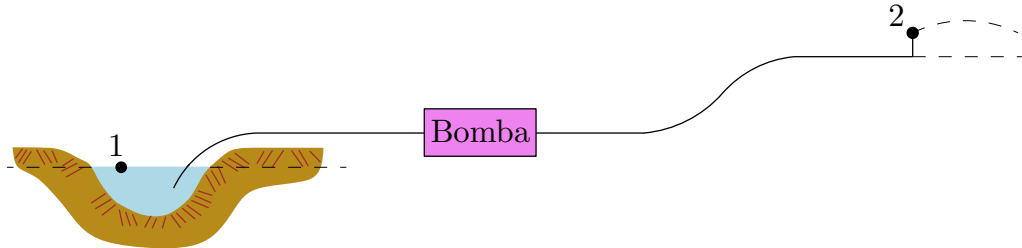


1 Primeira questão

Calcule a energia fornecida pela bomba (h_b em m, com duas casas decimais) considerando o esquema abaixo. O aspersor localizado no ponto 2 opera com pressão de 4 kgf/cm^2 e a vazão que escoar na canalização é de $10 \text{ m}^3/\text{h}$. O diâmetro da tubulação é de 50 mm e a perda de carga total entre os pontos 1 e 2 é de 15 m . A carga cinética no ponto 1 é desprezível e este ponto é uma superfície livre sujeita a pressão atmosférica. A cota em 1 vale 100 m e em 2 vale 146.3 m .

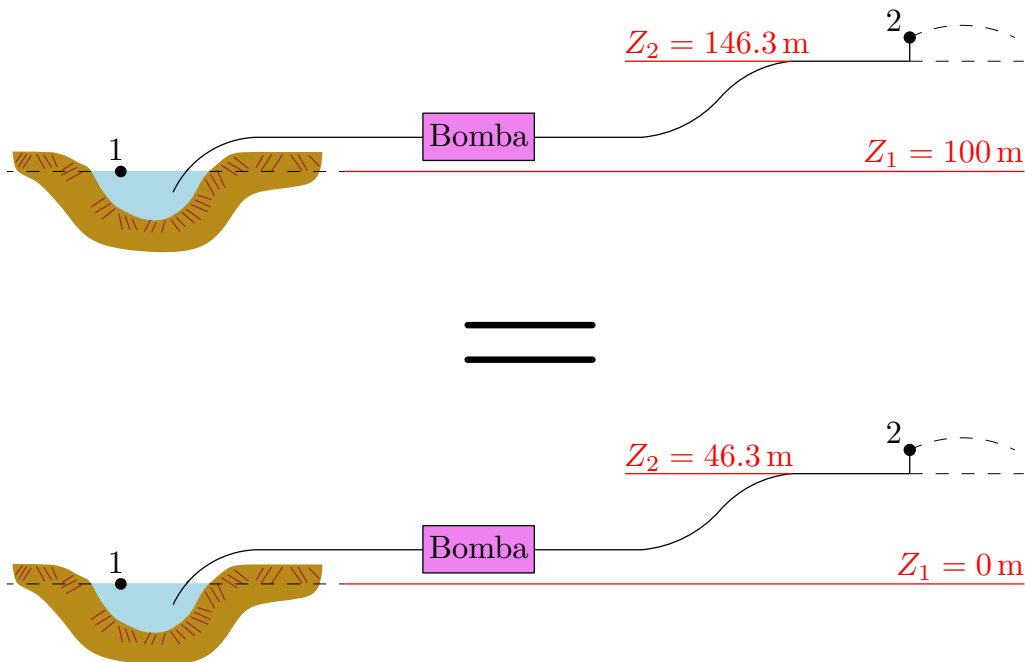


1.1 Solução

A energia fornecida pela bomba pode ser dada pela equação de Bernoulli modificada como segue

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_{f_{1-2}} \quad (1)$$

A partir do que é dito no enunciado algumas simplificações podem ser feitas na equação anterior. Ao mudar o referencial das cotas é possível desprezar Z_1 fixando $Z_2 = 46.3 \text{ m}$. No ponto 1 é cabível desprezar a pressão atuante, já que somente as moléculas da atmosfera agem. A carga cinética também é desprezada. Do lado direito da Equação de Bernoulli todos os termos serão considerados, só que para haver a substituição dos valores visando calcular h_b as devidas conversões devem ser feitas para o Sistema Internacional.



