



**V104**

## **Der Doppler-Effekt**

Pelle Ofenbach

pelle.ofenbach@udo.edu

Robert Appel

robert.appel@udo.edu

Durchführung: 13.12.16

Abgabe: 20.12.16

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Grundlegender Versuchsaufbau . . . . .	4
2.2	Geschwindigkeit des Wagens . . . . .	4
2.3	Wellenlänge des Signals . . . . .	5
2.4	Bestimmung der Frequenz . . . . .	5
2.5	Schwebung . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Mathematische Methoden . . . . .	8
3.2	Geschwindigkeit des Wagens . . . . .	9
3.3	Frequenz $\nu_0$ . . . . .	9
3.4	Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	9
3.5	Frequenzänderung des bewegten Senders . . . . .	10
3.6	Frequenzänderung des bewegten Reflektors . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
4.1	Zur Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	11
4.2	Zur Frequenzänderung des bewegten Senders . . . . .	11
4.3	Zur Frequenzänderung des bewegten Reflektors . . . . .	12
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

## 1 Theorie

Das als Doppler-Effekt bekannte Phänomen der geschwindigkeitsabhängigen Frequenzwahrnehmung äußert sich darin, dass, wenn man sich in Wellenberge "hinein" bewegt, bzw. sich von ihnen entfernt, die Frequenz einer Welle steigt bzw sinkt, da sich die relative Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle zum Betrachter bei fester Wellenlänge um die Relativgeschwindigkeit zwischen Betrachter und Quelle der Welle ändert. Bezeichnet  $\nu_E$  die am Empfänger auftretende Frequenz,  $\nu_0$  die an der Quelle abgegebene Frequenz,  $\lambda_0$  die Wellenlänge und  $v$  die Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger, so ergibt sich die Formel des Doppler-Effekts zu

$$\nu_E = \nu_0 + \frac{v}{\lambda_0} \quad (1)$$

bzw. mit  $c = \nu_0 \lambda_0$  zu

$$\nu_E = \nu_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right). \quad (2)$$

Bewegt sich die Quelle jedoch mit  $v$  relativ zu dem Medium welches die Welle trägt, so ändert sich die Wellenlänge scheinbar um

$$\Delta\lambda = \frac{v}{\nu_0}.$$

Dies sorgt dafür, dass die Frequenz beim Empfänger

$$\nu_Q = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \quad (3)$$

beträgt. Allerdings wird der Unterschied zwischen (2) und (3) infinitesimal gering für niedrige Geschwindigkeiten.

## 2 Durchführung

### 2.1 Grundlegender Versuchsaufbau

Als Sender dient ein gewöhnlicher Lautsprecher, welcher eine konstante Frequenz  $\nu_0$  liefert. Den Empfänger stellt dementsprechend ein Mikrofon dar. Um die Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger zu realisieren wird ein Wagen auf einer festen Schiene verwendet, welcher über einen Seilzug mit einem elektrischen Motor (über ein 10-Gang-Getriebe) verbunden ist. Dies erlaubt relativ präzise definierte, geradlinige Geschwindigkeiten. Zur Zeitmessung steht eine elektronische Zeitbasis zur Verfügung, welche im Abstand von  $1\mu\text{s}$  einen Spannungsimpuls liefert. Ergänzt wird diese Basis durch ein Zählwerk welches jene Impulse zählen kann sowie einen dekadischen Untersetzer, welcher den Abstand zwischen zwei Signalen um  $10^2 - 10^7$  erhöht. Zusätzlich stehen zwei Lichtschranken zur Verfügung sowie eine Logikschaltung um die einzelnen Bestandteile korrekt an zu steuern.

### 2.2 Geschwindigkeit des Wagens

Um die Geschwindigkeit des Wagens zu bestimmen, werden zwei Lichtschranken im Abstand von  $s = 43\text{cm}$  aufgebaut und an die Schaltung aus Abb. ?? angeschlossen. Dies sorgt dafür, dass die Zeit zwischen Betätigung der Lichtschranken gemessen wird. Der Aufbau ergibt sich damit zu dem in Abb. 1 dargestellten.

