

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Química - Campus Araraquara

Matheus Casella de Carvalho

Balanceamento de carteira de fundos imobiliários com base na Teoria Moderna do Portfólio

Araraquara

2021

MATHEUS CASELLA DE CARVALHO

Balanceamento de carteira de fundos imobiliários com base na Teoria Moderna do Portfólio

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito para obtenção de
título de Bacharel em Engenharia Química
pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho”, Instituto de Química.

Orientador: Prof. Dr. Elias de Souza Monteiro Filho

Araraquara

2021

Balanceamento de carteira de fundos imobiliários com base na Teoria Moderna do Portfólio

Assinaturas da banca:

X

Prof. Dra. Ana Elisa Périco

X *Elias de S. Monteiro Filho*

Prof. Dr. Elias de Souza Monteiro Filho

X

Gustavo Nakamura

Prof. Dr. Gustavo Nakamura Alves Vieira

RESUMO

O economista americano Harry Max Markowitz, estudou a construção de carteiras de investimento e o efeito de diversificação. O seu trabalho mais conhecido, e utilizado nesse trabalho, é a Teoria Moderna do Portfólio que lhe rendeu o prêmio Nobel em Ciências Econômicas. Essa teoria parte da premissa de que o investidor sempre fará uma escolha de um investimento que possui menos risco para um determinado retorno, porém é considerado que o risco aumentará se o retorno esperado for maior, ou seja, se houver duas carteiras de investimento que tenham um mesmo retorno o investidor sempre escolherá a de menor risco. A teoria então tem o objetivo de balancear um portfólio de maneira a produzir o maior retorno para um determinado nível de risco. No presente trabalho a teoria será aplicada para o balanceamento de carteiras formadas totalmente por fundos de investimento imobiliários. Serão utilizados três indicadores para a otimização da carteira, que são: o valor das cotas, os pagamentos de dividendos e o índice de Sharpe. Os dados obtidos para a realização do estudo foram disponibilizados pela BM&FBOVESPA e retirados de sites como investing.com, statutsinvest.com, meusdividendos.com.

Palavras-chave: Teoria Moderna do Portfólio, risco e retorno, otimização, fundos de investimento imobiliários.

Abstract

The following work presents the application of balancing a portfolio of real estate funds and their preliminary results, using the method created by Nobel Prize winner in economic sciences Harry Max Markowitz, called Modern Portfolio Theory. Such a theory aims to always seek investments to optimize the risk-return ratio. In the present work, the indicators used to optimize the portfolio were the values of the shares, the dividends paid and the Sharpe Index. The data obtained for the study were made available by BM & FBOVESPA and taken from sites such as investing.com, statutsinvest.com, Meusdividendos.com.

Keywords: Portfolio of real state funds. Modern Portfolio Theory. Risk-return.

SUMÁRIO

1	Introdução	5
2	Revisão Teórica	8
2.1.	Mercado Financeiro	8
2.2.	Ativos Financeiros	9
2.2.1.	Ativos de renda fixa	10
2.2.2.	Renda Variável	12
2.2.2.1.	Ações	13
2.2.2.2.	Fundos de Investimento Imobiliário	14
2.2.2.2.1.	Tipos de Fundos de Investimento Imobiliário	18
2.3.	Comparativo entre FIs e imóveis	18
2.4.	Análise de Fundos de Investimento Imobiliários	19
2.5.	Teoria Moderna do Portfólio	20
2.5.1.	Índice de Sharpe	22
3. Metodologia da Pesquisa	23
4. Discussão dos Resultados	25
5. Conclusões	35
6. Referências Bibliográficas	36
	Apêndice	38

1. Introdução

A sociedade brasileira vem buscando cada vez mais procurar entender melhor como é possível alocar seu patrimônio de maneira mais eficiente, ou seja, de modo em que o patrimônio, que em teoria estaria parado, gere renda ou ao menos esteja protegido contra alguns fenômenos econômicos que possa diminuir o valor do seu montante, como por exemplo os efeitos inflacionários.

Essa busca pela otimização do patrimônio é algo natural e necessário, pois o mundo está em constante evolução e conseqüentemente a visão econômica varia com o tempo. Houve um tempo em que a sociedade acreditava que a melhor maneira de investir suas riquezas eram através da obtenção de terras e pedras preciosas, hoje em dia esse não é um método tão viável assim.

Com a evolução econômica, atualmente existe o que chamamos de Mercado Financeiro, que é um local que apresenta diversas opções de oportunidades de compra e venda de ativos financeiros, além de uma gama enorme de operações que se podem ser realizadas. Dessa forma os indivíduos podem realocar seu patrimônio excedente no Mercado Financeiro através dessa infinidade de possibilidades e de acordo com o seu objetivo. E assim surge o que chamamos de investidor, que é uma pessoa física ou uma empresa que assume um risco em prol de um rendimento maior para o seu patrimônio. Ou seja, o Mercado Financeiro traz possibilidades de maior rentabilidade, mas inerentemente a isso há um maior risco.

Os ativos financeiros, que podem ser negociados no mercado financeiro, são ativos intangíveis de alta liquidez, que tenham valor de mercado. Basicamente um ativo financeiro é tudo aquilo que gera renda para o seu possuidor. Sabendo-se disso indivíduos que buscam um balanço financeiro positivo deve focar em adquirir durante a vida ativos pois com isso irá gerar uma renda não trabalhada, o que dá significado a famosa frase de “deixar o dinheiro trabalhar por você”. Dentre os ativos financeiros existe a classificação em relação a maneira de remuneração: ativos de renda fixa e ativos de renda variável,

Ativos de renda fixa são aqueles que irão gerar uma remuneração fixa, ou seja, o investidor saberá antes mesmo de investir seu patrimônio como serão as regras utilizadas para sua remuneração futura. Essa é uma maneira mais conservadora de se investir, pois, ao saber exatamente como será sua remuneração, o risco do investimento acaba sendo baixo. Entretanto, o retorno por via de regra será compatível com o risco, ou seja, baixo também. Alguns exemplos de ativos de renda fixa são: Poupança, Tesouro Direto, CDB – Certificado de Depósito Bancário, Debêntures, entre outros.

Ativos de renda variável é o oposto ao de renda fixa pelo fato de que não é possível prever com certeza se quanto irá render, ou mesmo, se irá render algo. Isso se dá, pois, esses ativos eles variam com o mercado, uma vez que a ação de uma empresa é colocada à venda sua precificação vai depender da oferta e demanda, dependerá do rendimento dessa empresa, se ela gerará lucro e distribuirá em forma de pagamento de dividendos ou não, ou seja, é um investimento com muitas incógnitas, o que aumenta muito o seu risco. Contudo pode gerar um retorno muito maior do que os de renda fixa.

Dentro da renda variável há dois principais tipos de ativos: as ações e o Fundos de Investimento Imobiliários (FII). As ações representam uma fração do capital social de uma empresa, ou seja, quando uma empresa coloca suas ações à venda na bolsa de valores, ela está colocando uma fração da empresa à venda e o investidor que comprar tal ação irá virar um sócio minoritário e assim terá participação tanto no lucro, como no prejuízo gerado pela empresa. FIIs são fundos compostos por investimentos no setor imobiliário e sua venda na bolsa de valores se dá de maneira análoga às ações: o empreendimento é dividido em cotas de mesmo valor e são colocadas à venda, o investidor que adquire tal cota se torna um sócio do empreendimento e assim participa dos lucros e dos prejuízos.

Com tantas opções de investimento, com diferentes riscos e retornos, há espaço para todo perfil de pessoa: desde as mais conservadoras que só querem proteger seu patrimônio contra a desvalorização, até as mais arriscadas que

querem atingir lucros muito grandes apenas com as transações no mercado financeiro. A variedade de investimentos, aliada à modernidade, a digitalização e consequentemente a facilidade de acesso, acaba fazendo que os brasileiros cada vez mais se interessem por esse mercado. De fato, houve um aumento de mais de 80%, entre 2019 e 2020, de pessoas físicas operando na Bolsa. No entanto, ainda temos um número baixo de brasileiros investindo na bolsa, mesmo num país onde 25% da população vive na faixa da pobreza (por volta de 50 milhões de habitantes), e que não possuem a mínima condição de investir, ou ter um planejamento econômico minimamente decente, pois, temos pouco mais de 3 milhões de pessoas investindo na bolsa, para um país de mais de 200 milhões de habitantes, ou seja, a falta de informação e de educação financeira, também colaboram para essa baixa participação no mercado.

Uma maneira de ampliar mais os horizontes dos brasileiros para os investimentos é quebrar os medos e preconceitos envolvidos, principalmente, no investimento em renda variável e mostrar que é possível por meio de análises e métodos buscar sempre a maior recompensa pelo menor risco possível. Para isso existem muitos estudos sobre o mercado financeiro, como por exemplo a Teoria Moderna do Portfólio.

A Teoria Moderna do Portfólio, foi desenvolvida por Harry Max Markowitz em 1952 e rendeu a ele o prêmio Nobel. Sua teoria assume que os investidores são avessos a riscos, ou seja, o investidor sempre buscará um investimento que tenha a melhor relação risco-retorno. Por exemplo, se existirem duas carteiras distintas, mas que oferecem o mesmo retorno, sendo que a primeira possui um risco menor que a segunda, o investidor sempre escolherá a primeira carteira para investir. Em suma, a teoria considera a rentabilidade de um ativo como sendo uma variável aleatória, mas uma carteira com uma combinação ponderada de ativos fica menos sujeita a variações aleatórias.

Em seu trabalho Markowitz trabalha em cima de uma fronteira eficiente, que é uma expressão gráfica que expressa a relação entre o risco e o retorno de uma carteira. A fronteira eficiente basicamente tenta otimizar a composição da carteira para que o retorno seja o maior possível para um menor nível de risco possível. Essa relação de risco-retorno também variará com o perfil do investidor.

Para o cálculo do balanceamento da carteira, é necessário calcular a média aritmética do retorno de cada ativo presente na carteira e depois calcular os desvios padrões e depois é calculada a covariância entre os ativos.

2. Revisão Teórica

2.1. Mercado Financeiro

O mercado financeiro é um ambiente de compra e venda de valores mobiliários. É o mercado quem fornece de maneira segura, regulamentada e monitorada, o encontro entre os investidores e um tomador de recursos.

No mercado financeiro, o investidor é o agente que possui dinheiro e que deseja aumentar seu patrimônio. Há diversos caminhos para fazer com que esse dinheiro renda, mas, basicamente todos esses caminhos seguem a mesma premissa, onde o dinheiro é emprestado a uma aplicação que oferecerá uma valorização dependendo do tipo de investimento. Em um investimento de renda fixa, por exemplo, o investidor conseguirá projetar seus ganhos antes mesmo de realizar o investimento, pois seus ganhos serão pré-acordados. Já em um investimento de renda variável, não é possível ter uma previsão concreta dos seus futuros rendimentos pois dependerá dos interesses do mercado.

Na outra ponta do mercado financeiro, estão os tomadores de recurso, que são as pessoas, empresas ou instituições que necessitam captar recursos, sejam para pagamento de dívidas ou até mesmo para investimento em maquinário para expansão, por exemplo.

Para um controle melhor sobre todas os tipos de transações, o mercado financeiro é subdividido em quatro grandes setores, que seriam eles: o mercado de capitais, mercado de crédito, mercado monetário e mercado de câmbio. O mercado de capitais é responsável pelos títulos, ações e derivativos em bolsa de valores, sociedades corretoras e outras instituições financeiras. O mercado de crédito é onde são negociados empréstimos para pessoas e empresas que buscam capital para capital de giro ou consumo. O mercado monetário é onde são realizados empréstimos de curto prazo, com vencimentos inferiores a um

ano. O mercado de câmbio é onde ocorre a troca de moeda de uma nação pela moeda de outra nação.

Além desses quatro setores, há ainda a subdivisão entre o mercado primário e secundário. O mercado primário é onde as empresas fazem a captação do capital, criando novos ativos financeiros e a negociação é direta entre o tomador de recurso e o investidor, ou seja, o chamado mercado primário é onde as empresas emitem suas ações. No mercado secundário é onde ocorrem as negociações dos ativos entre os próprios investidores por intermédio da bolsa de valores, ou seja, nesse mercado as empresas não captam o recurso.

Os mercados financeiros são muitas vezes usados como indicativo para saber como a economia de certo país está se comportando e para isso são criados índices que acabam medindo o desempenho da bolsa de valores. No caso do mercado de ações no Brasil principal índice da bolsa é o IBOVESPA, que serve como um termômetro do mercado acionário brasileiro, medindo por meio de pontos em reais o desempenho de uma carteira hipotética que engloba as ações mais representativas e negociadas na bolsa.

Existe também o índice que mede o desempenho das cotações de fundos imobiliários listados na bolsa, que é o chamado IFIX, que funciona de maneira análoga ao índice IBOVESPA. Portanto esse índice mede o desempenho de uma carteira hipotética de fundos imobiliários contendo os ativos mais representativos e negociados na bolsa.

2.2. Ativos Financeiros

Ativos financeiros são ativos intangíveis com alta liquidez, tendo o seu custo derivado de uma afirmação contratual do que eles correspondem. Segundo Robert T. Kyosaki, um ativo financeiro é tudo aquilo que gera renda para o seu possuidor ^[1].

