

# Algorítmica

## Práctica #2

Algoritmos Divide y Vencerás

José María Gómez García  
Fernando Lojano Mayaguari  
Valentino Lugli  
Carlos Mulero Haro



# Matriz Traspuesta FB: Ejecución

```
[CarlosMulerHaro carlos@carlos-HP-EliteBook-840-G5:~/Escritorio/Universidad/ALG/P2]
$ ./ejecprueba 4
Matriz original:

9 8 0 3
2 9 4 6
4 9 4 5
8 6 5 4

Pasos para traspasar la matriz:
Paso 1: ponemos la columna 0 de la matriz inicial como la fila 0 de la traspuesta

9 2 4 8

Paso 2: ponemos la columna 1 de la matriz inicial como la fila 1 de la traspuesta

9 2 4 8
8 9 9 6

Paso 3: ponemos la columna 2 de la matriz inicial como la fila 2 de la traspuesta

9 2 4 8
8 9 9 6
0 4 4 5

Paso 4: ponemos la columna 3 de la matriz inicial como la fila 3 de la traspuesta

9 2 4 8
8 9 9 6
0 4 4 5
3 6 5 4

Resultado:

9 2 4 8
8 9 9 6
0 4 4 5
3 6 5 4
```

# Matriz Traspuesta DyV: Ejecución

```
chemi@LAPTOP-VF95F98N /cygdrive/c/Users/chemi/Desktop/Algoritmo
$ ./m 4
Matriz inicial:
  3 4 9 2
  5 2 3 4
  4 4 4 9
  9 6 6 6
Llamda al método DyV
¿Es el caso base (2x2)? No
Divido la matriz en cuatro submatrices:
  3 4 9 2
  5 2 3 4
  4 4 4 9
  9 6 6 6
Hago una llamada al método DyV con la primera submatriz:
¿Es el caso base (2x2)? Si
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  3 4
  5 2
Cambiamos '5' por '4':
  3 5
  4 2
  3 5
  4 2
Hago una llamada al método DyV con la segunda submatriz:
¿Es el caso base (2x2)? Si
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  9 2
  3 4
Cambiamos '3' por '2':
  9 3
  2 4
  3 5
  4 2
Hago una llamada al método DyV con la tercera submatriz:
¿Es el caso base (2x2)? Si
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  4 4
  9 6
Cambiamos '9' por '4':
  4 9
  4 6
  4 9
  4 6
Hago una llamada al método DyV con la cuarta submatriz:
¿Es el caso base (2x2)? Si
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  4 9
  6 6
Cambiamos '6' por '9':
  4 6
  9 6
  4 6
  9 6
Resultado tras llamar a DyV con cada submatriz:
  3 5 9 3
  4 2 2 4
  4 9 4 6
  4 6 9 6
Intercambio la segunda submatriz con la tercera submatriz:
  3 5 4 9
  4 2 4 6
  9 3 4 6
  2 4 9 6
```

```
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  9 2
  3 4
Cambiamos '3' por '2':
  9 3
  2 4
  3 5
  4 2
Hago una llamada al método DyV con la tercera submatriz:
¿Es el caso base (2x2)? Si
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  4 4
  9 6
Cambiamos '9' por '4':
  4 9
  4 6
  3 5
  4 2
Hago una llamada al método DyV con la cuarta submatriz:
¿Es el caso base (2x2)? Si
Realizamos el intercambio en el caso de la matriz base:
  4 9
  6 6
Cambiamos '6' por '9':
  4 6
  9 6
  3 5
  4 2
Resultado tras llamar a DyV con cada submatriz:
  3 5 9 3
  4 2 2 4
  4 9 4 6
  4 6 9 6
Intercambio la segunda submatriz con la tercera submatriz:
  3 5 4 9
  4 2 4 6
  9 3 4 6
  2 4 9 6
```



## Matriz Traspuesta: Análisis Teórico

Divide y Vencerás

Fuerza Bruta

$$T(n) = \begin{cases} T(1), & \text{si } n = 2. \\ 4T(\frac{n}{2}) + n^2, & \text{si } n > 2. \end{cases}$$

