



V354

## Gedämpfte und erzwungene Schwingungen

Pelle Ofenbach  
pelle.ofenbach@udo.edu

Robert Appel  
robert.appel@udo.edu

Durchführung: 15.11.16

Abgabe: 22.11.16

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Versuchsziel</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Aufbau eines RCL-Kreises . . . . .	4
2.2	DGL der gedämpften Schwingung . . . . .	4
2.3	Lösung der DGL in drei Fällen . . . . .	5
2.3.1	Schwingfall . . . . .	5
2.3.2	Kriechfall . . . . .	5
2.3.3	Aperiodischer Grenzfall . . . . .	6
2.4	DGL der erzwungenen Schwingung . . . . .	6
2.5	Impedanz . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>7</b>
3.1	Gerätedaten . . . . .	7
3.2	Messapparatur zur Bestimmung des Dämpfungswiderstandes . . . . .	7
3.3	Messapparatur zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit... . . . .	7
3.3.1	...der Kondensatorspannung . . . . .	7
3.3.2	...der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung . . . . .	7
3.3.3	...des Scheinwiderstandes . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
4.1	Messung der Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Zeit . . . . .	8
4.2	Grobe Messung des Dämpfungswiderstandes . . . . .	8
4.3	Messung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . . .	8
4.4	Messung der Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kon- densatorspannung . . . . .	8
4.5	Messung der Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
5.1	Zeitabhängigkeit der Amplitude einer gedämpften Schwingung . . . . .	9
5.2	Aperodischer Grenzfall . . . . .	13
5.3	Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . . .	13
5.4	Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspan- nung . . . . .	15
5.5	Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes eines Serienkreises . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>18</b>
6.1	Relativer Fehler . . . . .	18
6.2	Zur Bestimmung des effektiven Dämpfungswiderstandes für den Fall der gedämpften Schwingung . . . . .	18
6.3	Zur groben Messung der Dämpfungswiderstandes . . . . .	18
6.4	Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . .	18

6.5	Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger- und Kondensatorspannung . . . . .	18
6.6	Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Impedanz . . . . .	18
<b>Literatur</b>		<b>19</b>

# 1 Versuchsziel

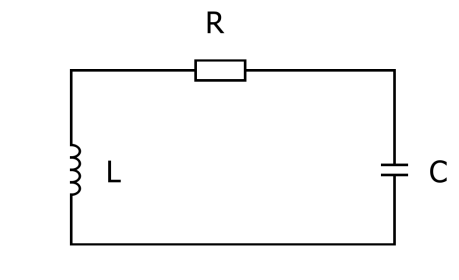
Bestimmung

1. der Zeitabhängigkeit der Amplitude eines gedämpften Schwingkreises und seines effektiven Dämpfungswiderstandes
2. von  $R_{ap}$  für den aperiodischen Grenzfall
3. der Frequenzabhängigkeit von  $U_C$
4. der Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erregerspannung und  $U_C$
5. der Frequenzabhängigkeit der Impedanz

## 2 Theorie

### 2.1 Aufbau eines RCL-Kreises

Die beiden entscheidenden Komponenten für das Verhalten eines RCL-Kreises sind ein Kondensator der Kapazität  $C$  sowie eine Spule mit einer Induktivität  $L$ . Der Widerstand  $R$  stellt eine Dämpfung der Energie des Systems und somit seiner Schwingung dar. Die entsprechende Schaltung sieht wie folgt aus:



**Abbildung 1:** Einfacher RCL-Kreis bestehend aus einer Spule, einem Widerstand und einem Kondensator aus Quelle [1]

### 2.2 DGL der gedämpften Schwingung

Besagte Schwingung lässt sich mithilfe der Kirchhoffschen Summenformel herleiten:

$$0 = \sum_{i=0}^k U_i \iff 0 = U_L + U_R + U_C. \quad (1)$$

Durch Einsetzen dieser Spannungen in differentieller Form erhält man:

$$0 = L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q. \quad (2)$$

Diese Differentialgleichung ist aus der Mechanik bekannt als Bewegungsgleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators. In diesem Fall schwingen Ladungen  $Q$  und somit auch der Strom  $I$ , welcher eine einfacher zu messende und verbreitetere Größe als die Ladung darstellt. Um eine DGL in  $I$  zu erhalten wird (2) nach der Zeit differenziert und erhält:

$$0 = L \cdot \ddot{I} + R \cdot \dot{I} + \frac{1}{C} \cdot I. \quad (3)$$

## 2.3 Lösung der DGL in drei Fällen

Die Lösung der DGL (3) ist gegeben durch:

$$I(t) = \exp(-\beta t) \cdot \left( A \cdot \exp(i\omega t) + B \cdot \exp(-i\omega t) \right) \quad (4)$$

mit  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  und  $\beta = \frac{R}{2L}$ .  
 Sie unterscheidet sich in 3 Fällen:

1. Schwingfall für  $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$
2. Kriechfall für  $\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2}$
3. aperiodischer Grenzfall für  $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$