O fato de ser algo intangível, significa que é algo que não existe fisicamente, ou seja, seu valor se deve ao mercado e sua oferta e demanda do mercado em que participam ou pelo grau de risco que apresentam. Porém os rendimentos gerados através desses ativos intangíveis acontecem por meio de ativos reais,

por exemplo, o rendimento gerado por uma ação (ativo intangível) é proveniente do lucro que esta obteve, que é um ativo real.

Existe uma classificação simples, mas de fundamental importância para podermos diferencia-los. Existem os ativos de renda fixa e os ativos de renda variável. Onde a grande diferença é como que rendimento é determinado.

2.2.1. Ativos de renda fixa

Os ativos de renda fixa é o tipo de investimento mais conservador, o que significa, que é o investimento mais seguro a se fazer pois fornecem retornos estáveis e previsíveis uma vez que os rendimentos são pré-estabelecidos no momento da compra do ativo. Eles podem ser pré-fixados ou pós-fixados: no primeiro método o rendimento é pré-definido pelo emissor, enquanto no pós-fixado, sua rentabilidade é vinculada à algum indicador econômico, o que quer dizer que apesar da rentabilidade estar pré-definida, o investidor não terá a certeza absoluta de como a taxa percentual incorrerá sobre a sua aplicação. Em suma, os ativos de renda fixa pré-fixada irão ter um rendimento fixo, do início ao fim do contrato, já o pós-fixado pode ter uma variação no rendimento, uma vez que está tarelado à um indexador econômico. Apesar desse tipo de investimento representar uma segurança maior ao capital investido, os rendimentos tendem a ser menores.

Existem diversos tipos de investimento em renda fixa, porém antes de falar sobre eles é necessário entender os indexadores econômicos existentes. Alguns dos principais indexadores são: Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia), CDI (Certificado de Depósito Interbancário), IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo) e o IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado).

A taxa Selic é conhecida também como taxa básica de juros do Brasil, ela é utilizada por bancos para cálculo de juros. Ela é estipulada pelo Banco Central e tem como os principais objetivos: regular a inflação e garantir o controle da emissão, compra e venda de títulos públicos. O CDI é uma taxa de juros entre os empréstimos diários que são feitos entre bancos, com o objetivo de que os bancos fechem o dia com saldo positivo, ou seja, um banco para que não feche o dia em déficit pode e deve pegar um empréstimo de um banco que esteja em

superávit. O IPCA é o índice que mede a variação de preços de mercado para o consumidor final, é conhecido como o termômetro oficial da inflação no país. O IGP-M mede a variação de preços no mercado, desde matérias-primas até serviços finais, ele é calculado e divulgado mensalmente pela Fundação Getúlio Vargas (FGV).

Os principais tipos de investimento de renda fixa são: Tesouro Direto, CDB (Certificado de Depósito Bancário), LCI/LCA (Letras de Crédito Imobiliário/Letras de Crédito do Agronegócio), Debêntures, LC (Letras de Câmbio), CRI/CRA (Certificado de Recebíveis Imobiliários/Certificado de Recebíveis do Agronegócio) e a Poupança.

O Tesouro Direto é um investimento de renda fixa emitido pelo governo e oferece três tipos de títulos, atrelados à inflação (Tesouro IPCA) ou prefixados (Tesouro prefixado) ou indexado à taxa Selic (Tesouro Selic). O CDB é um título emitido pelos bancos e a taxa de rentabilidade costuma ser atrelada ao CDI. LCI/LCA são investimentos de renda fixa análogos ao CDB, porém os títulos são emitidos pelo setor imobiliário e do agronegócio, respectivamente, com o objetivo de captar recursos para seus setores. Debêntures são títulos emitidos pelas empresas a fim de captar fundos para pagamentos de dívidas ou para financiamento de projetos. LC é outro investimento análogo ao CDB, porém os títulos são emitidos por instituições financeiras de porte menor que os bancos. CRI/CRA. Poupança é o investimento de renda fixa mais conhecida no Brasil, este investimento está atrelado a taxa Selic.

Um ponto importante a ser citado é a existência de um Fundo Garantidor de Crédito (FGC) que é uma instituição que protege o capital e a rentabilidade dos investidores contra surpresas do mercado como por exemplo a falência de um banco. Muitos investimentos de renda fixa são protegidos pelo FGC, como por exemplo o CDB, LCI/LCA e LC, o que acaba tornando investimentos muito seguros com risco quase igual a zero. Entretanto nem todos investimentos possuem essa segurança, como por exemplo, o CRI/CRA, por isso é necessário saber em quais instituições investir, buscando sempre aquelas com maior credibilidade no mercado.

Esses investimentos estão sujeitos à tributação de imposto de renda (exceto LCI e LCA) e de IOF (Imposto sobre Operações Financeiras). O imposto de renda funciona de modo decrescente em relação ao tempo de investimento, ou seja, quanto mais tempo seu dinheiro estiver aplicado menor será a taxa do imposto de renda, como exemplificado na Tabela 1:

Tabela 1 Taxa decrescente de imposto de renda pelo tempo de investimento:

Período Aplicado	Alíquota
até 6 meses	22,50%
de 6 a 1 ano	20,00%
de 1 ano a 2 anos	17,50%
mais de 2 anos	15,00%

Fonte: Topinvest. Acesso em 04/02/2021.

O IOF também funciona de maneira decrescente conforme o tempo de investimento. Nesse caso a alíquota do imposto varia de 97% do rendimento se retirado depois de 1 dia, até chegar a 0% se retirado após 30 dias ou mais.

2.2.2. Renda Variável

Ativos de renda variável é um investimento que não possui um rendimento pré-definido ao comprar o título. Dessa forma, é um investimento de maior risco do que o de renda fixa, mas também há um potencial maior de rendimento.

A renda variável consiste em basicamente em comprar uma parte de um negócio, seja ele um empreendimento imobiliário ou uma empresa. Portanto, os rendimentos dessa parte vão depender das expectativas do mercado com relação a esse negócio.

Existem diversas classificações para ativos de renda variável, no entanto para esse estudo existem duas que se destacam mais, como as ações e os fundos de investimentos imobiliários (FIIs). É importante o entendimento de como funcionam as ações pois é o ativo mais conhecido do mercado e a partir dela podemos aplicar conceitos e entendermos os FIIs.

2.2.2.1. Ações

Ações, podem ser chamadas de papéis, chamados também de títulos, que representam uma fração do valor da companhia ou sociedade anônima, podemos pensar que a ação é um pequeno pedaço de uma empresa. Normalmente, quando uma empresa necessita captar recursos (dinheiro) para a expansão de seu negócio elas ofertam suas ações no mercado e que podem ser compradas por qualquer investidor cadastrado na Bolsa de Valores.

Nesse modelo de negócio, é benéfico tanto para quem oferta como para quem compra as ações. A empresa capta recursos necessários para investir em seu negócio. Assim eleva seu valor de mercado e o investidor vira sócio da empresa, tendo assim participações nos lucros da empresa. Quanto mais ações adquiridas maior a participação nos lucros, porém o mesmo vale se a empresa apresentar prejuízos. Pelo fato do mercado ser muito dinâmico e variar diariamente conforme os interesses dos investidores, não há certeza se no futuro o investimento trará lucro ou prejuízo, por isso o investimento em ações e em ativos de renda variável em geral, são considerados investimentos de risco.

Existem 6 tipos de ações que são negociadas na Bolsa de Valores. As Ações Ordinárias (ON), que garante a quem investiu o direito a voto e à participação nas decisões da empresa. As Ações Preferenciais (PN) que diferentemente da ON não oferece participação nas decisões da empresa, mas tem preferência na hora de receber a participação dos lucros e compensações. A Unit que é um pacote de ativos de diferentes espécies, como ON e PN. As Blue Chips que são chamadas as ações das empresas com maior negociação da Bolsa, são consideradas ações de primeira linha devido ao seu alto valor de mercado e sua alta liquidez. As Mid Caps que são as ações de empresas de médio porte. E por último as small caps que são as ações de menor capitalização, ou seja, possuem uma baixa liquidez, porém por serem papéis baratos a margem de rentabilidade é muito maior que as blue chips, por exemplo.

Para a negociação das ações no Mercado de Ações, a empresa que busca a obtenção de capital deve estar devidamente listada na Bolsa, e assim

passar por um processo chamado de IPO (oferta pública inicial). Esse processo ocorre no que é chamado de mercado primário, onde o dinheiro arrecadado pela comercialização dos papéis é repassado a empresa. Após o IPO, é onde os investidores passam a negociar as ações entre si, que é o chamado de mercado secundário. Nesse momento, o dinheiro das transações não é repassado a empresa.

A partir do momento em que o investidor faz a aquisição das ações ele se torna um acionista, e como tal, ele tem direito ao recebimento de proventos (parte do lucro gerado pela empresa). Existem diferentes formas de realizar esses pagamentos, pode ser por meio de dinheiro (dividendos ou juros sobre o capital próprio) ou por meio de ações (bonificação ou subscrição). No caso dos dividendos, a empresa é obrigada por lei repassar 25% do lucro gerado aos seus acionistas e o pagamento desse provento varia de acordo com o estatuto da empresa, pode ser mensal, trimestral, semestral ou anual, tal provento é isento de imposto de renda. No caso dos juros sobre capital próprio (JCP), o pagamento da parcela do lucro aos acionistas é feito como uma despesa para a empresa, ocorre antes do lucro líquido, e isso faz com que a empresa não pague imposto de renda sobre isso, que será descontando do acionista uma alíquota de 15% no ato do pagamento. As bonificações geralmente ocorrem quando há um aumento de capital social de empresa, então ela distribui ações aos acionistas para que eles mantenham a mesma porcentagem. A subscrição é um direito do acionista para quando a empresa aumentar seu capital ele tenha a preferência em comprar mais ações por um valor mais baixo.

Como operar na Bolsa de valores, comprar e vender ações geram renda é necessário pagar tributos como o imposto de renda. No caso do mercado de ações, em operações comuns, é pago uma alíquota de 15% sobre o lucro obtido, no entanto se as vendas mensais não ultrapassarem o valor de R\$ 20.000,00, o investidor estará isento desse imposto.

2.2.2.2. Fundos de Investimento Imobiliário

Fundos de investimento é uma outra modalidade de investimento em renda variável, mas que funciona basicamente como um “condomínio” de

investidores. Os fundos reúnem recursos dos investidores, que possuem objetivos parecidos de investimento, e aplicam de forma conjunta no mercado financeiro e de capitais. Assim como nas ações, os ganhos das aplicações feitas pelos fundos são divididos entre os investidores na proporção equivalente de cotas adquiridas.

O dinheiro adquirido através das vendas de cotas é o que forma o patrimônio do fundo, e assim o dinheiro será aplicado por um profissional (gestor). As decisões sobre as aplicações devem seguir objetivos e políticas pré-determinados, para que assim os investidores analisem os objetivos do fundo e se forem os mesmos adquiram a cota. Como é um investimento de renda variável, pode ser que gere lucro ou prejuízo, determinando assim a valorização ou não das cotas.

Os fundos podem investir em diversos ativos, tanto de renda fixa como de renda variável. No entanto, existem regras sobre a concentração de investimentos, tendo em vista a proteção dos investidores, regulamentados pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM). Com a grande diversificação dos fundos de investimento, eles são classificados de acordo com a composição de suas carteiras e fatores de risco. Dessa forma fica mais fácil o acesso à informação e assim os investidores conseguem fazer a melhor escolha de fundo para o seu perfil.

As cotas dos fundos funcionam de maneira muito parecida com as ações, ou seja, o patrimônio do fundo do investimento será dividido e comercializados por meio de cotas de mesmo valor. A rentabilidade é calculada a partir do valor das cotas, se a cota estiver valendo mais do que quando foi realizada a compra, o seu ativo teve um rendimento positivo.

No caso dos fundos de investimento, existem alguns custos atrelados pelo fato de existir um responsável por gerir os investimentos, como as taxas de administração e performance. Portanto, é extremamente necessário considerar esses custos, pois eles serão descontados sobre o retorno. A taxa de administração, presente em todos os fundos, remunera os serviços do profissional que está responsável pela administração dos investimentos. Essa

taxa é divulgada como anual, mas é cobrada gradualmente e proporcionalmente. No caso da taxa de performance, é como se fosse uma bonificação ao administrador caso ele supere uma rentabilidade previamente combinada (benchmark), ou seja, ele receberá uma porcentagem sobre o ganho excedente.

Como em todo investimento, existe uma tributação em cima das aplicações. O Imposto de Renda é incidido na rentabilidade dos fundos. Dessa forma a alíquota paga será sobre o que a carteira rendeu. Para os efeitos de tributação os fundos são divididos em curto prazo, que são aqueles que os papéis vencem em menos de 365 dias, e de longo prazo, que são os que os papéis vencem em mais de 365. As alíquotas seguem o padrão:

Figura 1: Alíquotas de Imposto de Renda para fundos de investimento.