$$O(n^2)$$

Cambio  $n = 2^k$

$$T(2^k) = 4T(2^{k-1}) + (2^k)^2$$

$$T(k) - 4T(k-1) = 4^k$$

$$(x-4)(x-4) = 0$$

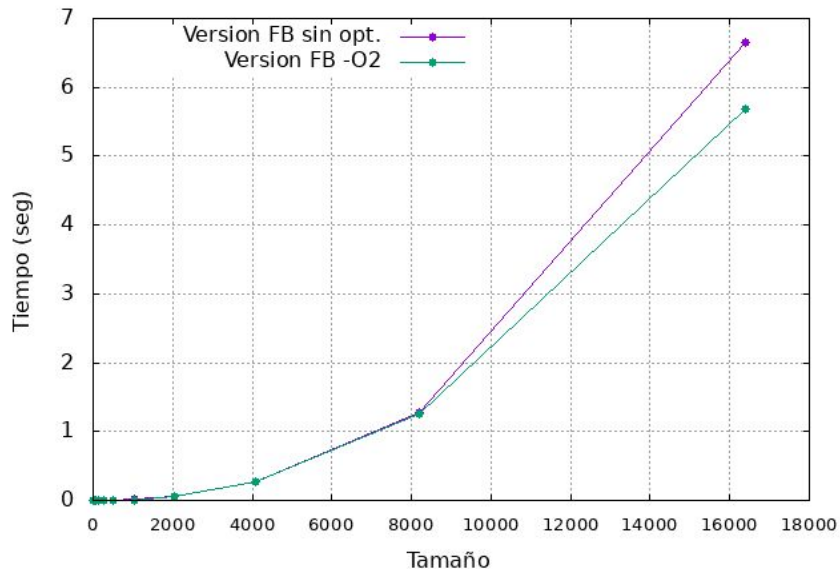
$$T(k) = C_1 4^k + C_2 k 4^k$$

$$T(n) = C_1 n^2 + C_2 n^2 \log_2(n) \implies O(n^2 \log_2(n))$$

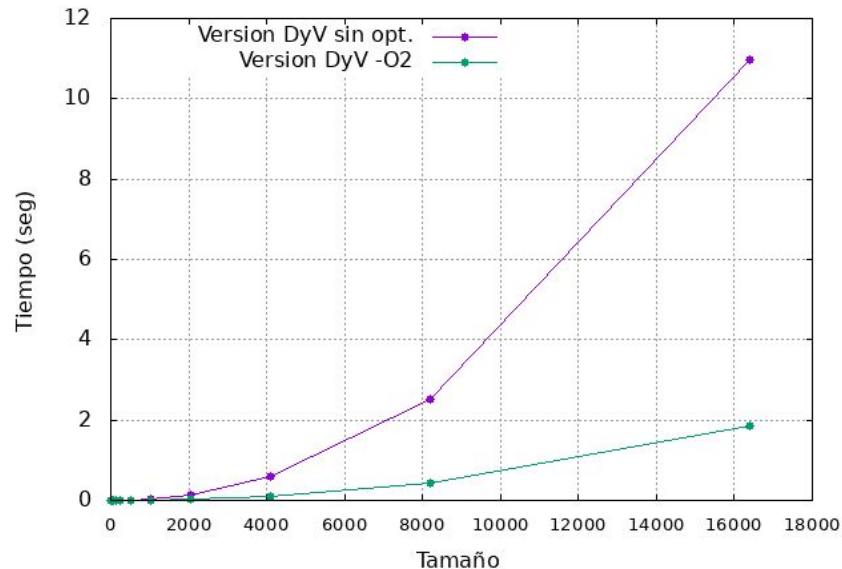


# Matriz Traspuesta: Análisis Empírico

Matriz Traspuesta: Fuerza Bruta



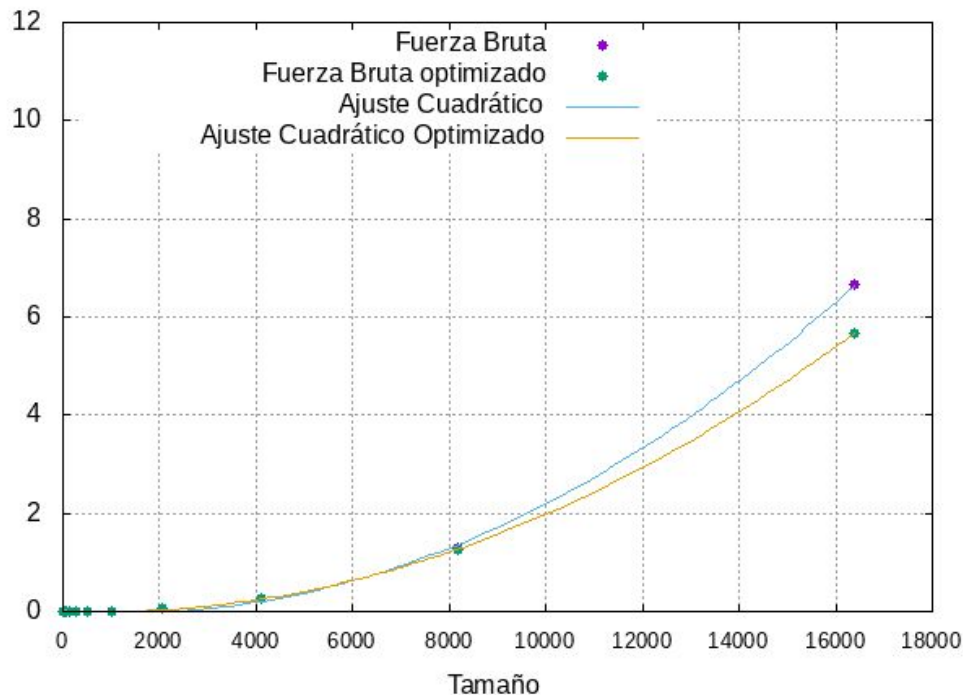
Matriz Traspuesta: Divide y Vencerás





# Matriz Traspuesta FB: Análisis Híbrido

Matriz Traspuesta Fuerza Bruta: Ajuste



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

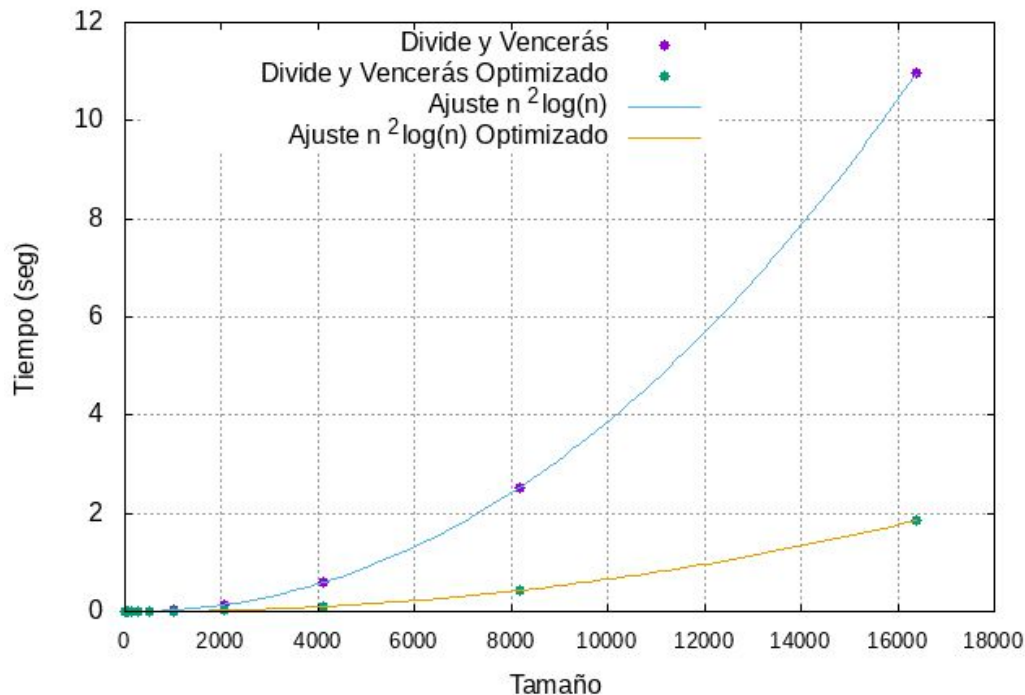
Error de ajuste

