

به نام خدا



پاسخنامه تمرین سری سوم

عبارت‌های منظم

ویژگی عبارت‌های منظم

استاد

دکتر احمد رضا منتظر القائم

دستیاران آموزشی

فائزه صالحی

محمد حسین رنگ‌رز

سید حسین حسینی

نسرین اسحاقیان

فاطمه سادات شجاعی

محمد حسین ملکی

دانشکده مهندسی کامپیوتر بهار ۱۴۰۳

1. برای هر یک از زبان های زیر یک عبارت منظم بنویسید.

الف) $L = \{uww^Rv : u,v,w \in \{a,b\}^+\}$

پاسخ :

$$r=(a+b)^+aa(a+b)^++(a+b)^+bb(a+b)^+$$

ب) $L = \{a^n b^m : (n + m) \bmod 2 = 0\}$

پاسخ : جمع دو عدد در صورتی زوج است که یا هر دو زوج باشند یا هر دو فرد، بنابراین عبارت منظم به شکل زیر خواهد بود.

$$r=(aa)^*(bb)^++(aa)^+a(bb)^*b$$

پ) $L = \{w \in \{0,1,2\}^* : w \text{ doesn't contain the substring of } 01\}$

پاسخ :

$$r=1^*(0^++21^*)^*$$

ت) $L =$ همه رشته های از a و b تشکیل شده که شامل aaa نباشد

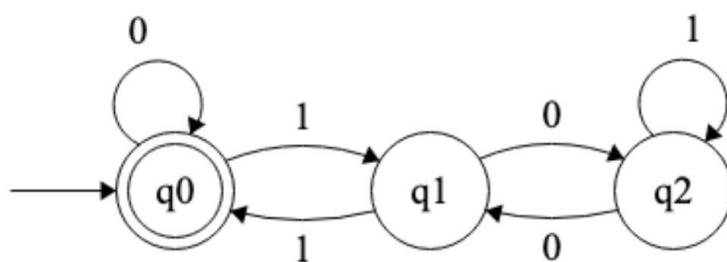
پاسخ :

$$r=(b+ab+aab)^*(a+aa+\lambda)$$

2. یک DFA برای هر یک از عبارات منظم زیر بیابید.

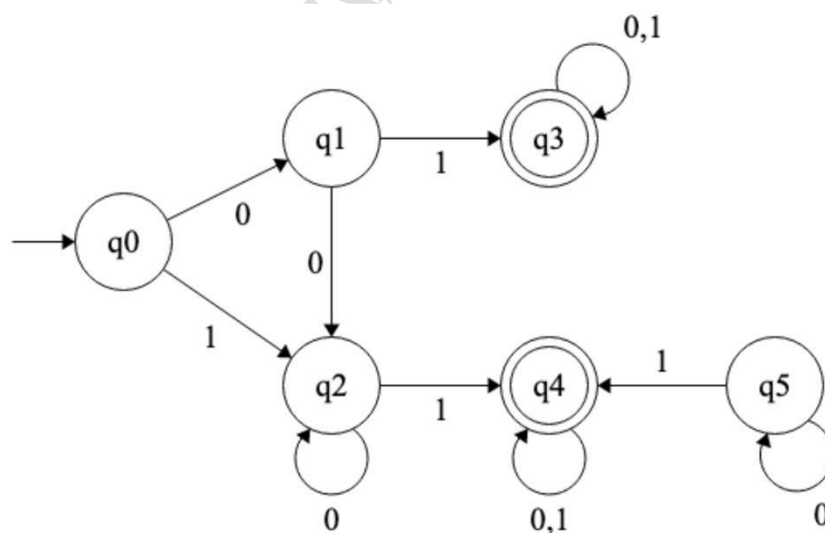
الف) $r = 0^*1(10^*1)^*1$

پاسخ :



