Виды событий.

1) Достоверным называют событие, которое в результате испытания (осуществления определенных действий, определенного комплекса условий) обязательно произойдет.

Например, в условиях земного тяготения подброшенная монета непременно упадет вниз.

2) Невозможным называют событие, которое в результате испытания заведомо не произойдет. Пример невозможного события: в условиях земного тяготения подброшенная монета улетит вверх.

3) Событие называется случайным, если в результате испытания оно может, как произойти, так и не произойти.

При этом должен иметь место присутствующий критерий случайности: случайное событие – есть следствие случайных факторов, воздействие которых предугадать невозможно или крайне затруднительно.

Любой результат испытания называется исходом, который, собственно и представляет собой появление определенного события.

События (мобие) обозначают большими латинскими буквами A, B, C, D, E, F..., либо теми же буквами с подстрочными индексами, например $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \ldots$

При этом стараются избегать буквы P

A_0 в результате броска монеты выпадет „орел";

B_5 в результате броска игральной кости (кубика) выпадет 5 очков;

$C_т$ из карточной колоды будет извлечена карта трефовой масти.

Важной характеристикой случайных событий является их равновозможность. Два или большее количество событий называют равновозможными, если ни одно из них не является более возможным, чем другое.

Например:

– выпадение орла или решки при броске монеты;

– выпадение 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков при броске игрального кубика.

– появление трефы, пики, бубны или червы при случайном извлечении карты из полной колоды.

Не равновозможные

если у монеты или кубика смещен центр тяжести, то гораздо чаще будут выпадать вполне определенные грани.

Совместные и несовместные события.

Противоположные события. Полная группа событий.

События называют несовместимыми, если в одном и том же испытании появление одного из событий исключает появление других событий.

Простейшим примером несовместных событий является пара противоположных событий. Событие, противоположное данному, обычно обозначают той же латинской буквой с черточкой наверху:

A_o в результате броска монеты выпадает орел;

$\overline{A_o}$ в результате этого же броска выпадает решка

Совершенно ясно, что в отдельно взятом испытании появление орла исключает появление решки (и наоборот), поэтому данные события и называются несовместными.

Противоположные события легко формулируются из ~~соо~~ соображений элементарной логики:

B_5 в результате броска ~~из~~ игрального кубика выпадет 5 очков:

$\overline{B_5}$ в результате этого же броска выпадет число очков, отличное от пяти.

5, либо не 5, т.е. данные события несовместны и противоположны.

Множество несовместимых событий образуют полную группу, если в результате отдельно взятого испытания обязательно появится одно и только одно из этих событий.

Очевидно, что любая пара противоположных событий, например, B_5 и $\overline{B_5}$ (выпадение/невыпадение „5") образует полную группу.

Но разумеется, полную группу могут образовывать не только противоположные события:

B_1 в результате броска игрального кубика выпадет 1 очко

B_2 2 очка

B_6 6 очков

$B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ несовместные (поскольку появление какой-либо грани исключает одновременное появление других) и образуют полную группу

Элементарное событие нельзя „разложить на другие события"

события $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ элементарны, но событие $\overline{B_5}$ не является таковым так как подразумевает выпадение 1, 2, 3, 4 или 6 очков (включает в себя 5 элементарных исходов

В примере с картами событие $C_т, C_п, C_ч, C_б$ несовместны и образуют полную группу, но они не - элементарны

Если считать, что в колоде 36 карт, то каждое из перечисленных выше событий включает в себе 9 элемента[рн]ых исходов. Аналогично - событие $D_6, D_7, D_8, D_9, D_{10}$, $D_в, D_д, D_к, D_т$ (извлечение шестерки, семерки, коро[ля], туза) несовместны, образуют полную группу и не эле[мен]тарны (каждое включает в себе 4 исхода).

Таким образом, элементарным исходом здесь считается лишь извлечение какой-то конкретной

$P(C_T) = \frac{1}{4}$ того, что будет извлечена треф.

$P(\overline{C_T}) + P(C_T) = 1$

В упрощенном варианте оформления вероятнах противоположного события стандартно обозначается строчной буквой q.

$p = 0{,}7$ вероятность того, что стрелок попадет в цель, $q = 1 - p = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$ – вероятность, что промахнется.