	Fuerza Bruta	FB Optimizado
a	2.108%	0.6732%
b	12.91%	6.875%
c	78.3%	60.82%



# Matriz Traspuesta DyV: Análisis Híbrido

Matriz Traspuesta Divide y Vencerás: Ajuste



$$f(x) = ax^2 \log(x) + b$$

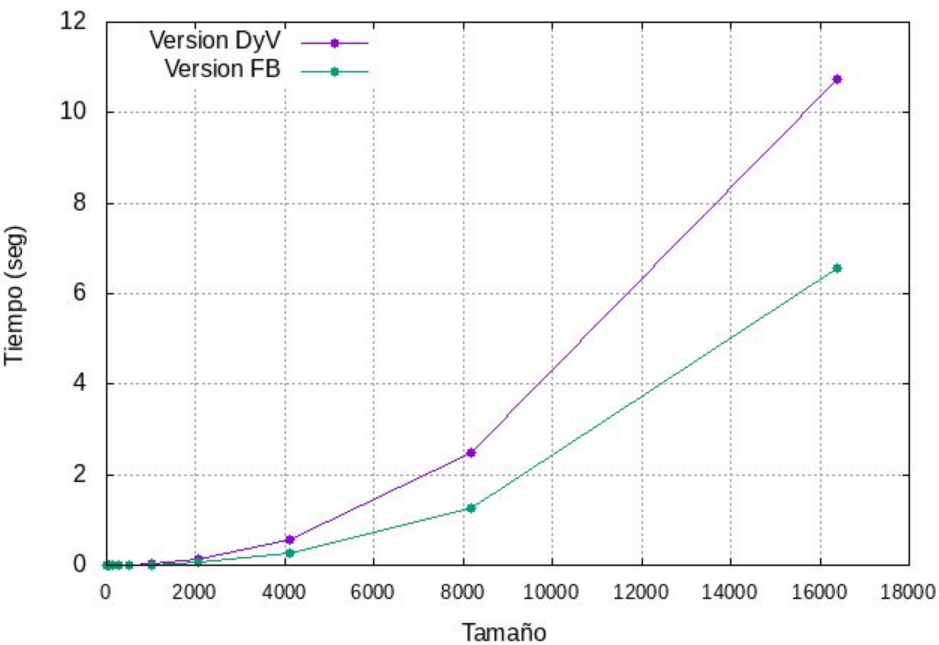
Error de ajuste

	DyV	DyV Optimizado
a	0.04571%	0.3647%
b	126.8%	227.2%

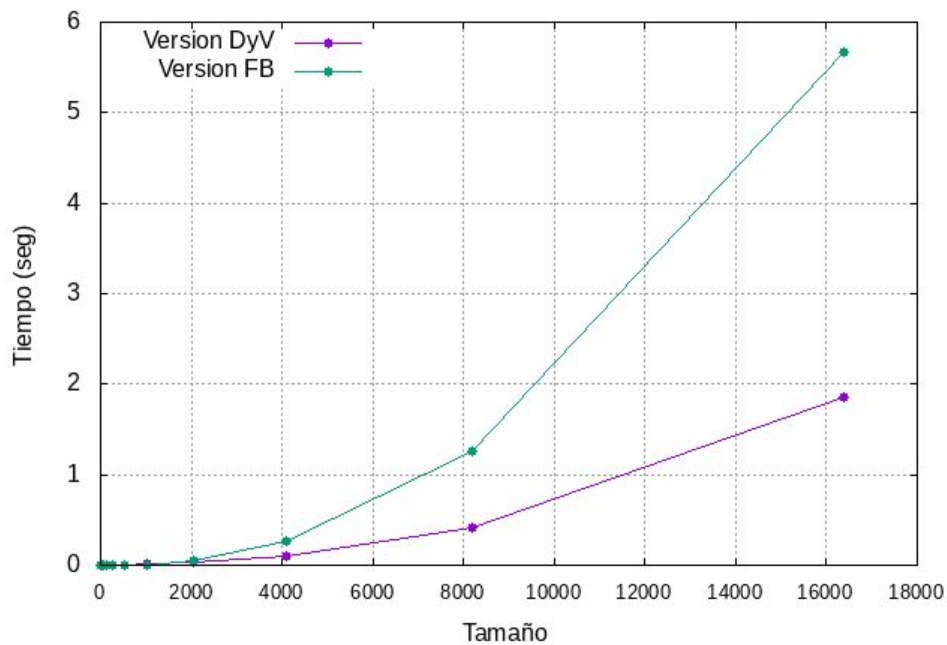


# Matriz Traspuesta: Umbral

Matriz Traspuesta: Divide y Vencerás vs Fuerza Bruta



Matriz Traspuesta Optimizada: Divide y Vencerás vs Fuerza Bruta

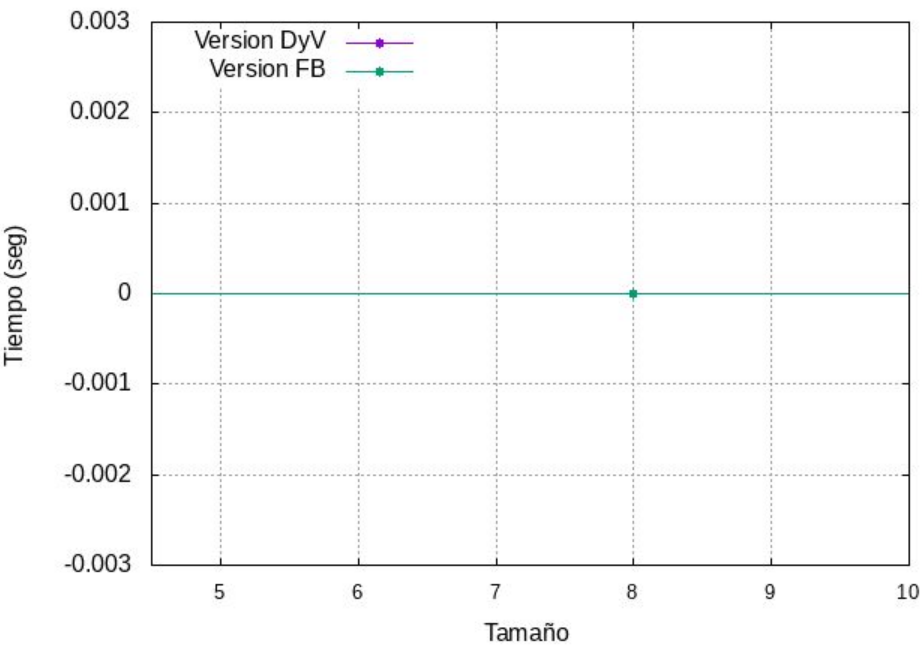






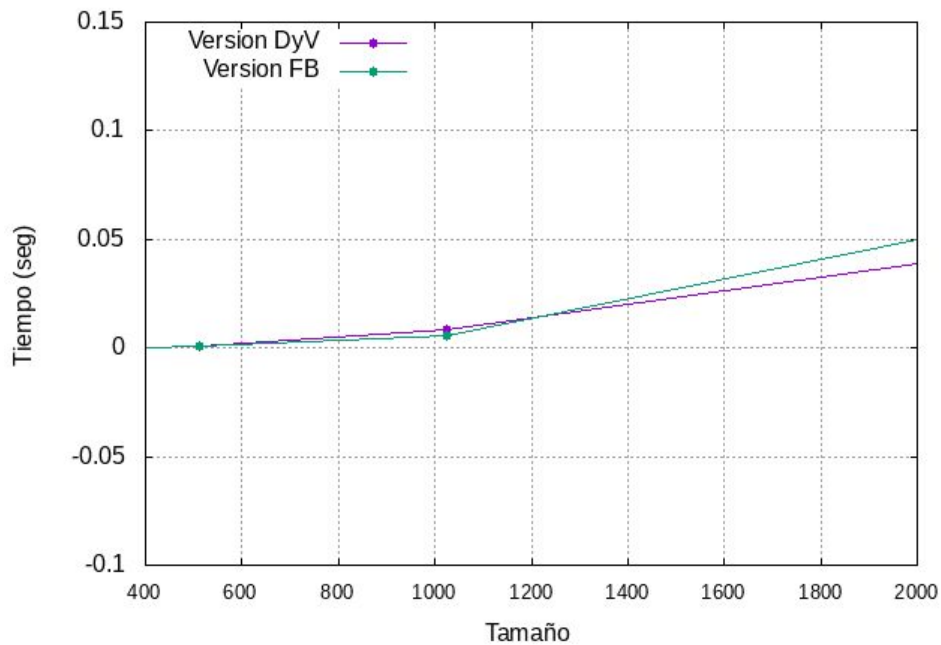
# Matriz Traspuesta: Umbral

Matriz Traspuesta: Divide y Vencerás vs Fuerza Bruta



$$n_0 = 8$$

Matriz Traspuesta Optimizada: Divide y Vencerás vs Fuerza Bruta



$$n_0 = 1024$$



# Elementos Repetidos FB: Ejecución

+ × Home: ./dif

```
reko@R98:~$ ./dif 7
```

```
Vector de elementos repetidos a analizar: 5 1 0 1 1 1 3
```

```
Se va a aplicar el enfoque de Fuerza Bruta.
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 5.
```

```
El vector final contiene ahora: 5 1
```

```
Se van a comparar los elementos 0 y 5.
```

```
Se van a comparar los elementos 0 y 1.
```

```
El vector final contiene ahora: 5 1 0
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 5.
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 1.
```

```
El vector final contiene ahora: 5 1 0
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 5.
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 1.
```

```
El vector final contiene ahora: 5 1 0
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 5.
```

```
Se van a comparar los elementos 1 y 1.
```

```
El vector final contiene ahora: 5 1 0
```

```
Se van a comparar los elementos 3 y 5.
```

```
Se van a comparar los elementos 3 y 1.
```

```
Se van a comparar los elementos 3 y 0.
```

```
El vector final contiene ahora: 5 1 0 3
```

```
7          0.000144
```

```
reko@R98:~$
```