Fundos de Curto Prazo

Até 180 dias de aplicação	22,5%
Acima de 180 dias de aplicação	20%

Fundos de Longo Prazo

Até 180 dias de aplicação	22,5%
De 180 a 360 dias de aplicação	20%
De 361 a 720 dias de aplicação	17,5%
Acima de 720 dias de aplicação	15%

Fonte: Infomoney. Acesso em 01/02/2021.

No caso de fundos de investimento o recolhimento do IR não ocorre somente na hora do resgate, mas é cobrado semestralmente. Os administradores ficam responsáveis pelo cálculo de quanto imposto os investidores deve, baseando-se na menor alíquota aplicada. A cobrança é feita através do recolhimento de cota, recebendo o nome de “come-cotas”. No caso do IOF, segue o mesmo padrão das ações: a alíquota varia de 96% se recolhido em 1 dia até 0% se recolhida após 30 dias.

Como citado, os fundos de investimento são classificados segundo a composição de sua carteira. Assim sendo, Fundo de Investimento Imobiliário (FIIs) é um fundo de investimento que possui sua carteira voltada para ativos do mercado imobiliário. Pode-se investir tanto em empreendimentos, como em ativos de renda fixa relacionado ao mercado imobiliário, tais quais, LCIs, CRIs, LHs, entre outros.

Um dos grandes atrativos do investimento em FIIs é o pagamento periódico de dividendos. A lei obriga que haja a distribuição de dividendos todo semestre, mas nesse setor, é muito comum o pagamento mensal, o que torna esse tipo de investimento muito interessante para quem busca uma renda mensal extra.

Os rendimentos irão depender da política adotada pelo fundo, mas a renda proveniente dos aluguéis é o mais comum. Existe também rendas geradas através de incorporações, com juros de títulos e valores mobiliários ou com a venda dos direitos reais sobre o imóvel.

A tributação em cima dos Fundos de Investimento Imobiliários possui uma singularidade a respeito do recolhimento do Imposto de Renda, pois uma parte dos rendimentos é isento do imposto enquanto outra parte não é. Os dividendos pagos mensalmente são isentos de IR para pessoas físicas desde que cumpra alguns requisitos, como: o cotista ter menos de 10% das cotas do fundo, o fundo tiver ao menos 50 cotistas e as cotas serem negociadas exclusivamente na Bolsa de Valores ou mercado de balcão organizado. Porém, o ganho que os investidores adquirem através da valorização da cota na bolsa paga impostos de renda, uma alíquota de 20% no momento da venda.

Existem casos de pagamento de amortizações das cotas, que ocorrem quando um fundo vende parte de seus ativos e não pretendem reinvesti-los, com isso há a devolução do capital investido por parte dos cotistas.

Para o acompanhamento o desempenho dos fundos imobiliários foi criado um índice, o IFIX, que é composto pelos principais fundos imobiliários negociados na bolsa. Esse índice leva em consideração tanto a valorização das

cotas como os pagamentos de rendimentos por parte da carteira. A carteira do IFIX sofre uma revisão a cada quatro meses.

2.2.2.2.1. Tipos de Fundos de Investimento Imobiliário

Os FIIs são classificados em diferentes grupos, os quais são: fundos de tijolo (ou renda), fundos de papel (ou de recebíveis), fundos de fundo (FOF) e os fundos híbridos. Dentre essa classificação há as subdivisões.

Fundos de tijolos são aqueles que investem em imóveis reais. Esses costumam ganhar dinheiro com aluguéis ou venda com lucro e é por isso que pode ser chamado de fundo de renda. Nessa categoria as carteiras podem apresentar grandes diferenças pois existem diferentes setores em que os fundos podem investir como: lajes corporativas (prédios comerciais), shopping centers, logística, hospitais, residencial, hotéis, educacionais. Os fundos podem focar em só um setor como pode ser uma mistura.

Fundos de papel são fundos que compram títulos do mercado financeiro ao invés de comprar o imóvel. Entre esses títulos, podem ser letras de crédito imobiliário, certificados de recebíveis imobiliários, letras hipotecárias, entre outros.

Fundos de Fundos imobiliários (FOFs) são os fundos que investem em outros fundos imobiliários, com isso o investidor acaba diversificando sua carteira através de um ativo só, pelo fato de que esse ativo estará investindo em outro fundo que possui diversos ativos. Desse modo o investidor acaba investindo indiretamente em um número maior de FII.

Os fundos híbridos, como o próprio nome já diz, é uma mistura de todos os outros fundos, ou seja, podem ter em sua carteira tanto títulos do mercado imobiliário, quanto possuir investimento em imóveis reais.

2.3. Comparativo entre FII e imóveis

O brasileiro, em geral, tem como padrão investir seu dinheiro em imóveis pois sempre pensam em uma futura venda após a sua valorização ou até mesmo no aluguel que gerará uma renda mensal extra. Os fundos de investimento

imobiliário aparecem como uma ótima alternativa aos investimentos em imóveis reais, por diversos motivos.

O investimento em FIs, com o objetivo de geração de renda e não para um futuro uso, se torna uma opção mais vantajosa do que a compra de imóveis reais.

Dentre os motivos está o baixo custo para se iniciar um investimento, por exemplo, com R\$100,00 já é possível entrar nesse mercado, o que é uma quantia impossível de se comprar um imóvel. Com o valor de um imóvel, é possível investir em diversos fundos, assim se tornando sócio de diversos empreendimentos espalhados pelo país, ou seja, terá uma diversificação maior nos investimentos.

Há uma liquidez muito maior ao se investir em FIs, é muito mais fácil a venda das cotas na Bolsa do que vender um imóvel. Há o pagamento dos dividendos que, na sua grande maioria, é pago mensalmente assim como o aluguel, porém não há a cobrança de imposto de renda em cima dos dividendos enquanto no aluguel há. Com os dividendos pode-se reinvesti-lo em cotas e assim ir aumentando seu patrimônio ou pode-se utilizar como uma renda extra no dia a dia.

2.4. Análise de Fundos de Investimento Imobiliários

Como para todo investimento deve ser feito de maneira consciente e estudada para se tomar a melhor decisão possível chegando assim o mais próximo possível do objetivo proposto com esse investimento. No caso dos FIs não é diferente e existem algumas métricas de avaliação para saber se o ativo é bom ou ruim.

A vacância é a métrica que mede a taxa de desocupação do imóvel, o que é muito importante, pois uma das maneiras de um imóvel gerar renda é através do pagamento de aluguel, se o empreendimento passa muito tempo com uma alta taxa de desocupação dificilmente ele será um bom pagador de dividendos. Portanto, bons imóveis apresentam baixa vacância.

O *dividend yield* é uma métrica que serve justamente para verificar se o fundo é um bom rendimento, pois é ele quem mostra o retorno anual de dividendo do fundo.

Preço sobre valor patrimonial (PVP), é uma métrica muito comum, usada também para ações, que tem o objetivo de avaliar a diferença do valor patrimonial do fundo com o preço que a cota está sendo negociada na Bolsa e assim mostrar se a cota está subvalorizada ou supervalorizada. Caso estiver subvalorizada quer dizer que é uma boa hora de compra.

Existem várias outras métricas, como a taxa de administração do fundo que é necessário para ver se não irá reduzir de forma considerável os ganhos com o fundo; a quantidade de ativos que o fundo possui, que mostra o quão diversificado é a carteira; a localização dos imóveis, quanto melhor a qualidade do local em que se dispõe os imóveis, mais seguro do investimento obter melhores rendimentos; valor por m² do aluguel, que mostra se o preço atual é condizente com o preço praticado na região; valor do m² comparado para avaliar se o imóvel está descontado (sendo negociado a um preço menor que seu valor). Entre outros indicadores mais subjetivos que dependerá do perfil do investidor, como por exemplo, o segmento de atuação do fundo.

2.5. Teoria Moderna do Portfólio

Essa teoria, desenvolvida por Harry Markowitz, foi desenvolvido pensando em uma das grandes preocupações que os investidores possuem, que é a relação de risco e retorno de uma carteira. Um investidor sempre procura o mínimo risco possível para um determinado nível de retorno. A partir disso, a Teoria Moderna do Portfolio mostra a importância de uma diversificação da carteira para que haja a minimização dos riscos.

Os conceitos envolvidos na realização da teoria são: o retorno desejado, risco e correlação. O retorno desejado é o quanto o investidor espera que renda sua carteira em função do risco que é assumido no investimento. Investimentos em renda variável tem um risco maior que o de renda fixa, logo, o retorno desejado em renda variável é maior do que em renda fixa, por exemplo. O risco relativo médio é calculado pelo desvio padrão de cada ativo da carteira em

relação ao seu retorno médio. Dessa forma, quanto maior a volatilidade dos ativos presentes, maior será o risco apresentado. A correlação entre os componentes mede como é o comportamento entre si, o valor desta variável está compreendido entre -1 a 1. Uma correlação -1 significa que os componentes se comportam de maneira oposta, ou seja, quando um está valorizado o outro estará desvalorizado, uma correlação igual a zero significa que não há nenhum padrão de comportamento entre os ativos e correlação igual a 1 significa que eles têm comportamentos iguais entre si.

Com esses conceitos em mente, Harry Markowitz, conseguiu por meio de cálculos e modelos matemáticos, provar que o risco de uma carteira não está atrelado apenas aos riscos e resultados individuais dos ativos, mas do comportamento entre eles na carteira, a sua correlação. Portanto o comportamento dos ativos em conjunto é tão importante quanto a individualidade, ou seja, ao montar uma carteira que seja eficiente é necessário mais do que observar os comportamentos dos ativos separadamente, mas sim em conjunto. Utilizando dessa metodologia, é lógico pensar que a carteira estará mais protegida contra os riscos, uma vez que se um ativo desvalorizar muito, mas se na carteira tiver um ativo que se comporte de maneira oposta, ele estará super valorizado deixando a carteira estável.

Tendo em vista um portfólio com diversos ativos, a porcentagem de cada ativo presente irá variar com o nível de risco que o investidor deseja para assim atingir o máximo retorno possível, encontrando assim uma composição ideal da carteira. Ao traçar um gráfico risco x retorno, as composições ideais, para cada nível de risco, formam uma curva que é chamada de fronteira eficiente. Portanto o objetivo de todo investidor é formar uma carteira que esteja dentro dessa fronteira eficiente.

Figura 2: Fronteira eficiente de Markowitz.



Fonte: hcinvestimentos. Acessado em 05/02/2021.

Existem diversas maneiras para que se consiga montar uma carteira diversificada. Uma estratégia bem comum é montar um portfólio que contenha tanto ativos de renda fixa como de renda variável, pois dessa forma quando o mercado estiver instável, os ativos de renda fixa manterão a estabilidade e quando o mercado estiver aquecido os ativos de renda variável maximizarão os retornos da carteira. Outra forma bem comum de balanceamento é o investimento em ações de diferentes setores da economia, pois dessa forma quando algum setor não estiver indo tão bem, o ativo de outro setor que estará indo bem irá contrabalancear.

Entretanto, pode ocorrer colapsos na economia que não podem ser previstos e que faça com que a diversificação não seja estável. Esses são chamados de risco sistemático e um grande exemplo é o COVID-19 que desestabilizou o mercado como um todo, globalmente falando.

2.5.1. Índice de Sharpe

Esse indicador é utilizado para comparar fundos e carteiras e foi desenvolvido pelo economista William Sharpe. Ele foi criador de um modelo que avalia investimentos chamado Capital Asset Pricing Model (CAPM), tal trabalho lhe rendeu um Nobel em Ciências Econômicas.

Segundo o método, a rentabilidade não é o suficiente para avaliar um investimento, é necessário analisar e comparar o seu retorno com uma aplicação livre de risco (como o CDI, por exemplo). Em suma, o índice nos mostra se realmente vale a pena o risco do investimento.

O índice de Sharpe é calculado através de uma fórmula que leva em consideração o retorno do ativo descontado pela taxa livre de risco e dividido pela volatilidade, como mostrado na equação

$$IS = \frac{(R_i - R_f)}{\sigma_i}$$

Onde IS é o índice de Sharpe, R_i é o retorno do ativo, R_f é o retorno do ativo livre de risco e σ_i é a volatilidade (risco do ativo). Portanto, podemos dizer que o índice Sharpe é uma forma mais trabalhada para indicar o risco de um ativo.

Nota-se também que se o ativo tiver um retorno maior que o ativo livre de risco, mas tiver uma volatilidade muito grande, o seu índice de Sharpe será pequeno e quando menor o índice menos valerá a pena a taxa risco-retorno.

3. Metodologia da Pesquisa

As análises feitas nessa pesquisa, foram para a realização da diversificação de uma carteira contendo apenas fundos de investimento imobiliários e a balanceando com o método da Teoria Moderna do Portfólio.

Nesse caso, podemos entender que o balanceamento da carteira nada mais é do que um processo de otimização. Onde, esse termo é usado para estudos onde se busca maximizar ou minimizar uma função. No presente trabalho busca-se um sistema matemático para minimizar a variância da carteira em função da porcentagem de cada ativo na carteira.

Para tal balanceamento foi utilizado o Software Lingo (*Language for Intective General Optimizer*), que é um *software* de modelagem e resolução de problemas lineares e não-lineares de otimização. Como o modelo de Markowitz requer dois principais tipos de informação: o retorno esperado para cada investimento e a matriz de covariância dos retornos. Onde a matriz de

covariância caracteriza não apenas a variabilidade individual de cada ativo, mas como o retorno de cada ativo tende a se mover em relação ao outro.

