technische universität
dortmund

V207

Kugelfall Viskosimeter

Pelle Ofenbach
pelle.ofenbach@udo.edu

Robert Appel
robert.appel@udo.edu

Durchführung: 24.01.17

Abgabe: 31.01.17

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung der temperaturabhängigen Viskosität von destilliertem Wasser mittels eines Kugelfallviskosimeters nach Höppler.

2 Theorie

Bei einem Kugelfallviskosimeter nach Höppler wird in ein mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefülltes Rohr eine nur geringfügig kleinere Kugel eingeführt und das Rohr anschließend aufgerichtet, sodass die Kugel zu fallen beginnt, wobei das Rohr leicht schräg gehalten wird, damit die Kugel an der Wand entlang gleitet und Stöße vermieden werden (siehe Abb. 1). Es bildet sich hierbei ein Gleichgewicht zwischen Gravitationskraft, Auftriebskraft und Bremskraft aus, weshalb die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit fällt. Da der geringe Rohrdurchmesser zu laminaren Strömungen führt, tritt als Bremskraft die *Stokessche Reibung* auf. Da diese von der Viskosität η abhängt, kann man über die Fallzeit auf diese schließen. Es gilt die empirische Formel

$$\eta = K\,(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t. \tag{1}$$

Hierbei bezeichnet ρ_K die Dichte der verwendeten Kugel, ρ_{Fl} dementsprechend die Dichte der verwendeten Kugel und K eine Apparaturabhängige Konstante, die Fallhöhe und Kugelgröße beinhaltet. Da unter anderem die Dichten temperaturabhängig sind, gilt dies auch für die Viskosität. Für Flüssigkeiten gilt hierfür meist die *Andradesche Gleichung*:

$$\eta(T) = A\exp(B/T). \tag{2}$$

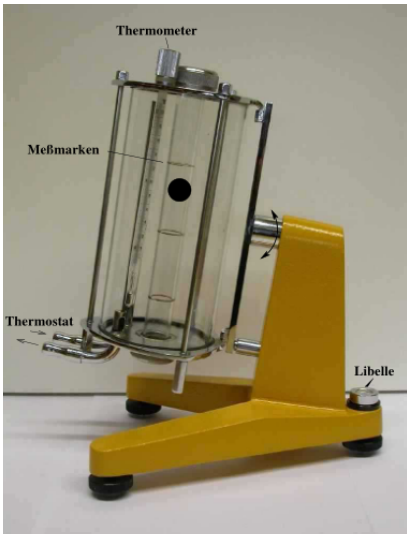

Abbildung 1: Kugelfallviskosimeter nach Höppler. Hier zu erkennen ist, dass das Fallrohr umschließende Wasserbad zur Temperaturregelung. [1]

3 Durchführung

Zunächst ist es nötig, dass Viskosimeter (Abb. 1) mit destilliertem Wasser zu befüllen und mit Hilfe der Libelle so aus zu richten, dass die Rohrhalterung lotrecht steht. Nun werden für zwei unterschiedlich große Glaskugeln Durchmesser und Gewicht bestimmt und für jede Kugel zehn Fallzeiten gemessen. Mit bekannter Apparaturkonstante K_{kl} kann aus (1) K_{gr} für die größere der beiden Kugeln bestimmt werden. Besonders wichtig ist hierbei das Vermeiden von Bläschen im Messrohr. Anschließend wird das Viskosimeter über das umliegende Wasserbad schrittweise auf 70°C erwärmt (in 10 Schritten) und zwischen jedem Heizschritt wird die Fallzeit der großen Kugel zweimal gemessen. Hierbei ist der bei der Erwärmung entstehende Druck über das Druckventil des Viskosimeters stets auszugleichen.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Apparatekonstante K_{gr}