# Elementos Repetidos DyV: Ejecución

Q Aplicaciones	Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras.
x	Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras.
+ x Home: ./div	Ahora vamos a unir los vectores separados con el metodo joinVector Los elementos a analizar son 3 y 2.
Se han asignado en dos vectores la parte derecha e izquierda del vector original. El primer vector contiene: 3 2 2 El segundo vector contiene: 0 2 Aplicamos de forma recursiva divide y venceras sobre los nuevos vectores creados.	Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras. Ahora vamos a unir los vectores separados con el metodo joinVector Los elementos a analizar son 2 y 2.
Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras. El tamaño del vector es: 3 Se han asignado en dos vectores la parte derecha e izquierda del vector original. El primer vector contiene: 3 2 El segundo vector contiene: 2 Aplicamos de forma recursiva divide y venceras sobre los nuevos vectores creados.	Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras. El tamaño del vector es: 2 Se han asignado en dos vectores la parte derecha e izquierda del vector original. El primer vector contiene: 0 El segundo vector contiene: 2 Aplicamos de forma recursiva divide y venceras sobre los nuevos vectores creados.
Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras. El tamaño del vector es: 2 Se han asignado en dos vectores la parte derecha e izquierda del vector original. El primer vector contiene: 3 El segundo vector contiene: 2 Aplicamos de forma recursiva divide y venceras sobre los nuevos vectores creados.	Hemos entrado en una nueva iteracion del metodo divide y venceras. Ahora vamos a unir los vectores separados con el metodo joinVector Los elementos a analizar son 0 y 2. Ahora vamos a unir los vectores separados con el metodo joinVector Los elementos a analizar son 2 y 0. Los elementos a analizar son 2 y 2. 5 0.000168 reko@R98:~\$ █



# Elementos Repetidos: Análisis Teórico

Divide y Vencerás

$$T(n) = \begin{cases} T(1) & \text{si } n = 1. \\ 2T(\frac{n}{2}) + n & \text{si } n > 1. \end{cases}$$

Fuerza Bruta:  $O(n^2)$

DyV:  $O(n \log_2(n))$

Cambio de variable  $n = 2^k$

$$T(2^k) = 2T(2^{k-1}) + 2^k$$

$$T(2^k) - 2T(2^{k-1}) = 2^k$$

$$(x - 2)(x - 2) = 0$$

$$T(k) = C_1 2^k + C_2 k 2^k$$

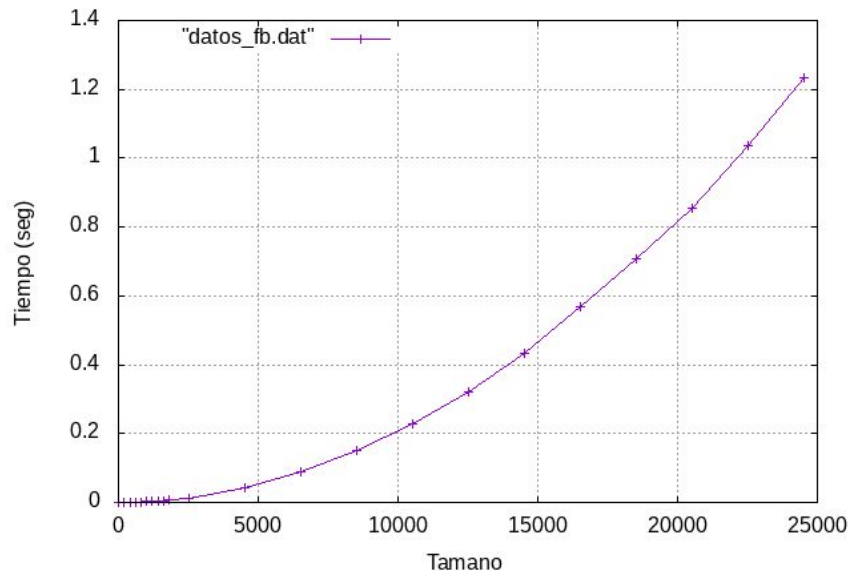
$$T(n) = (C_1) 2^{\log_2(n)} + (C_2) \log_2(n) 2^{\log_2(n)}$$