ب) $r = (0+1)0^*1(0+1)^*$

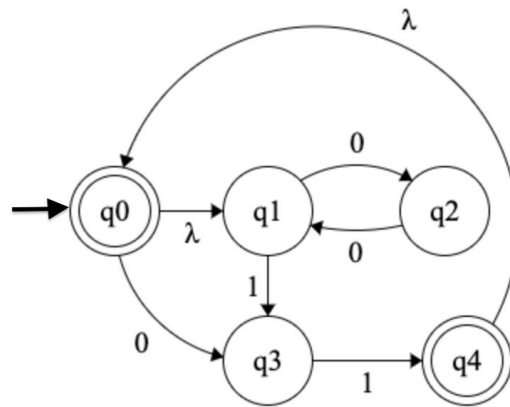
پاسخ :



3. یک NFA برای هر یک از عبارت ها و زبان های زیر بیابید.

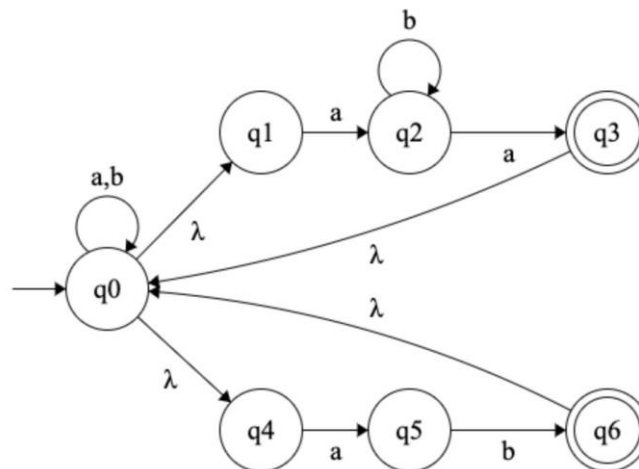
الف) $r = ((00)^*(11) + 01)^* (\Sigma = \{0,1\})$

پاسخ:



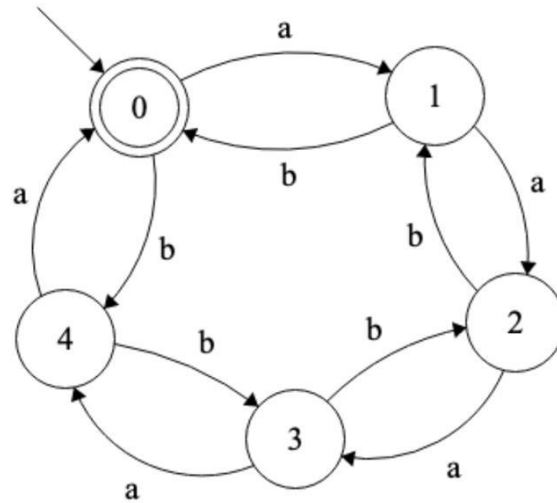
ب) $(a + b)^* (ab^*a + ab)^+ (\Sigma = \{a,b\})$

پاسخ:

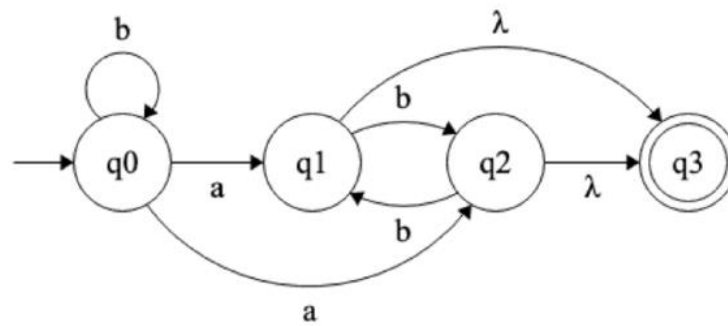


ج) $\{w : |n_a(w) - n_b(w)| \bmod 5 = 0\} (\Sigma = \{a,b\})$

پاسخ :

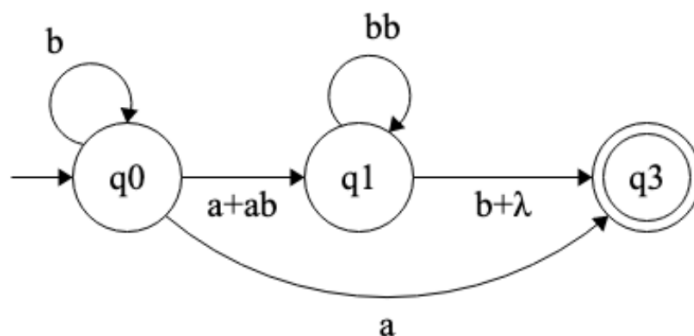


4. ماشین متناهی زیر را به عبارت منظم معادل تبدیل کنید.

