

第 7 章

高潮

7.1 顕著な高潮

高潮 storm surge の大きさを表す指標として最高潮位 highest sea level(潮汐を含む) と最大気象潮(平常潮位からの偏差の最大値)maximum meteorological tide が用いられる。災害に対しては最高潮位が適し、現象の規模としては最大気象潮が適している。1950 年～1999 年の気象潮 2m 以上の高潮を次の表にまとめた。1999 年 9 月 24 日の八代海の最大気象潮と最高潮位とはともに推定値である。しかしながら、伊勢湾台風の時を上回るか同程度の最大気象潮であったことは確かなようである。

最大の高潮災害は 1959 年の伊勢湾台風がもたらしたものである。最大気象潮は 3.5m、最高潮位は 3.9m であった。伊勢湾台風の潮岬上陸時(1959 年 9 月 26 日)の勢力は中心気圧、929.5 hPa、最大風速、50m/s、風速 25m/s 以上の暴風半径、250km であった。最盛期の中心気圧は 894 hPa であった。台風の経路を図 7.2 に示した。伊勢湾に強風が吹き、吹寄せ効果によって、高潮が発生した。図 7.3 には気圧と実測潮位、推算潮位を示した。気圧の低下による潮位の上昇は 50cm 程度と見積もられるので、潮位の上昇は吹寄せ効果による。名古屋市の浸水水位を図 7.1 に示した。死者・行方不明者の数は 5000 人以上になった。^{*1}

^{*1} 全壊家屋 3 万 6 千棟・半壊家屋 11 万 3 千棟、床上浸水 15 万 7 千棟、更に 4700 棟の家屋が流出され、家屋被害は 30 万棟を越えた。南寄りの暴風で海水が伊勢湾・三河湾の最奥部に吹き寄せられた上、満潮時でもあったため、愛知県の広い範囲で高潮による浸水が発生した。最大 3.5 メートルを記録した高潮により、名古屋港の貯木場にあった、20 万トンの木材が流されて、住宅地を襲った。その高潮に飲み込まれた名古屋市南区付近は、2 週間以上も水が引かなかった地域があった。名古屋市南部(南区、港区)および隣接する海部郡南部(蟹江町、弥富町、十四山村、飛島村など)は江戸時代に遠浅の海を干拓してできた新田で、海面下 2～3 m の土地もあったため、高潮により一旦海岸堤防が破壊するとひとたまりもなく水没した。これら低地の復旧のためには、まず堤防を完全に作り直した上でポンプにより海水を排水しなければならなかったため、水没地域が完全になくなったのは被災から 3 ヶ月経った 12 月下旬であった。Wikipedia から。

表 7.1 1900 年～2004 年における気象潮 2m 以上の高潮

年月日	発生域	最大偏差 (m)	発生要因
1917.10.1	東京湾	2.1	台風
1930.7.18	有明海	2.5	台風
1934.9.21	大阪湾	3.1	室戸台風
1938.9.1	東京湾	2.2	台風
1950.9.3	大阪湾	2.4	ジェーン台風
1956.8.17	有明海	2.4	台風第 5609 号
1959.9.26	伊勢湾	3.5	伊勢湾台風
1961.9.16	大阪湾	2.5	第 2 室戸台風
1964.9.25	大阪湾	2	台風第 6420 号
1965.9.10	瀬戸内海東部	2.2	台風第 6523 号
1970.8.21	土佐湾	2.4 推 ^a	台風第 7010 号
1972.9.16	伊勢湾	2.0	台風第 7220 号
1991.9.27	有明海	2.7	台風第 9119 号
1995.9.29	八丈島	3.4	台風第 9512 号
1996.9.22	八丈島	2.9	台風第 9617 号
2000.7.8	八丈島	2.5	台風第 0003 号
2002.10. 1	八丈島	(2.4) 欠 ^b	台風第 0221 号
2004. 9. 7	有明海	2.1	台風第 0418 号
2004.10.20	四国南岸	2.5	台風第 0423 号