$$T(n) = (C_1)n + (C_2)n \log_2(n)$$

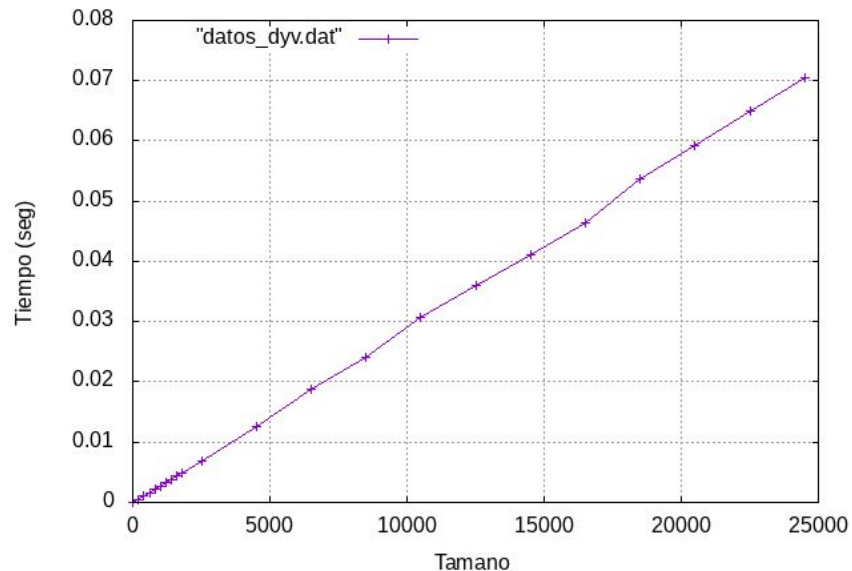


# Elementos Repetidos: Análisis Empírico

Eliminar Repetidos: Fuerza Bruta



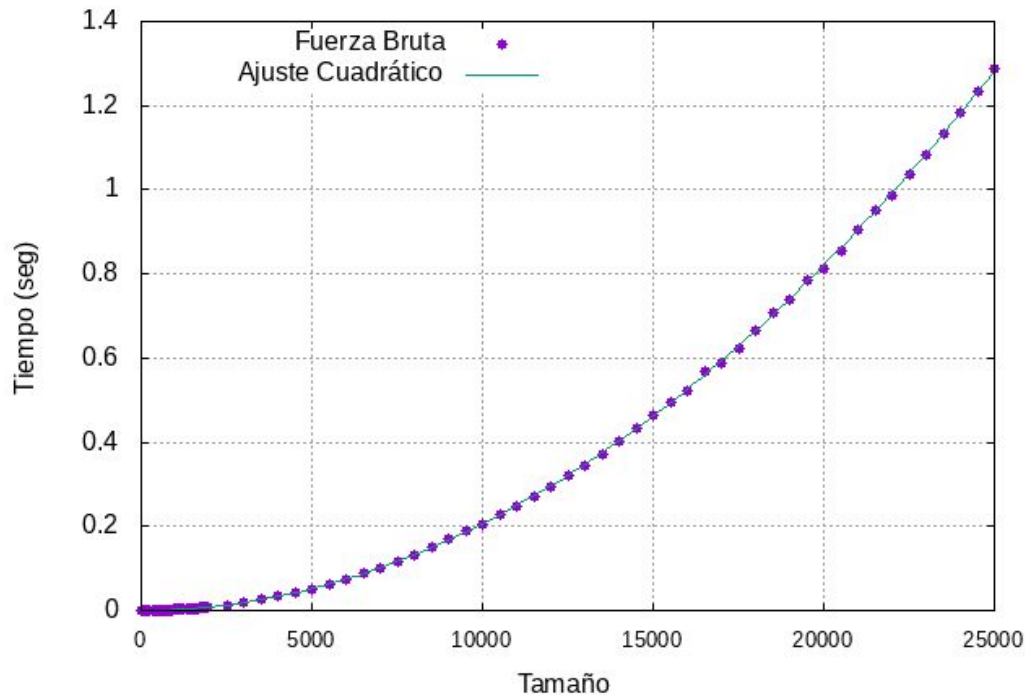
Eliminar Repetidos: Divide y Venceras





# Elementos Repetidos FB: Análisis Híbrido

Elementos Repetidos Fuerza Bruta: Ajuste



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Error de ajuste

Fuerza Bruta

a

0.2571%

b

89.07%