Para a pressão, é sabido que 1 kgf corresponde a 9.81 N, então

$$p_2 = 4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (2)$$

$$= \frac{4 \cdot 9.81 \text{ N}}{(10^{-2})^2 \text{ m}^2} \quad (3)$$

$$= 392\,400 \text{ Pa} \quad (4)$$

A vazão dada em m^3/h deve ser convertida para m^3/s como segue

$$Q_2 = 10 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \quad (5)$$

$$= \frac{10 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} \quad (6)$$

$$= 2.777 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \quad (7)$$

Após obter a vazão Q_2 , para calcular a velocidade é preciso considerar a fluxo de água que atravessa a seção transversal do tubo como é descrito pela equação

$$Q_2 = v_2 \cdot A \quad (8)$$

assim

$$Q_2 = v_2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \quad (9)$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{4Q_2}{\pi d^2} \quad (10)$$

como $d_2 = 50 \text{ mm} = 0.05 \text{ m}$, vem

$$v_2 = \frac{4 \cdot 0.00277}{\pi \cdot 0.05^2} \quad (11)$$

$$= 1.411 \text{ m/s} \quad (12)$$

Substituindo em (1)

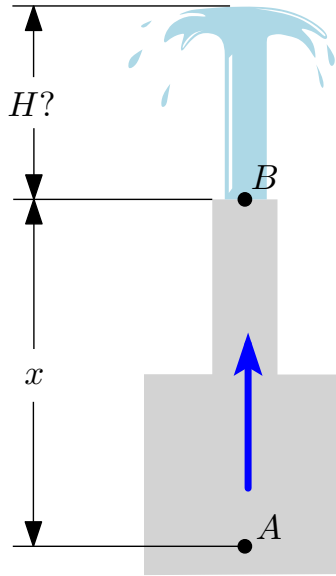
$$h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + hf_{1-2} \quad (13)$$

$$= 46.3 + \frac{1.411^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{392\,400}{9\,810} + 15 \quad (14)$$

$$= 101.40 \text{ m} \quad (15)$$

2 Segunda questão

Após percorrer o trecho vertical AB , a água descarrega em forma de jato na atmosfera, como mostra a figura abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo A é quatro vezes maior que o de B e que a pressão no ponto A é de 0.58 kgf/cm^2 , estime a altura H do jato (resultado em m, com duas casas decimais), desprezando as perdas de carga e as perdas devido ao atrito com o ar. O fluido é água ($\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kgf/m}^3$) e a distância vertical entre A e B vale 0.3 m .



2.1 Solução

O primeiro trecho analisado estabelece a conservação de energia entre as cotas A e B . Ao escrever a equação de Bernoulli nesse caso, obtemos

$$Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + hf_{A-B} \quad (16)$$

A partir da figura e das considerações feitas no enunciado podemos cancelar os seguintes termos

$$\cancel{Z_A} + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + \cancel{hf_{A-B}} \quad (17)$$

$\nearrow p_B = p_{\text{atm}}$

logo

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = Z_B + \frac{v_B^2}{2g} \quad (18)$$

Como o fluxo que atravessa a seção transversal da tubulação em A e B é o mesmo, é possível determinar a relação entre as velocidades e denotar v_B como função de v_A , assim

$$Q_A = Q_B \quad (19)$$

$$v_A A_A = v_B A_B \quad (20)$$

$$v_A \frac{\pi d_A^2}{4} = v_B \frac{\pi d_A^2}{4} \quad (21)$$

$$v_A d_A^2 = v_B d_B^2 \quad (22)$$

Sendo $d_A = 4 d_B$, vem

$$v_A (4d_B)^2 = v_B d_B^2 \quad (23)$$

$$v_A = \frac{v_B}{16} \quad (24)$$

Retornando em (18) e substituindo v_A

$$\frac{(v_B/16)^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} = x + \frac{v_B^2}{2g} \quad (25)$$

$$\frac{v_B^2}{512g} + \frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} = x + \frac{256 v_B^2}{512g} \quad (26)$$

$$\frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} = x + \frac{255 v_B^2}{512g} \quad (27)$$

$$\therefore v_B^2 = \left(\frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} - x \right) \frac{512g}{255} \quad (28)$$