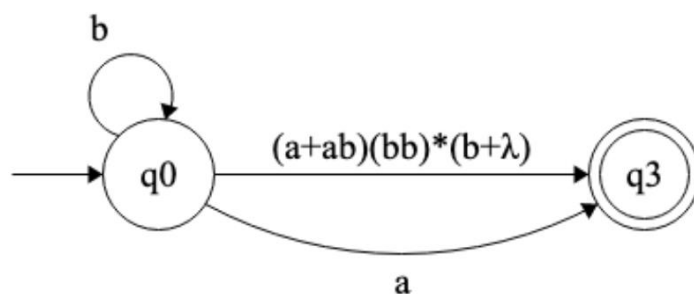


پاسخ :

بعد از حذف حالت میانی q2 به حالت زیر خواهیم رسید:



بعد از حذف حالت میانی q1 به حالت زیر خواهیم رسید:



که در نهایت بیانگر عبارت منظم زیر میباشد:

$$r = b^*[a + (a + ab)(bb)^*(b + \lambda)]$$

که بطور ساده تر میتوان آن را معادل عبارت منظم زیر دانست:

$$r = b^*ab^*$$

5. عبارات منظم زیر را در نظر بگیرید و تعیین کنید کدامیک با هم، هم ارز هستند و نشان دهنده چه زبان هایی هستند.

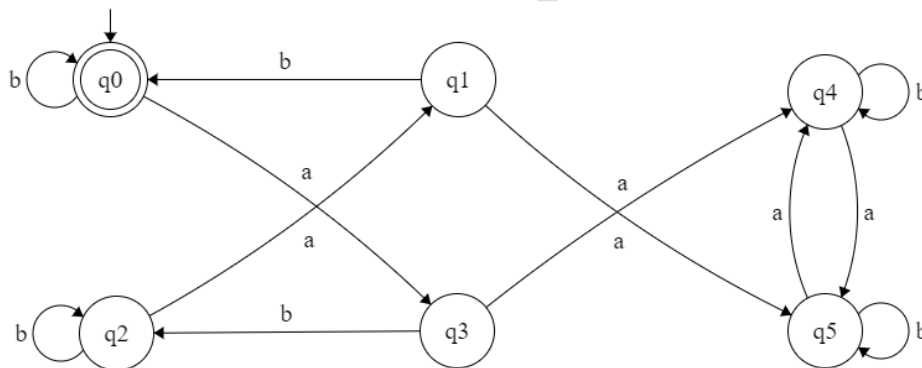
- $r_1 = b^*a(a+b)^*$
- $r_2 = (a+b)^*a(a+b)^*$
- $r_3 = (a^*b^*)^*ab^*$
- $r_4 = (a+b)^*ab^*$

پاسخ: تمامی عبارات منظم داده شده معادلند و همگی رشت های متشکل از a و b که حداقل یک a را شامل میشود، توصیف میکنند.

6. DFA حاصل از اشتراک دو زبان زیر را بدست آورید.

- $L_1 = \{w \mid n_a(w) = 2k, k \geq 0\}$
- $L_2 = \{w \mid \text{each } a \text{ is followed by at least one } b\}$

پاسخ:



7. اگر بدانیم زبان های L_1 و L_2 منظم هستند، ثابت کنید که $L_1 - L_2$ هم منظم هست. (راهنمایی: قوانین دمورگان)

پاسخ: می دانیم که:

$$L_1 - L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$$

با توجه به بسته بودن زبان های منظم نسبت به عمل مکمل گیری و اشتراک پس $L_1 - L_2$ هم منظم است.