

# B-Tag 2015

Thomas, Josua, Niclas, Andreas

20. November 2015

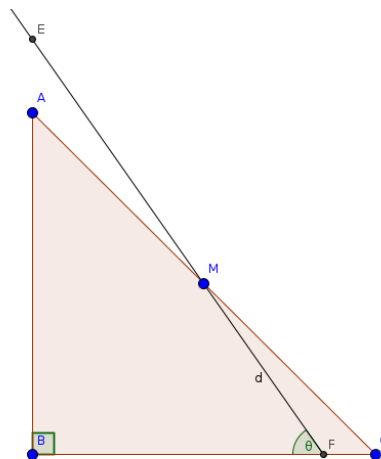
## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgaben</b>	<b>1</b>
1.1 Aufgabe 1: Dreiecksgeometrie . . . . .	1
1.2 Aufgabe 2: Verschiebungen . . . . .	2
1.3 Aufgabe 3: Stöcke . . . . .	3
1.4 Aufgabe 4: Strategien für den längsten Stock . . . . .	3
1.5 Aufgabe 5: Größte Rechtecke . . . . .	3

## 1 Aufgaben

### 1.1 Aufgabe 1: Dreiecksgeometrie

Ist  $\overline{FE}$  länger als  $\overline{CA}$ ?



Wir wollen eine Funktion  $\overline{FE}(\theta)$  aufstellen, und zeigen, dass diese immer größer als  $\overline{CA}$  ist.

1. Wie lang ist die Strecke  $\overline{FM}$ ?

$$\overline{FM}(\theta) = \frac{M_y}{\sin(\theta)}$$

2. Wie lang ist die Strecke  $\overline{ME}$ ?

$$\overline{ME}(\theta) = \frac{M_x}{\sin((\pi/2) - \theta)}$$

3. Die Strecke  $\overline{FE}$  ist also  $\overline{FM} + \overline{ME}$  (natürlich alles im Definitionsbereich  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ):

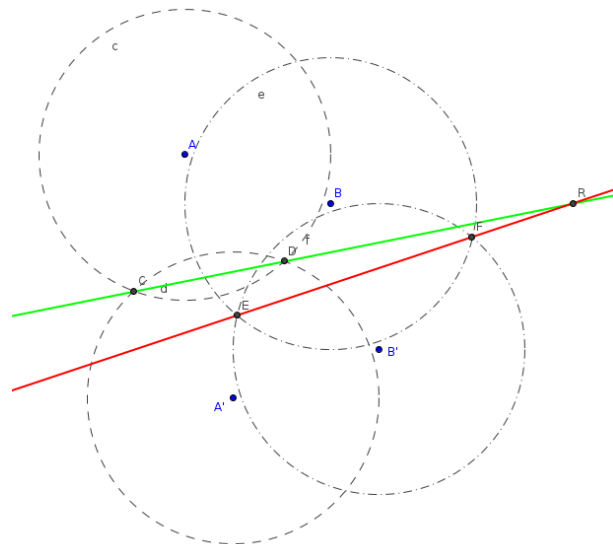
$$\overline{FE}(\theta) = \frac{M_y}{\sin(\theta)} + \frac{M_x}{\sin((\pi/2) - \theta)}$$

Jetzt muss gezeigt werden, dass der Tiefpunkt von  $\overline{FE}(\theta)$  den Wert  $\overline{AC}$  hat. Dazu wird  $\overline{FE}(\theta)$  zuerst abgeleitet, um den TP zu finden:

$$\overline{FE}'(\theta) = \frac{M_x(\sin(\theta))^3 - M_y(\cos(\theta))^3}{(\sin(\theta))^2(\cos(\theta))^2}$$

Jetzt setzen wir  $\overline{FE}' = 0$ , um den Tiefpunkt von  $\overline{FE}(\theta)$  bei  $\theta = \frac{\pi}{4}$  zu finden, und sehen, dass  $\overline{FE}(\frac{\pi}{4}) = \overline{CA}$  ist. Daher ist  $\overline{FE}$  immer länger als  $\overline{CA}$  (außer bei  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ).