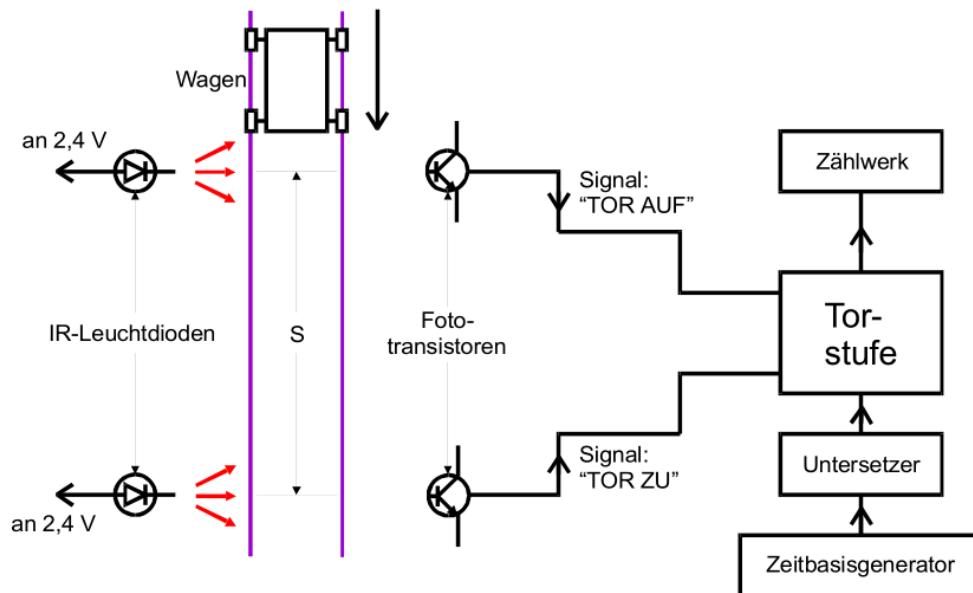
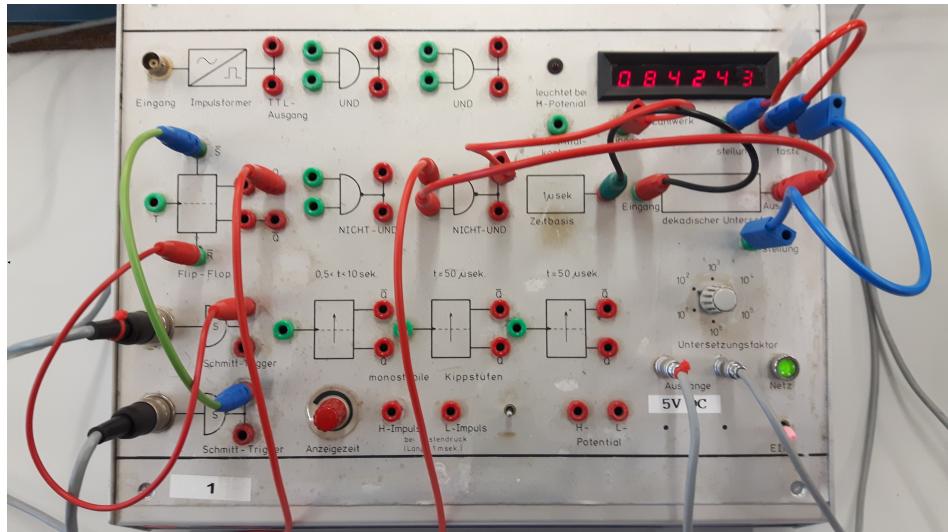
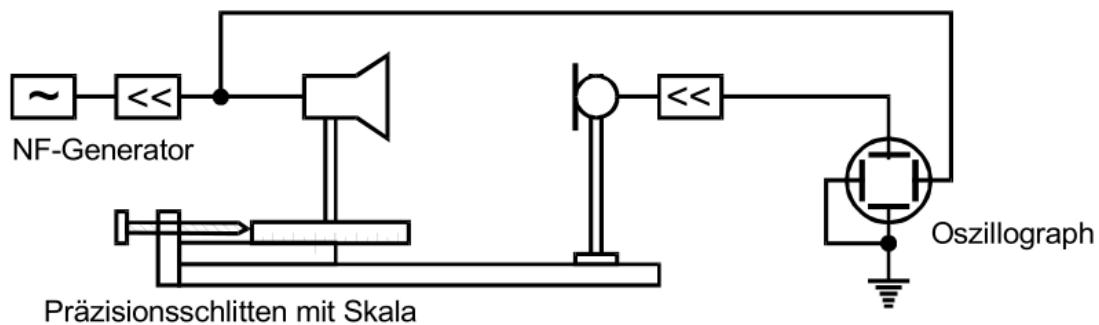