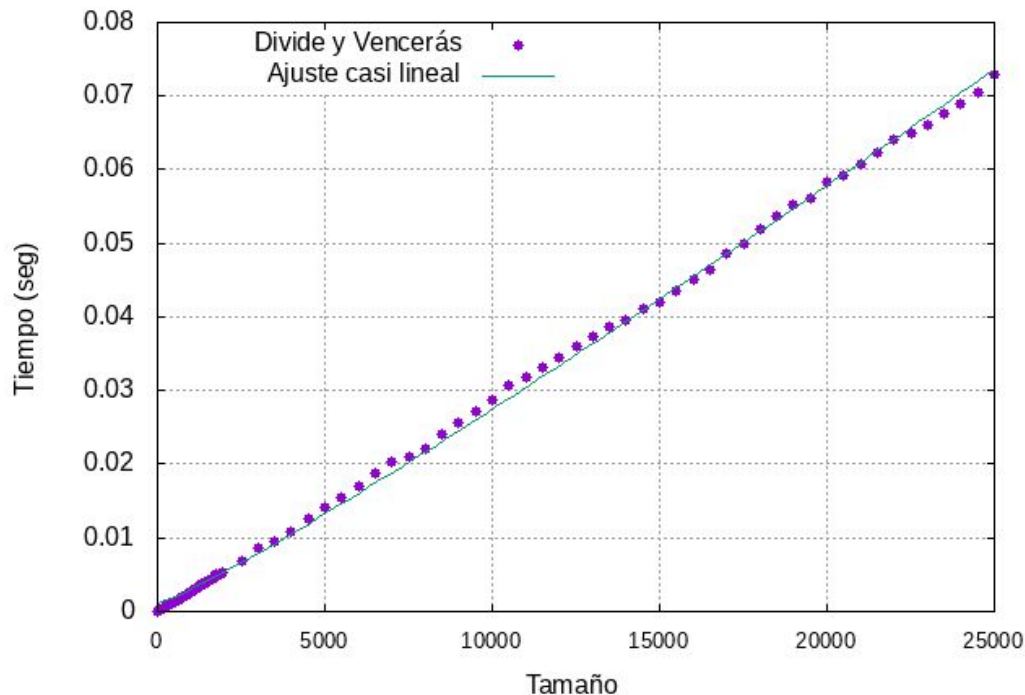
c

624.3%



# Elementos Repetidos DyV: Análisis Híbrido

Elementos Repetidos Divide y Vencerás: Ajuste



$$f(x) = ax \log(x) + b$$

Error de ajuste

Divide y Vencerás

a

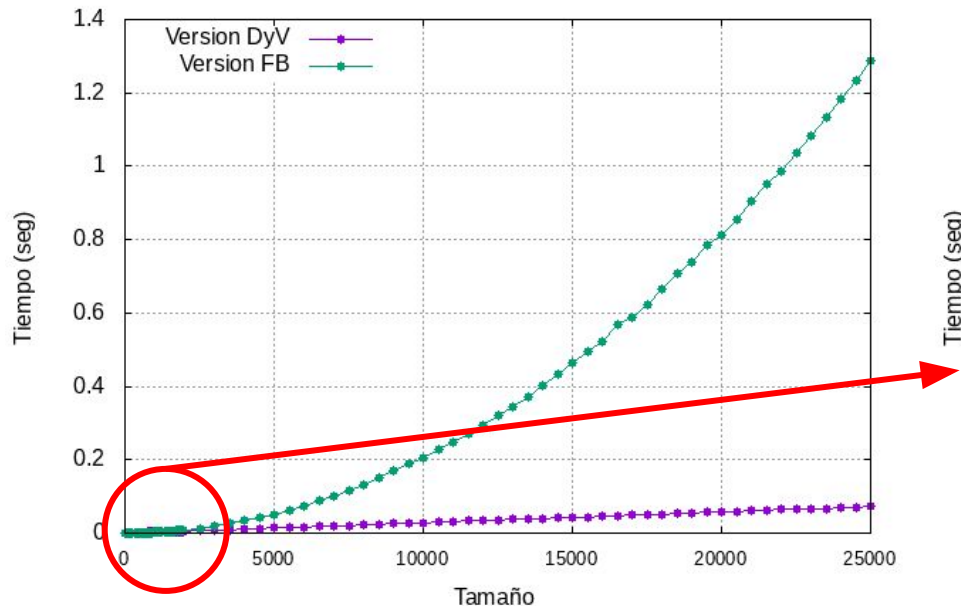
0.3423%

b

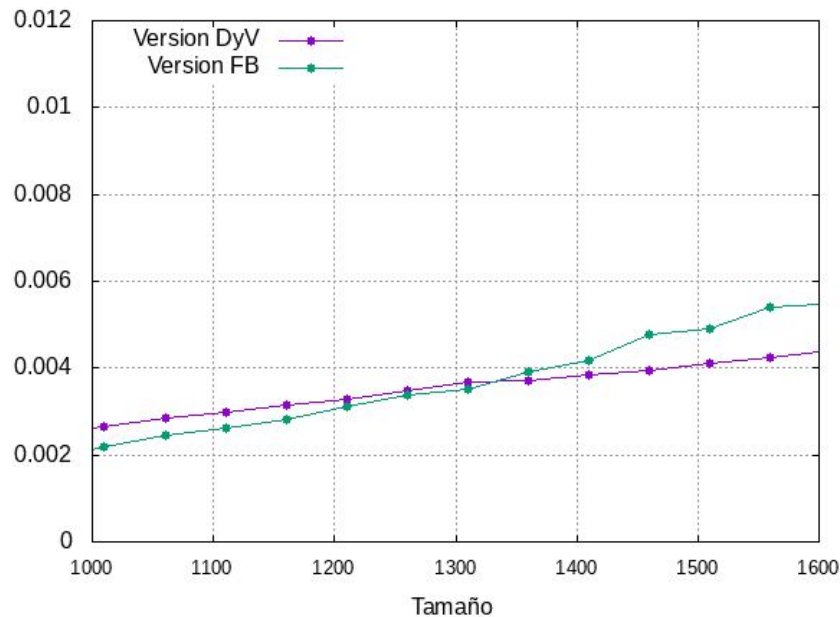
10.35%

# Elementos Repetidos: Umbral

Elementos Repetidos: Divide y Vencerás vs Fuerza Bruta



Elementos Repetidos: Divide y Vencerás vs Fuerza Bruta



$$n_0 = 1310$$