Uma vantagem do modelo é que ele pode ser resolvido por métodos de programação quadráticas, que é o nome dado para a classe de modelos em que a função objetiva é quadrática, mas as restrições são lineares.

A escolha dos fundos presentes na carteira não foi feita de maneira fundamentalista, porém seguiu alguns parâmetros como: o fundo deve estar há mais de 5 anos sendo negociado na Bolsa, assim já estando bem estabilizado no mercado, além de possuir dados históricos suficientes para o estudo; o pagamento de dividendos foi analisado tendo em vista que ele deve ser constante e sem grandes variações durante os meses; fundos com prazos indeterminados, para que o investimento seja montado tendo em vista a longevidade.

A partir desses filtros aplicados na escolha, houve o critério de diversificação da carteira, ou seja, foram selecionados fundos imobiliários de diferentes segmentos, para assim diminuir a correlação entre os ativos.

Dessa forma fundos escolhidos foram o FII Hospital Nossa Senhora de Lourdes (NSLU11), que é um fundo de tijolo e seus investimentos são voltados para empreendimentos na área da saúde. O principal objetivo é gerar renda pela locação e arrendamento de imóveis físicos. O fundo Fator Verita FII (VRTA11) é um fundo imobiliário do tipo papel, onde seus investimentos são focados em aplicações de títulos e valores imobiliários. O fundo imobiliário SDI Rio Bravo Renda Logística (SDIL11) é um fundo de tijolo e seus investimentos são voltados à aquisição e locação de galpões logísticos. O Fundo Imobiliário Maxi Renda (MXRF11) é um fundo híbrido, com o objetivo de gerar renda através de investimento em ativos financeiros com lastro imobiliário e também em ativos imobiliários. O FII Rio Bravo Renda Varejo (RBVA11) é um fundo de tijolo que tem como foco a realização de investimentos imobiliários a longo prazo na área de varejo.

Portanto, através destes 5 ativos, tem-se uma carteira só de fundos imobiliários, porém bem diversificada. Existem fundos de tijolo de diferentes

segmentos (varejo, hospitalar, logística), fundo de papel e fundo híbrido. Ou seja, nessa carteira estão contemplados 3 tipos de fundo diferentes.

Os dados utilizados para a realização do estudo foram selecionados, através do site investing.com, no intervalo de Outubro de 2015 até Outubro de 2020.

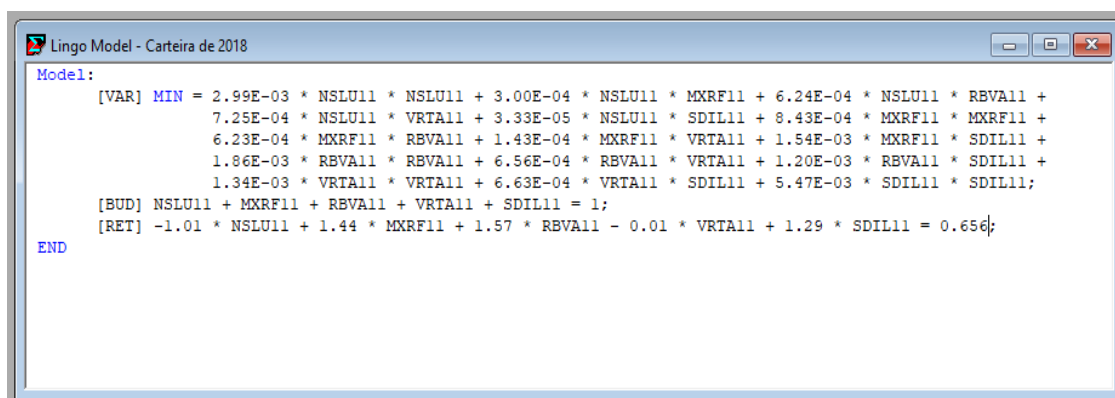
4. Discussão dos Resultados

A partir dos cálculos de variância, média geométrica de retorno, desvio (volatilidade) dos ativos, matriz de covariância, foi possível montar uma programação no *software* Lingo para a otimização da carteira formada, visando a menor variância possível.

A carteira formada com dados desde outubro de 2015, foi dividida em 4 momento. Primeiramente juntou-se os dados de 2015, 2016, até outubro de 2017 e então foi otimizada para o ano seguinte (2018), depois os dados de 2018 foram incorporados para rebalancear para o ano de 2019 e assim por diante até ser feita o balanceamento dessa carteira para o ano de 2021.

Após rodar a otimização no *software*, ele nos fornecerá como resposta, a porcentagem de cada ativo na carteira para que se atinja o retorno estipulado, e também o risco apresentado por essa carteira.

Figura 3: Programação utilizada para balanceamento da carteira para 2018



Fonte: O Autor

Figura 4: Resultados obtidos da programação

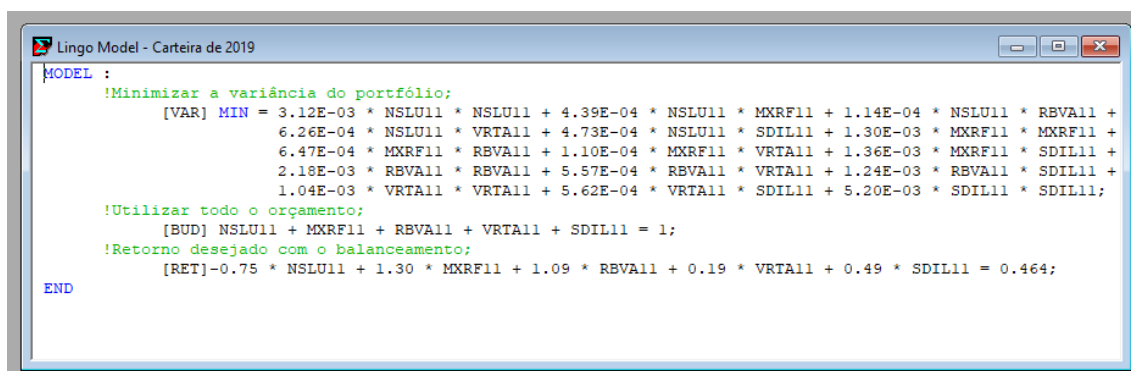
Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.1315526	0.000000
MXRF11	0.4581584	0.000000
RBVA11	0.8431815E-01	0.000000
VRTA11	0.3259707	0.000000
SDIL11	0.1066513E-06	0.9750561E-04

Row	Slack or Surplus	Dual Price
VAR	0.5038535E-03	-1.000000
BUD	0.000000	-0.1088576E-02
RET	0.000000	0.1232763E-03

Fonte: O Autor

Pelos resultados obtidos na figura 4, podemos analisar que após o balanceamento realizado com o Lingo temos uma carteira composta por 13,15% de NSLU11, 45,81% de MXRF11, 8,43% de RBVA11, 32,60% de VRTA11 e apenas valor simbólico de SDIL11 que nessa situação pode até ser descartado da carteira. Com essa composição do portfólio temos um retorno 0,656%, em média, por mês que é uma rentabilidade que está entre o ativo individual mais rentável e o menos rentável, porém apresenta uma variância menor do que a menor variância do ativo individual.

Figura 5: Programação utilizada para balanceamento da carteira para 2019



```

MODEL :
!Minimizar a variância do portfólio;
[VAR] MIN = 3.12E-03 * NSLU11 * NSLU11 + 4.39E-04 * NSLU11 * MXRF11 + 1.14E-04 * NSLU11 * RBVA11 +
6.26E-04 * NSLU11 * VRTA11 + 4.73E-04 * NSLU11 * SDIL11 + 1.30E-03 * MXRF11 * MXRF11 +
6.47E-04 * MXRF11 * RBVA11 + 1.10E-04 * MXRF11 * VRTA11 + 1.36E-03 * MXRF11 * SDIL11 +
2.18E-03 * RBVA11 * RBVA11 + 5.57E-04 * RBVA11 * VRTA11 + 1.24E-03 * RBVA11 * SDIL11 +
1.04E-03 * VRTA11 * VRTA11 + 5.62E-04 * VRTA11 * SDIL11 + 5.20E-03 * SDIL11 * SDIL11;

!Utilizar todo o orçamento;
[BUD] NSLU11 + MXRF11 + RBVA11 + VRTA11 + SDIL11 = 1;

!Retorno desejado com o balanceamento;
[RET]-0.75 * NSLU11 + 1.30 * MXRF11 + 1.09 * RBVA11 + 0.19 * VRTA11 + 0.49 * SDIL11 = 0.464;

END

```

Fonte: O Autor.

Figura 6: Resultados obtidos da programação

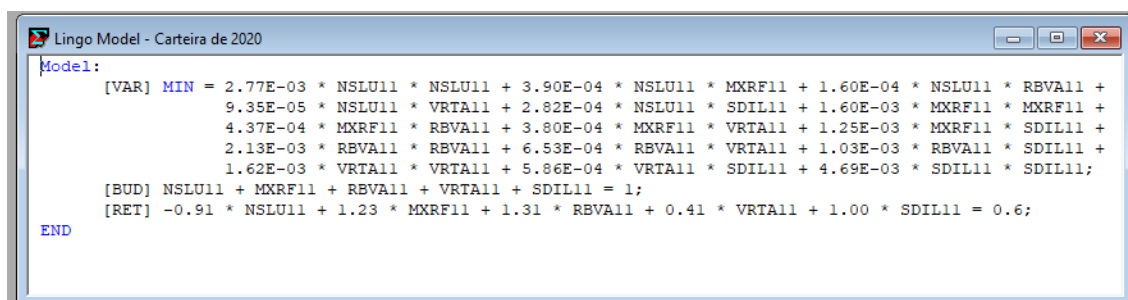
Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.1425037	0.000000
MXRF11	0.2702941	0.000000
RBVA11	0.1119628	0.000000
VRTA11	0.4513709	0.000000
SDIL11	0.2386839E-01	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
VAR	0.5404053E-03	-1.000000
BUD	0.000000	-0.1170130E-02
RET	0.000000	0.1924991E-03

Fonte: O Autor

Ao analisar os resultados obtidos pela otimização sugerida pelo Lingo, notamos que a composição da carteira mudou em relação ao ano de 2018, isso se dá pois os dados durante o ano em que a outra carteira ficou em vigência foram adicionados ao balanceamento, com isso as variâncias dos ativos individuais foram alteradas.

Dessa forma a nova composição da nova carteira ficou: 14,25% composta por NSLU11, 27,03% em MXRF11, 11,20% em RBVA11, 45,14 % em VRTA11 e apenas 2,39% em SDIL11. Dessa maneira para um retorno intermediário de 0,464% ao mês, a variância ficou em 5,4E-04, o que significa que é uma variância menor do que a menor variância dos ativos individuais.

Figura 7: Programação utilizada para balanceamento da carteira para 2020



```

Model:
[VAR] MIN = 2.77E-03 * NSLU11 * NSLU11 + 3.90E-04 * NSLU11 * MXRF11 + 1.60E-04 * NSLU11 * RBVA11 +
9.35E-05 * NSLU11 * VRTA11 + 2.82E-04 * NSLU11 * SDIL11 + 1.60E-03 * MXRF11 * MXRF11 +
4.37E-04 * MXRF11 * RBVA11 + 3.80E-04 * MXRF11 * VRTA11 + 1.25E-03 * MXRF11 * SDIL11 +
2.13E-03 * RBVA11 * RBVA11 + 6.53E-04 * RBVA11 * VRTA11 + 1.03E-03 * RBVA11 * SDIL11 +
1.62E-03 * VRTA11 * VRTA11 + 5.86E-04 * VRTA11 * SDIL11 + 4.69E-03 * SDIL11 * SDIL11;
[BUD] NSLU11 + MXRF11 + RBVA11 + VRTA11 + SDIL11 = 1;
[RET] -0.91 * NSLU11 + 1.23 * MXRF11 + 1.31 * RBVA11 + 0.41 * VRTA11 + 1.00 * SDIL11 = 0.6;
END

```

Figura 8: Resultados obtidos da programação

Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.1854976	0.000000
MXRF11	0.2805906	0.000000
RBVA11	0.1961623	0.000000
VRTA11	0.2899080	0.000000
SDIL11	0.4784160E-01	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
VAR	0.6104607E-03	-1.000000
BUD	0.000000	-0.1216196E-02
RET	0.000000	-0.7875517E-05

Fonte: O Autor.

Após outro rebalanceamento nota-se que novamente a composição da carteira teve que ser alterada afim de manter a mínima variância da carteira. Dessa forma a composição ficou: 18,55% em NSLU11, 28,06 em MXRF11, 19,61% em RBVA11, 28,99% em VRTA11 e 4,78% em SDIL11. Dessa maneira a variância da carteira se mantém menor do que a menor variâncias dos ativos individuais, para um retorno médio de 0,6% ao mês.