Zuerst wird mit der Gleichung (1) die Viskosität ν ermittelt. Die Apparatekonstante ist für die kleine Kugel mit $K_{kl} = 7,64 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mPa\,m^3\,kg^{-1}}$ gegeben. Im Folgenden wird die Dichte ρ_{Fl} des destillierten Wassers, mit 1000 $\mathrm{kg\,m^{-3}}$ angenommen. Mit der Gleichung

$$\rho_K = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3}$$

lässt sich die Dichte der beiden Kugeln bestimmen. Dabei bezeichnet m das Gewicht der Kugel und d den Durchmesser der Kugel. Das Gewicht der Kugeln beträgt 4,45 g für die kleine Kugel und 4,95 g für die große Kugel. Für d wird das Mittel aus den gemessenen Durchmesser genommen. Dann ergibt sich für den Durchmesser der kleinen Kugel ca. $(0,01558 \pm 0.000002)$ m und für die große Kugel ca. $(0,01575 \pm 0.000001)$ m. Die Messwerte dazu sind in der Tabelle 1a dargestellt. Daraus ergibt sich dann für die Dichte der kleinen Kugel $\rho_{kl} = (2243.8 \pm 0.9)\mathrm{kg\,m^{-3}}$ und für die große Kugel $\rho_{gr} = (2415.7 \pm 0.6)\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Schlussendlich ergibt sich dann für die Viskosität, brechnet anhand der Daten der kleinen Kugel, $(1.2084 \pm 0.0032)\mathrm{mPa\,s}$. Aus der Gleichung (1) folgt nun die Beziehung

$$K_{gr} = \frac{\eta}{(\rho_{gr} - \rho_{Fl})t_{gr}} = \frac{K_{kl}(\rho_{kl} - \rho_{Fl})t_{kl}}{(\rho_{gr} - \rho_{Fl})t_{gr}},$$

dabei bezeichnet t_{kl} das Mittel der Fallzeit der kleinen Kugel und t_{gr} das Mittel der Fallzeit der großen Kugel. Der Wert für t_{kl} liegt bei (12.71 ± 0.03)s und für t_{gr} bei (85.84 ± 0.22)s. Die Messwerte dazu sind in der Tabelle 1b dargestellt. Daraus ergibt sich die Apparatekonstante $K_{gr} = (9.94 \pm 0.04) \cdot 10^{-6}\mathrm{mPa\,m^3\,kg^{-1}}$.

Tabelle 1: Messwerte des ersten Versuchsteil

d_{kl}/mm	d_{gr}/mm
15.59	15.76
15.58	15.76
15.59	15.755
15.59	15.76
15.59	15.76

(a) Gemessene Durchmesser für die kleine und große Kugel

t_{kl}/s	t_{gr}/s
12.69	87.07
12.55	86.09
12.75	86.09
12.81	86.38
12.8	85.9
12.73	85.63
12.82	84.81
12.75	85.46
12.74	86.18
12.52	84.83

(b) Gemessene Fallzeiten der kleinen und großen Kugel

4.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Zuerst wird mit der Gleichung (1) die Viskosität brechnet, logarithmiert und gegen $\frac{1}{T}$ aufgetragen, hierbei ist T natürlich die Temperatur. Wird nun eine Ausgleichrechnung mit

$$\ln(\eta) = \frac{B}{T} \cdot \ln(A)$$

durchgeführt, so ergibt sich die Konstante $A = (0.00377 \pm 0.00032)\mathrm{mPa\,s}$ und $B = (1681 \pm 23)\mathrm{K}$, hier wurde die Ausgleichsrechnung mit Python und Scipy [2] durchgeführt. Der soeben beschriebene Vorgang ist in Abbildung 2 dargestellt. Die oben genannte