^a 推定値^b 該当時に欠測があり記録上の最大値

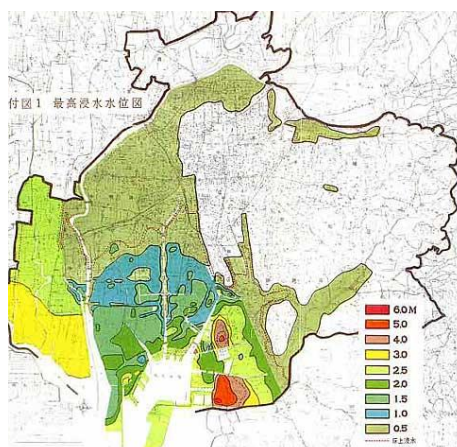


図 7.1 最高水位図．名古屋市役所のウェブサイトから．

第 2 圖 台風の経路

昭和34年9月26日

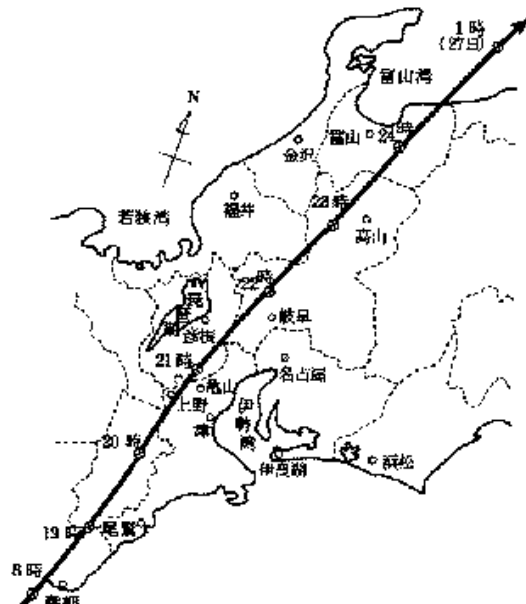


図 7.2 伊勢湾台風の経路，パンフレット
あいちの海岸（愛知県）より

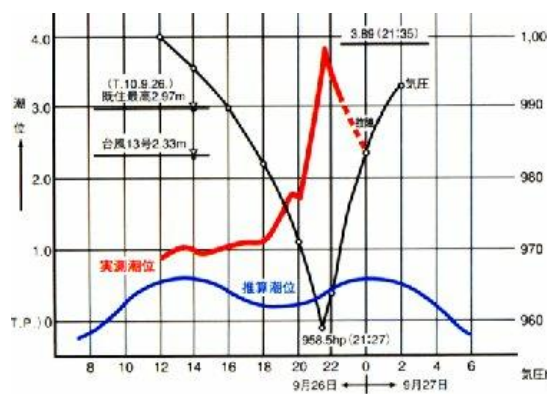
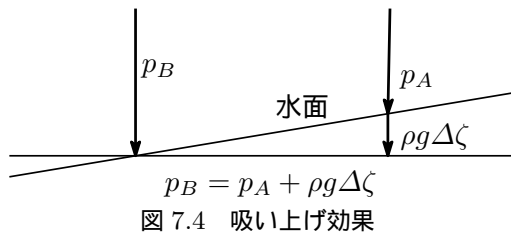


図 7.3 伊勢湾台風名古屋潮位記録と気圧の推移，パンフレットあいちの海岸（愛知県）より

7.2 原因

高潮の原因として、まず、挙げられるのが吸い上げ効果 suction effect である。吸い上げ効果は、周りよりも気圧が低くなって、海面の上昇を起こすことである。吸い上げ効果による海面の上昇量は図のように見積もることができる。



2 地点の気圧差が Δp_0 であれば、その 2 地点の水位差 $\Delta \eta$ は、 $\Delta \eta = -\Delta p_0 / \rho g$ となる。^{*2}

水が静止しているとき、水面での圧力差が 1hPa あれば、水位差は 1cm である。吸い上げ効果は気圧低下が大きくても 100hPa 程度なので、1m の水位上昇で、顕著な高潮の潮位上昇は次の効果が大きい。台風などが通過し、高潮が引き起こされるときは気圧の効果以外に

1. 風の効果 海岸に直向した風の応力による沿岸への吹寄せ効果 wind set-up effect と海岸に沿う風の応力によるエクマン輸送 Ekman transport（北半球では風を背から受けると右手の方向に水が運ばれる）の効果である。
2. 波の砕波 高波高の風波が沿岸で砕波すると、wave set up と呼ばれる水位上昇が起きる。小西 (1991) によると、有義波高が 4m を越すと 1m につき、6～10cm の水位上昇

^{*2} 水が静止していると

$$P + \Omega = \text{const.} \quad (7.1)$$

密度が圧力に依存しなければ $P = p/\rho$

$$p + \rho g z = \text{const} \quad (7.2)$$

海面の水位を $\eta(x, y)$ 、海面の気圧を $p_0(x, y, \eta)$ とし、

$$p_0(x, y, \eta) + \rho g \eta = \text{const} \quad (7.3)$$

圧力水面での圧力差を Δp とすると、水位差は

$$\Delta z = -\frac{\Delta p}{\rho g}. \quad (7.4)$$

上の式はオイラーの運動方程式から直接出てくる。

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (7.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (7.7)$$

上の 3 つの方程式から、

$$p(x, y, z) = \rho g(\eta(x, y) - z) + p_0(x, y, \eta) \quad (7.8)$$

水中では、水平方向 ($z = \text{const}$) に p は一定なので、2 地点の気圧差が Δp_0 であれば、その 2 地点の水位差 $\Delta \eta$ は、 $\Delta \eta = -\Delta p_0 / \rho g$ となる。

がある．

海面上を風が吹くと表層に深くなるにつれて螺旋状に向きが変わる流れが誘起される．これをエクマン吹送流 Ekman drift current といい，北半球では風向に対して直角右方向に正味の海水が運ばれる．これをエクマン輸送という．エクマン輸送について説明する．海面上に風が吹くと風向からずれることは，

海面が $z = 0$ で，海面に $\tau_{sx} = 0, \tau_{sy} \neq 0$ の応力がかかっているとする．表面に付近に水平方向 ($w = 0$) の定常的な流れがあるとする．また，水平方向には一様で渦粘性率 A_z は一定，水深は無限大とする．支配方程式は

$$0 = \frac{du}{dt} = A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + fv \quad (7.9)$$

$$0 = \frac{dv}{dt} = +A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - fu \quad (7.10)$$

$$0 = \frac{dw}{dt} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (7.11)$$

なので，水平成分のみを取り出すと，解 u_E, v_E として

$$A_z \frac{\partial^2 u_E}{\partial z^2} + fv_E = 0 \quad (7.12)$$

$$A_z \frac{\partial^2 v_E}{\partial z^2} - fu_E = 0 \quad (7.13)$$

水面での境界条件は

$$A_z \frac{\partial v_E}{\partial z} = \tau_{sy} \quad (7.14)$$

$$A_z \frac{\partial u_E}{\partial z} = \tau_{sx} = 0 \quad (7.15)$$

$z \rightarrow -\infty$

$$u_E = 0 \quad (7.16)$$

$$v_E = 0 \quad (7.17)$$

$V \equiv u_E + iv_E$ において

$$ifV - A_v \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (7.18)$$

問 上の方程式を与えられた境界条件の下で解け．

7.3 数値モデル

x, y をそれぞれ東西方向，南北方向とし，

$$M = \int_{-D}^{\eta} u dz, \quad (7.19)$$

$$N = \int_{-D}^{\eta} v dz, \quad (7.20)$$

と定義する． η は平均海面からの海面上昇， D は水深， f はコリオリパラメータとする．10m 高度の風速を U として， $C_d \equiv \frac{\tau}{\rho U^2}$ で，応力の働いている方向は風の吹いている方向あるいは水の流れていく方向である． ρ_a を大気密度， C_d を海面抵抗係数^{*3}， W を，風速として，海面に働く応力は