Figura 9: Programação utilizada para balanceamento da carteira para 2021

```

Model:
[VAR] MIN = 4.73E-03 * NSLU11 * NSLU11 + 1.21E-05 * NSLU11 * MXRF11 + 1.23E-05 * NSLU11 * RBVA11 +
3.57E-04 * NSLU11 * VRTA11 + 7.21E-04 * NSLU11 * SDIL11 + 3.06E-03 * MXRF11 * MXRF11 +
1.80E-03 * MXRF11 * RBVA11 + 1.46E-03 * MXRF11 * VRTA11 + 3.02E-03 * MXRF11 * SDIL11 +
3.81E-03 * RBVA11 * RBVA11 + 1.54E-03 * RBVA11 * VRTA11 + 2.88E-03 * RBVA11 * SDIL11 +
2.51E-03 * VRTA11 * VRTA11 + 1.60E-03 * VRTA11 * SDIL11 + 6.65E-03 * SDIL11 * SDIL11;
[BUD] NSLU11 + MXRF11 + RBVA11 + VRTA11 + SDIL11 = 1;
[RET] -0.96 * NSLU11 + 1.03 * MXRF11 + 0.83 * RBVA11 - 0.01 * VRTA11 + 0.59 * SDIL11 = 0.296;
END

```

Fonte: O Autor.

Figura 10: Resultados obtidos da programação 2021

Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.1921929	0.000000
MXRF11	0.2891178	0.000000
RBVA11	0.1993998	0.000000
VRTA11	0.2852812	0.000000
SDIL11	0.3400829E-01	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
VAR	0.1195926E-02	-1.000000
BUD	0.000000	-0.2287825E-02
RET	0.000000	-0.3514414E-03

Fonte: O Autor

Podemos notar o retorno da carteira de 2021 será, teoricamente, menor que a dos anos anteriores, isso se deve ao risco sistemático que ocorreu no ano de 2020 que acabou abalando o mercado. No entanto o balanceamento se mantém muito útil, uma vez que a variância da carteira ainda se mantém menor que a dos ativos individuais, ou seja, esse método ainda é mais seguro do que investir em apenas um ativo ou em ativos de mesmo setor.

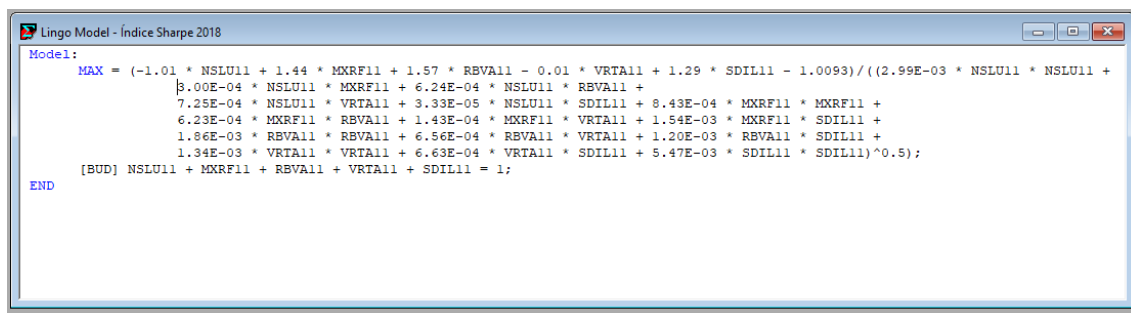
É possível também fazer uma otimização do índice Sharpe, onde adicionamos à carteira um ativo de risco zero, no caso utiliza-se a taxa CDI, e então podemos comparar as composições, a taxa de retorno e a volatilidade da carteira. A taxa do CDI considerada para os cálculos foi de 0,093% mensal (fevereiro/2021).

Tabela 2: Índices de Sharpe dos fundos imobiliários em 2018.

	Índice de Sharpe
	-
NSLU11	3,542087473
MXRF11	15,32507057
RBVA11	7,616408847
	-
VRTA11	0,723297924
SDIL11	2,093273758

Fonte: O Autor.

Figura 11: Programação para otimizar a carteira de 2018 em função do índice de Sharpe.



Fonte: O Autor.

Figura 12: Resultados da otimização da carteira de 2018 em função do índice de Sharpe.

Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.000000	79.97520
MXRF11	0.6491977	0.000000
RBVA11	0.3508023	-0.4163369E-07
VRTA11	0.000000	41.75938
SDIL11	0.000000	6.876924
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	17.67650	1.000000
BUD	0.000000	37.45692

Fonte: O Autor.

Podemos notar através da tabela 2, que os fundos MXRF11 e o RBVA11 possuem índices de Sharpe muito bons e muito acima dos outros fundos presentes, logo é de se imaginar que a presença deles após a otimização da carteira em função do índice a presença dos dois será muito maior que dos outros.

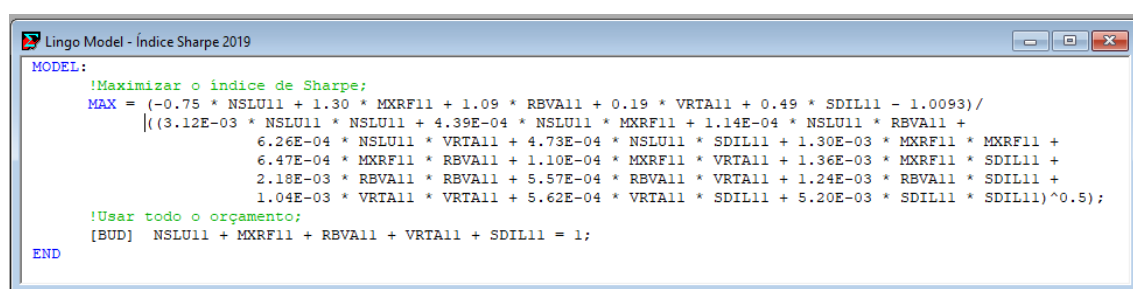
O que é comprovado na tabela 3, onde quase 65% da carteira é composto por MXRF11, que tem um valor de índice que ultrapassa 15 e o resto é formado pelo RBVA11, que também possui elevadíssimo índice de Sharpe. Isso mostra que a taxa risco-retorno não é nada atrativo para os outros fundos, logo é melhor manter a carteira com apenas os 2 melhores fundos.

Tabela 3: Índices de Sharpe dos fundos imobiliários em 2019.

	Índice Sharpe
NSLU11	-2,6144833
MXRF11	9,03867163
RBVA11	4,46778898
VRTA11	0,87954652
SDIL11	0,74206938

Fonte: O Autor.

Figura 13: Programação para otimizar a carteira de 2019 em função do índice de Sharpe.



Fonte: O Autor.

Figura 14: Resultados da otimização da carteira de 2019 em função do índice de Sharpe.

Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.000000	50.81369
MXRF11	0.9824272	0.000000
RBVA11	0.1757277E-01	-0.8454995E-07
VRTA11	0.000000	23.39657
SDIL11	0.000000	18.91481
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	8.064632	1.000000
BUD	0.000000	28.36013

Fonte: O Autor.

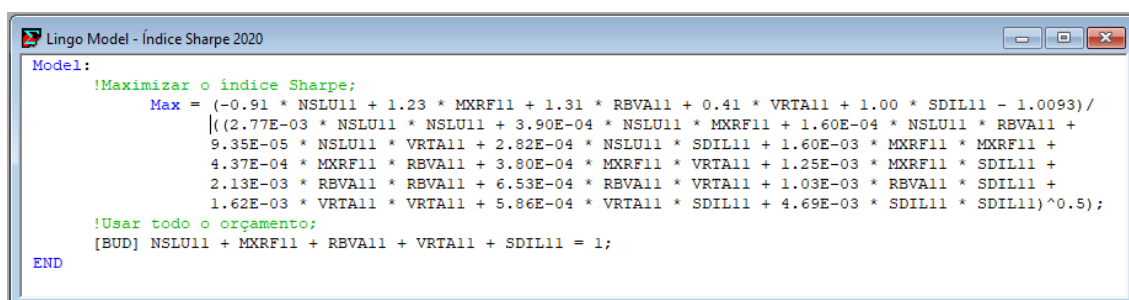
Na carteira de 2019, encontramos novamente uma disparidade entre os índices de Sharpe, o que fará com que haja uma predominância muito grande de certos ativos. A taxa de risco-retorno fica muito mais favorável quando a carteira é praticamente toda composta pelo MXRF11, que novamente apresentou o maior índice de todos, e é completado por uma pequena parcela de RBVA11.

Tabela 4: Índices de Sharpe dos fundos imobiliários em 2020.

	Índice de Sharpe
	-
NSLU11	3,524246785
MXRF11	6,986897561
RBVA11	5,606805349
VRTA11	1,939453359
SDIL11	1,893482155

Fonte: O Autor.

Figura 15: Programação para otimizar a carteira de 2020 em função do índice de Sharpe.



```

Model:
!Maximizar o índice Sharpe;
Max = (-0.91 * NSLU11 + 1.23 * MXRF11 + 1.31 * RBVA11 + 0.41 * VRTA11 + 1.00 * SDIL11 - 1.0093)/
|((2.77E-03 * NSLU11 * NSLU11 + 3.90E-04 * NSLU11 * MXRF11 + 1.60E-04 * NSLU11 * RBVA11 +
9.35E-05 * NSLU11 * VRTA11 + 2.82E-04 * NSLU11 * SDIL11 + 1.60E-03 * MXRF11 * MXRF11 +
4.37E-04 * MXRF11 * RBVA11 + 3.80E-04 * MXRF11 * VRTA11 + 1.25E-03 * MXRF11 * SDIL11 +
2.13E-03 * RBVA11 * RBVA11 + 6.53E-04 * RBVA11 * VRTA11 + 1.03E-03 * RBVA11 * SDIL11 +
1.62E-03 * VRTA11 * VRTA11 + 5.86E-04 * VRTA11 * SDIL11 + 4.69E-03 * SDIL11 * SDIL11)^0.5);
!Usar todo o orçamento;
[BUD] NSLU11 + MXRF11 + RBVA11 + VRTA11 + SDIL11 = 1;
END

```

Fonte: O Autor.

Figura 16: Resultados da otimização da carteira de 2020 em função do índice de Sharpe.

Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.000000	60.22363
MXRF11	0.4829753	0.000000
RBVA11	0.5170247	0.000000
VRTA11	0.000000	20.48168
SDIL11	0.000000	4.651875

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	8.080763	1.000000
BUD	0.000000	31.12208

Fonte: O Autor.

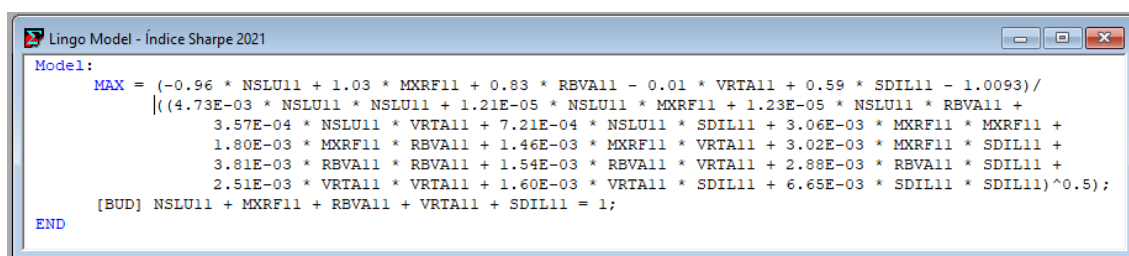
A carteira para o ano de 2020, apresentou uma disparidade entre os índices de Sharpe porém os dois fundos com melhores desempenhos possuem índices próximos um ao outro. Dessa forma, apesar da carteira ser formada por apenas dois fundos, ela fica bem equilibrada na composição com quase 48,3% de MXRF11 e com 51,7% de RBVA11.

Tabela 5: Índices de Sharpe dos fundos imobiliários em 2021.

	índice Sharpe
NSLU11	-2,1919816
MXRF11	3,0143798
RBVA11	1,89492664
	-
VRTA11	0,42076636
SDIL11	0,73774101

Fonte: O Autor.

Figura 17: Programação para otimizar a carteira de 2021 em função do índice de Sharpe.



Fonte: O Autor.

Figura 18: Resultados da otimização da carteira de 2021 em função do índice de Sharpe.

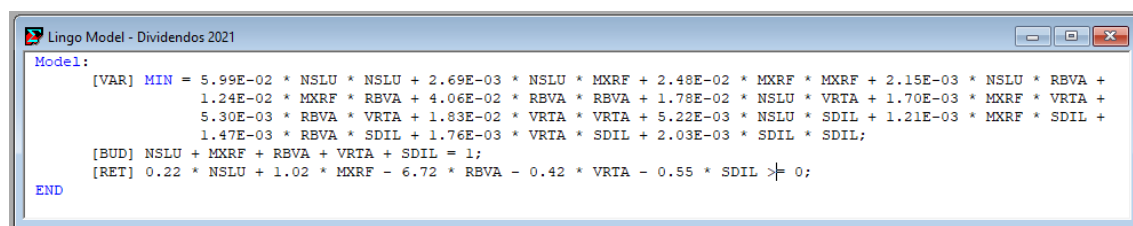
Variable	Value	Reduced Cost
NSLU11	0.000000	35.60084
MXRF11	1.000000	0.000000
RBVA11	0.000000	3.351363
VRTA11	0.000000	18.51571
SDIL11	0.000000	7.764568
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.3742050	1.000000
BUD	0.000000	18.24566

Fonte: O Autor.

