

Simulação de termostato - Sistema CPS tempo misto (dinâmico e discreto)

Ricardo Rosal

June 19, 2022

1 Sistemas Ciber-físicos

- Definição
- Modelo de tempo discreto
 - Modelo de equações de diferenças
- modelo de tempo contínuo
- componente física do CPS
- componente cibernética do CPS

2 Concepção

- Modelo do Termostato - componente física
- Modelo do Termostato - componente cibernética

3 Implementação

- implementação da componente física
- implementação da componente cibernética

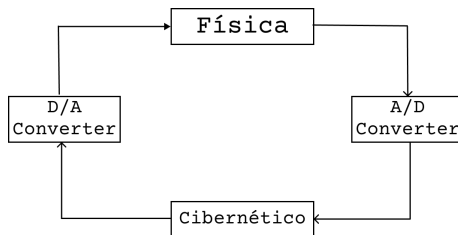
4 Análise

Sistemas Ciber-físicos

Definição

O que é CPS?

CPS (cyber-physical systems) é uma técnica de modelagem de sistemas integrados que envolvem os componentes físicos e cibernéticos do mesmo. potencialmente interconectado em redes de sinais digitais altamente conectado. O componente **cibernético** do sistema corresponde ao modelo do comportamento lógico do sistema, comumente definido pelo método e algoritmo de controle. O componente **físico** corresponde o modelo do fenômeno natural, que é regido pelas leis da física.[2]



Modelo de tempo discreto

Modelo de tempo discreto

- Um modelo de CPS de tempo discreto considera uma evolução discreta do tempo, o tempo evolui em passos periódicos e não contínuo.
- A componente física do sistema, pela própria natureza do fenômeno natural costuma ser contínua, no entanto, nesses modelos devemos considerar a discretização da evolução do sistema físico no modelo.
- A modelagem matemática do componente físico de um modelo de CPS de tempo discreto normalmente são descritos por uma **equação de diferenças**, dada uma função $G(x, v)$ que descreve a evolução discreta do fenômeno físico, onde x é o vetor de estado do sistema, e v é o vetor de entradas do sistema, que tem como saída a evolução discreta da medição do fenômeno no tempo.
- também uma função η que descreve a saída do sistema.

Modelo de tempo discreto

$$x^+ = G(x, v) \quad (1)$$

$$\eta^+ = h(x, v) \quad (2)$$

Para que seja possível calcular a solução dessa categoria de modelo, é necessário fornecer valores iniciais do estado do fenômeno, definido pelo vetor x e também as entradas do sistema cibernético v . Definidos respectivamente por x_0 e v_0 . Definindo cada passo no tempo discreto como k , podemos reescrever o modelo discreto do CPS conforme abaixo.

$$x(k+1) = G(x(k), v(k)) \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (3)$$

$$\eta(k+1) = h(x(k), v(k)) \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (4)$$

O Domínio das função $G(x, v)$ e $h(x, v)$, seu espaço é definido para todos os pontos possíveis pelo domínio dos sinais de entrada e do estado do sistema, x e v .

modelo de tempo contínuo

Modelo de tempo contínuo

Os modelos de tempo contínuo, como os de tempo discreto, também possuem uma componente física que recebe uma entrada v e retorna uma saída η . A principal diferença é que essas funções variam no tempo contínuo, dado por $t \in \mathbb{R} \geq 0 := [0, +\infty)$ e não mais no tempo discreto, ou para ser mais preciso, na representação em eventos do tempo.