Após obter uma relação para v_B , ao tomar como base as cotas em B e H e aplicar Bernoulli novamente

$$Z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma_{H_2O}} = Z_H + \frac{v_H^2}{2g} + \frac{p_H}{\gamma_{H_2O}} + hf_{B-H} \quad (29)$$

cancelando os termos pertinentes, temos

$$\cancel{Z_B} + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\gamma_{H_2O}}} = Z_H + \frac{\cancel{v_H^2}}{\cancel{2g}} + \frac{\cancel{p_H}}{\cancel{\gamma_{H_2O}}} + \cancel{hf_{B-H}} \quad (30)$$

então

$$\frac{v_B^2}{2g} = Z_H \quad (31)$$

Substituindo (28) em (31)

$$\left(\frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} - x \right) \frac{512g}{255} = 2g Z_H \quad (32)$$

$$Z_H = \left(\frac{p_A}{\gamma_{H_2O}} - x \right) \frac{512}{510} \quad (33)$$

A pressão em A deve ser convertida para Pascal (Pa)

$$p_A = 0.58 \text{ kgf/cm}^2 \quad (34)$$

$$= \frac{0.58 \cdot 9.81 \text{ N}}{(10^{-2})^2 \text{ m}^2} \quad (35)$$

$$= 56\,898 \text{ Pa} \quad (36)$$

e o peso específico em N/m^3

$$\gamma_{H_2O} = 1000 \text{ kgf/m}^3 \quad (37)$$

$$= 1000 \cdot 9.81 \text{ N/m}^3 \quad (38)$$

$$= 9810 \text{ N/m}^3 \quad (39)$$

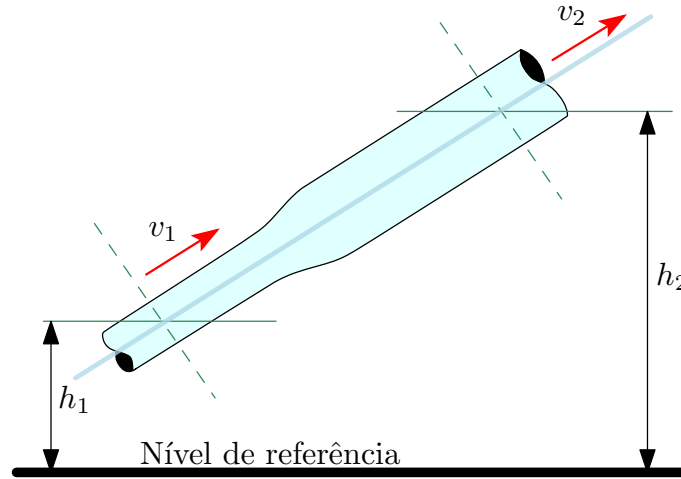
como $x = 0.3 \text{ m}$, após substituir em (33) é obtido $Z_H = H$

$$Z_H = \left(\frac{56\,898}{9\,810} - 0.3 \right) \frac{512}{510} \quad (40)$$

$$= 5.52 \text{ m} \quad (41)$$

3 Terceira questão

A seção 1 possui diâmetro de 15.4 mm, pressão manométrica de 331 kPa e velocidade média de escoamento de 2 m/s. A seção 2 possui 58.9 mm de diâmetro. Supondo que não existe perdas de energia entre os pontos 1 e 2, calcular a pressão relativa no ponto 2 (resposta em kPa, com 2 casas decimais). Os desníveis verticais em relação ao plano de referência são: $h_1 = 0$ m e $h_2 = 4.9$ m. O fluido é água, cujo peso específico é 9810 N/m^3 .



