

Simulación de las ecuaciones de Lotka-Volterra empleando el sistema multiagente.

G. Sánchez^{1*}

¹ *Posgrado en Ingeniería de Sistemas, Universidad Autónoma de Nuevo León*

* Correo electrónico: saphira3000@hotmail.es

Resumen

En este trabajo se emplea un sistema multiagente para simular las ecuaciones de Lotka-Volterra. Se muestra el desempeño del enfoque y se compara con lo obtenido al resolver las ecuaciones de forma numérica.

Palabras clave: Sistema multiagente; Ecuaciones de Lotka-Volterra.

1. Introducción

donde $\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0$.

Las ecuaciones de Lotka-Volterra son un sistema de ecuaciones de primer orden no lineales que se usan para describir la dinámica de interacción de dos especies, en donde una actúa como presa y la otra como predador.

El parámetro α representa el ritmo de crecimiento de las ovejas y β la muerte de las mismas al interactuar con los lobos, γ representa el ritmo de muerte de los lobos y δ el incremento en su población al interactuar con las ovejas.

El sistema, también conocido como predador-presa, se escribe de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \alpha S - \beta SW \\ \frac{dW}{dt} &= -\gamma W + \delta SW\end{aligned}\tag{1}$$

El objetivo del trabajo es simular las ecuaciones de Lotka-Volterra utilizando el enfoque de un sistema multiagente y hacer una comparación en cuanto a realismo, de lo obtenido de las soluciones del sistema de ecuaciones.

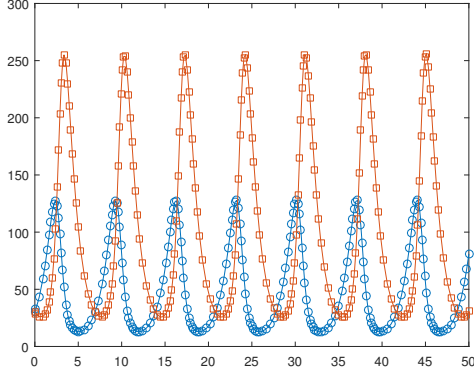


Figura 1: Solución al sistema de Lotka-Volterra con $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,02$, $\gamma = 0,1$, $\delta = 0,02$ y condiciones iniciales $S(0) = 30$, $W(0) = 30$.

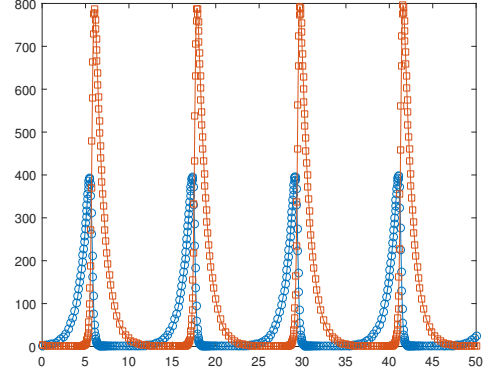


Figura 2: Solución al sistema de Lotka-Volterra con $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\gamma = 2$, $\delta = 1$ y condiciones iniciales $S(0) = 2$, $W(0) = 3$.

2. Solución numérica

Se resuelve de manera numérica el sistema de ecuaciones con la ayuda del solver `ode23` de *MATLAB*. Las figuras 1 y 2 muestran dos soluciones con distintos parámetros y condiciones iniciales.

Se observa que las soluciones al sistema, esto es, las poblaciones de ambas especies, presentan un comportamiento periódico.

3. Simulación

El objetivo es realizar dos simulaciones, una para la dinámica entre las especies lobo-oveja y otra donde se incluya el alimento de las ovejas, esto es, una simulación para la

dinámica lobo-oveja-pasto.

3.1. Lobos-Ovejas

En esta versión se considera únicamente la interacción entre lobos y ovejas, la población inicial total se fija en $n = 60$.

La simulación funciona de la siguiente manera: de manera aleatoria se determina la cantidad de individuos que habrá de cada especie en el estado inicial, ambas especies se mueven de manera aleatoria en una pradera que queda determinada por el cuadrado unitario. A cada lobo se le asigna una energía que también se determina de manera aleatoria en el conjunto $\{1, \dots, 5\}$.

En cada iteración en el tiempo, para cada lobo se calcula la distancia d con las ovejas, si

$d \leq r$ la oveja muere; r radio de alimentación de los lobos. Si el lobo come, gana energía de lo contrario la pierde en la mitad de una unidad.

