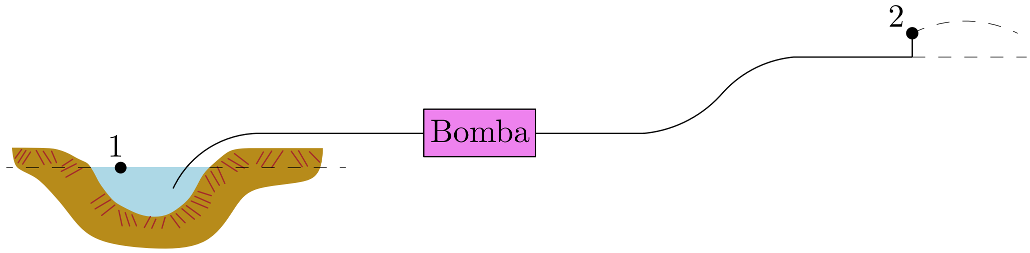
1 Primeira questão

Calcule a energia fornecida pela bomba (h_b em m, com duas casas decimais) considerando o esquema abaixo. O aspersor localizado no ponto 2 opera com pressão de $4\,\mathrm{kgf/cm^2}$ e a vazão que escoa na canalização é de $10\,\mathrm{m^3/h}$. O diâmetro da tubulação é de 50 mm e a perda de carga total entre os pontos 1 e 2 é de 15 m. A carga cinética no ponto 1 é desprezível e este ponto é uma superfície livre sujeita a pressão atmosférica. A cota em 1 vale 100 m e em 2 vale 146.3 m.

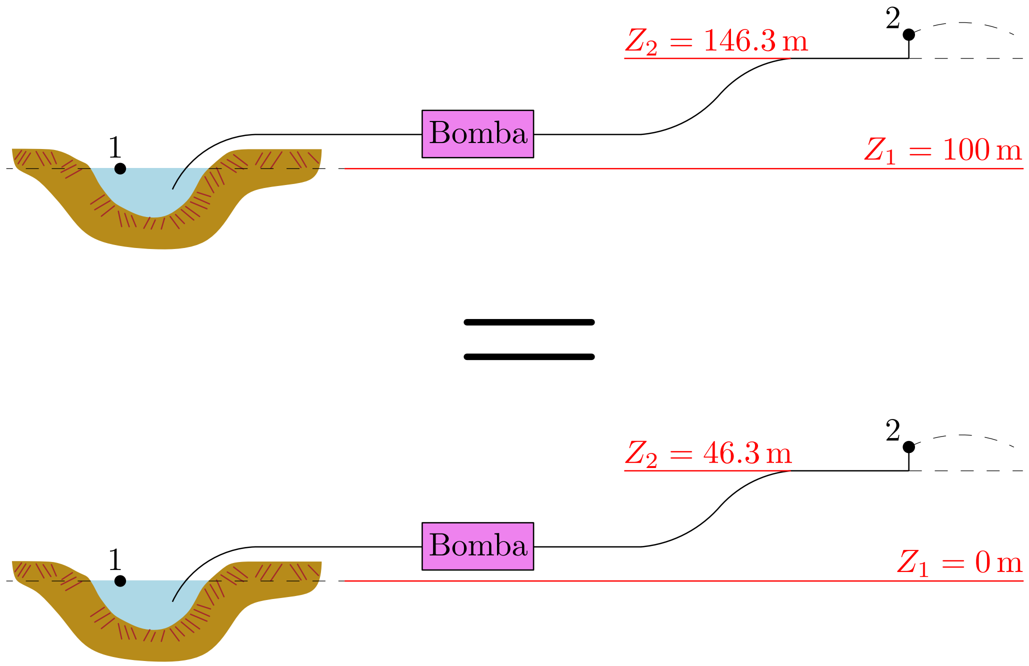


1.1 Solução

A energia fornecida pela bomba pode ser dada pela equação de Bernoulli modificada como segue

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} \tag{1}$$

A partir do que é dito no enunciado algumas simplificações podem ser feitas na equação anterior. Ao mudar o referencial das cotas é possível desprezar Z_1 fixando $Z_2 = 46.3\,\mathrm{m}$. No ponto 1 é cabível desprezar a pressão atuante, já que somente as moléculas da atmosfera agem. A carga cinética também é desprezada. Do lado direito da Equação de Bernoulli todos os termos serão considerados, só que para haver a substituição dos valores visando calcular h_b as devidas conversões devem ser feitas para o Sistema Internacional.



Para a pressão, é sabido que 1 kgf corresponde a 9.81 N, então

$$\begin{aligned} p_2 &= 4\,\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} && (2)\\ &= \frac{4\cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\text{N}}{\text{m}^2} && (3)\\ &= 392\,400\,\text{Pa} && (4)\end{aligned}$$

A vazão dada em m^3/h deve ser convertida para m^3/s como segue

$$\begin{aligned} Q_2 &= 10\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} && (5)\\ &= \frac{10}{3600}\frac{\text{m}^3}{\text{s}} && (6)\\ &= 2.777\times 10^{-3}\,\text{m}^3/\text{s} && (7)\end{aligned}$$