$$\tau_{sx} = \rho_a C_d W^2 \frac{W_x}{W} = \rho_a C_d W W_x \quad (7.21)$$

$$\tau_{sy} = \rho_a C_d W^2 \frac{W_y}{W} = \rho_a C_d W W_y. \quad (7.22)$$

ρ_w は海水密度， C_w ^{*4} は海底摩擦係数 bottom friction coefficient， V は鉛直平均海水流速として，海水が海底に及ぼす応力は

$$\tau_{bx} = \rho_w C_w V V_x \quad (7.23)$$

$$\tau_{by} = \rho_w C_w V V_y. \quad (7.24)$$

η_0 は気圧降下により静力学的に予想される海面上昇とする．数値モデルによる高潮の計算は次の方程式が用いられている．導出は節 7.5 に示した．

数値モデル

$$\frac{\partial M}{\partial t} - fN = -gD \frac{\partial(\eta - \eta_0)}{\partial x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_w} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_w} \quad (7.25)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + fM = -gD \frac{\partial(\eta - \eta_0)}{\partial y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_w} - \frac{\tau_{by}}{\rho_w} \quad (7.26)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} \quad (7.27)$$

上の第3式は，連続方程式からでてくる．

$$\rho \frac{\partial M}{\partial t} = f\rho N - \rho gD \frac{\partial(\eta - \eta_0)}{\partial x} + \tau_{sx} - \tau_{bx} \quad (7.28)$$

$$\rho \frac{\partial N}{\partial t} = -\rho fM - \rho gD \frac{\partial(\eta - \eta_0)}{\partial y} + \tau_{sy} - \tau_{by} \quad (7.29)$$

上の第1式の左辺は単位面積の水柱（高さ $D + \eta$ ）の持つ運動量の x 成分の時間変化率，右辺第1項はその鉛直の平均速度で動く水柱に働くコリオリの力の x 成分，右辺第2項は水面の勾配があると生じる圧力傾度力（水面の高い方から低い方に働く），右辺第3項は風が海面に及ぼす単位面積当たりの摩擦力の x 成分，右辺第4項は，海底による単位面積当たりの摩擦力の x 成分である．

7.4 吹き寄せ効果とエクマン輸送の効果

^{*3} 海面上 10m 高度の風速に対する抵抗係数は C_d は，風速の関数であり，0.001 以上の値をとる．気象庁のモデルでは， $C_d = 3.5 \times 10^{-3}$ が使用されている

^{*4} 気象庁のモデルでは， $C_w = 2.6 \times 10^{-3}$ が使用されている．

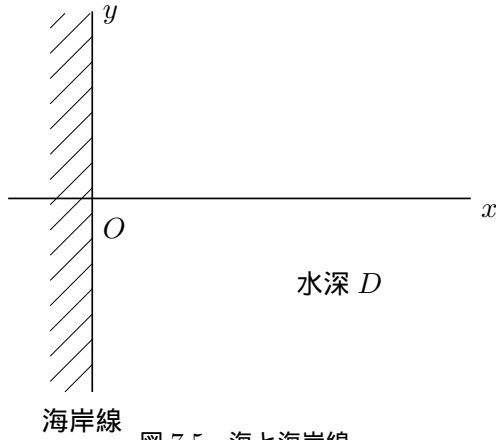


図 7.5 海と海岸線

この方程式を用いて，風が水位に及ぼす効果を調べる．図 7.5 のような直線状の海岸を持ち，深さが D で一様な海を考える． y 軸をを海岸に平行に x 軸を沖方向に海岸線に直角にとる．一定の風が長時間吹き，定常状態に達したとする． $V_x = M = 0$ ， $\partial/\partial t = 0$ ， $\partial/\partial y = 0$ である．さらに，簡単のために $\eta_0 = 0$ とする．

$$M = DV_x \quad (7.30)$$

$$N = DV_y, \quad (7.31)$$

$$-fN = -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_w} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_w} \quad (7.32)$$

$$0 = \frac{\tau_{sy}}{\rho_w} - \frac{\tau_{by}}{\rho_w} \quad (7.33)$$

$$\tau_{bx} = 0 \quad (7.34)$$

$$\tau_{by} = \rho_w C_w V V_y = \rho_w C_w |V_y| V_y = \tau_{sy} \quad (7.35)$$

$$V_y = \frac{\tau_{sy}}{|\tau_{sy}|} \sqrt{\frac{|\tau_{sy}|}{\rho_w C_w}} \quad (7.36)$$

これは，海底摩擦と水面の風の応力の釣り合いで，南北方向の海水の流れの大きさが決まることを示している．

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{f V_y}{g} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_w g D} \quad (7.37)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{f \tau_{sy}}{g |\tau_{sy}|} \sqrt{\frac{|\tau_{sy}|}{\rho_w C_w}} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_w g D} \quad (7.38)$$

図 7.5 のような直線状の海岸を持ち，深さが D で一様な海を考える． y 軸をを海岸に平行に x 軸を沖方向に海岸線に直角にとる．一定の風が長時間吹き，定常状態に達したとする．海岸から距離 l 間での範囲で一様な風が吹いているとし， $x = l$ で $\eta = 0$ であるとする． $\tau_{sx} = \rho_a C_d W W_x$ ， $\tau_{sy} = \rho_a C_d W W_y$ として

$$\eta = \left(\frac{f \tau_{sy}}{g |\tau_{sy}|} \sqrt{\frac{|\tau_{sy}|}{\rho_w C_w}} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_w g D} \right) (x - l) \quad (7.39)$$