### 2.3.1 Schwingfall

In diesem Fall lässt sich (4) schreiben als:

$$I_s(t) = A_0 \cdot \exp(-\beta t) \cdot \cos(\omega t + \theta) \quad (5)$$

Es ergibt sich somit eine gedämpfte Schwingung der Umlaufdauer

$$T = \frac{1}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{1/LC - R^2/4L^2}}$$

### 2.3.2 Kriechfall

Da  $\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2}$  ergibt sich (4) mit  $\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$  zu:

$$I_k(t) = A \cdot \exp((-\beta + \tilde{\omega})t) + B \cdot \exp((-\beta - \tilde{\omega})t) \quad (6)$$

Je nach Verhältnis  $A/B$  kann es bei diesem Stromverlauf bis zu einem Nulldurchgang geben, danach strebt er gegen Null ohne zu schwingen.

### 2.3.3 Aperiodischer Grenzfall

Für  $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$  reduziert sich (4) zu:

$$I_{ap}(t) = A \cdot \exp(-\beta t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \quad (7)$$

Dies ist der Extremfall der Dämpfung, d.h. es kann keinen Nulldurchgang geben und der Graph der Funktion nähert sich  $I = 0$  schneller als im normalen Kriechfall.

## 2.4 DGL der erzwungenen Schwingung

Zwingt man dem RCL-Glied durch zwischenschalten eines Funktionsgenerators ein systemfremdes  $U_0(t)$  auf, so erweitert sich (2) zu:

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I = U_0 \cdot \exp(i\omega t). \quad (8)$$

Als Lösung ergibt sich

$$U_C = \frac{U_0}{1 - LC\omega^2 + i\omega RC} \exp(i\omega t) \quad (9)$$

wobei zu beachten ist, dass  $U_C$  eine komplexe Amplitude erhält, deren Betrag

$$U_0 \sqrt{\frac{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

beträgt. Die Phase dieser Amplitude ergibt sich zu

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\right).$$

Bestimmt man das Maximum der Amplitude so findet man es bei der sog. Resonanzfrequenz, welche der Eigenfrequenz des Schwingkreises entspricht. Es gilt:

$$U_{C,max} = \frac{1}{\omega RC} U_0. \quad (10)$$

Die Güte wird definiert durch  $q = \frac{\omega}{\omega_+ - \omega_-}$  wobei  $\omega_{\pm}$  die beiden Frequenzen sind, bei denen  $U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{C,max}$ , deren Differenz als Breite der Resonanzkurve bezeichnet wird. Für  $R^2/L^2 \ll \omega^2$  lässt sich die Breite zu  $R/L$  nähern.

## 2.5 Impedanz

Wird der Gesamtwiderstand des RCL-Gliedes bestimmt, so ist festzustellen, dass es sich hierbei um die komplexe Größe

$$Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (11)$$

handelt. Dieser komplexen Widerstand (Impedanz) wird in seinen reellen Wirkwiderstand (hier:  $R$ ) und den rein imaginären Scheinwiderstand (hier:  $i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ ) eingeteilt.

## 3 Aufbau

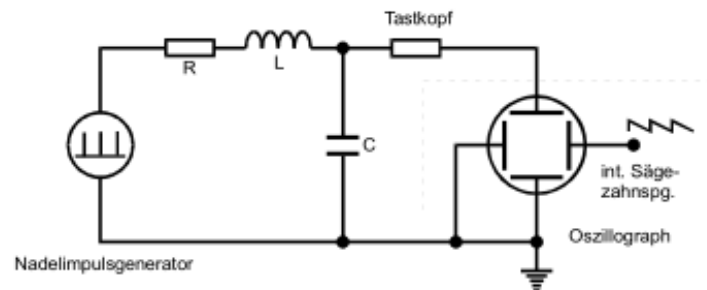
### 3.1 Gerätedaten

Für alle Messungen wurde Gerät 2 verwendet mit folgenden Spezifikationen:

$L = (10,11 \pm 0,03) \text{ mH}$ ,  $C = (2,098 \pm 0,006) \text{ nF}$ ,  $R_1 = (48,1 \pm 0,1) \Omega$ ,  $R_2 = (509,5 \pm 0,5) \Omega$

### 3.2 Messapparatur zur Bestimmung des Dämpfungswiderstandes

Die ersten beiden Messreihen zur Bestimmung des Dämpfungswiderstandes werden mit einer Schaltung, wie in Abbildung 2, verwirklicht. Der Aufbau unterscheidet sich für die Messreihen nur dahingehend, dass für die Bestimmung des Dämpfungswiderstandes für den aperiodischen Grenzfall der Widerstand  $R$  durch einen regelbaren Widerstand ausgetauscht wird.