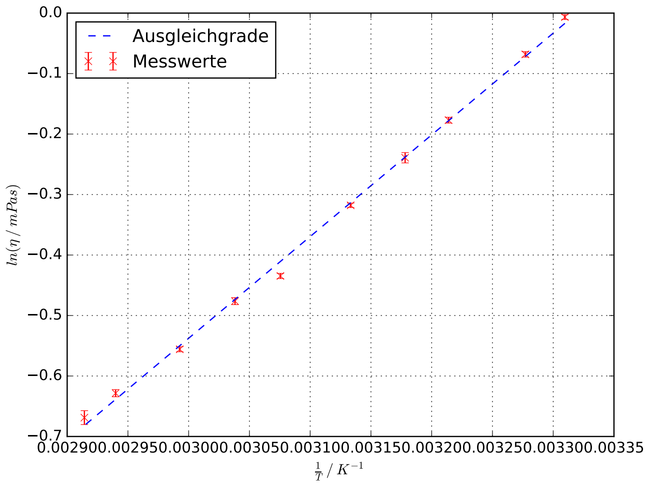

Abbildung 2: Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Gleichung zur Ausgleichsrechnung kommt von der Andratschen Gleichung (2), diese beschreibt die Temperaturabhängigkeit der Viskosität. Dabei ist zu beachten, dass das destillierte Wasser seine Dichte mit der Temperatur ändert. Deshalb werden nur Werte in die Ausgleichsrechnung, sowie in der Brechnung der Viskosität einbezogen, die den Signifikanzbereich nicht verletzen.

Tabelle 2: Werte des Diagramms

$\frac{1}{T}$/K	ln(η/mPa m)	ln(Δ η/mPa m)
$3.31 \cdot 10^{-3}$	$-6.57 \cdot 10^{-3}$	$4.03 \cdot 10^{-3}$
$3.28 \cdot 10^{-3}$	$-6.82 \cdot 10^{-2}$	$4.54 \cdot 10^{-3}$
$3.21 \cdot 10^{-3}$	$-1.77 \cdot 10^{-1}$	$4.83 \cdot 10^{-3}$
$3.18 \cdot 10^{-3}$	$-2.39 \cdot 10^{-1}$	$8.53 \cdot 10^{-3}$
$3.13 \cdot 10^{-3}$	$-3.18 \cdot 10^{-1}$	$3.74 \cdot 10^{-3}$
$3.08 \cdot 10^{-3}$	$-4.35 \cdot 10^{-1}$	$4.28 \cdot 10^{-3}$
$3.04 \cdot 10^{-3}$	$-4.76 \cdot 10^{-1}$	$5.76 \cdot 10^{-3}$
$2.99 \cdot 10^{-3}$	$-5.56 \cdot 10^{-1}$	$4.18 \cdot 10^{-3}$
$2.94 \cdot 10^{-3}$	$-6.28 \cdot 10^{-1}$	$5.91 \cdot 10^{-3}$
$2.91 \cdot 10^{-3}$	$-6.69 \cdot 10^{-1}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$

4.3 Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl [4] ist definiert durch

$$Re = \frac{\rho \cdot s \cdot d}{\eta \cdot t}.$$

Dabei bezeichnet ρ die Dichte des Mediums v die Strömungsgeschwindigkeit, d der Durchmesser des Rohrs und η die Viskosität. Da das destillierte Wasser nicht strömt, wird hier die Fallgeschwindigkeit der Kugel benutzt. Für die Werte aus Kapitel 4.1 ergibt sich für die kleine Kugel $Re = (50.72 \pm 0.26)$ und für die große Kugel $Re = (7.596 \pm 0.026)$.Die Reynolds-Zahl für die große Kugel bei 70 °C beträgt (113.4 ± 1.4). Da diese Zahlen wesentlich kleiner sind als 1150 kann von einer laminaren Strömung ausgegangen werden.