3.1 Solução

A vazão no tubo é constante, logo

$$Q_1 = Q_2 \quad (42)$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (43)$$

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2 \quad (44)$$

$$v_2 = \frac{v_1 d_1^2}{d_2^2} \quad (45)$$

Substituindo, vem

$$v_2 = \frac{2 \cdot 0.0154^2}{0.0589^2} \quad (46)$$

$$= 0.1367 \text{ m/s} \quad (47)$$

Com a velocidade do fluido no ponto 2 calculada, se aplicarmos Bernoulli desprezando a cota em 1, chegamos que

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + h_{f_{1-2}} \xrightarrow{\text{desprezível}} \quad (48)$$

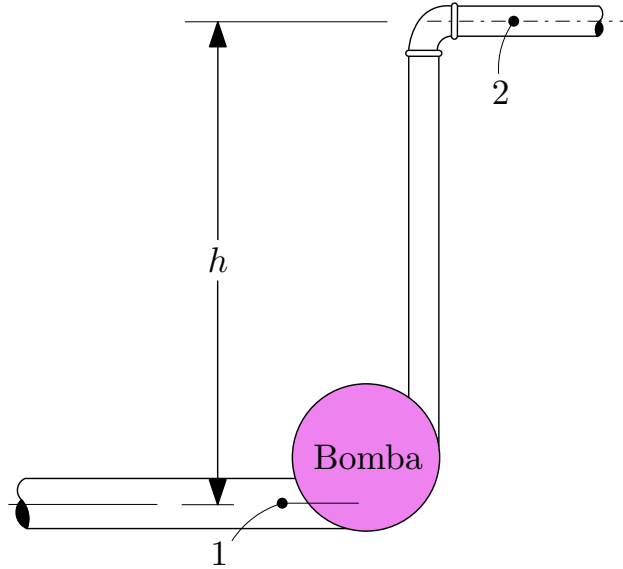
$$p_2 = \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} - Z_2 \right) \quad (49)$$

$$= 9810 \cdot \left(\frac{2^2 - 0.1367^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{331000}{9810} - 4.9 \right) \quad (50)$$

$$= 284921.653 \text{ Pa} = 284.92 \text{ kPa} \quad (51)$$

4 Quarta questão

Na figura, os diâmetros da sucção e recalque são de 3 e 2 polegadas, respectivamente. As pressões relativas nos pontos 1 e 2 são -12.9 kPa e 336.8 kPa , respectivamente. Pela tubulação passa água na vazão de 1093 L/min . A perda de carga entre os pontos 1 e 2 é de 1.25 m e o desnível vertical h é de 9.1 m . Calcule a potência hidráulica da bomba em cv (uma casa decimal).



- $735 \text{ W} = 1 \text{ cv}$
- $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 9810 \text{ N/m}^3$
- Água escoar de 1 para 2.
- Desprezar variação de carga cinética. entre os pontos 1 e 2.

4.1 Solução

Inicialmente é necessário converter a vazão dada em litros por minuto (L/min) para metros cúbicos por segundo (m^3/s), assim

$$Q = 1093 \text{ L/min} \quad (52)$$

$$= \frac{1093 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{60 \text{ s}} \quad (53)$$

$$= 1.821667 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} \quad (54)$$

Aplicando Bernoulli contabilizando o efeito da bomba do lado esquerdo da equação, obtemos

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + h_b = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + hf_{1-2} \quad (55)$$

Ao desprezar a cota no ponto 1, os dois termos de carga cinética em cada lado da equação anterior e isolar h_b , temos

$$h_b = \frac{p_2 - p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + Z_2 + hf_{1-2} \quad (56)$$