Com um ano de 2020 muito ruim para o mercado financeiro, principalmente para o ramo imobiliário, os índices de Sharpe para fundos de investimento imobiliários, em geral, caíram muito. Sendo assim, a taxa risco-retorno não é muito favorável para este tipo de investimento, o que fez com que após o balanceamento, a carteira apresenta uma atratividade maior apenas com a presença de um ativo, o MXRF11.

Como uma das grandes vantagens do investimento em FIs é o pagamento regular de dividendos para geração de uma renda extra mensal, uma possibilidade é o balanceamento de uma carteira onde não haja uma variação muito grande nos dividendos, isso é vantajoso por se ter uma maior garantia da quantidade que irá receber e assim programar melhor seus ganhos e despesas.

Figura 19: Programação para otimização da carteira em função da variação do pagamento de dividendos



Fonte: O Autor.

Figura 20: Resultados da otimização da carteira.

Variable	Value	Reduced Cost
NSLU	0.4249510E-01	0.000000
MXRF	0.3252024	0.000000
RBVA	0.000000	0.5709394E-01
VRTA	0.5162338E-01	0.000000
SDIL	0.5806791	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
VAR	0.3979019E-02	-1.000000
BUD	0.000000	-0.7958037E-02
RET	-0.3231693E-08	-0.8898936E-02

Ao utilizar os dados de pagamento de dividendo de janeiro de 2018 até outubro de 2020, e calcular as médias de pagamento mensal dos dividendos é notável que ao chegar perto dos meses de crise econômica os dividendos diminuam e com isso desde 2018 até 2020 houve uma grande variância nos dados, e quase sempre pra uma desvalorização. Ao definir um retorno perto de 0, ou seja, quase sem variação o fundo RBVA11 que foi o que mais sofreu com uma queda brusca nos dividendos e, portanto, apresenta uma variância enorme, ele acaba nem entrando nessa carteira. O fundo NSLU11, apesar de apresentar uma pequena variância, apresenta uma pequena participação na carteira, assim como o fundo VRTA11. Ou seja, com essa otimização e com essas variâncias individuais os fundos com maior participação são o MXRF11 juntamente com o SDIL11 acabam se contrabalanceando para manter essa carteira com o pagamento de dividendos mais estável possível.

5. Conclusões

Ao finalizar o trabalho, tendo os resultados às mãos e podendo avaliar de maneira mais crítica, é possível chegar à algumas conclusões sobre a aplicação do Teoria Moderna do Portfólio em carteiras contendo apenas ativos de fundos de investimento imobiliários.

Notavelmente, vemos que é possível e traz resultados significativos aplicar o Teoria ao montar uma carteira, ainda mais para um tipo de investimento como os em FII's, que normalmente são investimentos onde os investidores focam no longo prazo, especialmente por ser um investimento onde o pagamento de dividendos é constante, tornando-se uma fonte de renda extra ou uma fonte para reinvestir e ir aumentando gradativamente o patrimônio.

Ao analisar que é possível montar uma carteira onde se tenha uma meta estabelecida do retorno que se espera e ainda diminuir o risco, de maneira a ser menor do que o ativo individual de menor variância, entendemos o quão importante é pensar no conjunto que está sendo montado do nos ativos que individualmente compõem a carteira. Uma analogia possível é com o futebol, não adianta ter os melhores jogadores se eles não se completam e consequentemente o conjunto não se sai bem, ou seja, não adianta montar um portfólio de ativos muito bons se eles não se completam, o risco aumenta muito e muitas vezes não é proporcional ao retorno.

Porém ao utilizar o índice de Sharpe, que é o indicador que expressa melhor o nível de rentabilidade em função do risco do investimento, e otimizar as carteiras em função da maximização do índice, notamos que a Teoria Moderna do Portfólio sozinha não é o suficiente para o balanceamento correto e que vise o maior lucro com o menor risco. Ou seja, a escolha dos FII's é até mais importante do que o próprio balanceamento, ao juntar bons ativos, bem diversificados e depois aplicar os métodos de balanceamento apresentados no estudo, os resultados tendem a ser muito mais promissores.

Portanto, conclui-se que o método de Markowitz funciona para o balanceamento de uma carteira de FII's, porém não é isento de falhas não podendo prever alguns riscos e a escolha dos ativos é tão importante quanto os cálculos matemáticos feitos para diminuir os riscos.

6. Referências Bibliográficas

[1] Tiago Reis. Você sabe o que é um ativo financeiro e quais suas características? 2018. Disponível em: <https://www.suno.com.br/artigos/ativo-financeiro/#:~:text=Ativos%20financeiros%20s%C3%A3o%20ativos%20intang%C3%ADveis,contratual%20do%20que%20eles%20correspondem>. Acessado em 01/02/2021.

BARONI, M; BASTOS, D. Guia Suno Fundos Imobiliários: Introdução sobre investimentos seguros e rentáveis. Paulínia: Editora Vivalendo, 2018.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

Ativos Financeiros: o que são e como são classificados? Disponível em: <<https://www.dicionariofinanceiro.com/ativos-financeiros/>>. Acessado em 04/02/2021.

O que são ações? Disponível em: <<https://www.xpi.com.br/investimentos/acoes/o-que-sao-acoes/>>. Acessado em: 05/02/2021.

FERREIRA, Fernando. No ano, número de investidores pessoas físicas na Bolsa cresce mais de +80%. XP Investimentos, 04 de nov. de 2020. Disponível em: <<https://conteudos.xpi.com.br/acoes/relatorios/no-ano-numero-de-investidores-pessoas-fisicas-na-bolsa-cresce-mais-de-80/>>. Acesso em: 05/02/2021.

Mercado Financeiro: o quê, como funciona e para que serve. BTG Pactual digital, 05 de jul. de 2017. Disponível em: <[https://www.btgpactualdigital.com/blog/financas/mercado-financeiro#:~:text=Mercado%20financeiro%20%C3%A9%20por%20defini%C3%A7%C3%A3o,\(ouro%20produtos%20agr%C3%ADcolas\).&text=No%20mercado%20financeiro%20o%20investidor,e%20que%20deseja%20multiplic%C3%A1%2Dlo](https://www.btgpactualdigital.com/blog/financas/mercado-financeiro#:~:text=Mercado%20financeiro%20%C3%A9%20por%20defini%C3%A7%C3%A3o,(ouro%20produtos%20agr%C3%ADcolas).&text=No%20mercado%20financeiro%20o%20investidor,e%20que%20deseja%20multiplic%C3%A1%2Dlo)>. Acesso em: 05/02/2021.

O que é IBOVESPA? Entenda como funciona o principal índice da Bolsa. Clear corretora, 15 de out. de 2018. Disponível em: <<https://blog.clear.com.br/o-que-e-ibovespa/?campaignid=1676751011&adgroupid=77260160043&adid=477550827338&qclid=Cj0KCQiAx9mABhD0ARIsAEfpavR9zIFpDZ19Zn4DkPLTKfh5asy>>

[CwdWPJUE5uU-XEMIFu2EQeWniQfwaAhl4EALw_wcB>](#). Acesso em: 05/02/2021.

O que é IFIX. Redação Warren, 15 de out. de 2020. Disponível em: https://warren.com.br/blog/o-que-e-ifix/?gclid=Cj0KCQiAx9mABhD0ARIsAEfpavS5nD4OLxUCrP6AFJlqFfEkfIYgr2lChBA1CpJMjmEAoctiSQhuyhlaAtZyEALw_wcB. Acesso em: 05/02/2021.

O que é taxa CDI, como funciona e quais seus rendimentos? Rico.com.vc, 7 dez. de 2019. Disponível em: <<https://blog.rico.com.vc/o-que-e-cdi>>. Acesso em: 05/02/2021.

Renda fixa: o que é, como funciona, dicas para investir. Rico.com.vc, 23 de ago. de 2019. Disponível em: <https://blog.rico.com.vc/o-guia-completo-sobre-renda-fixa-1>. Acesso em: 05/02/2021.

O que são ações? Entenda como funcionam, como comprar e investir. Equipe Toro Investimentos, 20 de dez. de 2019. Disponível em: <https://blog.toroinvestimentos.com.br/o-que-sao-acoes-ordinaria-preferencial>. Acesso em: 05/02/2021.

Fundos de investimento: um guia completo para aprender a investir. Infomoney. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/guias/fundos-de-investimento/>. Acesso em 05/02/2021.

<https://www.ligafeausp.com/single-post/2020/05/21/Teoria-Moderna-do-Portf%C3%B3lio>

ROMERO, Marcelo. Índice de Sharpe: comparando as carteiras Magnetis aos fundos multimercado. Blog Magnetis, 23 de fev. de 2019. Disponível em: <<https://blog.magnetis.com.br/indice-de-sharpe/>>. Acesso em 05/02/2021.

Apêndice

Tabela 6: Dados das cotas dos fundos NSLU11 e MXRF11.

	NSLU11				MXRF11
	cotação	var	var +1	cotação	var
SET/20	R\$ 163,60	1,39%	101,39%	R\$ 10,65	-2,3%
AGO/20	R\$ 161,35	4,02%	104,02%	R\$ 10,91	2,2%
JUL/20	R\$ 155,11	-8,39%	91,61%	R\$ 10,67	-2,5%
JUN/20	R\$ 169,32	-5,67%	94,33%	R\$ 10,95	-0,3%
MAI/20	R\$ 179,49	-6,38%	93,62%	R\$ 10,99	1,4%
ABR/20	R\$ 191,72	- 13,76%	86,24%	R\$ 10,83	7,6%
MAR/20	R\$ 222,30	3,28%	103,28%	R\$ 10,06	0,5%
FEV/20	R\$ 215,24	- 10,38%	89,62%	R\$ 10,01	-9,9%
JAN/20	R\$ 240,17	31,39%	131,39%	R\$ 11,11	-3,4%
DEZ/19	R\$ 182,79	0,87%	100,87%	R\$ 11,51	12,8%
NOV/19	R\$ 181,21	-3,13%	96,87%	R\$ 13,21	26,1%
OUT/19	R\$ 187,06	2,18%	102,18%	R\$ 10,47	-6,5%
SET/19	R\$ 183,07	-4,63%	95,37%	R\$ 11,20	0,2%
AGO/19	R\$ 191,96	-3,78%	96,22%	R\$ 11,17	4,0%
JUL/19	R\$ 199,51	-9,11%	90,89%	R\$ 10,74	-8,3%
JUN/19	R\$ 219,50	-0,30%	99,70%	R\$ 11,72	5,4%
MAI/19	R\$ 220,15	1,45%	101,45%	R\$ 11,11	-1,1%
ABR/19	R\$ 217,00	3,58%	103,58%	R\$ 11,24	3,9%
MAR/19	R\$ 209,50	-5,24%	94,76%	R\$ 10,81	0,0%
FEV/19	R\$ 221,08	1,32%	101,32%	R\$ 10,81	5,0%

JAN/19	R\$	-0,44%	99,56%	R\$	-0,6
	218,19			10,29	
DEZ/18	R\$	-5,62%	94,38%	R\$	10,5
	219,15			10,36	
NOV/18	R\$	5,02%	105,02%	R\$	1,1
	232,19			9,37	
OUT/18	R\$	-5,37%	94,63%	R\$	1,3
	221,10			9,26	
SET/18	R\$	-1,22%	98,78%	R\$	3,8
	233,64			9,14	
AGO/18	R\$	-7,90%	92,10%	R\$	-2,9
	236,53			8,80	
JUL/18	R\$	0,57%	100,57%	R\$	1,8
	256,81			9,07	
JUN/18	R\$	-3,43%	96,57%	R\$	4,9
	255,35			8,91	
MAI/18	R\$	1,41%	101,41%	R\$	0,8
	264,43			8,49	
ABR/18	R\$	4,28%	104,28%	R\$	
	260,76			8,42	10,3
MAR/18	R\$	12,61%	112,61%	R\$	5,3
	250,05			9,39	
FEV/18	R\$	4,65%	104,65%	R\$	9,1
	222,05			8,91	
JAN/18	R\$	0,58%	100,58%	R\$	0,4
	212,18			8,16	
DEZ/17	R\$	2,58%	102,58%	R\$	1,3
	210,95			8,12	
NOV/17	R\$	-9,30%	90,70%	R\$	-2,2
	205,64			8,01	
OUT/17	R\$	5,08%	105,08%	R\$	2,3
	226,73			8,19	
SET/17	R\$	-0,26%	99,74%	R\$	1,0
	215,77			8,00	
AGO/17	R\$	-2,42%	97,58%	R\$	2,8
	216,33			7,92	
JUL/17	R\$	-1,08%	98,92%	R\$	0,0
	221,69			7,70	
JUN/17	R\$	-4,23%	95,77%	R\$	-4,7
	224,11			7,70	
MAI/17	R\$	-9,34%	90,66%	R\$	3,4
	234,01			8,08	
ABR/17	R\$	-0,97%	99,03%	R\$	1,0
	258,11			7,81	
MAR/17	R\$	7,14%	107,14%	R\$	2,3
	260,63			7,73	
FEV/17	R\$	1,66%	101,66%	R\$	2,4
	243,25			7,55	
JAN/17	R\$	-1,72%	98,28%	R\$	3,3
	239,27			7,37	

DEZ/16	R\$	3,38%	103,38%	R\$	4,5
	243,46			7,13	
NOV/16	R\$	1,49%	101,49%	R\$	2,7
	235,51			6,82	
OUT/16	R\$	-4,56%	95,44%	R\$	-0,9
	232,05			6,64	
SET/16	R\$	-1,18%	98,82%	R\$	-0,4
	243,14			6,70	
AGO/16	R\$	-3,75%	96,25%	R\$	-0,1
	246,04			6,73	
JUL/16	R\$	3,74%	103,74%	R\$	-0,8
	255,63			6,74	
JUN/16	R\$	15,52%	115,52%	R\$	6,5
	246,41			6,80	
MAI/16	R\$	-	89,12%	R\$	1,1
	213,30	10,88%		6,38	
ABR/16	R\$	-6,72%	93,28%	R\$	5,8
	239,35			6,31	
MAR/16	R\$	-5,49%	94,51%	R\$	2,2
	256,60			5,96	
FEV/16	R\$	-3,69%	96,31%	R\$	5,2
	271,50			5,83	
JAN/16	R\$	-0,39%	99,61%	R\$	2,7
	281,90			5,54	
DEZ/15	R\$	2,53%	102,53%	R\$	-5,4
	283,00			5,39	
NOV/15	R\$	-4,66%	95,34%	R\$	-1,8
	276,02			5,70	
OUT/15	R\$			R\$	
	289,50			5,81	

Fonte: O Autor.