Abbildung 1: Aufbau zur gangabhängigen Geschwindigkeit des Wagens



**Abbildung 2:** Verkabelung der Schaltung zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Wagens

### 2.3 Wellenlänge des Signals

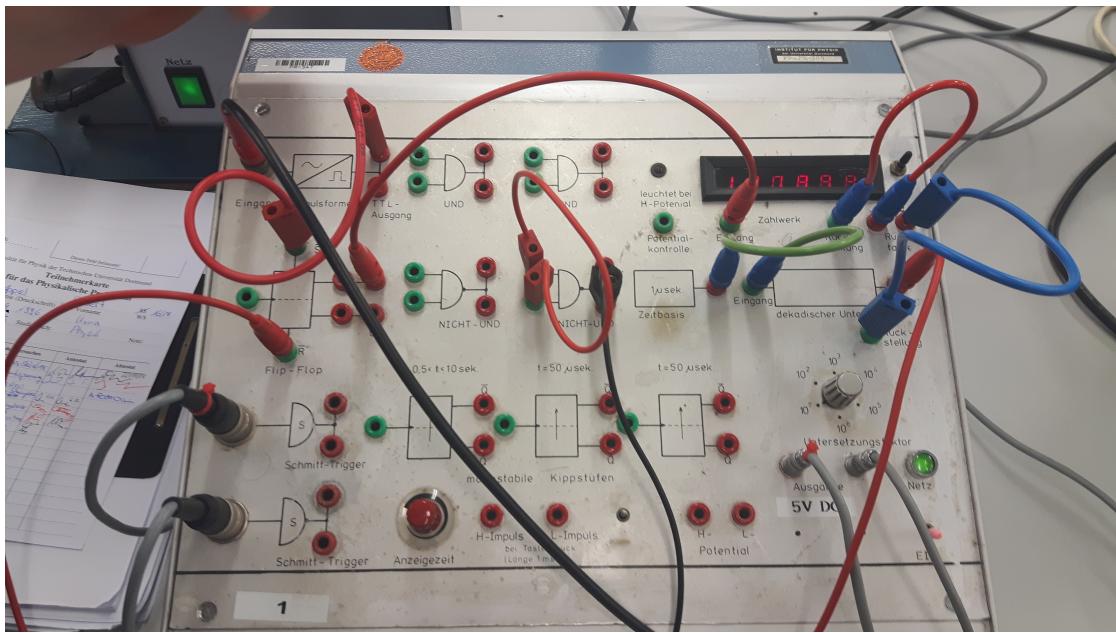


**Abbildung 3:** Aufbau zur Bestimmung der Wellenlänge des Signals

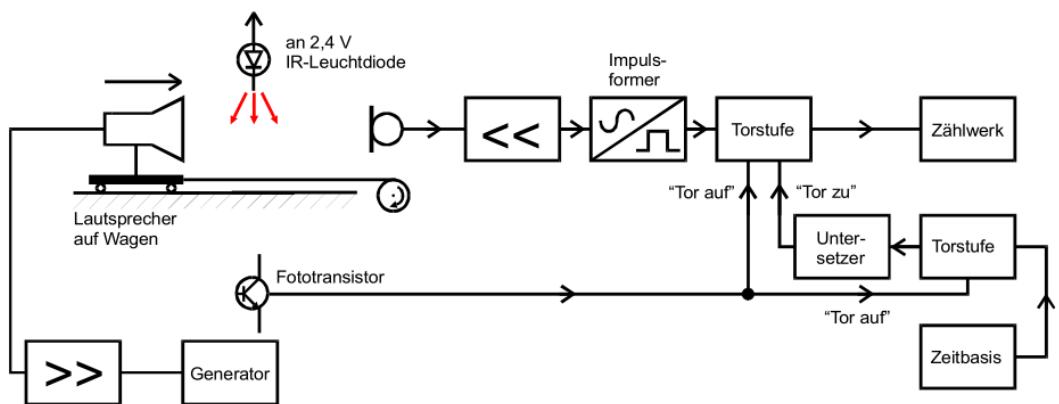
Mit dem in Abb. 3 dargestellten Aufbau lässt sich die Wellenlänge  $\lambda_0$  des Signals messen, indem am Oszilloskop das direkt abgegriffene Signal, mit dem der Lautsprecher betrieben wird, mit dem über das Mikrofon aufgenommenen Signal zu einer Lissajous-Figur überlagert wird. Anschließend wird der Sender so verschoben, dass beide Signale in Phase schwingen. Nun kann der Sender verschoben werden, bis die Signale gegenphasig schwingen. Der Abstand zwischen diesen beiden Punkten entspricht der halben Wellenlänge.