En el caso de las ovejas, se supone que tienen alimento infinito, por lo que no ganan ni pierden energía. Su muerte se ve afectada por los lobos y de acuerdo a una probabilidad p_{mo} .

Se permite la reproducción de ambas especies con una probabilidad fija, p_{rl} en el caso de los lobos y p_{ro} en el caso de las ovejas.

Además de la muerte por falta de alimento, los lobos mueren de forma natural con una probabilidad fija p_{ml} .

La implementación se encuentra en el archivo `lobos_ovejas.R`.

3.2. Pasto

Con el objetivo de hacer más realista la simulación se propone una modificación: limitar el alimento de las ovejas, de esta forma las ovejas también tendrán energía que aumentará o disminuirá dependiendo del consumo de alimento.

La pradera se implementa como un autómata celular. Se trabaja con una malla de 10×10 . La supervivencia de cada celda se determinará de acuerdo a las celdas vecinas y la cantidad de ovejas situadas en la misma.

En la figura 3 se muestra el comportamiento que tiene el autómata de acuerdo a las reglas establecidas.

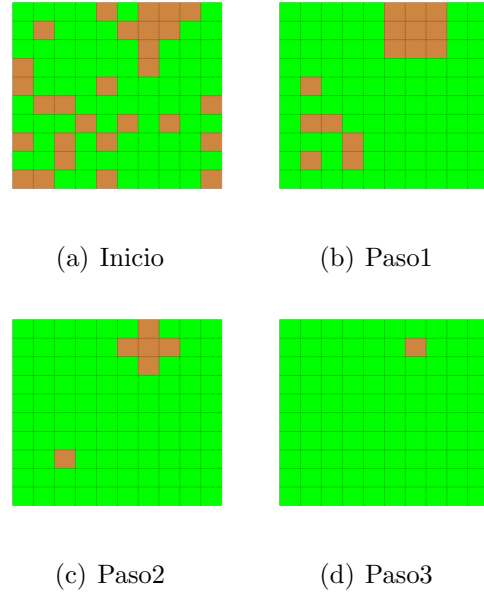


Figura 3: Comportamiento de la pradera.

La implementación del autómata se encuentra en el archivo `pasto.R`.

4. Resultados

La dinámica del ecosistema depende de diversos factores tales como las condiciones iniciales, la probabilidad de reproducción y muerte de ambas especies y el radio de alimentación.

Se realizaron varias pruebas para observar los efectos de algunos de estos factores. En el

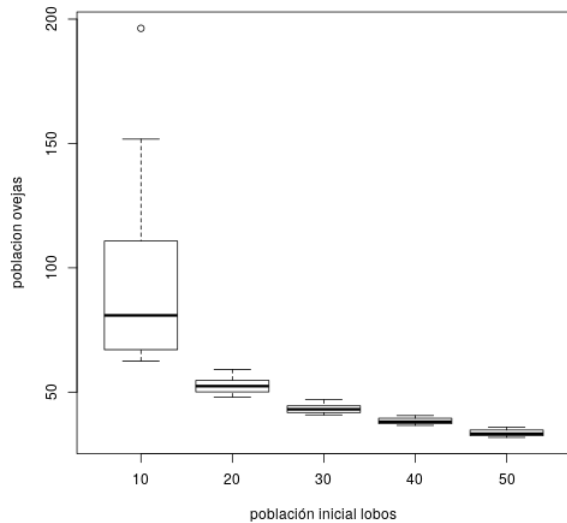


Figura 4: Variación en el promedio de la población de ovejas de acuerdo a la cantidad de lobos en la población inicial.

caso de las condiciones iniciales, se varía la población de lobos dejando los demás parámetros fijos. Para cada variación en la población inicial se realizaron 10 réplicas. La figura 4 podemos observar un comportamiento que es de esperarse, mientras aumente la cantidad de lobos en la población inicial, la población de ovejas disminuirá.

5. Conclusiones

El sistema de ecuaciones no representa de manera eficaz la realidad del ecosistema ya que tiene muchas simplificaciones. El enfoque del sistema multiagente permite simular de

manera más realista la dinámica del sistema.

Se pueden realizar varias mejoras con el fin de aumentar el realismo en la simulación: añadir sexo a los agentes para que la reproducción se de de la forma correcta, velocidad de movimiento que dependa de la especie, considerar distintos núcleos en el pasto, entre otras.

Referencias

- [1] <http://mathworld.wolfram.com/Lotka-VolterraEquations.html>.
- [2] S. Henry. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Perseus Books Publishing, 1994.
- [3] E. Schaeffer. Simulation of systems. <http://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/>.