Após multiplicar por 1000 as pressões em kPa e desenvolver os cálculos

$$h_b = \frac{336\,800 - (-12\,900)}{9810} + 9.1 + 1.25 \quad (57)$$

$$\approx 46 \text{ m} \quad (58)$$

Dessa forma, a potência dissipada pela bomba é dada por

$$P = \gamma_{\text{H}_2\text{O}} Q h_b \quad (59)$$

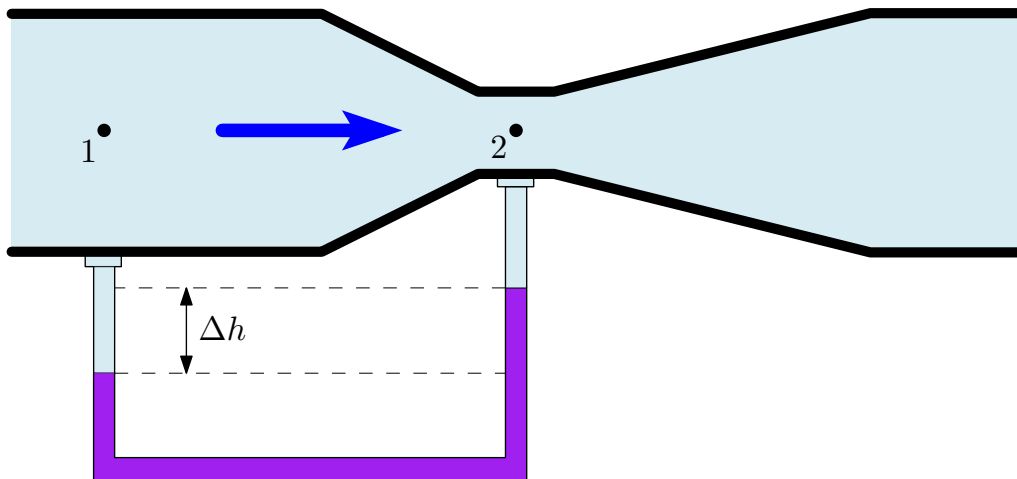
Substituindo

$$P = 9810 \cdot 1.821667 \cdot 10^{-2} \cdot 46 \quad (60)$$

$$= 8220.454 \text{ W} = 11.2 \text{ cv} \quad (61)$$

5 Quinta questão

A figura abaixo representa um Tubo Venturi empregado para a medição de vazão em condutos pressurizados. O Tubo Venturi está equipado com um manômetro diferencial de mercúrio. O diâmetro da seção de escoamento 1 é 14.5 cm e da seção 2 é 3.3 cm. Calcular a vazão teórica de água sabendo que a deflexão manométrica Δh é 34.3 cm. Expressar a resposta em m^3/h com duas casas decimais.

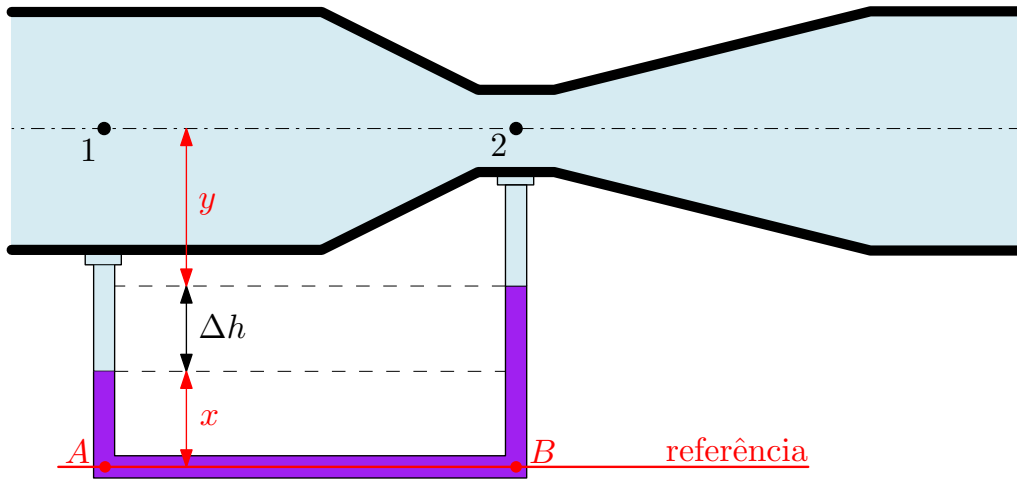


Informações adicionais:

- Tubo de Venturi está instalado em nível.
- Despreza a perda de carga entre os pontos 1 e 2
- $\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$
- $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