となる．これは，エクマン輸送の効果だけを考慮した水位 η_E と吹き寄せ効果だけを考慮した水位 η_D の和になっている．

まず，エクマン輸送の効果だけを考慮した水位 η_E を考える．海岸線に平行に吹いている風の成分だけがエクマン輸送の効果による水位変化をもたらす．それは次の理由による．南北方向の風は南北方向に摩擦力が働くので，南北方向の流れを作る．北風の際は西側へのエクマン輸送が生じ，海岸線では水位が上昇する．南風では，東の方向にエクマン輸送が生じるので，

海岸線での水位は低下する．それに対して，東西方向の風は東西方向の流れを作ろうとするが，南北に海岸線があるので，東西方向には流れをできない．したがって，エクマン輸送は生じない．

海底摩擦と水面の風の応力の釣り合いで，南北方向の海水の流れの大きさ（水深に依存しない）が決まり，それに応じてコリオリ力が働き，水面勾配で決まる圧力傾度力と釣り合うことから，

$$\rho f V_y = \rho g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (7.40)$$

が成り立っている． V_y は海底の摩擦と風の摩擦との釣り合い ($\tau_{by} = \rho_w C_w V V_y = \tau_{sy}$) と流れが海岸線に平行に流れるので， $V_x = 0$ ， $V = |V_y|$ ， $V V_y = V_y^2$ から $V_y = \frac{\tau_{sy}}{|\tau_{sy}|} \sqrt{\frac{|\tau_{sy}|}{\rho_w C_w}}$ なので

$$\eta_E = \frac{f \tau_{sy}}{g |\tau_{sy}|} \sqrt{\frac{|\tau_{sy}|}{\rho_w C_w}} (x - l) \quad (7.41)$$

となる．風が真北や真南から吹いている場合はもっと簡単になる．海底の摩擦と風の摩擦との釣り合いから

$$\tau_{sy} = \rho_a C_d W_y^2 = \rho_w C_w V_y^2 \quad (7.42)$$

となり，

$$V_y = \sqrt{\frac{\rho_a C_d}{\rho_w C_w}} W_y \quad (7.43)$$

となる．

$$\eta_E = \frac{f W_y}{g} \sqrt{\frac{\rho_a C_d}{\rho_w C_w}} (x - l) \quad (7.44)$$

図 7.7(a) に示しているように，ある地点で見ると流体粒子は高さによらず同じコリオリ力と同じ圧力傾度力と受けているので，水面の傾きは，深さに依存しない．エクマン輸送（北半球では風を背から受けると右手の方向に水が運ばれる）の効果で海岸 ($x = 0$) の水位は北風 ($\tau_{sy} < 0$) が吹くと上がり，南風 ($\tau_{sy} > 0$) が吹くと下がる．

次に吹き寄せ効果だけを考慮した水位 η_D を考える．風は海岸線に直角に吹いている． $\tau_{sx} = \rho_a C_d W W_x$ として

$$\eta_D = \frac{\tau_{sx}}{\rho_w g D} (x - l) \quad (7.45)$$

これは，図 7.7 (b) に示しているように 1 辺が単位長さの正方形の水柱 (高さ D) の側面に働く高圧側と低圧側とに働く力の差 (圧力傾度力) (図 7.6) が水面の摩擦応力と釣り合うという式

$$\rho_w g D \frac{d\eta}{dx} = \tau_{sx} \quad (7.46)$$

から，海面の傾きが決まり，

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{\tau_{sx}}{\rho_w g D} \quad (7.47)$$

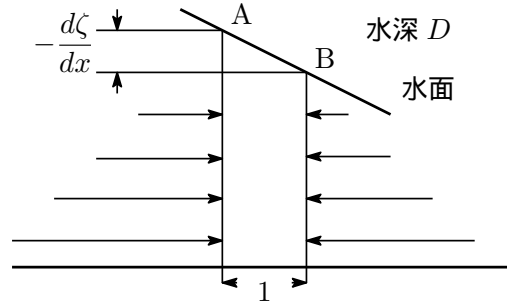
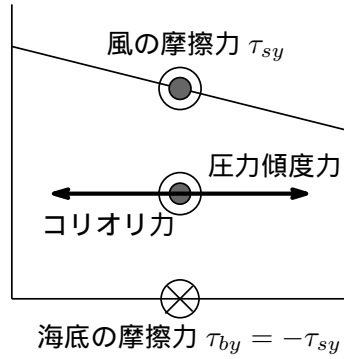
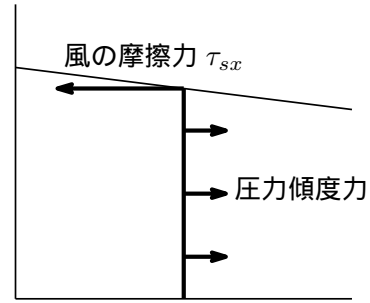


図 7.6 圧力傾度力．左側の圧力は深さによらず，水位差による $\rho_w g \frac{d\eta}{dx}$ だけ高い．水深 D の地点では面 A の受ける全圧力は面 B の受ける全圧力より $\rho_w g D \frac{d\eta}{dx}$ だけ高い．



(a) 岸に平行な風



(b) 岸に直交する風

図 7.7 力の釣り合い．平行な風の時の流速は $\tau_b = \rho_w C_w V^2 = \tau_s =$ 風の応力で決まる．

(a) $\rho_w f V = \rho_w g \frac{d\eta}{dx}$. (b) $\rho_w g D \frac{d\eta}{dx} = \tau_{sx}$.