Tabela 7: Dados das cotas dos fundos RBVA11 e VRTA11.

	RBVA11			VRTA11	
	cotação	var	var +1	cotação	var
SET/20	R\$	2,31%	102,31%	R\$	0,9
	122,67			105,20	
AGO/20	R\$	2,53%	102,53%	R\$	-0,7
	119,90			104,25	
JUL/20	R\$	-8,17%	91,83%	R\$	-6,2
	116,94			105,00	
JUN/20	R\$	-	85,46%	R\$	2,7
	127,34	14,54%		112,01	
MAI/20	R\$	15,41%	115,41%	R\$	-2,9
	149,00			108,99	
ABR/20	R\$	7,09%	107,09%	R\$	11,8
	129,10			112,30	

MAR/20	R\$	-3,02%	96,98%	R\$	-3,4
	120,55			100,38	
FEV/20	R\$	-	86,11%	R\$	
	124,30	13,89%		104,00	16,8
JAN/20	R\$	-3,24%	96,76%	R\$	-5,3
	144,35			125,00	
DEZ/19	R\$	-9,89%	90,11%	R\$	-7,6
	149,18			132,00	
NOV/19	R\$	17,33%	117,33%	R\$	10,5
	165,56			143,00	
OUT/19	R\$	3,68%	103,68%	R\$	1,9
	141,11			129,40	
SET/19	R\$	11,14%	111,14%	R\$	4,0
	136,10			126,99	
AGO/19	R\$	1,52%	101,52%	R\$	-9,3
	122,46			122,00	
JUL/19	R\$	-3,97%	96,03%	R\$	
	120,63			134,60	12,4
JUN/19	R\$	-6,18%	93,82%	R\$	3,5
	125,62			153,79	
MAI/19	R\$	6,18%	106,18%	R\$	4,8
	133,89			148,54	
ABR/19	R\$	3,50%	103,50%	R\$	3,7
	126,10			141,61	
MAR/19	R\$	4,31%	104,31%	R\$	-0,5
	121,83			136,50	
FEV/19	R\$	2,80%	102,80%	R\$	6,3
	116,80			137,20	
JAN/19	R\$	-1,14%	98,86%	R\$	3,7
	113,62			129,00	
DEZ/18	R\$	-0,25%	99,75%	R\$	4,0
	114,93			124,29	
NOV/18	R\$	3,18%	103,18%	R\$	5,2
	115,22			119,50	
OUT/18	R\$	7,05%	107,05%	R\$	0,8
	111,67			113,50	
SET/18	R\$	12,37%	112,37%	R\$	3,5
	104,32			112,50	
AGO/18	R\$	-0,48%	99,52%	R\$	-0,2
	92,84			108,60	
JUL/18	R\$	-1,46%	98,54%	R\$	2,2
	93,29			108,85	
JUN/18	R\$	-3,11%	96,89%	R\$	-0,3
	94,67			106,43	
MAI/18	R\$	-7,70%	92,30%	R\$	0,7
	97,71			106,80	
ABR/18	R\$	-6,25%	93,75%	R\$	-0,8
	105,86			106,00	
MAR/18	R\$	-0,78%	99,22%	R\$	0,0
	112,92			106,95	

FEV/18	R\$ 113,81	-1,24%	98,76%	R\$ 106,95	-0,0%
JAN/18	R\$ 115,24	1,13%	101,13%	R\$ 106,99	-3,3%
DEZ/17	R\$ 113,95	2,35%	102,35%	R\$ 110,73	-0,2%
NOV/17	R\$ 111,33	1,50%	101,50%	R\$ 111,00	4,8%
OUT/17	R\$ 109,68	-1,46%	98,54%	R\$ 105,89	-1,8%
SET/17	R\$ 111,30	-0,26%	99,74%	R\$ 107,90	-2,7%
AGO/17	R\$ 111,59	3,56%	103,56%	R\$ 110,91	-1,8%
JUL/17	R\$ 107,75	-5,32%	94,68%	R\$ 113,00	-3,9%
JUN/17	R\$ 113,80	-2,00%	98,00%	R\$ 117,69	2,9%
MAI/17	R\$ 116,12	2,62%	102,62%	R\$ 114,30	1,1%
ABR/17	R\$ 113,15	3,37%	103,37%	R\$ 113,00	-0,0%
MAR/17	R\$ 109,46	-1,15%	98,85%	R\$ 113,05	-5,4%
FEV/17	R\$ 110,73	2,75%	102,75%	R\$ 119,54	-6,5%
JAN/17	R\$ 107,77	-0,55%	99,45%	R\$ 127,94	4,0%
DEZ/16	R\$ 108,37	6,44%	106,44%	R\$ 123,00	0,0%
NOV/16	R\$ 101,81	0,06%	100,06%	R\$ 123,00	-2,7%
OUT/16	R\$ 101,75	-6,30%	93,70%	R\$ 126,50	-1,9%
SET/16	R\$ 108,59	3,89%	103,89%	R\$ 129,00	4,8%
AGO/16	R\$ 104,52	9,03%	109,03%	R\$ 123,00	7,8%
JUL/16	R\$ 95,86	3,50%	103,50%	R\$ 114,00	0,8%
JUN/16	R\$ 92,62	12,62%	112,62%	R\$ 113,00	0,0%
MAI/16	R\$ 82,24	1,81%	101,81%	R\$ 112,96	4,0%
ABR/16	R\$ 80,78	0,62%	100,62%	R\$ 108,53	2,6%
MAR/16	R\$ 80,28	5,80%	105,80%	R\$ 105,73	-0,3%
FEV/16	R\$ 75,88	6,26%	106,26%	R\$ 106,09	4,7%

JAN/16	R\$	-0,86%	99,14%	R\$	3,7
	71,41			101,24	
DEZ/15	R\$	-2,33%	97,67%	R\$	-3,8
	72,03			97,54	
NOV/15	R\$	-2,29%	97,71%	R\$	-4,4
	73,75			101,40	
OUT/15	R\$			R\$	
	75,48			106,11	

Fonte: O Autor.

Tabela 8: Dados das cotas do fundo SDIL11.

SDIL11			
	cotação	var	var +1
SET/20	R\$	-0,05%	99,95%
	101,00		
AGO/20	R\$	-1,32%	98,68%
	101,05		
JUL/20	R\$	-2,43%	97,57%
	102,40		
JUN/20	R\$	-3,74%	96,26%
	104,95		
MAI/20	R\$	14,77%	114,77%
	109,03		
ABR/20	R\$	-0,01%	99,99%
	95,00		
MAR/20	R\$	-3,99%	96,01%
	95,01		
FEV/20	R\$	-9,94%	90,06%
	98,96		
JAN/20	R\$	-6,65%	93,35%
	109,88		
DEZ/19	R\$	-	79,49%
	117,71	20,51%	
NOV/19	R\$	28,83%	128,83%
	148,08		
OUT/19	R\$	-5,23%	94,77%
	114,94		
SET/19	R\$	6,37%	106,37%
	121,28		
AGO/19	R\$	0,76%	100,76%
	114,02		
JUL/19	R\$	3,21%	103,21%
	113,16		
JUN/19	R\$	0,57%	100,57%
	109,64		

MAI/19	R\$	0,07%	100,07%
	109,02		
ABR/19	R\$	12,68%	112,68%
	108,94		
MAR/19	R\$	-3,30%	96,70%
	96,68		
FEV/19	R\$	-0,71%	99,29%
	99,98		
JAN/19	R\$	-0,84%	99,16%
	100,69		
DEZ/18	R\$	7,26%	107,26%
	101,54		
NOV/18	R\$	11,39%	111,39%
	94,67		
OUT/18	R\$	0,68%	100,68%
	84,99		
SET/18	R\$	4,27%	104,27%
	84,42		
AGO/18	R\$	3,37%	103,37%
	80,96		
JUL/18	R\$	0,27%	100,27%
	78,32		
JUN/18	R\$	12,52%	112,52%
	78,11		
MAI/18	R\$	-9,82%	90,18%
	69,42		
ABR/18	R\$	-6,54%	93,46%
	76,98		
MAR/18	R\$	-3,83%	96,17%
	82,37		
FEV/18	R\$	-0,83%	99,17%
	85,65		
JAN/18	R\$	-	87,11%
	86,37	12,89%	
DEZ/17	R\$	3,36%	103,36%
	99,15		
NOV/17	R\$	-1,00%	99,00%
	95,93		
OUT/17	R\$	-2,12%	97,88%
	96,90		
SET/17	R\$	9,13%	109,13%
	99,00		
AGO/17	R\$	-0,31%	99,69%
	90,72		
JUL/17	R\$	3,42%	103,42%
	91,00		
JUN/17	R\$	-1,69%	98,31%
	87,99		
MAI/17	R\$	5,92%	105,92%
	89,50		

ABR/17	R\$	-1,74%	98,26%
	84,50		
MAR/17	R\$	-5,98%	94,02%
	86,00		
FEV/17	R\$	0,23%	100,23%
	91,47		
JAN/17	R\$	5,59%	105,59%
	91,26		
DEZ/16	R\$	9,71%	109,71%
	86,43		
NOV/16	R\$	8,35%	108,35%
	78,78		
OUT/16	R\$	3,75%	103,75%
	72,71		
SET/16	R\$	-0,13%	99,87%
	70,08		
AGO/16	R\$	-0,09%	99,91%
	70,17		
JUL/16	R\$	1,15%	101,15%
	70,23		
JUN/16	R\$	11,71%	111,71%
	69,43		
MAI/16	R\$	-3,25%	96,75%
	62,15		
ABR/16	R\$	8,88%	108,88%
	64,24		
MAR/16	R\$	1,97%	101,97%
	59,00		
FEV/16	R\$	13,43%	113,43%
	57,86		
JAN/16	R\$	-2,73%	97,27%
	51,01		
DEZ/15	R\$	-	76,51%
	52,44	23,49%	
NOV/15	R\$	-3,86%	96,14%
	68,54		
OUT/15	R\$		
	71,29		

Fonte: O Autor.

Tabela 9: Médias e desvios dos fundos da carteira de 2018.

	MÉDIA	DESVIO
NSLU11	-1,01%	3,12E-03
MXRF11	1,44%	8,80E-04
RBVA11	1,57%	1,94E-03

VRTA11	-0,01%	1,40E-03
SDIL11	1,29%	5,71E-03

Fonte: O Autor.

Tabela 10: Matriz de Covariâncias entre os fundos da carteira de 2018.

MATRIZ DE COVARIÂNCIA

		NSL	MX	RBV	VRT	SDI
	U11	RF11	A11	A11	L11	
NSL		2,99				
U11		E-03				
MX		3,00	8,43			
RF11		E-04	E-04			
RBV		6,24	6,23	1,86		
A11		E-04	E-04	E-03		
VRT		-	1,43	6,56	1,34	
A11		7,25E-04	E-04	E-04	E-03	
SDI		3,33	1,54	1,20	6,63	5,4
L11		E-05	E-03	E-03	E-04	7E-03

Fonte: O Autor.

Tabela 11: Médias e desvios dos fundos da carteira de 2019.

	MÉDIA	DESVIO
NSLU11	-0,75%	3,21E-03
MXRF11	1,30%	1,34E-03
RBVA11	1,09%	2,24E-03
VRTA11	0,19%	1,07E-03
SDIL11	0,49%	5,35E-03

Fonte: O Autor.

Tabela 12: Matris de covariâncias entre os fundos da carteira de 2019.