**Abbildung 2:** Zur Erfassung der Schwingung des angeregten RCL-Kreises verwendete Schaltung mit  $R = R_1$  aus Quelle [1]

### 3.3 Messapparatur zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit...

#### 3.3.1 ...der Kondensatorspannung

Zur Messung der Frequenzabhängigkeit der am Kondensator auftretenden Spannung stellt man den Impulsgenerator aus Abb.2 so um, dass er eine Sinusspannung generiert. Desweiteren wird  $R = R_2$  gewählt.

#### 3.3.2 ...der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung

Wieder gilt  $R = R_2$ . Die Messapparatur für diesen Teil des Versuches unterscheidet sich von der aus Teil nur dahingehend, dass die Sinusspannung des Generators auf den Zweitkanal des Oszillographs gelegt wird.

#### 3.3.3 ...des Scheinwiderstandes

Ist gleich der aus Teil 3.3.2.

## 4 Durchführung

### 4.1 Messung der Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Zeit

Die Messapparatur wird, wie im Aufbau 3.2 geschildert, aufgebaut. Zunächst wird der Schwingkreis mittels eines Nadelimpuls kurz angeregt, da kein Nadelimpulsgenerator zur Verfügung stand, wurde dieser mit einer Rechteckspannung mit klein möglicher Impulsbreite moduliert.

Dies dient dazu dem System eine Anfangsenergie zu übergeben. Die Frequenz des Generators wird mit ca. 600 Hz so gering gewählt, dass die Schwingung vor einer erneuten Anregung nahezu vollständig abgeklungen ist. Die am Kondensator anliegende Spannung  $U_C$  wird hierbei mit Hilfe eines digitalen Oszilloskops aufgezeichnet.

### 4.2 Grobe Messung des Dämpfungswiderstandes

Da im folgenden  $R_{ap}$  bestimmt werden soll, wird  $R$  in Abb.2 als frei zwischen 0  $\Omega$  und 10 k $\Omega$  einstellbar realisiert.  $R_{ap}$  lässt sich näherungsweise bestimmen, indem zuerst  $R = 10$  k $\Omega$  gewählt wird. Nun wird der Widerstand reduziert, bis eine schwache Schwingung erkennbar ist, um ihn dann wieder zu erhöhen, bis die Schwingung gerade eben verschwindet. An diesem Punkt hat man  $R_{ap}$  in grober Näherung gemessen.

### 4.3 Messung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Nun wird die Kondensatorspannung bei unterschiedlichen Frequenzen protokolliert, wobei zusätzlich das Ausgangssignal  $U$  des Generators direkt gemessen wird, um eine eventuell im Tastkopf entstehende Phasenverschiebung herausrechnen zu können. Ebenfalls berücksichtigt werden muss der Eigenwiderstand der verwendeten Geräte.

### 4.4 Messung der Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung

Erneut werden Kondensator- und Eingangsspannung für unterschiedliche Frequenzen aufgenommen. Diesmal jedoch werden sie am Oszilloskop auf ihren Gangunterschied untersucht mittels des Cursors, welcher sich auf die Extremstellen der Signale setzen lässt und den Zeitunterschied zwischen beiden liefert. In dieser Messreihe wurden 12 Werte im Frequenzbereich von ca. 101 kHz bis 0,2 kHz gemessen.

### 4.5 Messung der Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes

Zuletzt wird die Impedanz des Aufbaus ermittelt, indem am Oszilloskop die vom Generator ausgegebene Spannung und der Stromfluss im RCL-Kreis in Abhängigkeit von der Frequenz der Anregung aufgenommen werden.



