



V103

Biegung elastischer Stäbe

Pelle Ofenbach
pelle.ofenbach@udo.edu

Robert Appel
robert.appel@udo.edu

Durchführung: 06.12.16

Abgabe: 13.12.16

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Biegung eines homogenen Stabes bei einseitiger Einspannung	3
2.2 Biegung eines homogenen Stabes bei beidseitiger Auflage	4
3 Aufbau	5
4 Durchführung	6
4.1 Biegung eines Stabes bei einseitiger Einspannung	6
4.2 Biegung eines Stabes bei beidseitiger Auflage	6
5 Auswertung	6
6 Diskussion	7
Literatur	7

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches ist, dass Elastizitätsmodul verschiedener Metalle und Legierungen zu messen.

2 Theorie

Wirken Spannungen auf eine Oberfläche eines Körpers, so können Änderungen an Gestalt und Volumen entstehen. Dabei werden die Komponenten der Spannungen die senkrecht zur Oberfläche stehen als Normalspannung σ oder Druck und die parallelen als Tangential- oder Schubspannung bezeichnet. Ist nun die relative Änderung $\Delta L/L$ hinreichend klein, wobei L eine lineare Körperdimension ist, so gibt das Hooksche Gesetz den Zusammenhang:

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L}. \quad (1)$$

E bezeichnet dabei das Elastizitätsmodul.

2.1 Biegung eines homogenen Stabes bei einseitiger Einspannung

Ist ein Stab, der Länge L , an einer Seite eingespannt und es wirkt eine Kraft F auf einen Querschnitt Q des Stabes der den Abstand x von seiner Einspannung hat, wie in Abbildung 1, dann übt diese ein Drehmoment aus. Dieses Drehmoment lenkt den Querschnitt Q aus seiner ursprünglichen vertikalen Lage aus. Dabei wird die obere Schicht des Stabes gedehnt und die untere gestaucht. Da es sich bei dem Stab um ein elastischen Körper handelt, treten im inneren des Stabes Spannungen auf, die der Auslenkung $D(x)$ entgegenwirken.

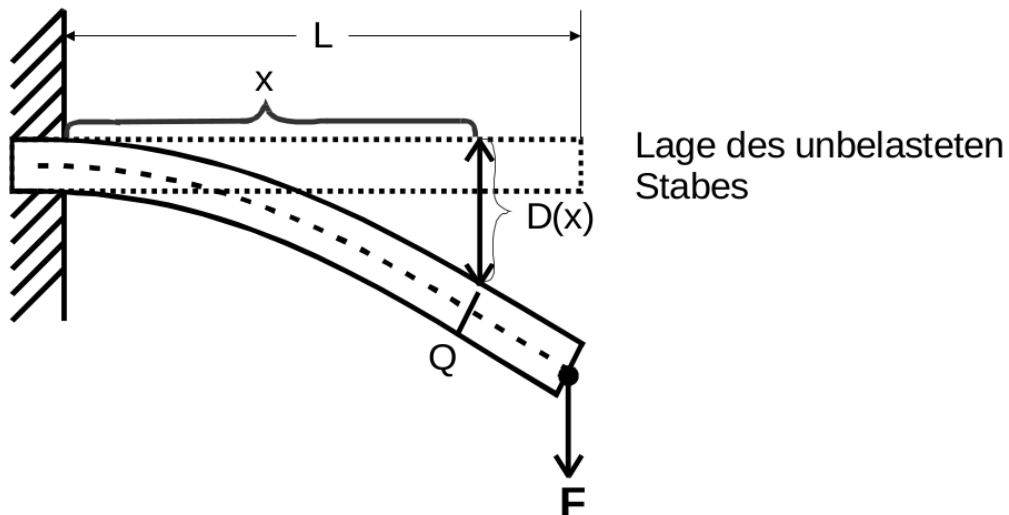


Abbildung 1: Biegung eines elastischen Stabes bei einseitiger Einspannung aus Quelle [1]

Dazwischen gibt es eine Fläche, in der keine Spannungen auftreten und ihre ursprüngliche Länge behält, diese wird neutrale Faser genannt und ist in Abb.1 als gestrichelte Linie innerhalb des Stabes eingezeichnet. Daraus ergibt sich dann für die Auslenkung

$$D(x) = \frac{F}{2EI} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right) \text{ für } 0 \leq x \leq L. \quad (2)$$

I in Gleichung (2), bezeichnet dabei das Flächenträgheitsmoment, dies ist definiert durch:

$$I := \int_Q y^2 dq(y). \quad (3)$$

Dabei ist y definiert als der Abstand des Flächenelementes dq von der neutralen Faser.