Essa mudança implica na metodologia de descrição da dinâmica desses eventos, não podemos mais utilizar uma **equação de diferenças** para descrever a dinâmica, pois devemos descrevê-la de forma contínua, e para isso será necessário o uso de algumas ferramentas do cálculo, como as **equações diferenciais**.

$$\frac{dx}{dt} = F(x, v) \quad (5)$$

$$\eta = h(x, v) \quad (6)$$

A solução desse sistema, é definida por uma função no tempo $x(t)$ que satisfaça a equação diferencial.

componente física do CPS

Componente física do CPS - EDO ou EDP

A componente física de um sistema CPS é definida por uma equação diferencial que define a dinâmica da variável física medida e controlada no sistema que vamos chamar aqui de \dot{z} que é definida pela equação abaixo, onde z é o estado atual do sistema e $\mu \in \mathbb{R}^{mp}$ é a entrada.

$$\dot{z} = F_p(z, \mu) \in \mathbb{R}^{np} \quad (7)$$

E a saída do sistema, y , que é definida pela função abaixo.

$$y = h_p(z, \mu) \in \mathbb{R}^{hp} \quad (8)$$

Onde o espaço do sistema é definido pela seguinte restrição.

$$F_p : \mathbb{R}^{np} \times \mathbb{R}^{mp} \quad (9)$$

$$h_p : \mathbb{R}^{hp} \times \mathbb{R}^{mp} \quad (10)$$

componente cibernética do CPS

Definition (Maquina de Estados Finitos)

Maquina de estados finitos é um método de modelagem de sistemas discretos que podem ser descritos por **estados** finitos e que a dinâmica possa ser descrita como uma **regra** de transição.

As maquinas de estados finitos possui um número finito de estados definido pelo conjunto Q , e.g. $\{A, B, C\} \in Q$, e um finito número de entradas Σ , e.g. $\{0, 1\} \in \Sigma$.

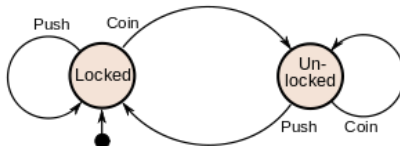
E a descrição da regra de transição de estados é da maquina de estado finito é definida pela função δ , que tem como variável o estado atual do sistema q e a entrada v .

$$q^+ = \delta(q, v) \quad (11)$$

Componente cibernética - FSM (Finite State Machine)

Um maquina de estados finitos deve conter os seguintes elementos:

- Um conjunto finito entrada Σ da qual a entrada atual v recebe seu valor;
- Um conjunto finito de estados Q onde ocorre a dinâmica do estado q ;
- Um conjunto de saída Δ onde a saída ζ recebe os valores;
- uma função de transição: $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \Delta$



Conversor analógico digital

O conversor analógico-digital é um componente eletrônico, que precisa de uma memória para guardar informação convertida e precisará ser transmitida de por uma rede digital, essa memória será chamada aqui como m_s e ela será reescrita a cada τ_s^* .

$$\dot{m}_s = 0 \leftarrow m_s(t) = m_s(0) \quad (12)$$

$$m_s^+ = v_s \quad (13)$$

O ADC é definido por uma **equação diferencial** de duas variáveis e uma **equação de diferenças** de também duas variáveis.

$$\text{ADC contínuo} = \begin{cases} \dot{\tau}_s = 1 \\ \dot{m}_s = 0 \end{cases} \quad \text{quando } \tau_s \in [0, \tau_s^*] \quad (14)$$

$$\text{ADC discreto} = \begin{cases} \tau_s^+ = 0 \\ m_s^+ = v_s \end{cases} \quad \text{quando } \tau_s = \tau_s^* \quad (15)$$

no conversor digital analógica (DAC), o valor do estado da componente cibernética do sistema é convertida para analógico para ser passado como entrada v para a componente física do sistema, essa conversão é feita na periodicidade $\frac{1}{T_\eta}$, e muda de valor a cada T_η .

$$\text{DAC contínuo} = \begin{cases} \dot{m}_\eta = 0 \\ \dot{\tau}_\eta = 1 \end{cases} \quad \text{quando } \tau \in [0, T_\eta^*) \quad (16)$$

$$\text{DAC discreto} = \begin{cases} m_\eta^+ = v_\eta \\ \tau_\eta^+ = 0 \end{cases} \quad \text{quando } \tau_\eta = T_\eta^* \quad (17)$$