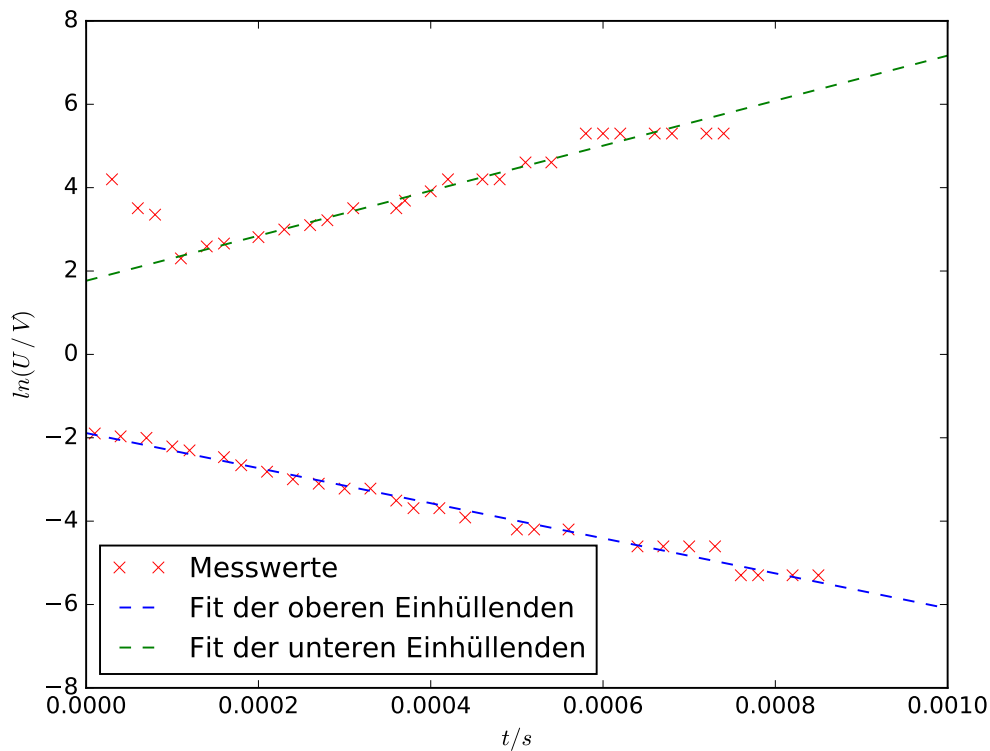
## 5 Auswertung

### 5.1 Zeitabhängigkeit der Amplitude einer gedämpften Schwingung

Zuerst werden alle Werte logarithmiert und die Werte der oberen und unteren Einhüllenden werden dann mit der Funktion

$$f(x) = 2\pi\mu t + \ln(A_0)$$

gefittet, wie in Abbildung 3 zusehen.



**Abbildung 3:** Einhüllenden der Schwingungskurve

Es ist ersichtlich, dass für den Fit der unteren Einhüllenden, Werte aus gelassen wurden, da diese keine Aussage über den Abfall der Schwingung machen, sonder Ergebniss des Anschwingvorganges sind. Aus dem Fit ergeben sich dann folgende Werte für die obere Einhüllende

$$\mu = (-670 \pm 17) \frac{1}{s} \quad A_0 = (0,152 \pm 0,008) \text{ V}$$

und für die untere Einhüllende

$$\mu = (860 \pm 34) \frac{1}{s} \quad A_0 = (5,8 \pm 0,6) \text{ V}.$$

Daraus ergeben sich dann Werte für die Abklingdauer

$$T_{ex} = \frac{1}{2\pi\mu}$$

und dem effektiv Widerstand

$$R_{eff} = 4\pi L\mu.$$

Dann ergeben sich die Werte:

$$T_{ex} = (2,38 \cdot 10^{-5} \pm 6 \cdot 10^{-6}) \text{ s und } R_{eff} = (85,1 \pm 2,2) \Omega$$

für die obere Einhüllende und

$$T_{ex} = (1,85 \cdot 10^{-5} \pm 7 \cdot 10^{-6}) \text{ s und } R_{eff} = (109 \pm 4) \Omega$$

für die untere Einhüllende. Die Werte von diesem Teil des Versuches sind in den folgenden Tabellen eingetragen.

