Práctica 7: Búsqueda local

Gabriela Sánchez Y.

Se implementa un método para maximizar una función bidimensional. El procedimiento que se sigue es el siguiente: a partir de un punto (x, y) seleccionado al azar, realizando movimientos locales, se selecciona al azar un $\Delta > 0$ pequeño, se calculan los valores de $-g(x \pm \Delta, y)$ y $-g(x, y \pm \Delta)$, el par que regrese el menor valor para $-g(x, y)$ se selecciona como siguiente valor de (x, y). Esto se repite k veces y aquel (x, y) que produjo el menor valor de $-g(x, y)$ se regresa como resultado.

Aplicamos el método a la función

$$g(x, y) = \frac{(x + 0.5)^4 - 30x^2 - 20x + (y + 0.5)^4 - 30y^2 - 20y}{100}.$$

Con el apoyo de WolframAlpha, se sabe que la función tiene un máximo local en el punto $(-0.333023, -0.333023)$ y su valor es aproximadamente 0.0666822. Para verificar la eficacia del método se restringe el dominio de la función al rectángulo $\mathcal{R} = \{(x, y) \mid -3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3\}$, $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^2$. De esta forma, en el dominio, la función tendrá un máximo global.

La figura 1 muestra el desempeño del método al maximizar la función $g(x, y)$ para tres réplicas. La línea roja indica el máximo obtenido con WolframAlpha.

Ahora se desea visualizar cómo procede la búsqueda encima de una gráfica de proyección plana. Primero se amplía el dominio de la función al rectángulo $\mathcal{R} = \{(x, y) \mid -6 \leq x \leq 5, -6 \leq y \leq 5\}$, $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^2$, con el objetivo de visualizar los distintos máximos que tiene la función. En este caso, se grafican cinco réplicas del experimento, éstas se muestran en la figura 2. Para percibir cómo procede la búsqueda, el punto (x, y) es graficado de tal forma que crece gradualmente conforme se avanza en el tiempo.

Finalmente se implementa el recocido simulado como regla de movimiento para el punto $p = (x, y)$. El método funciona de la siguiente manera: se genera un sólo vecino $p' = (x+\Delta, y)$ donde Δ puede tomar valores negativos. Se calcula $\delta = -g(p') + g(p)$. Si $\delta > 0$, el nuevo punto siempre será p' ya que representa una mejora, si $\delta < 0$, se tomará como nuevo punto a p' con probabilidad $e^{\frac{\delta}{T}}$.

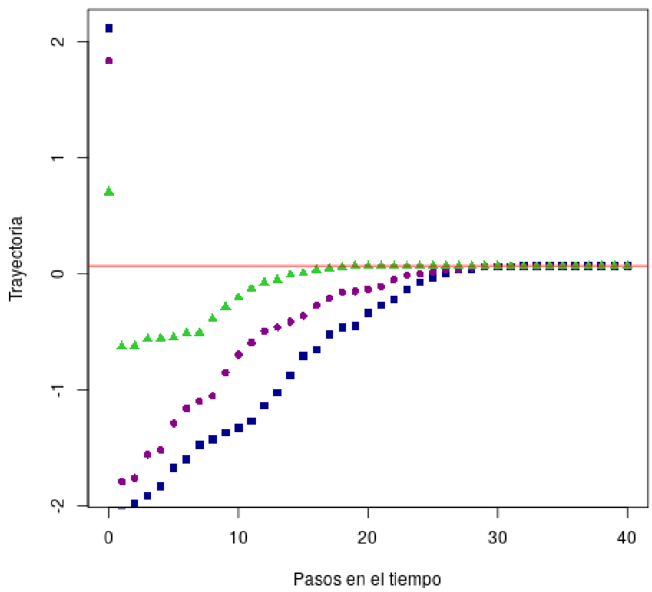

Figura 1: Desempeño del método para tres réplicas.