Concepção

Modelo do Termostato - componente física

Dado uma sala que possui uma temperatura que tem sua dinâmica definida pela função $T \in \mathbb{R}$ e um dispositivo que pode controlar essa temperatura, como um ar condicionado. Podemos modelar a componente física desse sistema pela seguinte equação diferencial.[1]

$$\dot{T} = (\alpha - \delta S)T + T_R \quad (18)$$

Onde o parâmetro α é a taxa de troca de calor dado a carga térmica nesse espaço específico, o parâmetro T_R é a taxa de influência da temperatura externa a essa sala e o δ é a capacidade de troca de calor do equipamento em questão, vezes o estado do próprio equipamento, onde estamos assumindo dois estados, ligado (1) e desligado (0).

Convertendo esse modelo para a nossa convenção da componente física de um sistema CPS.

$$F_p(z, u) = (\alpha - \delta S)z + T_R \quad (19)$$

Modelo do Termostato - componente cibernética

definição da maquina de estados finitos

Agora vamos definir o modelo de maquina de estados finito para um termostato, onde o conjunto de **estado** Q , é definido pelo modo de operação do termostato definido por: $q \in Q = \{Ligado, Desligado\}$, conjunto do qual também é definido os valores da **saida** ζ .

A **entrada** é definido pelo variavel continua da temperatura, discretizada pelo conversor analógico digital, e limitado pelas restrições de temperatura maxima e mínima: $v \in \Sigma = T \in [T_{min}, T_{max}]$.

E uma **função de transição** δ que define a regra para transição de estado da uma combinação de estado e entrada especifico.

$$\delta(v, q) = \begin{cases} ON & v \geq T^{max} \text{ e } q=OFF \\ OFF & v \leq T^{Min} \text{ e } q=ON \end{cases} \quad (20)$$

e é definido também uma função de guarda que define as restrições da execução da máquina de estados finitos.

Definition

A função de guarda (I) define a combinação das variáveis do modelo da máquina de estado finito que ocorrerá as transições de estado.

$$I(v, q, \zeta) = \begin{cases} v \geq T_{max} & q^+ = DESLIGADO \\ v \leq T_{min} & q^+ = LIGADO \end{cases} \quad (21)$$

$$\zeta = K(q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q=ON \\ 0 & \text{se } q=OFF \end{cases} \quad (22)$$

Então, podemos definir completamente o modelo de máquina de estados finitos para controle de temperatura com um termostato pelo sistema de funções descritos abaixo.

$$\text{FSM com guarda} = \begin{cases} q^+ = \delta(q, v) \\ \zeta = K(q) \\ l = l(q, v, \zeta) \end{cases} \quad (23)$$

Componente Cibernética - Termostato

Componente Cibernética do modelo de CPS para o termostato, representado por uma maquina de estados finitos.

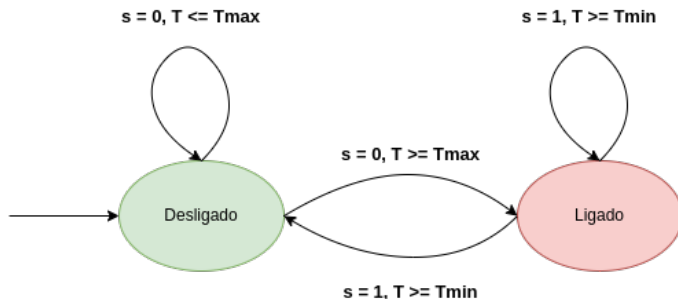


Figure: maquina de estados finitos do termostato

Implementação

implementação da componente física

- Foi criado uma função na linguagem de programação **Julia** que recebe um vetor de parâmetros do modelo e um vetor de variáveis para definir a equação diferencial ordinária.
- Foi utilizado o pacote **DifferentialEquations.jl** para definir um objeto ODEProblem da biblioteca e resolver a equação diferencial numericamente.
- O algoritmo numérico para solução da EDO escolhido foi o **Runge-Kutta de 5th ordem**.

implementação da componente cibernética

- foi criado uma função **callback** para ser executado a cada vez que a temperatura atingisse o valor maximo ou minino (implementação da função de guarda);
- essa função verificar o valor do **estado do termostato** (ligado ou desligado) e muda seu estado conforme o estado atual (implementação da função δ);
- alem de mudar o termostato **ativa o estado para a componente física**, mudando a capacitância térmica do sistema.