なので， $x = 0$ から $x = l$ の範囲で風が吹いていると，

$$\eta_D = \frac{\tau_{sx}}{\rho_w g D} (x - l) . \quad (7.48)$$

となる．水面の摩擦応力だけで高さ D に比例する全圧力（図 7.6）の差が働く水柱を支えているので，深いほど，水面の傾きは小さくなる．真東や真西から吹く風場合，風による応力は

$$\tau_{sx} = \rho_a C_d |W_x| W_x \quad (7.49)$$

なので，

$$\eta_D = \frac{\rho_a C_d |W_x| W_x}{\rho_w g D} (x - l) \quad (7.50)$$

具体的に水位上昇を計算してみる．風速 $W_x = \pm 30 \text{ m/s}$ ， $C_d = 3.5 \times 10^{-3}$ ，水深 $D = 10 \text{ m}$ ， $l = 10 \text{ km}$ とすると，

$$\eta_D = -\frac{\rho_a C_d |W_x| W_x}{\rho_w g D} l \approx \mp 0.4 (\text{m}) \quad (7.51)$$

となる．東風（ W_x が負）のときは海岸線の水位が上昇し，西風（ W_x が正）のときは水位は下

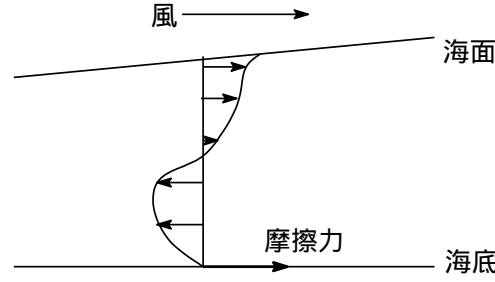


図 7.8 平均流速は 0 でモデルでは海底の摩擦力は無いが、流れがあり摩擦力が働いている例。

降する．強風と水深が浅いことが吹き寄せ効果を大きくするので，台風による吹き寄せ効果による高潮が発生しやすい場所は，南に開いた遠浅の湾である．

海岸線に平行な風と垂直な風の風速を同じにとって ($\tau_{sx} = \tau_{sy} = \tau_s$)，2つの効果の比を調べる．

$$\left| \frac{\eta_E}{\eta_D} \right| = fD \sqrt{\frac{\rho_w}{C_w |\tau_s|}} \quad (7.52)$$

沿岸水位に対して，水深が小さく風が強ければ海岸線に直交する風の効果が大きく，水深が大きいときは海岸線に平行な風の効果が大きい．これらの模式図を図 7.7 に示す．

観測によれば，水位は海岸に平行な風の応力に比例している．式 (7.41) では，風の応力の平方根に比例する．これは，鉛直方向に一樣に流れていると仮定している，このモデルの限界を示すものである．海底摩擦を式 (7.23)，式 (7.24) のように平均流速で表すのは，場合によっては適切でなくなる．平均流速が 0 であっても，海底で $\partial v / \partial z$ が 0 でない場合があり，このときは摩擦力は働く (図 7.8)．

7.5 式 (7.25) ~ (7.27) の導出

ナビエ・ストークスの方程式から式 (7.25) ~ (7.27) を導出する．ナビエ・ストークスの方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f v \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (7.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f u \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (7.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (7.55)$$

流れの空間的な変動が小さいので，左辺の移流項は無視できる．鉛直運動は小さく，鉛直方向の粘性力は無視できる．水平運動の水平方向の変化が小さく，鉛直方向の変化が大きい．粘性力の K_x や K_y を含む項は K_z を含む項に比べて小さいので，無視できる．

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (7.56)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (7.57)$$

$$0 = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (7.58)$$

第3式は，静水圧平衡を表している．圧力はその上のある水の重さということになる．これを鉛直方向に $-D$ から η まで積分する．

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-D}^{\eta} u dz \right) = \int_{-D}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial t} dz + u|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (7.59)$$

u と η の積の項は無視して，

$$\int_{-D}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial M}{\partial t} \quad (7.60)$$

$$\int_{-D}^{\eta} \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz = K_z \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=\eta} - K_z \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=-D} = \frac{\tau_{sx}}{\rho_w} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_w} \quad (7.61)$$

この結果は，流体粒子間に働く摩擦力は作用反作用の法則で向きが反対で大きさが等しいので流体粒子間に働く摩擦力の和は0になり海面と海底で海水に働く摩擦力だけが残ると解釈できる．

式 (7.58) から $p = p_{z=\eta} + \rho g(\eta - z)$ ．空間的な平均気圧を p_0 とし，気圧低下による水位の上昇を η_0 とすると， $p_{z=\eta} = p_0 - \rho g \eta_0$

$$\int_{-D}^{\eta} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dz = g(D + \eta) \frac{\partial(\eta - \eta_0)}{\partial x} \quad (7.62)$$

$D \gg \eta$ なので， $D + \eta$ を D にする．これらを利用すると，式 (7.25) が出てくる．

連続の方程式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (7.63)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-D}^{\eta} \rho dz \right) = \frac{\partial \eta}{\partial t} \rho + \int_{-D}^{\eta} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz \quad (7.64)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-D}^{\eta} \rho u dz \right) = \frac{\partial \eta}{\partial x} \rho u|_{z=\eta} + \frac{\partial D}{\partial x} \rho u|_{z=-D} + \int_{-D}^{\eta} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dz \quad (7.65)$$

$$\int_{-D}^{\eta} \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz = \rho w|_{z=\eta} - \rho w|_{z=-D} \quad (7.66)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} = w|_{z=\eta}, \quad u \frac{\partial D}{\partial x} + v \frac{\partial D}{\partial y} = -w|_{z=-D} \quad (7.67)$$

