Неделя 1. Домашнее задание
Множества, мультимножества, алгебра множеств

Задание 1. *Даны множества* A, B, C*:*

$$A = \{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ 2017\},\ B = \{2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ 2018\},\ C = \{3,\ 4,\ 5,\ \ldots,\ 2019\}.$$

Упростите выражение:

$$(A \cup B) \div (A \cup C) \div (B \cup C). \tag{1}$$

Задание 2. *Найдите пересечение множеств* A *и* B*:*

$$A = (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}) \cap \left\{-\frac{256}{1}, \frac{256}{2}, -\frac{256}{4}, \frac{256}{8}, \ldots\right\},\ B = \mathbb{Z} \cup \left\{-\frac{1}{1}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \ldots\right\}. \tag{2}$$

Задание 3. *Докажите тождество:*

$$((A \cap A \cup A \cap C) \cap (B \cap (B \cup C))) \cap C = \overline{\bar{B} \cup \bar{C} \cup \bar{A}}. \tag{3}$$

Задание 4. *Найдите наименьшее положительное значение параметра* λ*, при котором количество подмножеств множества* P *будет равно* 64*.*

$$P = \{n \in \mathbb{N} \mid \lambda \textit{ делится на } n\}. \tag{4}$$

Задание 5. *Множество* A *определено следующим образом:*

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \arcsin\left(x^2 - x - 1\right) = 0 \textit{ или } \sqrt{\pi} - (x+1)^2 > 0\right\}. \tag{5}$$

Запишите множество A *в виде объединения точек/отрезков/интервалов.*

Задание 6. *Используя основные законы алгебры множеств, упростите следующее выражение:*

$$\left(A \div \left(\overline{\bar{A} \cup \bar{B}}\right)\right) \cap ((A \cup B) \div (A \cap B)) \tag{6}$$

при условии, что множества A *и* B *не пересекаются.*

Задание 7. *Даны множества X, Y и Z:*

$$X = \{a,\, b,\, c,\, \ldots,\, z\},\ Y = \{\{a\},\, \{b\},\, \{c\},\, \ldots,\, \{z\}\},\ Z = \{\{a,\, b,\, c,\, \ldots,\, z\}\}. \tag{7}$$

Найдите:

a) $X \cap Y \cap Z$,

b) $(X \cup Z) \setminus ((X \cup Y) \cap (Y \cup Z))$,

c) $X \div ((X \cup Y) \div (X \cup Y \cup Z))$.

Задание 8. *Верно ли следующее утверждение?*

$$(A \cup B \cup C \cup D) \div (A \cap B \cap C \cap D) = A \cup B \cup C \cup D \iff A \cap B \cap C \cap D = \varnothing. \tag{8}$$

Задание 9. *Упростите выражение:*

$$\overline{\overline{\overline{\Big(A \div \big((B \cup (B \cap C)) \cap \bar{B}\big)\Big)} \cap \overline{((B \cup C \cap B) \cup B)} \cap \overline{\big(C \setminus \bar{C}\big)}}}. \tag{9}$$

Задание 10. *Определите, тождественны ли следующие выражения:*

$$(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) \stackrel{?}{=} (A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) \setminus (A_1 \div A_2 \div \ldots \div A_n) \tag{10}$$

для любого натурального n, большего единицы.

Задание 11. *Даны множества P_1, …, P_n, где n — натуральное число. Множество P_k представляет собой множество всех натуральных степеней числа $2^{p(k)}$, где $p(k)$ — простое число под номером k. То есть:*

$$\begin{array}{l} P_1 = \{(2^2)^1,\, (2^2)^2,\, (2^2)^3,\, (2^2)^4,\, \ldots\}, \\ P_2 = \{(2^3)^1,\, (2^3)^2,\, (2^3)^3,\, (2^3)^4,\, \ldots\}, \\ P_3 = \{(2^5)^1,\, (2^5)^2,\, (2^5)^3,\, (2^5)^4,\, \ldots\}, \\ P_4 = \{(2^7)^1,\, (2^7)^2,\, (2^7)^3,\, (2^7)^4,\, \ldots\}, \\ \textit{и так далее.} \end{array} \tag{11}$$

Дано множество P:

$$P = P_1 \cap P_2 \cap P_3 \cap \ldots \cap P_n. \tag{12}$$

Найдите наименьшее число, принадлежащее множеству P.

Задание 12. *Упростите выражение:*

$$\left(\overline{(A \cap B \cap C \cap D) \div (A \cup B \cup C \cup D)}\right) \cap ((A \cap B \cap C \cap D) \cap (A \cup B \cup C \cup D)). \qquad (13)$$