**Tabelle 1:** Spannung und Frequenz der Gedämpften Schwinung

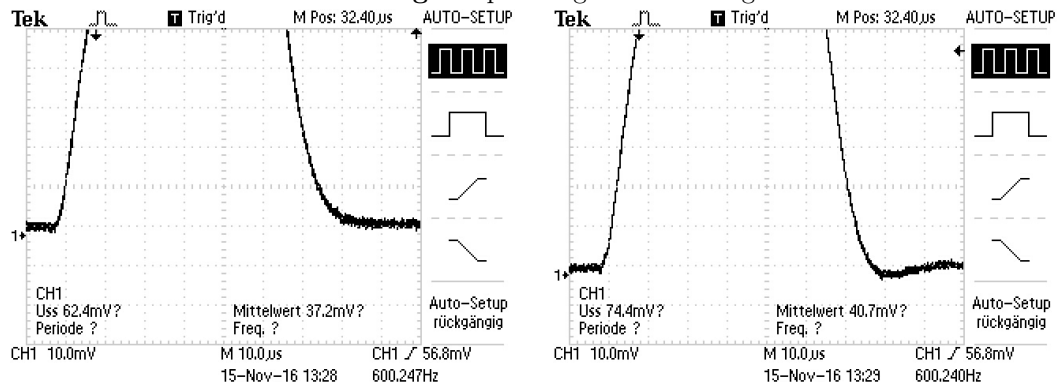
(a) 1		(b) 2	
$U_i/\text{mV}$	$t/\mu\text{s}$	$U_i/\text{mV}$	$t/\mu\text{s}$
$1.50 \cdot 10^2$	$1.00 \cdot 10^1$	$-2.00 \cdot 10^1$	$4.00 \cdot 10^2$
$1.40 \cdot 10^2$	$4.00 \cdot 10^1$	$-1.50 \cdot 10^1$	$4.20 \cdot 10^2$
$1.35 \cdot 10^2$	$7.00 \cdot 10^1$	$-1.50 \cdot 10^1$	$4.60 \cdot 10^2$
$1.10 \cdot 10^2$	$1.00 \cdot 10^2$	$-1.50 \cdot 10^1$	$4.80 \cdot 10^2$
$1.00 \cdot 10^2$	$1.20 \cdot 10^2$	$-1.00 \cdot 10^1$	$5.10 \cdot 10^2$
$8.50 \cdot 10^1$	$1.60 \cdot 10^2$	$-1.00 \cdot 10^1$	$5.40 \cdot 10^2$
$7.00 \cdot 10^1$	$1.80 \cdot 10^2$	$-5.00$	$5.80 \cdot 10^2$
$6.00 \cdot 10^1$	$2.10 \cdot 10^2$	$-5.00$	$6.00 \cdot 10^2$
$5.00 \cdot 10^1$	$2.40 \cdot 10^2$	$-5.00$	$6.20 \cdot 10^2$
$4.50 \cdot 10^1$	$2.70 \cdot 10^2$	$-5.00$	$6.60 \cdot 10^2$
$4.00 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^2$	$4.00 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^2$
$4.00 \cdot 10^1$	$3.30 \cdot 10^2$	$4.00 \cdot 10^1$	$3.30 \cdot 10^2$
$3.00 \cdot 10^1$	$3.60 \cdot 10^2$	$3.00 \cdot 10^1$	$3.60 \cdot 10^2$
$2.50 \cdot 10^1$	$3.80 \cdot 10^2$	$2.50 \cdot 10^1$	$3.80 \cdot 10^2$
$2.50 \cdot 10^1$	$4.10 \cdot 10^2$	$2.50 \cdot 10^1$	$4.10 \cdot 10^2$
$2.00 \cdot 10^1$	$4.40 \cdot 10^2$	$2.00 \cdot 10^1$	$4.40 \cdot 10^2$
$1.50 \cdot 10^1$	$5.00 \cdot 10^2$	$1.50 \cdot 10^1$	$5.00 \cdot 10^2$
$1.50 \cdot 10^1$	$5.20 \cdot 10^2$	$1.50 \cdot 10^1$	$5.20 \cdot 10^2$
$1.50 \cdot 10^1$	$5.60 \cdot 10^2$	$1.50 \cdot 10^1$	$5.60 \cdot 10^2$
$1.00 \cdot 10^1$	$6.40 \cdot 10^2$	$1.00 \cdot 10^1$	$6.40 \cdot 10^2$
$1.00 \cdot 10^1$	$6.70 \cdot 10^2$	$1.00 \cdot 10^1$	$6.70 \cdot 10^2$
$1.00 \cdot 10^1$	$7.00 \cdot 10^2$	$1.00 \cdot 10^1$	$7.00 \cdot 10^2$
$1.00 \cdot 10^1$	$7.30 \cdot 10^2$	$1.00 \cdot 10^1$	$7.30 \cdot 10^2$
$5.00$	$7.60 \cdot 10^2$	$5.00$	$7.60 \cdot 10^2$
$5.00$	$7.80 \cdot 10^2$	$5.00$	$7.80 \cdot 10^2$
$5.00$	$8.20 \cdot 10^2$	$5.00$	$8.20 \cdot 10^2$
$5.00$	$8.50 \cdot 10^2$	$5.00$	$8.50 \cdot 10^2$
$1.50 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^1$	$1.50 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^1$
$3.00 \cdot 10^1$	$6.00 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^1$	$6.00 \cdot 10^1$
$3.50 \cdot 10^1$	$8.00 \cdot 10^1$	$3.50 \cdot 10^1$	$8.00 \cdot 10^1$
$-1.00 \cdot 10^2$	$1.10 \cdot 10^2$	$-1.00 \cdot 10^2$	$1.10 \cdot 10^2$
$-7.50 \cdot 10^1$	$1.40 \cdot 10^2$	$-7.50 \cdot 10^1$	$1.40 \cdot 10^2$
$-7.00 \cdot 10^1$	$1.60 \cdot 10^2$	$-7.00 \cdot 10^1$	$1.60 \cdot 10^2$
$-6.00 \cdot 10^1$	$2.00 \cdot 10^2$	$-6.00 \cdot 10^1$	$2.00 \cdot 10^2$
$-5.00 \cdot 10^1$	$2.30 \cdot 10^2$	$-5.00 \cdot 10^1$	$2.30 \cdot 10^2$
$-4.50 \cdot 10^1$	$2.60 \cdot 10^2$	$-4.50 \cdot 10^1$	$2.60 \cdot 10^2$
$-4.00 \cdot 10^1$	$2.80 \cdot 10^2$	$-4.00 \cdot 10^1$	$2.80 \cdot 10^2$
$-3.00 \cdot 10^1$	$3.10 \cdot 10^2$	$-3.00 \cdot 10^1$	$3.10 \cdot 10^2$
$-3.00 \cdot 10^1$	$3.60 \cdot 10^2$	$-3.00 \cdot 10^1$	$3.60 \cdot 10^2$
$-2.50 \cdot 10^1$	$3.70 \cdot 10^2$	$-2.50 \cdot 10^1$	$3.70 \cdot 10^2$