と ρ が一定であることを用い，

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (7.68)$$

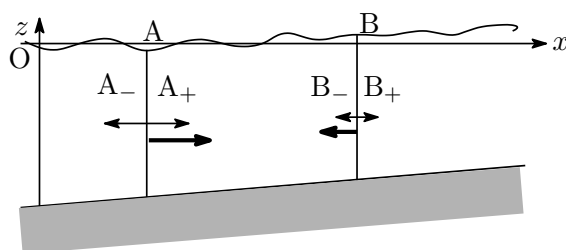


図 7.9 ウェーブセットアップとラディエーション応力．波により水粒子が往復運動することで運動量を運んでいる．

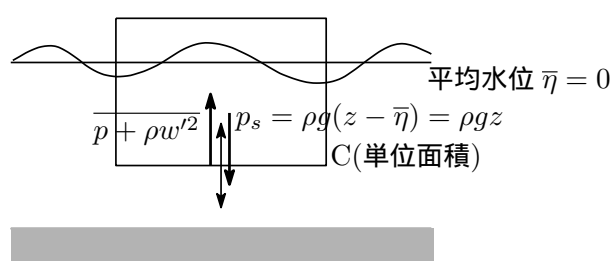


図 7.10 力の鉛直成分の釣り合い． $\overline{p + w'^2} = p_s = \rho g z$ ．波により水粒子が往復運動することで運動量を運んでいる．

7.6 ラディエーション応力 (radiation stress)

1970.8.21 の土佐湾 (最大気象潮 推定 2.4 m 10 号台風) の高潮や 1995.9.29 の 八丈島 (最大気象潮 3.4 m 12 号台風) の高潮は 7.3 節のモデルでは説明できない．遠浅でない場合には，海岸近くでの碎波に伴う水位の上昇の効果が大きいためである．ウェーブセットアップ wave setup の効果が，数値高潮モデルには入っていないからである．

波高が場所によって異なっていると，平均流に対して波高の高い方から低い方に力が働く．海岸に近づくと，波は碎波して波高を減ずる．そのために，海岸への流れを生じ，水位が上昇する．これをウェーブセットアップ (wave setup) という．

まず，ラディエーション応力の概要を説明する．

図 7.9 にウェーブセットアップの模式図を示した．海水の流速を $u = U + u'$ を平均流 U と波動による揺らぎによる流速 u' に分け，水位を時間平均した平均水位 $\bar{\eta}$ と $\eta - \bar{\eta}$ にわけ．簡単のために $\bar{\eta} = 0$ とする．沖波が沿岸に進んできて，浅くなると波は碎波し始めると，A 点より B 点のほうが波高は小さくなる．波動による水粒子の往復運動は A 点のほうが大きい．単位体積あたりの運動量，つまり運動量密度は $\rho u'$ である．単位時間に A 面の単位面積を通過する水の体積は u' である．単位時間に A 面の単位面積を通過する運動量は $\rho u'^2$ となる．A 面を x の正の方向に水が通過するときは正の運動量を A_+ 側に運ぶ．AB 間の運動量を増やすことになる．A 面を x の負の方向に通過するときは負の運動量を A_+ から取り去ることになる．つ

まり, AB 間の運動量を増やすことになる. どちらに向きに運動しても, AB 間の運動量は増える. A_- 側が A_+ 側に力を及ぼしているのと同じである. 図 7.9 では, A 点の右向きの太い実線で表した. この力は圧力を考慮して, 次式のように表され,

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (p + \rho u'^2) dz} - \int_{-h}^0 p_s dz \quad (7.69)$$

ただし, $p_s (= \rho g z)$ は静水圧である. 静水圧 p_s を引いたのは波動の効果のみ取り入れるためである. 圧力 $p(z)$ は図 7.10 に示したように, 箱の中の運動量は変わらないので, 箱の中の水にかかっている重力 $p_s = \rho g(z - \bar{\eta}) = \rho g z$ は箱の下から上へ押している圧力と水の波動による鉛直運動に起因する運動量輸送による上向きの力とに釣り合うことから, 求められる. つまり,

$$\overline{p + \rho w'^2} = -\rho(z - \bar{\eta}) = p_s, \quad (7.70)$$

$$\bar{p} = p_s - \overline{\rho w'^2}. \quad (7.71)$$

B 面を x の負の方向に水が通過するときは負の運動量を B_- 側に運ぶ. AB 間の運動量を減らすことになる. B 面を x の正の方向に通過するときは正の運動量を A_+ から取り去ることになる. つまり, AB 間の運動量を減らすことになる. どちらに向きに運動しても, AB 間の運動量は減る. B_+ 側が B_- 側に力を及ぼしているのと同じである. 図 7.9 では, B 点の左向きの太い実線で表した. 太い実線で表した, これらの力は波動に伴う水位の変動に起因する圧力変動による効果も含んでいる. この図 7.9 では A 面に働く力のほうが大きく, AB 間の水は浅い方に運ばれる. つまり, 平均流が生じる. そのために海岸側の水位が上昇する. これが, ウェーブセットアップである. 海岸側の水位が上昇すると B 面の静水圧が A 面の静水圧よりも大きくなって, AB 間の水に働く左右の力は等しくなり, 平均流はなくなる.

基礎方程式は次のようになっている. 流速の水平成分を u_i ($i = 1, 2$) で表し, 鉛直成分を w で表す.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad ; \quad -h(x) \leq z \leq \eta(x, t) \quad (7.72)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial w u_i}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad ; \quad -h(x) \leq z \leq \eta(x, t) \quad (7.73)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad ; \quad -h(x) \leq z \leq \eta(x, t) \quad (7.74)$$

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \eta}{\partial x_j} \quad \text{at } z = \eta(x, t) \quad (7.75)$$

$$w = -u_j \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad \text{at } z = -h(x) \quad (7.76)$$

$$p = 0 \quad \text{at } z = \eta(x, t) \quad (7.77)$$

平均水平流速を

$$U_i(x, t) \equiv \frac{1}{h + \langle \eta \rangle} \left\langle \int_{-h}^{\eta} u_i(x, z, t) dz \right\rangle \quad (7.78)$$

で定義する. $\langle \cdot \rangle$ または $\bar{\cdot}$ は時間平均を表す. また, 平均鉛直流速 W を

$$W(x, t) \equiv \frac{1}{h + \langle \eta \rangle} \left\langle \int_{-h}^{\eta} w(x, z, t) dz \right\rangle \quad (7.79)$$

で定義する .

$$u_i(\mathbf{x}, z, t) = U_i(\mathbf{x}, t) + \tilde{u}_i(\mathbf{x}, z, t) \quad (7.80)$$

$$w(\mathbf{x}, z, t) = W(\mathbf{x}, t) + \tilde{w}(\mathbf{x}, z, t) \quad (7.81)$$

$\tilde{}$ は波による変動成分である . したがって ,

$$\left\langle \int_{-h}^{\eta} \tilde{u}_i(\mathbf{x}, z, t) dz \right\rangle = 0, \quad \left\langle \int_{-h}^{\eta} \tilde{w}(\mathbf{x}, z, t) dz \right\rangle = 0 \quad (7.82)$$

となる . 水面変位 η も時間平均と変動成分に分けられる .