### 2.4 Bestimmung der Frequenz

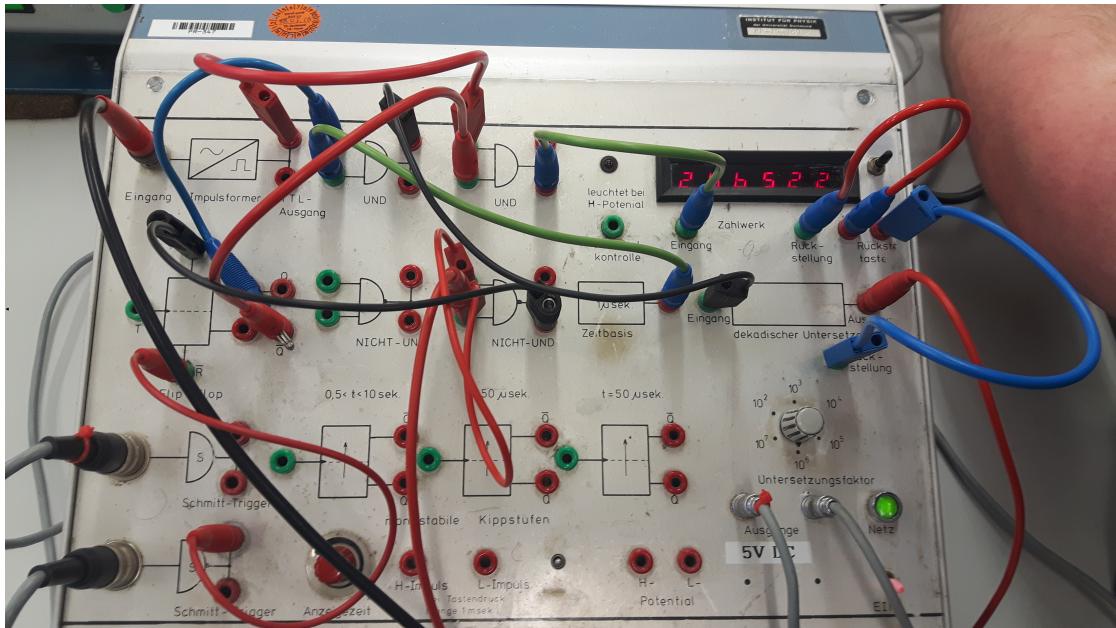
Zunächst wird die Ruhefrequenz  $\nu_0$  gemessen. Hierzu wird der Lautsprecher direkt vor dem Mikrofon aufgebaut und das Signal durch einen Verstärker in die Schaltung ??