2.2 Biegung eines homogenen Stabes bei beidseitiger Auflage

Nun wird ein Stab an beiden Enden aufgelgt und in der Stabmitte durch eine Kraft F durchgebogen, wie in Abbildung2 zusehen. Hier wirkt die Kraft F mit Hebelarm x am Querschnitt Q .

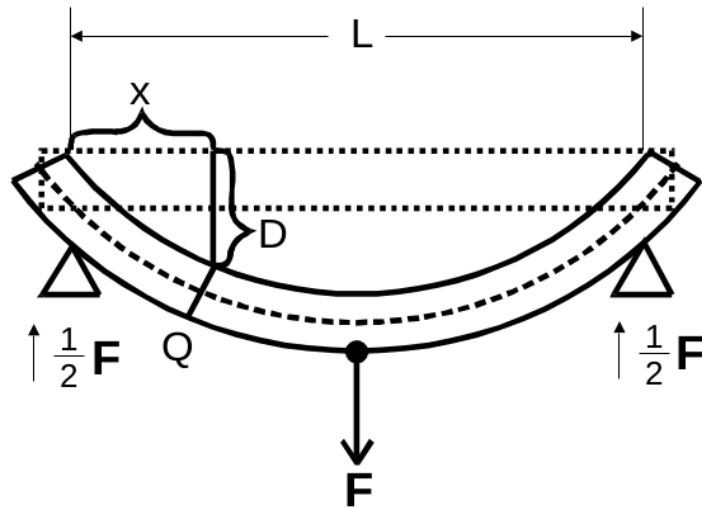


Abbildung 2: Biegung eines elastischen Stabes bei zweiseitiger Auflage entnommen aus Quelle [1]

Dann ergibt sich für die Auslenkung:

$$D(x) = \frac{F}{48EI} (3L^2x - 4x^3) \quad \text{für } 0 \leq x \leq \frac{L}{2}. \quad (4)$$

Für die rechte Stabhälfte mit $D(L)=0$ gilt dann:

$$D(x) = \frac{F}{48EI} (4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3) \quad \text{für } \frac{L}{2} \leq x \leq L. \quad (5)$$

Auch hier ist bei beiden Gleichungen ((4)&(5)) I das Flächenträgheitsmoment aus Gleichung (3).

3 Aufbau

Der Aufbau für die Biegung eines Stabes bei einseitiger Einspannung 4.1 ist in Abbildung 3 wiedergegeben. Der Versuchsaufbau unterscheidet sich für die Biegung eines elastischen Stabes bei beidseitiger Auflage 4.2 nur dahingehend, dass der Stab im Punkt A und B (s. Abb.3) aufliegt, anstatt nur in Punkt A.

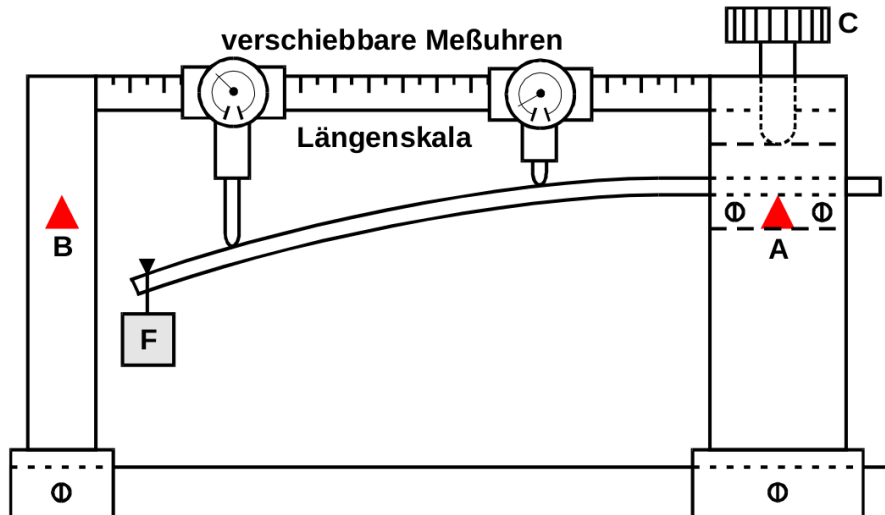


Abbildung 3: Darstellung der Versuchsaapparatur zur Vermessung elastisch gebogener Stäbe aus Quelle [1]