~~Твер~~ Перестановки, сочетания и размещения без повторений.

яблоко/груша/банан

Формула количества перестановок: $P_n = n!$

Типичная смысловая нагрузка: „Сколькими способами можно переставить n объектов?"

$P_3 = 3!$, $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, 6 способов.

карты, и 36 несовместных элементарных исходов также образовывают полную группу событий.

События называются **совместными**, если в отдельно взятом испытании появление одного из них не исключает появление другого. Например:

$C_т$ из колоды карт будет извлечена трефа

D_7 из колоды карт будет извлечена семерка

– данные события совместны, т.к. при извлечении семерки треф одновременно имеют место оба события

Сложение и умножение событий

Сложение событий обозначает логическую связку ИЛИ, **V – дизъюнкция**,

а умножение событий – логическую связку И. **Λ конъюнкция.**

1) Суммой двух событий A и B называется событие A + B которое состоит в том, что наступит или событие A или событие B или оба события одновременно. В том случае ~~в~~ если события несовместны, последний вариант отпадает, то есть может наступить или событие

A или событие B

Правило распространяется и на большее количество слагаемых, например, событие

$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$ состоит в том, что произойдет хотя бы одно из событий A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, а если события несовместные — то одно и только одно событие из этой суммы: или событие A_1 или событие A_2

Событие: $\overline{B_5} = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_6$

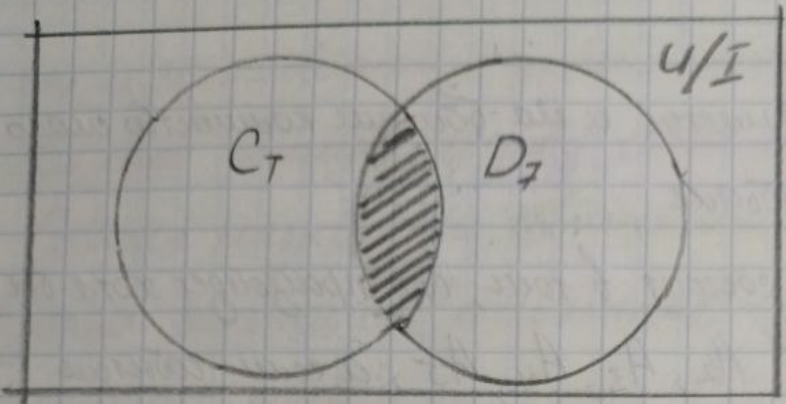
(при броске игральной кости не выпадет 5 очков) состоит в том, что выпадет 1, или 2, или 3, или 4, или 6 очков.

Событие $B_{1,2} = B_1 + B_2$ состоит в том, что выпадет не б[ольше] двух очков (1 или 2)

События совместные:

Событие $C_T + D_7$

Состоит в том, что из колоды будет извлечена трефа или семерка или семерка треф. Согласно данному вы[ше] определению, хотя бы что-то или любая трефа или любая семерка или их пересечение — семерка тре[ф]



Событие $D+G+S$ состоит в том, что завтра в 12.00 наступит хотя бы одно из суммируемых совместных событий, а именно

– будет дождь / только гроза / только солнце.

– или наступит только какая-нибудь пара событий (дождь + гроза / дождь + солнце / гроза + солнце).

– или все 3 события появятся одновременно.

Произведением двух событий A и B называют событи AB которое состоит в совместном появлении этих событ иными словами, умножение AB означает, что при некоторых обстоятельствах наступит и событие A и событие B. Аналогичное утверждение справедливо и для большего количества событий, так, например, произведение $A_1A_2A_3 \ldots A_{10}$, подразумевает, что при определенных условиях произойдет и событие A_1 и событие A_2

Рассмотрим испытание, в котором подбрасываются 2 монетки (не имеет значение одновременно или нет) и следующие события:

A_1 - на 1й монете выпадает орел.

$\overline{A}_1$ - на 1й монете выпадает решка.

A_2 - на 2-й монете выпадает орел.

$\overline{A}_2$ - на 2й монете выпадает решка.

$A_1 A_2$ - событие, что на 1й монете орел, на 2й - орел.