**Abbildung 4:** Schaltung zur Messung der Ruhefrequenz



**Abbildung 5:** Aufbau zur Messung der geschwindigkeitsabhängigen Frequenz

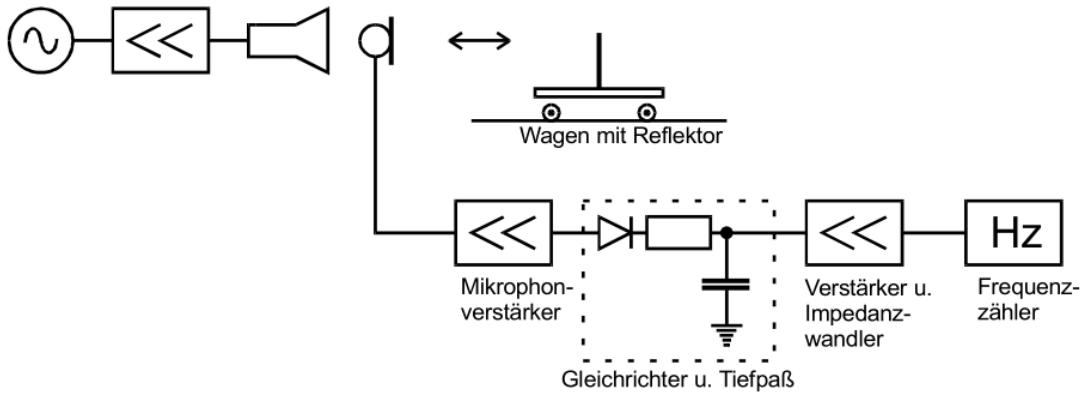


**Abbildung 6:** Schaltung zur Messung der geschwindigkeitsabhängigen Frequenz

eingespeist. Anschließend wird die Schaltung 6 verkabelt. Diese Schaltung zählt eine Sekunde lang (nachdem die Lichtschranke unterbrochen wurde), wie viele Wellenberge am Mikrofon ankommen. Des Weiteren wird der Lautsprecher auf den Wagen gestellt, sodass er sich auf das Mikrofon zu bewegt (bzw. davon entfernt). Der entsprechende Gesamtaufbau ist Abb. 5 zu entnehmen.

## 2.5 Schwebung

Bei dieser Variante der Bestimmung der Auswirkungen des Doppler-Effekts werden Mikrofon und Lautsprecher direkt nebeneinander gestellt und ein Schallreflektierender Schirm auf dem Wagen montiert. Auf diese Weise nimmt das Mikrofon sowohl das reflektierte, als auch das vom Lautsprecher emittierte Signal direkt auf. Diese beiden Signale überlagern sich zu einer Schwebung, aus welcher durch einen Tiefpassfilter  $\Delta\nu$  herausgefiltert werden kann. Dieses gefilterte Signal wird dann in die Schaltung 6 gespeist. Dieser Aufbau ist in Abb. 7 dargestellt.



**Abbildung 7:** Aufbau zur Messung des Dopplereffekts mittels Schwebungsmethode

### 3 Auswertung

#### 3.1 Mathematische Methoden

In der folgenden Auswertung wurden die arithmetischen Mittel mit der Gleichung

$$\bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4)$$

berechnet, dabei bezeichnet  $\bar{x}$  das arithmetische Mittel,  $n$  die Anzahl der Messwerte und  $x_i$  die einzelnen Messwerte.

Die Ausgleichsrechnungen, auch Fits genannt, wurden im folgenden mit der Formel

$$\Delta\nu = f(x) = a \cdot v \quad (5)$$

getätigt. Dabei bezeichnet  $\Delta\nu$  die Frequenzänderung,  $v$  die Geschwindigkeit und  $a$  ist der zu berechnende Proportionalitätsfaktor zwischen  $\Delta\nu$  und  $v$ . Laut Versuchsanleitung [1] gilt für den Proportionalitätsfaktor  $a$  der Zusammenhang

$$\Delta\nu = a \cdot v = v \cdot \frac{\nu_0}{c} \quad \text{daraus folgt} \quad a = \frac{\nu_0}{c} \quad (6)$$

Relative Fehler werden im folgenden mit der Formel

$$\Delta x = \frac{|x_e - x_m|}{|x_e|} \cdot 100\%$$

berechnet, dabei ist  $\Delta x$  der relative Fehler in Prozent,  $x_e$  der Literatur-bzw. Erwartungswert und  $x_m$  der Messwert.

### 3.2 Geschwindigkeit des Wagens

Der Wagen durchfuhr in der Messung eine Strecke  $s$  von 43 cm, als Messfehler wurde dafür ein Fehler von 0,2 mm angenommen. Die Zeit  $t$  die der Wagen braucht um diese Strecke hintersich zu bringen wurde gemessen. Nun wird die Geschwindigkeit für jeden Gang der Versuchsapparatur mit der Formel

$$v = \frac{s}{t}$$

bestimmt. Das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten vorwärts und rückwärts ist für jeden Gang mit Fehler in der Tabelle 1 dargestellt.