Tabelle 3: Messwerte zur Temperaturabhängigkeit der Viskösität

T/K	t_1/s	t_2/s	t_{Mittel}/s	Δt_{Mittel}/s	η/mPa m	Δ η/mPa m
302.15	70.69	70.46	70.57	$1.15 \cdot 10^{-1}$	0.99	$4.01 \cdot 10^{-3}$
305.15	66.18	66.53	66.36	$1.75 \cdot 10^{-1}$	0.93	$4.24 \cdot 10^{-3}$
311.15	59.70	59.33	59.52	$1.85 \cdot 10^{-1}$	0.84	$4.04 \cdot 10^{-3}$
314.65	55.50	56.36	55.93	$4.30 \cdot 10^{-1}$	0.79	$6.71 \cdot 10^{-3}$
319.15	51.73	51.67	51.70	$3.00 \cdot 10^{-2}$	0.73	$2.72 \cdot 10^{-3}$
325.15	46.10	45.90	46.00	$1.00 \cdot 10^{-1}$	0.65	$2.77 \cdot 10^{-3}$
329.15	43.93	44.32	44.13	$1.95 \cdot 10^{-1}$	0.62	$3.58 \cdot 10^{-3}$
334.15	40.67	40.83	40.75	$8.00 \cdot 10^{-2}$	0.57	$2.40 \cdot 10^{-3}$
340.15	37.72	38.07	37.89	$1.75 \cdot 10^{-1}$	0.53	$3.15 \cdot 10^{-3}$
343.15	36.79	36.00	36.39	$3.95 \cdot 10^{-1}$	0.51	$5.87 \cdot 10^{-3}$

5 Diskussion

5.1 Mathematische Methoden

Alle im Folgenden brechneten relativen Fehler werden mit der Formel

$$\bar{x} = \frac{|x_m - x_e|}{|x_e|} \cdot 100\%$$

brechnet. Dabei bezeichnet $\bar{x}$ den relativen Fehler, x_m den Messwert und x_e den Erwartungs-bzw. Literaturwert.

5.2 Zur Bestimmung der Apparatekonstante

Da die Appartekonstante vom Versuchsapparat abhängig ist, ist es schwer aussagekräftige Literaturwerte zu finden. Aber da diese Konstante abhängig von der gemessenen Viskosität ist, wird diese folglich mit einem Literaturwert ($\eta = 1\text{mPa m}$) [5] verglichen. Dann ergibt sich für die gemessene Viskosität bei 20 °C ein relativer Fehler von $(20.84 \pm 0.32)\%$. Da die Temperatur nicht innerhalb des Fallrohrs gemessen wurde kann es durchaus sein, dass es durch eine falsch bestimmte Temperatur zur dieser Abweichung gekommen ist. Eine solche Abweichung kann nur durch Messfehlern in der Thermik entstanden sein, d.h. Temperatur-/Druckunterschiede. Zudem kommen Verunreinigung des Rohrs und Kugeln, sowie Luftblasen als Faktoren der Abweichung.

5.3 Zur Temperaturabhängigkeit und Viskosität

Aus der Quelle [3] werden die Literaturwerte $ln(A) = -6.944$ und $B = 2036.8$ für die Konstanten der Gleichung (2) entnommen und verglichen. Daraus ergibt sich für den relativer Fehler von $ln(A)$ $(19.6 \pm 1.2)\%$ und für B $(17.4 \pm 1.3)\%$. Abweichung können mit den selben Argumenten wie zuvor erklärt werden.

5.4 Zur Reynolds-Zahl

Die brechneten Reynolds-Zahlen zeigen eindeutig, dass eine laminare Strömung vorliegt.

Literatur

[1] TU Dortmund. *V207: Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler*. 2014.

[2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: `http://www.scipy.org/`.

[3] Wikipedia. *Andrade-Gleichung — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. [Online; Stand 3. Februar 2017]. 2015. URL: `https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Andrade-Gleichung&oldid=141786161`.

[4] Wikipedia. *Reynolds-Zahl — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. [Online; Stand 28. Januar 2017]. 2017. URL: `https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Reynolds-Zahl&oldid=161720484`.

[5] Wikipedia. *Viskosität — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. [Online; Stand 28. Januar 2017]. 2017. URL: `https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Viskosit%C3%A4t&oldid=161981354`.