4 Durchführung

4.1 Biegung eines Stabes bei einseitiger Einspannung

Der Stab wird zur erst in die Versuchsaapparatur, wie in Abb.3, mit der Spannvorrichtung C eingespannt. Dann wird eine Messreihe ohne Belastung aufgenommen. Dabei wird der Stab nur mit einer Tastuhr abgelaufen. Die Werte werden dann als Referenzwerte $D_0(x)$ genommen. Danach wird eine Messreihe $D_M(x)$ mit Gewichtung aufgenommen. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass die maximale Durchbiegung zwischen 3mm und 7mm liegt. Für die aufgenommenen Werte gilt dann:

$$D(x) = D_M(x) - D_0(x) \quad (6)$$

Dieser Teil des Versuches wurde mit einem rundem und einem eckigen Stab durchgeführt.

4.2 Biegung eines Stabes bei beidseitiger Auflage

Der Versuchsaufbau wird, wie im Aufbau 3 geschildert wurde, aufgebaut. Die Versuchsdurchführung ist hier sehr analog zum Teil 4.1. Auch hier wird eine Messreihe $D_0(x)$ zur Referenz und eine mit Gewichtung $D_M(x)$ aufgenommen. Auch hier besteht der Zusammenhang aus Gleichung (6). Der Unterschied besteht darin, dass nun mit beiden Tastuhren gemessen wird. Eine läuft den Stab von Punkt A bis zur Mitte und die andere vom Punkt B bis zur Mitte ab. Dieser Teil des Versuches wurde mit dem rundem Stab von Teil 4.1 durchgeführt.

5 Auswertung

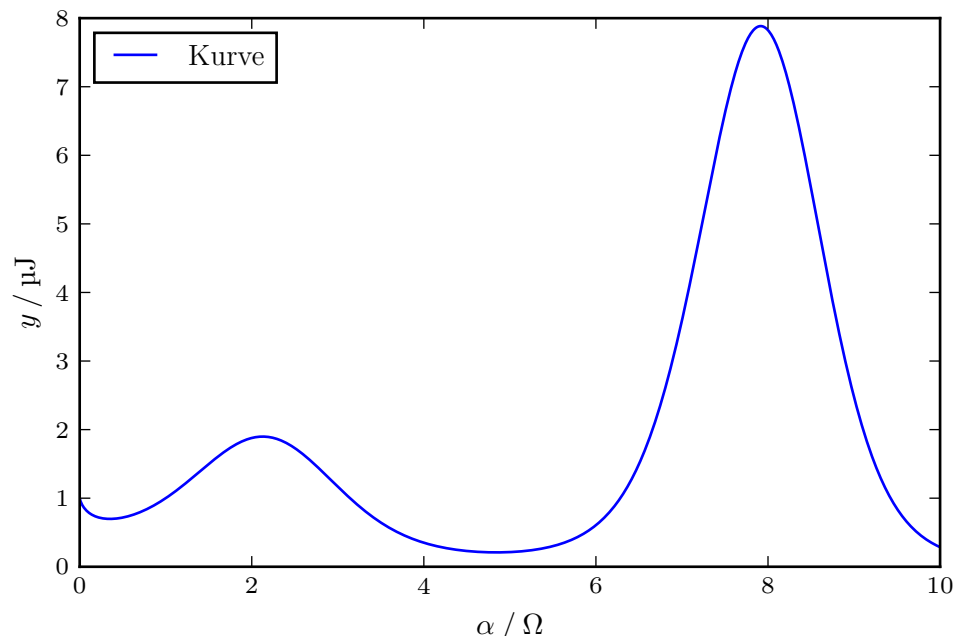


Abbildung 4: Plot.

6 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch Nr.103 - Biegung elastischer Stäbe*. 2014.