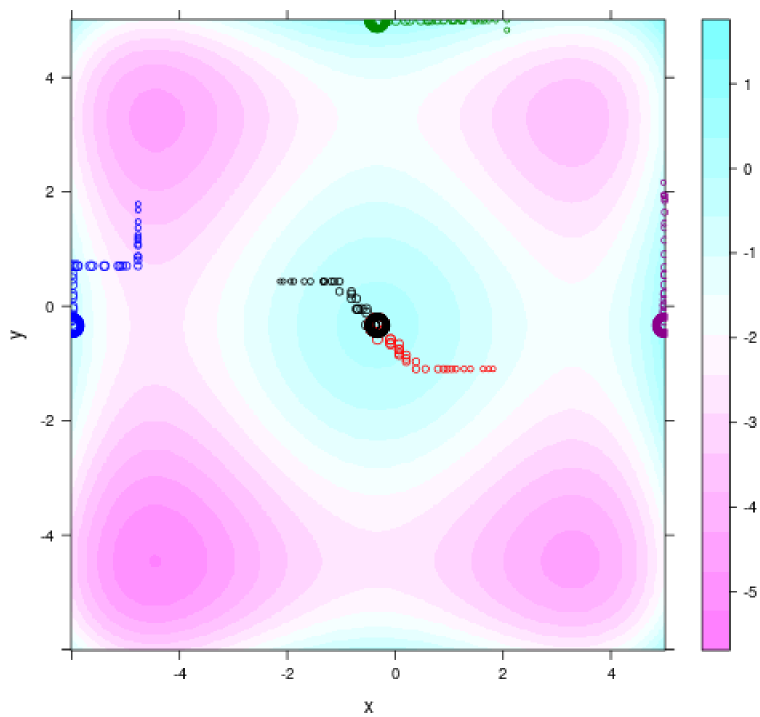

Figura 2: Proceso de búsqueda para cinco réplicas.

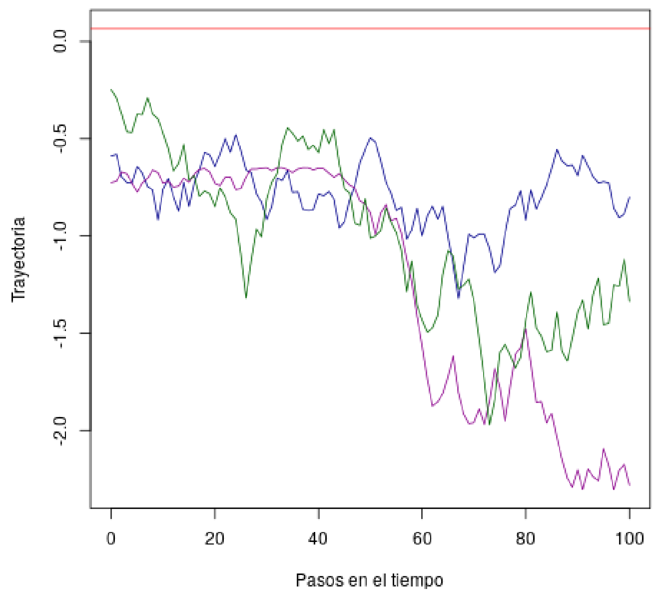

Figura 3: Variación de la temperatura. Cada línea representa el movimiento que se sigue usando la regla de simulado recocido. La línea azul inicia con una temperatura de 10, la línea magenta con una temperatura de 100 y la línea azul, con una temperatura de 1000.

Aquí T es una temperatura que decrece (solamente en aquellos pasos donde se acepta una empeora), la reducción se logra multiplicando el valor actual de T con $\xi < 1$.

En la figura 3 se muestra cómo varían los valores de $g(x, y)$ en una sola réplica, usando la regla de movimiento de recocido simulado para tres temperaturas diferentes (10, 100, 100), con un ξ fijo cuyo valor es 0.99.