Análise

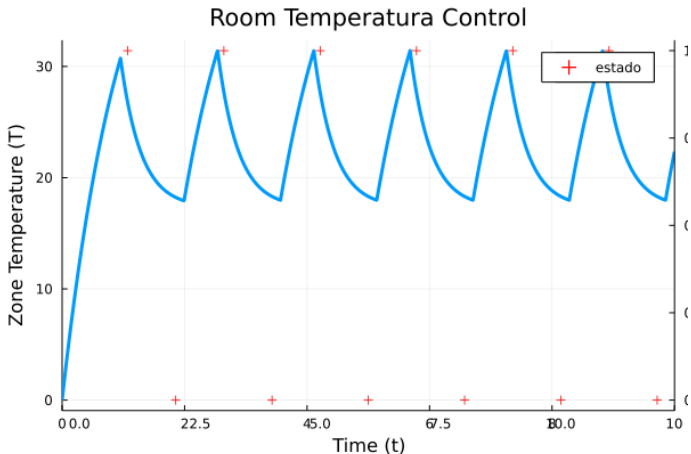


Figure: simulação com com capacidade térmica 2x a carga térmica

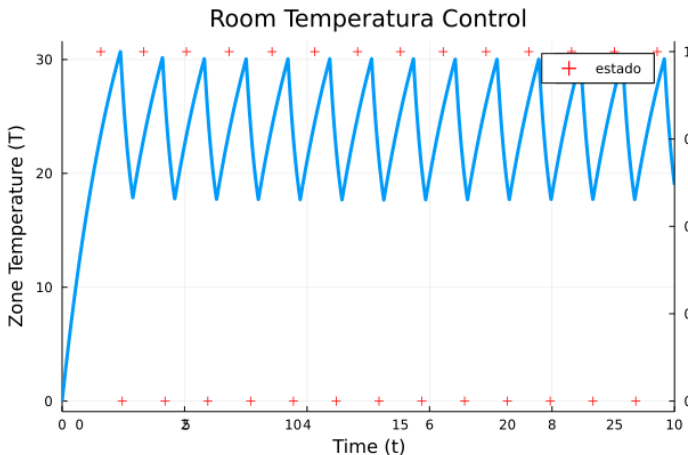


Figure: simulação com com capacidade térmica 4x a carga térmica

- Pode-se observar que quanto maior a capacidade do equipamento, mais rápido será o atingimento do setpoint de temperatura máxima e mínima, no entanto isso pode gerar mais eventos de partida e parada, o que pode diminuir a vida útil do mesmo.
- o modelo atual não leva em consideração ruídos nos sinais de carga térmica, como por exemplos novos equipamentos ligados no espaço ou numero maior de pessoas do que o esperado, isso pode ser simulado de forma estocástica a partir de uma distribuição de probabilidade e adicionar o parâmetro de carga térmica (fixo nesse modelo) como uma função que amostra de função inversa de uma distribuição de probabilidade.

Referências:



Z. Afroz, G. Shafiullah, T. Urmee, and G. Higgins.

Modeling techniques used in building HVAC control systems: A review.

Renewable and Sustainable Energy Reviews, 83:64–84, Mar. 2018.



R. Goebel, R. G. Sanfelice, and A. R. Teel.

Hybrid Dynamical Systems: Modeling, Stability, and Robustness.
Princeton University Press, 2012.