**Tabelle 2:** Spannung und Frequenz der Gedämpften Schwingung 3

$U_i/\text{mV}$	$t/\mu\text{s}$
$-2.00 \cdot 10^1$	$4.00 \cdot 10^2$
$-1.50 \cdot 10^1$	$4.20 \cdot 10^2$
$-1.50 \cdot 10^1$	$4.60 \cdot 10^2$
$-1.50 \cdot 10^1$	$4.80 \cdot 10^2$
$-1.00 \cdot 10^1$	$5.10 \cdot 10^2$
$-1.00 \cdot 10^1$	$5.40 \cdot 10^2$
$-5.00$	$5.80 \cdot 10^2$
$-5.00$	$6.00 \cdot 10^2$
$-5.00$	$6.20 \cdot 10^2$
$-5.00$	$6.60 \cdot 10^2$
$-5.00$	$6.80 \cdot 10^2$
$-5.00$	$7.20 \cdot 10^2$
$-5.00$	$7.40 \cdot 10^2$
$0.00$	$7.70 \cdot 10^2$
$0.00$	$8.10 \cdot 10^2$
$0.00$	$8.30 \cdot 10^2$
$-5.00$	$6.80 \cdot 10^2$
$-5.00$	$7.20 \cdot 10^2$
$-5.00$	$7.40 \cdot 10^2$
$0.00$	$7.70 \cdot 10^2$
$0.00$	$8.10 \cdot 10^2$
$0.00$	$8.30 \cdot 10^2$

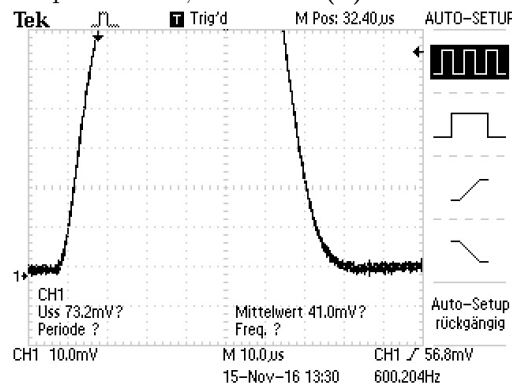
## 5.2 Aperiodischer Grenzfall

Abbildung 4: Spannungen im Schwingkreis



(a) bei einer Erregerfrequenz von 3,5 kΩ

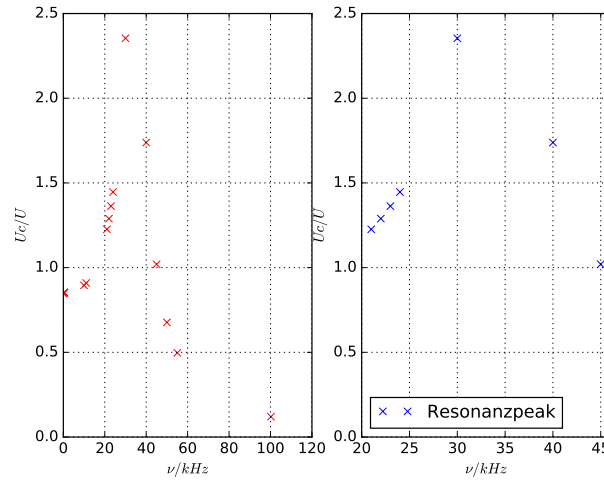
(b) bei einer Erregerfrequenz von 3 kΩ



(c) bei einer Erregerfrequenz von 3,3 kΩ

In Abbildung 4 ist zusehen, dass es einen Überschwing bei 3,5 kΩ gibt und bei 3 kΩ die Relaxion noch nicht ihr Maximum erreicht hat. Daraus folgt das der Widerstand  $R_{ap}$  bei ca. 3,3 kΩ liegt. Der Literaturwert liegt bei  $4390 \pm 9 \Omega$ .

## 5.3 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorsspannung



**Abbildung 6:** Kondensatorspannung

Da die Werte im Bereich ab 45 kHz abfallen und somit keine richtige Resonanzkurve zeigen wurde hier auf einen Fit verzichtet. Für die Resonanzüberhöhung  $q$  ergibt sich experimentel:  $q_{ex} = 2,34$ . Theoretisch ergibt sich jedoch :  $q_{theo} = (21,8 \pm 0,5)$ . Für den Frequenzabstand ergibt sich experimentel  $\nu_+ - \nu_- = 25\text{kHz}$  und theoretisch  $\nu_{theo} = (1585 \pm 33)\text{Hz}$ . Die Resonanzüberhöhung ergibt sich aus der Formel

$$q_{theo} = \frac{\omega_0}{\omega_+ - \omega_-}.$$

Der Frequenzabstand ergibt sich aus

$$\nu_{theo} = \nu_+ - \nu_- = \frac{R}{2\pi L}$$

Die Messreihe wurde in der folgenden Tabelle festgehalten.