## 1.2 Aufgabe 2: Verschiebungen



**Wo ist das Drehzentrum R?** Die Aufgabenstellung verlangte die Bestimmung eines Drehzentrums anhand 2 identischer, jedoch in der Lage veränderten Figuren, anhand zwei sich auf den Figuren befindenden Punkten. Zuerst machten wir uns folgende Bedingungen zu Nutze:

$$|AR| = |A'R|$$

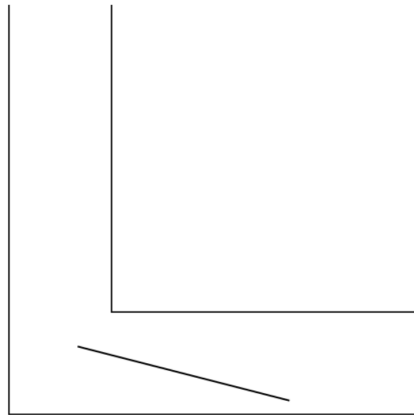
$$|BR| = |B'R|$$

Wenn man nun um die verschobenen Punkte A und A' jeweils einen Kreis mit gleichem Radius legt, welcher so gewählt wird, sodass sich die Kreise schneiden.

Entlang der beiden Schnittpunkte lässt sich eine Gerade legen. Ebenso verfährt man mit Punkt B bzw. B'.

Das Drehzentrum R befindet sich im Schnittpunkt der beiden Geraden.

### 1.3 Aufgabe 3: Stöcke



**Welche Stöcke passen auf jeden Fall nicht durch?** (Angenommen, der Gang ist 1 breit)

Die Stelle, an der die maximale Länge am kleinsten ist, ist wenn der Stock in einem  $\frac{\pi}{2}$  Winkel zu den Wänden steht. Deshalb darf ein Stock auf jeden Fall nicht länger als die Diagonale an dieser Stelle sein, also  $2\sqrt{2}$ .

**Passt der  $2\sqrt{2}$  Stock durch den Gang?**

Wir nehmen an, der Stock berührt die ganze Zeit die innere Ecke (damit er durch passt). Dann haben wir die gleiche Situation wie in A1. Die maximale Länge des Stocks wird immer größer, je weiter der Winkel zu den Wänden von  $\frac{\pi}{2}$  sind. Deshalb passt ein Stock bei jedem Winkel, wenn er auch bei  $\frac{\pi}{2}$  passt.

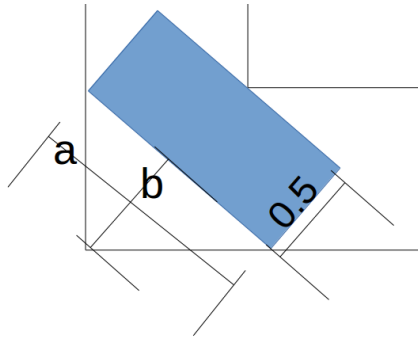
### 1.4 Aufgabe 4: Strategien für den längsten Stock

### 1.5 Aufgabe 5: Größte Rechtecke

**Wie groß ist der Flächeninhalt des größten Rechtecks, das um die Ecke bewegt werden kann, wenn die kürzere Seite des Rechtecks**

**die Länge 0,5 hat?**

Wenn die Höhe des Rechtecks 0.5 ist, ist die größte Breite 1. Dann hat man eine Fläche von 0.5. Wenn die Breite 0.5 ist, muss erst einmal ausgerechnet werden, was die maximale Höhe ist. Das Rechteck muss im Winkel von  $\frac{\pi}{2}$  noch passen:



$$b = \sqrt{2} - 0.5$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2b}{a} \Leftrightarrow a = \frac{2b}{\tan(\pi/2)}$$

$a$  wäre also in dem Fall ca. 1.83, was einen Flächeninhalt von ca. 0.914 ergibt.