**Tabelle 1:** Arithmetisches Mittel der Gewindigkeiten  $v$  für jeden Gang, vorwärts und rückwärts

Gang	$v_{\text{vor}}/\text{ms}^{-1}$		$v_{\text{rück}}/\text{ms}^{-1}$	
1	$5.10 \cdot 10^{-2}$	$\pm$	$2.37 \cdot 10^{-5}$	$-5.08 \cdot 10^{-2}$
2	$1.02 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$4.75 \cdot 10^{-5}$	$-1.01 \cdot 10^{-1}$
3	$1.53 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$7.13 \cdot 10^{-5}$	$-1.49 \cdot 10^{-1}$
4	$2.05 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$9.51 \cdot 10^{-5}$	$-2.03 \cdot 10^{-1}$
5	$2.56 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$1.19 \cdot 10^{-4}$	$-2.53 \cdot 10^{-1}$
6	$3.07 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$1.43 \cdot 10^{-4}$	$-3.04 \cdot 10^{-1}$
7	$3.59 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$1.67 \cdot 10^{-4}$	$-3.55 \cdot 10^{-1}$
8	$4.11 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$1.91 \cdot 10^{-4}$	$-4.05 \cdot 10^{-1}$
9	$4.62 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$2.15 \cdot 10^{-4}$	$-4.54 \cdot 10^{-1}$
10	$5.14 \cdot 10^{-1}$	$\pm$	$2.39 \cdot 10^{-4}$	$-5.05 \cdot 10^{-1}$

### 3.3 Frequenz $\nu_0$

Bei der Messung der Ruhefrequenz wurde fünfmal der gleich Wert ermittelt, da keine expliziten Messungenauigkeiten angegeben waren wird dieser Wert fest mit  $\nu_0 = 16593,3$  Hz angenommen.

### 3.4 Wellenlänge $\lambda$

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit wurde erst die Wellenlänge  $\lambda$  des Signals bestimmt. Dazu wird der Abstand  $\Delta l$  zwischen den Wellenbäuchen und Wellenbergen bestimmt. Dann gilt,

$$\lambda = \Delta l .$$

Das arithmetische Mittel der so errechneten Werte wird im folgenden als die Wellenlänge  $\lambda$  angenommen. Somit ist

$$\lambda \approx (1,736 \cdot 10^{-2} \pm 1,41 \cdot 10^{-4}) \text{ m} .$$

Durch die Beziehung

$$c = \lambda \cdot \nu_0$$

ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit  $c = (288.1 \pm 2.3) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### 3.5 Frequenzänderung des bewegten Senders

In der Abbildung 8 ist die Frequenzänderung  $\Delta\nu$  eines bewegten Empfängers zu betrachten, der sowohl zur Quelle hin als auch von der Quelle des Signals weg fährt. Da die Messwerte im Bereich von ca. 0,3 bis 0,6 Meter pro Sekunde sehr stark schwanken, wurde nur Werte im Bereich von -40 bis 40 Hz für  $\Delta\nu$  für den Fit (s. (5)) betrachtet. Aus dem Fit ergibt

