

# Übung 1

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{pmatrix} \sigma(\alpha, \sigma(\gamma(\alpha), \sigma(x_2, x_3))) \\ \sigma(\alpha, \sigma(x_1, \sigma(x_2, \sigma(x_2, x_1)))) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{Dek.}} & \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma(\gamma(\alpha), \sigma(x_2, x_3)) \\ \sigma(x_1, \sigma(x_2, \sigma(x_2, x_1))) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{Dek.}} & \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(\alpha) \\ x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma(x_2, x_3) \\ \sigma(x_2, \sigma(x_2, x_1)) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{Dek.}} & \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(\alpha) \\ x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ \sigma(x_2, x_1) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{Dek.}} & \left\{ \begin{pmatrix} \gamma(\alpha) \\ x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ \sigma(x_2, x_1) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{El.}} & \left\{ \begin{pmatrix} \gamma(\alpha) \\ x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ \sigma(x_2, x_1) \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

# Übung 1

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{pmatrix} \gamma(\alpha) \\ \mathbf{x}_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ \sigma(x_2, x_1) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{Vert.}} & \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \gamma(\alpha) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ \sigma(x_2, \mathbf{x}_1) \end{pmatrix} \right\} \\ \xRightarrow{\text{Sub.}} & \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(\alpha) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ \sigma(x_2, \gamma(\alpha)) \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

allgemeinster Unifikator:

$$x_1 \mapsto \gamma(\alpha)$$

$$x_2 \mapsto x_2$$

$$x_3 \mapsto \sigma(x_2, \gamma(\alpha))$$

## Übung 2

$$\Rightarrow^* \left\{ \begin{pmatrix} \sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)) \\ \sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)) \end{pmatrix} \right\}$$
$$\Rightarrow^* \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(\gamma(x_3)) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma(x_3) \end{pmatrix} \right\}$$

allgemeinster Unifikator:

$$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(x_3))$$

$$x_2 \mapsto \gamma(x_3)$$

$$x_3 \mapsto x_3$$

## Übung 2

weitere Unifikatoren:

$$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$$

$$x_2 \mapsto \gamma(\alpha)$$

$$x_3 \mapsto \alpha$$

$$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\gamma(\alpha)))$$

$$x_2 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$$

$$x_3 \mapsto \gamma(\alpha)$$

Occurs-Check schlägt fehl bei:

$$t_1 = x_1$$

$$t_2 = \gamma(x_1)$$

## Übung 4

### Induktionsanfang (IA)

Seien  $t = \text{Leaf } x$  und  $a, x :: \text{Float}$ .

$$\begin{aligned} & \text{sum } (\text{add } (\text{Leaf } x) \ a) \\ \stackrel{(4)}{=} & \text{sum } (\text{Leaf } (x+a)) \\ \stackrel{(12)}{=} & x+a \\ \stackrel{(12)}{=} & \text{sum } (\text{Leaf } x) + a \\ \stackrel{(8)}{=} & \text{sum } (\text{rev } (\text{Leaf } x)) + a \end{aligned}$$

### Induktionsvoraussetzung (IV)

$$\text{sum } (\text{add } t1 \ a1) = \text{sum } (\text{rev } t1) + a1 \quad (\text{IV1})$$

$$\text{sum } (\text{add } t2 \ a2) = \text{sum } (\text{rev } t2) + a2 \quad (\text{IV2})$$

gelte für beliebige, aber feste Bäume  $t1, t2 :: \text{Tree}$  und Zahlen  $a1, a2 :: \text{Float}$ .

# Übung 4

## Induktionsschritt (IS)

Seien  $t = \text{Branch } x \ t1 \ t2$  ein beliebiger, aber fester Baum und  $a, x :: \text{Float}$ .

$$\begin{aligned} & \text{sum (add (Branch } x \ t1 \ t2) \ a) \\ \stackrel{(5)}{=} & \text{sum (Branch (x+a/3) (add t1 (a/3)) (add t2 (a/3)))} \\ \stackrel{(13)}{=} & x + a/3 + \text{sum (add t1 (a/3))} + \text{sum (add t2 (a/3))} \\ \stackrel{(IV1)}{=} & x + a/3 + \text{sum (rev t1)} + a/3 + \text{sum (add t2 (a/3))} \\ \stackrel{(IV2)}{=} & x + a/3 + \text{sum (rev t1)} + a/3 + \text{sum (rev t2)} + a/3 \\ \stackrel{(+)}{=} & x + \text{sum (rev t2)} + \text{sum (rev t1)} + a \\ \stackrel{(13)}{=} & \text{sum (Branch } x \ (\text{rev t2}) \ (\text{rev t1})) + a \\ \stackrel{(9)}{=} & \text{sum (rev (Branch } x \ t1 \ t2)) + a \end{aligned}$$



---

(+) Kommutativität der Addition;  $a/3 + a/3 + a/3 = a$