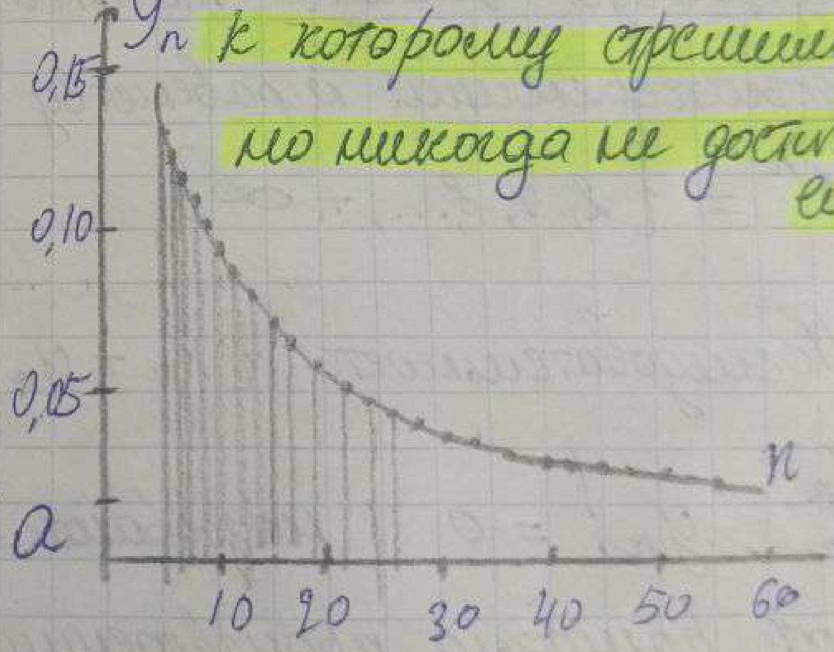
Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Последовательность $\{a_n\}$ называется бесконечно малой, если для любого положительного числа ε существует номер N такой, что при $n > N$ выполняется неравенство $|a_n| < \varepsilon$.

ε – число которое очень маленькое, например 0,00001, чаще всего стремится к нулю, подбирается индивидуально, от задачи.

предел - это число к которому стремится но никогда не достига[ет] е[го]

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$$



$$\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$$

Последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно большой, если для любого положительного числа A существует номер N такой, что при $n > N$ выполняется неравенство $|x_n| > A$.

Теорема 1 (о связи бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей) Если $\{x_n\}$ – бесконечно большая последовательность и $x_n \neq 0 \; \forall n$, то последовательность $1/x_n$ – бесконечно малая, и обратно, если $\{a_n\}$ – бесконечно малая последовательность и $a_n \neq 0 \; \forall n$, то последовательность $1/a_n$ – бесконечно большая.

$\frac{1}{n}$ – беск-но малая

сходимость = числу.

2^n – бесконечно большая.

расходимость = ∞

V v Дизъюнкция „или" AVB, истино, когда

$\{\mid\}$ $\{:\}$	$\{\mid\}$ $\{:\}$	Множество элементов, удовлетворяющих условию	$\{x \mid P(x)\}$ означает множество всех x таких, что верно $P(x)$	$\{n\in N \mid n^2 < 20\} = \{1,2,3,4\}$
$\varnothing$ $\{\}$	$\varnothing$ $\{\}$	Пустое множество „Пустое множество"	$\{\}$ и $\varnothing$ означают множество, не содержащее ни одного элемента.	$\{n\in N \mid 1 < n^2 < 4\} = \varnothing$
$\in$ $\notin$	$\in$ $\notin$	Принадлежность / не принадлежность к множеству	$a\in S$ означает „a является элементом множества S" $a \notin S$ означает „a не является элементом множества S"	$2\in N$ $\frac{1}{2}\notin N$
$\subseteq$ $\subset$	$\subseteq$ $\subset$	Подмножество „является подмножеством" „включено в"	$A\subseteq B$ означает „каждый элемент из A также является элементом B" $A\subset B$ обычно означает то же, что и $A\subseteq B$. Однако некоторые авторы используют $\subset$, чтобы показать строгое включение (то есть $\subsetneq$).	$(A\cap B)\subseteq A$ $Q\subseteq R$

$\vee$	$\vee$	Дизъюнкция „или"	$A\vee B$ истинно, когда хотя бы одно из условий A или B истинно	$(n\leq 2)\vee(n\geq 4) \Leftrightarrow n\neq 3$ если n натуральное число
$\neg$	$\neg$	Отрицание „не"	$\neg A$ истинно тогда и только тогда, когда ложно A	$\neg(A\wedge B) \Leftrightarrow (\neg A)\vee(\neg B)$ $x\notin S \Leftrightarrow \neg(x\in S)$
$\forall$	$\forall$	Квантор всеобщности „для любых/всех"	$\forall x, P(x)$ обозначает „$P(x)$ верно для всех (x)"	$\forall n\in N, n^2\geq n$
$\exists$	$\exists$	Квантор существования „существует"	$\exists x, P(x)$ означает „существует хотя бы один x такой, что верно $P(x)$"	$\exists n\in N, n+5=2n$ (подходит число 5)
$=$	$=$	Равенство „равно"	$x=y$ обозначает x и y обозначают одно и то же значение	$1+2=6-3$
$:=$ $:\Leftrightarrow$ $\overset{def}{=}$	$:=$ $:\Leftrightarrow$	Определение равно/равносильно по определению	$x:=y$ означает „x по определению равен y" $P:\Leftrightarrow Q$ P по определению равносильно Q	$ch(x):=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ гиперболический косинус $A\oplus B :\Leftrightarrow (A\vee B)\wedge\neg(A\wedge B)$ (исключающее или)
$\{,\}$	$\{,\}$	множество элементов „множество"	$\{a,b,c\}$ означает множество, элементами которого являются a, b, c.	$N=\{1,2,\dots\}$ — множество натуральных чисел.

Свойства бесконечно малых последовательностей.

1. Сумма и разность двух бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность

2. Произведение двух бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

Следствие. Произведение любого конечного числа бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

3. Произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность есть бесконечно малая последовательность.

Следствие. Произведение бесконечно малой последовательности на число есть бесконечно малая последовательность.

Предел числовой последовательности.

Определение. Число a называется пределом числовой последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, если все элементы, начиная с некоторого по модулю меньше любого заранее заданного числа.

$$\lim_{n \to \infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon) \in N : n \geq N \Rightarrow$$

$$|x_n - a| < \varepsilon$$