MATRIZ DE COVARIÂNCIA									
		NSL	MX	RBV	VRT	SDI			
		U11	RF11	A11	A11	L11			
	NSL	3,12							
U11		E-03							
	MX	4,39	1,30						
RF11		E-04	E-03						
	RBV	1,14	6,47	2,18					
A11		E-04	E-04	E-03					
	VRT	-	1,10	5,57	1,04				
A11		6,26E-04	E-04	E-04	E-03				
	SDI	-	1,36	1,24	5,62	5,2			
L11		4,73E-04	E-03	E-03	E-04	0E-03			

Fonte: O Autor.

Tabela 13: Médias e desvios dos fundos da carteira de 2020.

	MÉDIA	DESVIO
NSLU11	-0,91%	2,83E-03
MXRF11	1,23%	1,63E-03
RBVA11	1,31%	2,17E-03
VRTA11	0,41%	1,66E-03
SDIL11	1,00%	4,79E-03

Fonte: O Autor.

Tabela 14: Matriz de covariâncias entre os fundos da carteira de 2020.

MATRIZ DE COVARIÂNCIA									
		NSL	MX	RBV	VRT	SDI			
		U11	RF11	A11	A11	L11			
	NSL	2,77							
U11		E-03							
	MX	3,90	1,60						
RF11		E-04	E-03						
	RBV	1,60	4,37	2,13					
A11		E-04	E-04	E-03					
	VRT	-	3,80	6,53	1,62				
A11		9,35E-05	E-04	E-04	E-03				
	SDI	-	1,25	1,03	5,86	4,6			
L11		2,82E-04	E-03	E-03	E-04	9E-03			

Fonte: O Autor.

Tabela 15: Médias e desvios dos fundos da carteira de 2021.

	MÉDIAS	DESVIOS
NSLU11	-0,96%	4,82E-03
MXRF11	1,03%	3,12E-03
RBVA11	0,83%	3,87E-03
VRTA11	-0,01%	2,55E-03
SDIL11	0,59%	6,77E-03

Fonte: O Autor.

Tabela 16: Matriz de covariâncias entre os fundos da carteira de 2021.

MATRIZ DE COVARIÂNCIA										
		NSL		MX		RBV		VRT		SDI
		U11		RF11		A11		A11		L11
U11	NSL		4,73							
			E-03							
RF11	MX		1,21		3,06					
			E-05		E-03					
A11	RBV		1,23		1,80		3,81			
			E-05		E-03		E-03			
A11	VRT		-		1,46		1,54		2,51	
			3,57E-04		E-03		E-03		E-03	
L11	SDI		-		3,02		2,88		1,60	6,6
			7,21E-04		E-03		E-03		E-03	5E-03

Fonte: O Autor.

Tabela 17: Dados dos dividendos pagos pelos fundos NSLU11 e MXRF11.

	NSLU11				MXRF11			
	Div	V	1+		Div	V	1+	
	idendo	ar %	Var%		idendo	ar %	Var%	

J	1,5	0,	0,	0,0	0,	0,
AN/18	7	00%	00%	5	00%	00%
F	1,5	-	99	0,0	2	12
EV/18	6	0,64%	,36%	6	0,00%	0,00%
M	1,5	0,	10	0,0	1	11
AR/18	6	00%	0,00%	7	6,67%	6,67%
A	1,5	0,	10	0,0	-	85
BR/18	7	64%	0,64%	6	14,29%	,71%
M	1,5	-	99	0,0	0,	10
AI/18	6	0,64%	,36%	6	00%	0,00%
J	1,5	0,	10	0,0	3	13
UN/18	6	00%	0,00%	8	3,33%	3,33%
J	1,5	0,	10	0,1	2	12
UL/18	6	00%	0,00%		5,00%	5,00%
A	1,8	16	11	0,0	-	80
GO/18	1	,03%	6,03%	8	20,00%	,00%
S	1,5	-	83	0,0	-	87
ET/18	2	16,02%	,98%	7	12,50%	,50%
O	1,5	3,	10	0,0	0,	10
UT/18	7	29%	3,29%	7	00%	0,00%
N	1,5	0,	10	0,0	-	85
OV/18	7	00%	0,00%	6	14,29%	,71%
D	1,5	0,	10	0,0	0,	10
EZ/18	7	00%	0,00%	6	00%	0,00%
J	1,5	0,	10	0,0	0,	10
AN/19	7	00%	0,00%	6	00%	0,00%
F	1,7	8,	10	0,0	0,	10
EV/19	1	92%	8,92%	6	00%	0,00%
M	1,5	-	92	0,0	1	11
AR/19	8	7,60%	,40%	7	6,67%	6,67%
A	1,5	-	98	0,0	0,	10
BR/19	6	1,27%	,73%	7	00%	0,00%
M	1,5	-	99	0,0	0,	10
AI/19	5	0,64%	,36%	7	00%	0,00%
J	1,6	3,	10	0,0	0,	10
UN/19		23%	3,23%	7	00%	0,00%
J	1,6	5,	10	0,0	0,	10
UL/19	9	62%	5,63%	7	00%	0,00%
A	1,6	0,	10	0,0	0,	10
GO/19	9	00%	0,00%	7	00%	0,00%
S	1,6	0,	10	0,0	0,	10
ET/19	9	00%	0,00%	7	00%	0,00%
O	1,7	1,	10	0,0	2	12
UT/19	2	78%	1,78%	9	8,57%	8,57%
N	1,7	-	99	0,0	0,	10
OV/19	1	0,58%	,42%	9	00%	0,00%
D	1,7	0,	10	0,0	0,	10
EZ/19	1	00%	0,00%	9	00%	0,00%
J	1,6	-	95	0,1	4	14
AN/20	3	4,68%	,32%	3	4,44%	4,44%

F	1,7	4,	10	0,0	-	61
EV/20		29%	4,29%	8	38,46%	,54%
M	1,6	-	95	0,0	1	11
AR/20	2	4,71%	,29%	9	2,50%	2,50%
A	1,6	4,	10	0,0	-	88
BR/20	9	32%	4,32%	8	11,11%	,89%
M	1,6	0,	10	0,0	-	87
AI/20	9	00%	0,00%	7	12,50%	,50%
J	1,6	-	97	0,0	0,	10
UN/20	5	2,37%	,63%	7	00%	0,00%
J	1,7	5,	10	0,0	0,	10
UL/20	4	45%	5,45%	7	00%	0,00%
A	3,9	12	22	0,0	0,	10
GO/20	3	5,86%	5,86%	7	00%	0,00%
S	3,9	1,	10	0,0	0,	10
ET/20	7	02%	1,02%	7	00%	0,00%
O	1,6	-	42	0,0	0,	10
UT/20	9	57,43%	,57%	7	00%	0,00%

Fonte: O Autor.

Tabela 18: Dados dos dividendos pagos pelos fundos RBVA11 e VRTA11

	RBVA11			VRTA11		
	Div	V	1+	Div	V	1+
	idendo	ar %	Var%	idendo	ar %	Var%
J	8,4	0,	0,	0,7		
AN/18	4	00%	00%			
F	7,2	-	86	0,7	0,	10
EV/18	8	13,74%	,26%		00%	0,00%
M	7,2	-	99	0,6	-	88
AR/18	1	0,96%	,04%	2	11,43%	,57%
A	7,2	0,	10	0,6	1	11
BR/18	5	55%	0,55%	9	1,29%	1,29%
M	7,2	0,	10	0,7	7,	10
AI/18	5	00%	0,00%	4	25%	7,25%
J	7,2	0,	10	0,7	0,	10
UN/18	5	00%	0,00%	4	00%	0,00%
J	7,2	0,	10	0,8	9,	10
UL/18	5	00%	0,00%	1	46%	9,46%
A	7,2	0,	10	0,8	6,	10
GO/18	5	00%	0,00%	6	17%	6,17%
S	7,2	0,	10	0,9	1	11
ET/18	5	00%	0,00%	8	3,95%	3,95%
O	7	-	96	0,9	0,	10
UT/18		3,45%	,55%	8	00%	0,00%
N	7	0,	10	1,1	1	11
OV/18		00%	0,00%	5	7,35%	7,35%

D	7	0,	10	1,0	-	89
EZ/18		00%	0,00%	3	10,43%	,57%
J	7	0,	10	1,0	-	98
AN/19		00%	0,00%	1	1,94%	,06%
F	7,5	7,	10	1,0	0,	10
EV/19		14%	7,14%	2	99%	0,99%
M	8,5	1	11	0,9	-	97
AR/19		3,33%	3,33%	9	2,94%	,06%
A	8,5	0,	10	0,9	-	94
BR/19		00%	0,00%	4	5,05%	,95%
M	8,5	0,	10	1,0	1	11
AI/19		00%	0,00%	8	4,89%	4,89%
J	9	5,	10	1,0	-	97
UN/19		88%	5,88%	5	2,78%	,22%
J	1,4	-	16	1,0	-	97
UL/19	9	83,44%	,56%	2	2,86%	,14%
A	0,9	-	60	0,9	-	92
GO/19		39,60%	,40%	4	7,84%	,16%
S	0,9	0,	10	0,6	-	69
ET/19		00%	0,00%	5	30,85%	,15%
O	0,9	0,	10	0,7	9,	10
UT/19		00%	0,00%	1	23%	9,23%
N	0,9	0,	10	0,7	1,	10
OV/19		00%	0,00%	2	41%	1,41%
D	0,9	0,	10	0,6	-	88
EZ/19		00%	0,00%	4	11,11%	,89%
J	1,4	5	15	0,7	2	12
AN/20	1	6,67%	6,67%	7	0,31%	0,31%
F	0,9	-	63	0,7	1,	10
EV/20		36,17%	,83%	8	30%	1,30%
M	0,9	0,	10	0,8	3,	10
AR/20		00%	0,00%	1	85%	3,85%
A	0,8	-	88	0,7	-	91
BR/20		11,11%	,89%	4	8,64%	,36%
M	0,8	6,	10	0,7	-	95
AI/20	5	25%	6,25%	1	4,05%	,95%
J	0,8	0,	10	0,7	2,	10
UN/20	5	00%	0,00%	3	82%	2,82%
J	0,8	0,	10	0,9	3	13
UL/20	5	00%	0,00%	6	1,51%	1,51%
A	0,8	0,	10	0,6	-	63
GO/20	5	00%	0,00%	1	36,46%	,54%
S	0,8	0,	10	0,5	-	83
ET/20	5	00%	0,00%	1	16,39%	,61%
O	0,8	0,	10	0,6	1	11
UT/20	5	00%	0,00%	1	9,61%	9,61%

Fonte: O Autor.

Tabela 19: Dados dos dividendos pagos pelo fundo SDIL11.

SDIL11

	Dividendo	Var %	1+Var%
JAN/18	0,66		
FEV/18	0,62	-6,06%	93,94%
MAR/18	0,62	0,00%	100,00%
ABR/18	0,62	0,00%	100,00%
MAI/18	0,62	0,00%	100,00%
JUN/18	0,63	1,61%	101,61%
JUL/18	0,63	0,00%	100,00%
AGO/18	0,64	1,59%	101,59%
SET/18	0,64	0,00%	100,00%
OUT/18	0,64	0,00%	100,00%
NOV/18	0,64	0,00%	100,00%
DEZ/18	0,64	0,00%	100,00%
JAN/19	0,64	0,00%	100,00%
FEV/19	0,64	0,00%	100,00%
MAR/19	0,64	0,00%	100,00%
ABR/19	0,64	0,00%	100,00%
MAI/19	0,64	0,00%	100,00%
JUN/19	0,64	0,00%	100,00%
JUL/19	0,64	0,00%	100,00%
AGO/19	0,64	0,00%	100,00%
SET/19	0,64	0,00%	100,00%
OUT/19	0,64	0,00%	100,00%
NOV/19	0,57	-	89,06%
		10,94%	
DEZ/19	0,57	0,00%	100,00%
JAN/20	0,57	0,00%	100,00%
FEV/20	0,52	-8,77%	91,23%
MAR/20	0,52	0,00%	100,00%
ABR/20	0,46	-	88,46%
		11,54%	
MAI/20	0,46	0,00%	100,00%
JUN/20	0,44	-4,35%	95,65%
JUL/20	0,44	0,00%	100,00%
AGO/20	0,5	13,64%	113,64%
SET/20	0,55	10,00%	110,00%
OUT/20	0,55	0,00%	100,00%

Fonte: O Autor.

Tabela 20: Médias e desvios dos fundos da carteira de dividendos.

	MÉDIA	DESVIOS
NSLU11	0,22%	0,061732
MXRF11	1,02%	0,025615
RBVA11	-6,72%	0,041823
VRTA11	-0,42%	0,018862

SDIL11	-0,55%	0,002093
---------------	---------------	-----------------

Fonte: O Autor.

Tabela 21: Matriz de covariâncias entre os fundos da carteira de dividendos.

MATRIZ DE COVARIÂNCIAS								
		NSL	MX	RBV	VRT	SDI		
		U11	RF11	A11	A11	L11		
NSL		5,99						
U11		E-02						
MX		-	2,48					
RF11		2,69E-03	E-02					
RBV		-	1,24	4,06				
A11		2,15E-03	E-02	E-02				
VRT		-	1,70	5,30	1,83			
A11		1,78E-02	E-03	E-03	E-02			
SDI		5,22	1,21	1,47	-	2,0		
L11		E-03	E-03	E-03	1,76E-03	3E-03		

Fonte: O Autor.