$\overline{A}_1 \overline{A}_2$ - на 1й монете решка, на 2й решка

$A_1 \overline{A}_2$ - на 1 - орел, на 2й - решка.

$\overline{A}_1 A_2$ - событие, что на 1й монете - решка, на 2й - орел

$A_1 A_2$, $\overline{A}_1 \overline{A}_2$, $A_1 \overline{A}_2$, $\overline{A}_1 A_2$ несовместимы и ~~об~~ образуют полную группу.

$A_1 A_2 + \overline{A_1 A_2} + A_1 \overline{A}_2 + \overline{A}_1 A_2$ выпадет два орла или 2 решки, или на 1й монете выпадет орел и на 2й решка, или на 1й монете выпадет решка, на 2й орел.

Это был пример, когда в одном испытании задействовано несколько объектов, в данном случае две монеты. Другая распространенная в практических задачах схема – это повторные испытания, когда например, один и тот же кубик бросается 3 раза подряд. В качестве демонстрации рассмотрим следующие события:

$B(1)_4$ в 1-ом броске выпадет 4 очка

$B(2)_5$ во 2-ом 5 очков

$B_1(4) \cdot B(2)_5 \cdot B(3)_6$ состоит в том, что в 1-м броске выпадет 4 очка, и во 2-ом выпадет 5 и в 3-м выпадет 6 очков.

Вероятность события.

Вероятность события – это количественная мера возможности наступления этого события в результате испытания.

$P(A_o)$ вероятность того, что в результате броска монеты выпадет „орел"

$P(B_5)$ вероятность того, что в результате броска кубика выпадет 5 очков.

$P(C_T)$ вероятность того, что из колоды будет извлечена карта трефовой масти.

Так же для обозначения вероятности широко используется маленькая буква p

В частности можно отказаться от громоздких обозначений событий A_o, B_5, C_T и их вероятностей $P(A_o)$, $P(B_5)$, и $P(C_T)$ и использовать следующую стилистику:

$p_o = \frac{1}{2}$ вероятность того, что выпадет орел

$p_5 = \frac{1}{6}$ вероятность того, что на кости выпадет 5 очк

$p_T = \frac{1}{4}$ вероятность извлечения трефы из колоды.

Принято использовать доли единицы, и, очевидно, что вероятность может изменяться в пределах

$0 \leq P(A) \leq 1$ При этом если $P(A) = 0$ то событие является невозможным, если

$P(A) = 1$ достоверным, а если $0 < P(A) < 1$ то речь идет о случайном событии.

Сумма вероятностей событий, которые образу

о в результате броска монеты выпадет орел.
$\bar{A}_0$ в результате броска монеты выпадет решка.
По теореме: $P(A_0)+P(\bar{A}_0)=1$
Поскольку данные события равновозможны, то их вероятности одинаковы
$P(A_0)=\frac{1}{2}$, $P(\bar{A}_0)=\frac{1}{2}$ и по этой причине
такие события называют равновероятными.
Теорема удобна тем, что позволяет быстро найти вероятность противоположного события. Так, если известна вероятность $P(B_5)=\frac{1}{6}$
$P(B_5)+P(\bar{B}_5)=1$, $P(\bar{B}_5)=1-P(B_5)=$
$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$
в элементарных исходах и их вероятностей
для которых, к слову, данная теорема тоже справедлива:
$P(B_1)+P(B_2)+P(B_3)+P(B_4)+P(B_5)$
$+P(B_6)=1$
$P(B_1)=P(B_2)=P(B_3)=P(B_4)=P(B_5)=P(B_6)$
$=\frac{1}{6}$

$P(C_T) = \frac{1}{4}$ того, что будет извлечена треф.

$P(\overline{C_T}) + P(C_T) = 1$

В упрощенном варианте оформления вероятность противоположного события стандартно обозначается строчной буквой q.

$p = 0{,}7$ вероятность того, что стрелок попадет в цель, $q = 1 - p = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$ - вероятность, что промахнется.

~~Прер~~ Перестановки, сочетания и размещения без повторений.

яблоко/груша/банан

Формула количества перестановок: $P_n = n!$

Типичная смысловая нагрузка: „Сколькими способами можно переставить n объектов?"

$P_3 = 3!$, $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, 6 способов.