**Tabelle 3:** Spannung und Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

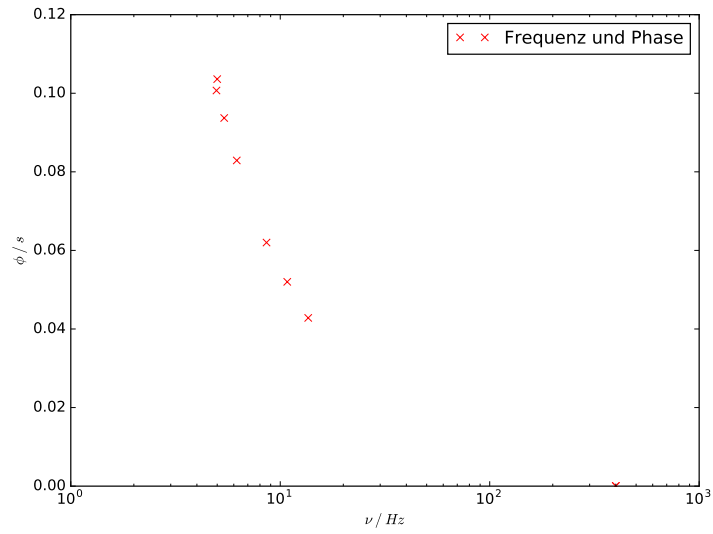
$U_{ss}/\text{mV}$	$U_{eff}/\text{mV}$	$t/\mu\text{s}$
$1.56 \cdot 10^2$	$5.55 \cdot 10^1$	$4.15 \cdot 10^2$
$1.56 \cdot 10^2$	$5.54 \cdot 10^1$	$4.50 \cdot 10^2$
$1.56 \cdot 10^2$	$5.54 \cdot 10^1$	$5.00 \cdot 10^2$
$1.68 \cdot 10^2$	$5.82 \cdot 10^1$	$1.00 \cdot 10^4$
$1.72 \cdot 10^2$	$5.91 \cdot 10^1$	$1.10 \cdot 10^4$
$2.22 \cdot 10^2$	$7.72 \cdot 10^1$	$2.00 \cdot 10^4$
$2.72 \cdot 10^2$	$9.40 \cdot 10^1$	$2.40 \cdot 10^4$
$2.56 \cdot 10^2$	$8.86 \cdot 10^1$	$2.30 \cdot 10^4$
$2.44 \cdot 10^2$	$8.38 \cdot 10^1$	$2.20 \cdot 10^4$
$2.34 \cdot 10^2$	$7.97 \cdot 10^1$	$2.10 \cdot 10^4$
$4.48 \cdot 10^2$	$1.53 \cdot 10^2$	$3.00 \cdot 10^4$
$3.24 \cdot 10^2$	$1.13 \cdot 10^2$	$4.00 \cdot 10^4$
$1.96 \cdot 10^2$	$6.63 \cdot 10^1$	$4.50 \cdot 10^4$
$1.26 \cdot 10^2$	$4.40 \cdot 10^1$	$5.00 \cdot 10^4$
$9.44 \cdot 10^1$	$3.23 \cdot 10^1$	$5.50 \cdot 10^4$
$1.56 \cdot 10^2$	$5.51 \cdot 10^1$	9.81
$2.14 \cdot 10^1$	7.80	$1.00 \cdot 10^5$

#### 5.4 Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung

Die Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung lässt sich im Plot 7 betrachten. Aufgrund zu weniger Daten im interessanten Bereich können  $\nu_+$  und  $\nu_-$ , sowie  $\nu_{res}$  experimentell nicht eindeutig bestimmt werden. Laut den Messwerten müsste die Resonanzfrequenz bei ca. 5 Hz liegen, dass widerspricht den Erwartungswerten. Die Erwartungswerte liegen für  $\nu_{res}$  bei  $(6,908 \pm 0,014) \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}}$  und für  $\nu_+$  sowie  $\nu_-$  bei  $(3,536 \pm 0,007) \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}}$  und  $(3,377 \pm 0,007) \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}}$ . Das ergibt sich aus den Gleichungen:

$$\nu_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad \text{und} \quad \nu_{\pm} = \pm \frac{1}{2\pi} \left( \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \right).$$

Die Messreihe ist in Taballe 4 dargestellt.



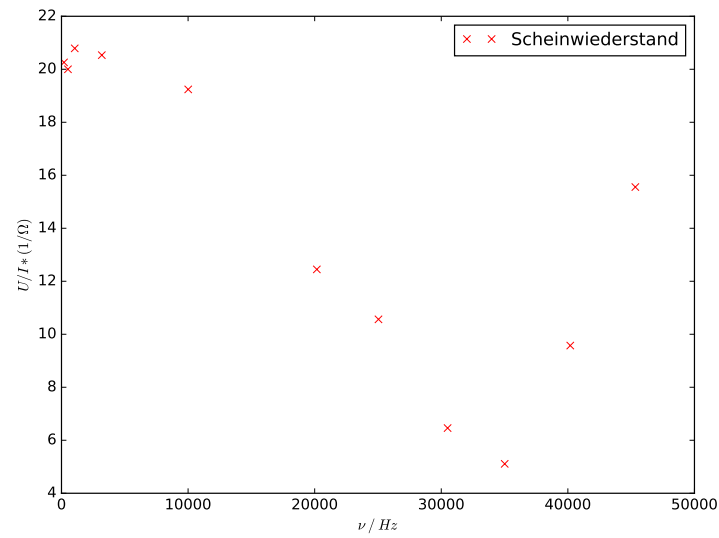
**Abbildung 7:** Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung