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \bar{\eta}(\mathbf{x}, t) + \tilde{\eta}(\mathbf{x}, t) \quad (7.83)$$

境界条件 (7.75) と (7.76) , (7.77) を使うと , 次のように変形できる .

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho u_i dz + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho u_i u_j dz = -\frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-h}^{\eta} p dz + p(\mathbf{x}, -h, t) \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (7.84)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho w dz + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho w u_j dz = p(\mathbf{x}, -h, t) - \rho g(h + \eta) \quad (7.85)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho u_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho [u_i u_j + p \delta_{ij}] dz = p_b \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (7.86)$$

$$p_b = \rho g(h + \eta) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho w dz + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho w u_j dz \quad (7.87)$$

時間平均をとると

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho u_i dz \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \int_{-h}^{\eta} \rho u_i dz \right\rangle = \rho(h + \bar{\eta}) \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} \quad (7.88)$$

この式は次の項を無視した .

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho \tilde{u}_i dz \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho \tilde{u}_i dz \right\rangle + \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \int_{\bar{\eta}}^{\bar{\eta} + \tilde{\eta}} \rho \tilde{u}_i dz \right\rangle \quad (7.89)$$

この右辺第 1 項は 0 となり , 第 2 項は 2 次の微少量であるので , 無視する .

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho u_i u_j dz \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho [U_i U_j + \tilde{u}_i \tilde{u}_j] dz \right\rangle \quad (7.90)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho(h + \bar{\eta}) U_i U_j] + \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j dz \right\rangle \quad (7.91)$$

$$= \rho(h + \bar{\eta}) U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho U_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j dz \right\rangle \quad (7.92)$$

$$\langle p^b \rangle = \rho g(h + \eta) + \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho(h + \bar{\eta}) W \} + \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} \rho \tilde{u}_i \tilde{w} dz \right\rangle \quad (7.93)$$

運動方程式の水平成分は

$$\rho(h + \bar{\eta}) \left[\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] + \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} [\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j + p \delta_{ij}] dz \right\rangle = \langle p^b \rangle \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (7.94)$$

となり，式 7.93 の右辺第 3 項は無視して

$$\langle p^b \rangle = \rho g(h + \eta) + \frac{\partial}{\partial t} [\rho(h + \bar{\eta})W] \quad (7.95)$$

となる．

$$\rho(h + \bar{\eta}) \left[\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] + \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} [\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j + p \delta_{ij}] dz \right\rangle = \rho g(h + \bar{\eta}) \frac{\partial h}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial t} [\rho(h + \bar{\eta})W] \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (7.96)$$

$$\rho(h + \bar{\eta}) \left[\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} \right] = - \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\eta} [\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j + p \delta_{ij}] dz \right\rangle + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{1}{2} \rho g(h + \bar{\eta})^2 \right] \quad (7.97)$$

$$S_{ij} = \left\langle \int_{-h}^{\eta} [\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j + p \delta_{ij}] dz \right\rangle - \frac{1}{2} \rho g(h + \bar{\eta})^2 \delta_{ij} \quad (7.98)$$

$$\frac{1}{2} \rho g(h + \bar{\eta})^2 = \int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho g(\bar{\eta} - z) dz \quad (7.99)$$

$$S_{ij} = \left[\left\langle \int_{-h}^{\eta} p dz \right\rangle - \int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho g(\bar{\eta} - z) dz \right] \delta_{ij} + \left\langle \int_{-h}^{\eta} \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j dz \right\rangle \quad (7.100)$$

この S_{ij} をラディエーション応力 (radiation stress) という．波によって生じる応力である．乱流のときには平均流に及ぼす流れの揺らぎによる応力をレイノルズ応力という．右辺第 2 項は乱流のレイノルズ応力に対応するものである．第 1 項は圧力による運動量輸送である．ここまででは， p が求まっていない． p は式 (7.114) で求めている． $\int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho g(\bar{\eta} - z) dz \delta_{ij}$ の静水圧による運動量輸送は引いてあるので，第 1 項は波動に伴う圧力による運動量輸送だけになっている． S_{ij} で運動方程式を書くと

$$\rho(h + \bar{\eta}) \left[\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] = -\rho(h + \bar{\eta})g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} - \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} \quad (7.101)$$

となる．右辺第 1 項は平均水面の傾きがあると生じる圧力傾度力である．海岸線 ($x_1 = 0$) に直交するよう (波峰線が x_2 軸に平行) に波が打ち寄せていると，汀線側の水位がは沖側の水位より上昇し，流れがなくなると

$$\rho(h + \bar{\eta})g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_1} = -\frac{\partial S_{11}}{\partial x_1} \quad (7.102)$$

となる．この式で水位の上昇が計算できる．

波のエネルギーを $E = \frac{1}{2} \rho g a^2$ として

$$S_{ij} = \frac{E}{2} \left[\frac{k_i k_j}{k^2} \frac{2C_g}{C} + \left(\frac{2C_g}{C} - 1 \right) \delta_{ij} \right] \quad (7.103)$$