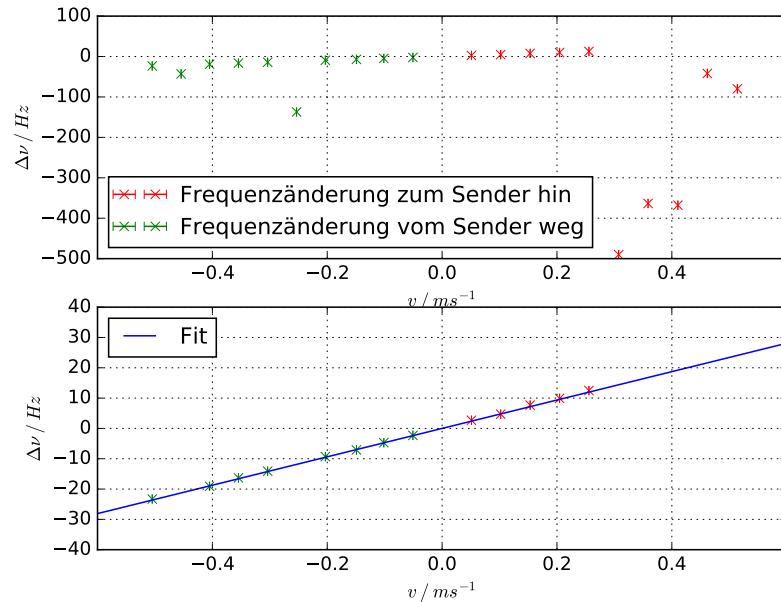
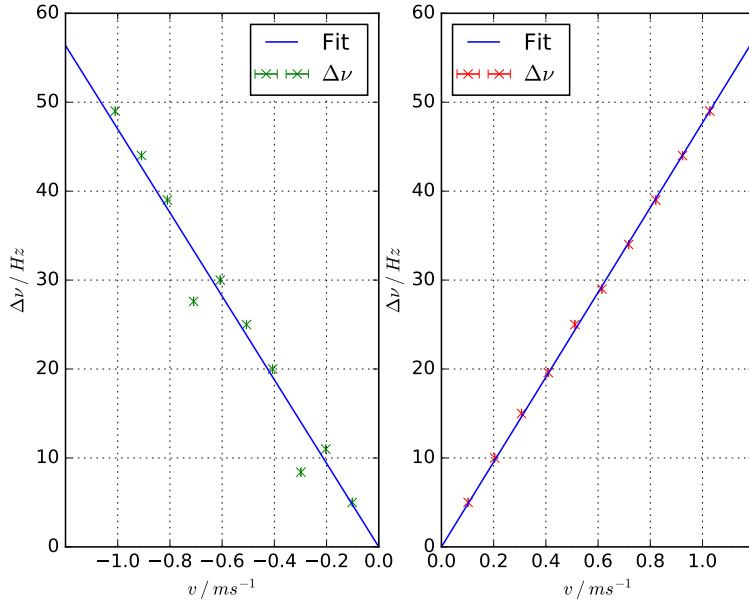


Abbildung 8: Frequenzänderung für einen bewegten Empfänger

sich mit dem Zusammenhang (6) die Schallgeschwindigkeit  $c \approx (354,39 \pm 2,44) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### 3.6 Frequenzänderung des bewegten Reflektors

Auch hier wurde mit Formel (5) ein Fit durchgeführt. Daraus ergibt sich für den Reflektor der sich von der Quelle weg bewegt mit Gleichung (6) die Schallgeschwindigkeit  $c \approx (353,2 \pm 11) \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und für den Reflektor der sich auf die Quelle zu bewegt ergibt sich  $c \approx (347,95 \pm 1,08) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .



**Abbildung 9:** Frequenzänderung bei einem bewegten Reflektor

## 4 Diskussion

Im folgenden wurden die relativen Fehler der Schallgeschwindigkeiten betrachtet, um die Abweichungen der Messwerte diskutieren zu können. Der relative Fehler wurde, wie in der Auswertung (s.Kapitel 3) geschildert, berechnet. Der Literaturwert der Schallgeschwindigkeiten wurde aus SciPy [2] entnommen für 15 Celsius bei einem atm. Abweichungen der Messwerte für  $c$  lassen sich durch den Temperaturunterschied zum Literaturwert und die damit einhergehende Betragsänderungen der Schallgeschwindigkeiten, sowie allgemeine Messunsicherheiten erklären.

### 4.1 Zur Wellenlänge $\lambda$

Dann ergibt sich bei der Messung der Wellenlänge der relative Fehler

$$\Delta c = (15,4 \pm 0,7) \text{ \%}.$$

Da der relative Fehler nicht auffallend groß ist, spricht der relative Fehler für die Qualität der Messung.

### 4.2 Zur Frequenzänderung des bewegten Senders

Hier beträgt der relative Fehler

$$\Delta c = (4,08 \pm 0,72) \text{ \%}.$$

Auch hier ist die Abweichung vom Literaturwert nicht auffallend groß und macht somit eine Aussage über die Qualität der Messung.

### 4.3 Zur Frequenzänderung des bewegten Reflektors

In der Auswertung dieses Versuchsteil wurden die Messwerte für jede Richtung einzeln gefittet. Daraus ergeben sich dann für die Messung in der der Reflektor zur Schallquelle hinfährt der relative Fehler

$$\Delta c = (2,19 \pm 0,32) \%$$

und für die Messung in der der Reflektor von der Quelle wegfährt der relative Fehler

$$\Delta c = (3,74 \pm 3,23) \%.$$

Die relative Fehler sind nicht besonders auffallend und somit Maß für die Qualität der Messungen.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis*. 2014.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.