**Tabelle 4:** Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung

$\nu / \text{Hz}$	$\frac{\phi}{\mu\text{s}}$
$1.01 \cdot 10^5$	4.96
$2.32 \cdot 10^3$	0.00
$4.28 \cdot 10^4$	$1.36 \cdot 10^1$
$5.20 \cdot 10^4$	$1.08 \cdot 10^1$
$6.20 \cdot 10^4$	8.60
$8.29 \cdot 10^4$	6.20
$9.37 \cdot 10^4$	5.40
$1.04 \cdot 10^5$	5.00
$4.16 \cdot 10^1$	$4.00 \cdot 10^2$
$5.50 \cdot 10^1$	$4.00 \cdot 10^2$
$5.01 \cdot 10^2$	0.00
$1.99 \cdot 10^2$	0.00



## 5.5 Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes eines Serienkreises



**Abbildung 8:** Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes eines Serienkreises

Der Plot 8 zeigt den Abfall des Scheinwiderstandes bei steigender Frequenz. Jedoch steigt dieser wieder, dies steht im Widerspruch zu unseren Erwartungen. Die Messreihe ist in der Tabelle 5 dargestellt.

**Tabelle 5:** Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes

$U_{pp}/\text{V}$	$I_{pp}/\text{A}$	$\nu/\text{Hz}$
$3.12 \cdot 10^1$	1.54	$1.99 \cdot 10^2$
$3.12 \cdot 10^1$	1.56	$5.11 \cdot 10^2$
$3.16 \cdot 10^1$	1.52	$1.05 \cdot 10^3$
$3.08 \cdot 10^1$	1.50	$3.19 \cdot 10^3$
$3.04 \cdot 10^1$	1.58	$1.00 \cdot 10^4$
$3.00 \cdot 10^1$	2.41	$2.02 \cdot 10^4$
$3.00 \cdot 10^1$	2.84	$2.50 \cdot 10^4$
$2.92 \cdot 10^1$	4.52	$3.05 \cdot 10^4$
$2.80 \cdot 10^1$	5.48	$3.50 \cdot 10^4$
$2.92 \cdot 10^1$	3.05	$4.02 \cdot 10^4$
$3.08 \cdot 10^1$	1.98	$4.53 \cdot 10^4$

## 6 Diskussion

### 6.1 Relativer Fehler

Alle relativen Fehler wurden im folgenden mit der Formel

$$\frac{|x_e - x_m|}{|x_e|} \cdot 100\%$$

berechnet, wobei  $x_e$  der Erwartungswert und  $x_m$  der Messwert ist.

### 6.2 Zur Bestimmung des effektiven Dämpfungswiderstandes für den Fall der gedämpften Schingung

Es ist ersichtlich, dass für den Fit der unteren Einhüllenden, Werte aus gelassen wurden, da diese keine Aussage über den Abfall der Schwingung machen, sonder Ergebniss des Anschwingvorganges sind (s.Abb.3). Die relativen Fehler der effektiven Widerstände der jeweiligen Einhüllenden sind

$$\Delta R_{oben} = (13,3 \pm 2,2)\% \quad \text{und für} \quad \Delta R_{unten} = (11 \pm 4)\%.$$

Daraus ist zu schließen, dass Messwerte und Fit von relativ guter Qualität sind.

### 6.3 Zur groben Messung der Dämpfungswiderstandes

Die Abweichung der Widerstände lässt sich durch Versuchsaapparatur interne Widerstände und Kopplungen erklären. Der relative Fehler des effektiv Widerstandes liegt hier bei  $(24,84 \pm 0,15)\%$ .

### 6.4 Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Dort muss uns ein Fehler mit der Größenordnung der Konstantenspannung  $U$  unterlaufen sein den außer der Dezimalstellen sind die Werte entsprechend. Zudem kann, der Abfall der Spannung im Bereich ab 45 kHz, damit erklärt werden, dass für hohe Frequenzen der Widerstand der Spule ansteigt.

### 6.5 Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger-und Kondensatorspannung

Aufgrund der Tatsache, dass im interessanten Bereich vor dem Resonanzpeak keine Werte vorhanden sind, lassen sich hier keine weiteren Erkenntnisse rausziehen.

### 6.6 Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Impedanz

Das ansteigen des Scheinwiderstandes im Bereich von ab ca. 35 (s. Abb. 8) muss durch den Anstieg des Spulenwiderstand ausgelöst worden sein.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch Nr. 354 - Gedämpfte und erzwungene Schwingungen*. 2014.