5.1 Solução

Primeiramente, estabelecendo o referencial na parte inferior do tubo é possível obter a relação das pressões atuantes em cada ponto devido a ação das colunas de água e mercúrio acima de cada um e, a partir disso, chegar numa equação que relaciona a diferença de pressão entre os pontos 1 e 2, como segue



$$\begin{cases} p_A = \gamma_{\text{H}_2\text{O}}(y + \Delta h) + \gamma_{\text{Hg}} x + p_1 \\ p_B = \gamma_{\text{H}_2\text{O}} y + \gamma_{\text{Hg}}(\Delta h + x) + p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_A = \gamma_{\text{H}_2\text{O}} y + \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \Delta h + \gamma_{\text{Hg}} x + p_1 \\ p_B = \gamma_{\text{H}_2\text{O}} y + \gamma_{\text{Hg}} \Delta h + \gamma_{\text{Hg}} x + p_2 \end{cases}$$

Como $p_A = p_B$

$$\gamma_{\text{H}_2\text{O}} y + \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \Delta h + \gamma_{\text{Hg}} x + p_1 = \gamma_{\text{H}_2\text{O}} y + \gamma_{\text{Hg}} \Delta h + \gamma_{\text{Hg}} x + p_2 \quad (62)$$

$$\cancel{\gamma_{\text{H}_2\text{O}} y} + \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \Delta h + \cancel{\gamma_{\text{Hg}} x} + p_1 = \cancel{\gamma_{\text{H}_2\text{O}} y} + \gamma_{\text{Hg}} \Delta h + \cancel{\gamma_{\text{Hg}} x} + p_2 \quad (63)$$

Isolando a diferença $p_1 - p_2$

$$p_1 - p_2 = (\gamma_{\text{Hg}} - \gamma_{\text{H}_2\text{O}}) \Delta h \quad (64)$$

Feito isso, se analisarmos o Tubo de Venturi nos pontos 1 e 2 e aplicarmos Bernoulli, vem

$$Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + hf_{1-2} \quad (65)$$

Como o tubo está em nível as cargas de posição podem ser desprezadas. O mesmo vale para o último termo do lado direito da equação que corresponde à perda de carga de 1 para 2.

$$\cancel{Z_1} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = \cancel{Z_2} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} + \cancel{hf_{1-2}} \quad (66)$$

Portanto

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (67)$$

Após obter a equação anterior que relaciona as velocidades e as pressões da água em cada ponto, é necessário encontrar outra relação entre as velocidades que permita que a equação de cima dependa de apenas uma delas. Sabe-se que o fluxo que atravessa 1 e 2 é o mesmo, sendo assim aplicando a equação da continuidade podemos escrever

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2 \quad (68)$$

Ao substituir os valores de diâmetros fornecidos, temos

$$v_1 \cdot 0.145^2 = v_2 \cdot 0.033^2 \quad (69)$$

$$\therefore v_2 \approx 19.3067 \cdot v_1 \quad (70)$$

Substituindo (70) em (67) e manipulando a equação

$$v_1 = \sqrt{\frac{g(p_1 - p_2)}{185.8744 \cdot \gamma_{\text{H}_2\text{O}}}} \quad (71)$$

Retornando em (64) e substituindo os pesos específicos e a deflexão manométrica fornecidos, vem

$$p_1 - p_2 = (13\,600 - 1000) \cdot 9.81 \cdot 0.343 \quad (72)$$

$$= 42\,396.858 \text{ Pa} \quad (73)$$

Ao substituir o valor obtido anteriormente em (71), chegamos que

$$v_1 = \sqrt{\frac{9.81 \cdot 42\,396.858}{185.8744 \cdot 9810}} \quad (74)$$

$$= 0.4776 \text{ m/s} \quad (75)$$

Logo o fluxo no tubo será

$$Q = Q_1 \quad (76)$$

$$= v_1 \cdot A_1 \quad (77)$$

$$= v_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} \quad (78)$$

$$= 0.4776 \cdot \frac{\pi \cdot 0.145^2}{4} \quad (79)$$

$$= 7.886\,607 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 28.39 \text{ m}^3/\text{h} \quad (80)$$