Após obter a vazão Q_2, para calcular a velocidade é preciso considerar a fluxo de água que atravessa a seção transversal do tubo como é descrito pela equação

$$Q_2 = v_2 \cdot A \qquad (8)$$

assim

$$\begin{aligned} Q_2 &= v_2\cdot\frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow && (9)\\ \Rightarrow v_2 &= \frac{4Q_2}{\pi d^2} && (10)\end{aligned}$$

como $d_2 = 50\,\text{mm} = 0.05\,\text{m}$, vem

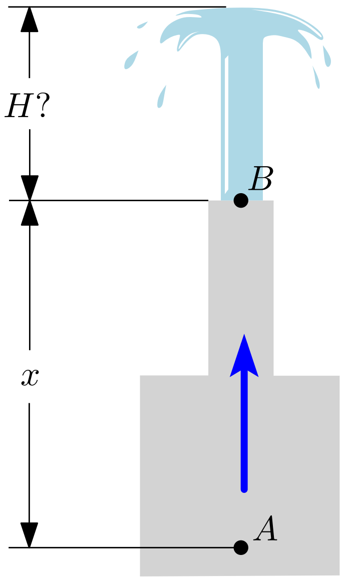
$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{4\cdot 0.00277}{\pi\cdot 0.05^2} && (11)\\ &= 1.411\,\text{m/s} && (12)\end{aligned}$$

Substituindo em (1)

$$\begin{aligned} h_b &= Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} && (13)\\ &= 46.3 + \frac{1.411^2}{2\cdot 9.81} + \frac{392\,400}{9\,810} + 15 && (14)\\ &= 101.40\,\text{m} && (15)\end{aligned}$$

2 Segunda questão

Após percorrer o trecho vertical AB, a água descarrega em forma de jato na atmosfera, como mostra a figura abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo A é quatro vezes maior que o de B e que a pressão no ponto A é de $0.58\,\text{kgf/cm}^2$, estime a altura H do jato (resultado em m, com duas casas decimais), desprezando as perdas de carga e as perdas devido ao atrito com o ar. O fluido é água ($\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1000\,\text{kgf/m}^3$) e a distância vertical entre A e B vale 0.3 m.



2.1 Solução

O primeiro trecho analisado estabelece a conservação de energia entre as cotas A e B. Ao escrever a equação de Bernoulli nesse caso, obtemos

$$Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{A-B} \tag{16}$$

A partir da figura e das considerações feitas no enunciado podemos cancelar os seguintes termos

$$\cancel{Z_A} + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \cancelto{p_B = p_{\mathrm{atm}}}{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{A-B}} \tag{17}$$

logo

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} \tag{18}$$

Como o fluxo que atravessa a seção transversal da tubulação em A e B é o mesmo, é possível determinar a relação entre as velocidades e denotar v_B como função de v_A, assim

$$Q_A = Q_B \tag{19}$$

$$v_A\, A_A = v_B\, A_B \tag{20}$$

$$v_A \frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} = v_B \frac{\cancel{\pi} d_A^2}{\cancel{4}} \tag{21}$$

$$v_A\, d_A^2 = v_B\, d_B^2 \tag{22}$$

Sendo $d_A = 4\, d_B$, vem

$$v_A\, (4d_B)^2 = v_B\, d_B^2 \tag{23}$$

$$v_A = \frac{v_B}{16} \tag{24}$$

Retornando em (18) e substituindo v_A

$$\begin{aligned}
\frac{(v_B/16)^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x + \frac{v_B^2}{2g} && (25)\\
\frac{v_B^2}{512g} + \frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x + \frac{256\, v_B^2}{512g} && (26)\\
\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} &= x + \frac{255\, v_B^2}{512g} && (27)\\
\therefore v_B^2 &= \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512g}{255} && (28)
\end{aligned}$$

Após obter uma relação para v_B, ao tomar como base as cotas em B e H e aplicar Bernoulli novamente

$$Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} = Z_H + \frac{v_H^2}{2g} + \frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} + hf_{B-H} \tag{29}$$

cancelando os termos pertinentes, temos

$$\cancel{Z_B} + \frac{v_B^2}{2g} + \cancel{\frac{p_B}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} = Z_H + \cancel{\frac{v_H^2}{2g}} + \cancel{\frac{p_H}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}}} + \cancel{hf_{B-H}} \tag{30}$$

então

$$\frac{v_B^2}{2g} = Z_H \tag{31}$$

Substituindo (28) em (31)

$$\begin{aligned}
\left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512\cancel{g}}{255} &= 2\cancel{g}\, Z_H && (32)\\
Z_H &= \left(\frac{p_A}{\gamma_{\mathrm{H_2O}}} - x\right)\frac{512}{510} && (33)
\end{aligned}$$

A pressão em A deve ser convertida para Pascal (Pa)

$$\begin{aligned}
p_A &= 0.58\,\mathrm{kgf/cm^2} && (34)\\
&= \frac{0.58 \cdot 9.81}{(10^{-2})^2}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}} && (35)\\
&= 56\,989\,\mathrm{Pa} && (36)
\end{aligned}$$

e o peso específico em $\mathrm{N/m^3}$

$$\begin{aligned}
\gamma_{\mathrm{H_2O}} &= 1000\,\mathrm{kgf/m^3} && (37)\\
&= 1000 \cdot 9.81\,\mathrm{N/m^3} && (38)\\
&= 9810\,\mathrm{N/m^3} && (39)
\end{aligned}$$

como $x = 0.3\,\mathrm{m}$, após substituir em (33) é obtido $Z_H = H$

$$\begin{aligned}
Z_H &= \left(\frac{56\,989}{9\,810} - 0.3\right)\frac{512}{510} && (40)\\
&= 5.53\,\mathrm{m} && (41)
\end{aligned}$$