波が x_1 軸方向に進んでいるとすると

$$S_{11} = \frac{E}{2} \left(\frac{4C_g}{C} - 1 \right) \quad (7.104)$$

$$S_{12} = 0 \quad (7.105)$$

$$S_{22} = \frac{E}{2} \left(\frac{2C_g}{C} - 1 \right) \quad (7.106)$$

砕波によって波のエネルギー E が減少すると、平均流に岸向きの力がかかる。

$\bar{\eta} = 0$ と近似して

$$S_{11} = \left[\left\langle \int_{-h}^{\eta} p dz \right\rangle - \int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho g (\bar{\eta} - z) dz \right] + \left\langle \int_{-h}^{\eta} \rho \tilde{u}_1 \tilde{u}_1 dz \right\rangle \quad (7.107)$$

$$= \int_{-h}^0 \langle (p + u^2 + \rho g z) \rangle dz + \left\langle \int_0^{\eta} (p + u^2) dz \right\rangle \quad (7.108)$$

$$\eta = a \cos(kx - \sigma t) \quad (7.109)$$

$$u = a\sigma \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t) \quad (7.110)$$

$$w = a\sigma \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad (7.111)$$

p を求めるために、

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho w^2)}{\partial z} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (7.112)$$

この方程式を z から H ($> \eta$) まで z 方向に積分する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_z^H \rho w dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^H \rho u w dz - \rho w(x, y, z, t)^2 = -\rho g(\eta - z) + p(x, y, z, t) \quad (7.113)$$

1 周期の平均をとると左辺第 1 項は消える。第 2 項も 0 となる。

$$\langle p + \rho w^2 \rangle = -\rho g z, \quad \rho g z = -\langle p + \rho w^2 \rangle \quad (7.114)$$

式 (7.108) の第 1 項は

$$\int_{-h}^0 \rho (\overline{u^2} - \overline{w^2}) dz = \frac{\rho a^2 \sigma^2 k h}{2 \sinh^2 kh} = \frac{\rho g a^2 k h}{2 \sinh kh \cosh kh} = E \frac{k h}{\sinh 2 k h}. \quad (7.115)$$

式 (7.108) の第 2 項は

$$\left\langle \int_0^{\eta} (p + u^2) dz \right\rangle = \left\langle \int_0^{\eta} p dz \right\rangle + O(a^2) = \left\langle \int_0^{\eta} \rho g (\eta - z) dz \right\rangle + O(a^2) = \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2 = \frac{E}{2}. \quad (7.116)$$

$$S_{11} = E \left(\frac{1}{2} + \frac{2 k h}{\sinh 2 k h} \right) = E \left(\frac{2 C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) \quad (7.117)$$

$$S_{22} = \left\langle \int_{-h}^{\eta} p dz \right\rangle + \left\langle \int_{-h}^0 \rho g z dz \right\rangle = \int_{-h}^0 \rho (-\overline{\rho w^2}) dz + \left\langle \int_0^{\eta} p dz \right\rangle \quad (7.118)$$

$$= -\frac{E (\sinh 2 k h - 2 k h)}{2 \sinh 2 k h} + \frac{E}{2} = E \frac{k h}{\sinh 2 k h} = E \left(\frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) \quad (7.119)$$

ウェーブセットアップが大きな効果を示した高潮の例として 2004 年 10 月 20 日台風 23 号の室戸岬検潮所の潮位を取り上げる。室戸岬付近の地形は図 7.11 のようになっている。外洋に面していて、吹き寄せ効果があまりない海底地形となっている。潮位の観測値と潮位偏差とは、それぞれ次の図 7.12 と図 7.13 のようになっている。10 月 20 日に大きな高潮が生じたことを示している。ウェーブセットアップの効果を入れてない高潮モデルではまったく観測値とあわない。

<http://www.nilim.go.jp/lab/bcg/siryou/tnn/tnn0273pdf/ks0273006.pdf> の図 4.1

図 7.11 室戸岬付近の地形．国土技術政策総合研究所のウェブサイト

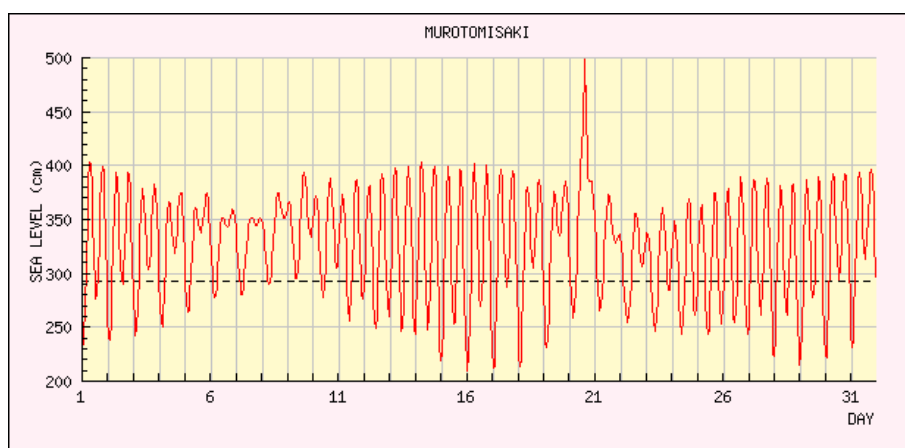


図 7.12 室戸岬の潮位（2004 年 10 月 1 日～10 月 30 日）．気象庁ウェブサイトより



図 7.13 室戸岬の潮位偏差（2004 年 10 月 1 日～10 月 30 日）．気象庁ウェブサイトより

<http://www.nilim.go.jp/lab/bcg/siryou/tnn/tnn0273pdf/ks0273006.pdf> の図 4.9

図 7.14 室戸岬漁港の潮位（2004 年 10 月 20 日）．ウェーブセットアップの効果を入れた高潮モデルと入れていない高潮モデルの推算値．国土技術政策総合研究所のウェブサイトから