

# Задания к уроку 1

Присылайте фото листочков с вашими решениями (1-4 задание)

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом (5 задание)

## 1. Задание (на листочке)

Вычислите:

$$7 \cdot \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} + 2 \cdot \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} =$$

Решение:

$$7 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} = 9 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 & 90 \\ 63 & 108 \\ 101.7 & 45 \\ 225 & 270 \end{bmatrix}$$

## 2. Задание (на листочке):

1. Решите систему уравнений (на листочке):

$$3x - 2y + 5z = 7$$

$$7x + 4y - 8z = 3$$

$$5x - 3y - 4z = -12$$

Линейная или нелинейная это система?

А каждое уравнение по отдельности?

Решение:

Система и каждое уравнение линейно.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7 \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x + 5z - 7}{2} \\ 7x + 2(3x + 5z - 7) - 8z = 3 \\ z = \frac{5x - 3y - 12}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x + 5z - 7}{2} \quad (1) \\ z = \frac{17 - 13x}{2} \\ x = \frac{46 + 3y}{31} \end{cases}, \Rightarrow$$

подставляем  $z$  в (1)  $\Rightarrow$

$$y = \frac{3x + 5\left(\frac{17 - 13x}{2}\right) - 7}{2} \Rightarrow 2y + 7 = 3x + \frac{5 \cdot 17 - 5 \cdot 13x}{2} \Rightarrow 4y + 14 = 6x + 85 - 65x \Rightarrow 4y = 71 - 59x$$
$$4y = 71 - 59\left(\frac{46 + 3y}{31}\right) \Rightarrow 4 \cdot 31y = 71 \cdot 31 - 59 \cdot 46 - 59 \cdot 3y \Rightarrow 301y = -513 \Rightarrow y = \frac{-513}{301}$$

$$4 \cdot \left(\frac{-513}{301}\right) = 71 - 59x \Rightarrow \frac{513 \cdot 4}{301} + 71 = 59x \Rightarrow x = \frac{513 \cdot 4 + 71 \cdot 301}{301 \cdot 59} = \frac{397 \cdot 59}{301 \cdot 59} = \frac{397}{301}$$
$$2z = 17 - 13 \cdot \frac{397}{301} \Rightarrow z = \frac{17 \cdot 301 - 13 \cdot 397}{2 \cdot 301} = \frac{-44}{2 \cdot 301} = \frac{-22}{301},$$

$$\text{ответ: } x = \frac{397}{301}, y = \frac{-513}{301}, z = \frac{-22}{301}$$

2. Решите систему уравнений:

$$x^2 + y \cdot x - 9 = 0$$

$$x - y/5 = 0$$

Линейная или нелинейная это система?

А каждое уравнение по отдельности?

Решение:

Система нелинейная, первое нелинейно, второе линейно.

$$\begin{cases} x^2 + y \cdot x - 9 = 0 \\ x - \frac{y}{5} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 5x \cdot x = 9 \\ 5x = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{3}{2}} \\ y = 5 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

### 3. Задание (на листочке):

Решите задачу:

Площадь пола прямоугольной комнаты равна 48 м<sup>2</sup>, а его периметр равен 28 м. Найдите длину и ширину комнаты.

$$\begin{cases} x \cdot y = 48 \\ 2x + 2y = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (14 - y) \cdot y = 48 \\ x = 14 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14y - y^2 = 48 \\ x = 14 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y^2 + 14y - 48 = 0 \\ x = 14 - y \end{cases}$$
$$y_{1,2} = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot 48}}{-2} = \frac{-14 \pm 2\sqrt{49 - 48}}{-2} = \pm 6,$$

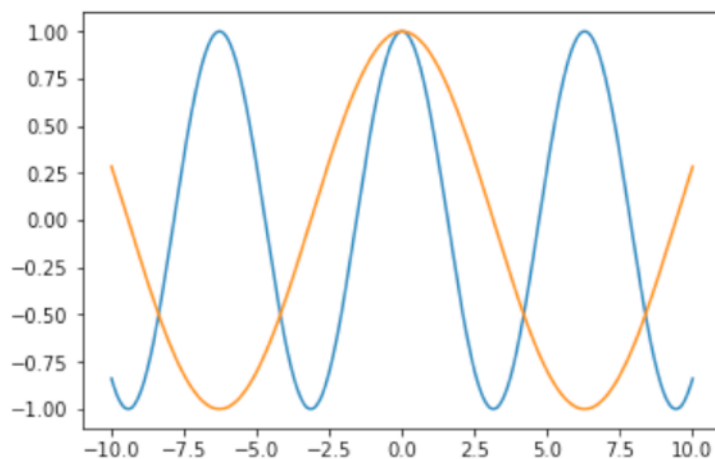
т. к. мы ищем положительные решения, то  $y = 6, x = 8$

### 4. Задание (в программе): постройте две кривые $y(k,x)=\cos(k \cdot x)$

```
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import math

#y=cos(k*x)

def drawcos(k):
    x=[];y=[];
    for i in range(-10000,10000):
        _x=i/1000
        _y=math.cos(k*_x)
        x.append(_x)
        y.append(_y)
    plt.plot(x,y)
drawcos(1)
drawcos(0.5)
```



# Задания к уроку 2

## 1. Задание

Даны два вектора в трехмерном пространстве: (20,20,20) и (0,0,-20)

1. Найдите их сумму. (на листочке):

Решением будет сумма соответствующих координат, т.е. (20,20,0)

2. Напишите код на Python, реализующий расчет длины вектора, заданного его координатами. (в программе)

```
>>> import math
>>>
>>> def getlength(vector):
...     output=0
...     for coordinate in vector:
...         output+=coordinate ** 2
...     output=math.sqrt(output)
...     return output
...
>>> somevector=[1,2,3,4,5]
>>> getlength(somevector)
7.416198487095663
>>> getlength([3,4])
5.0
>>> █
```

## 2. Задание (на листочке)

Почему прямые не кажутся перпендикулярными?

Ответ: Потому, что шаг отображения по оси x и оси y не равен (по x 2, по y 5)

### 3. Задание (в программе)

Напишите код на Python, реализующий построение графиков:

1. окружности,
2. эллипса,
3. гиперболы.

Окружность.

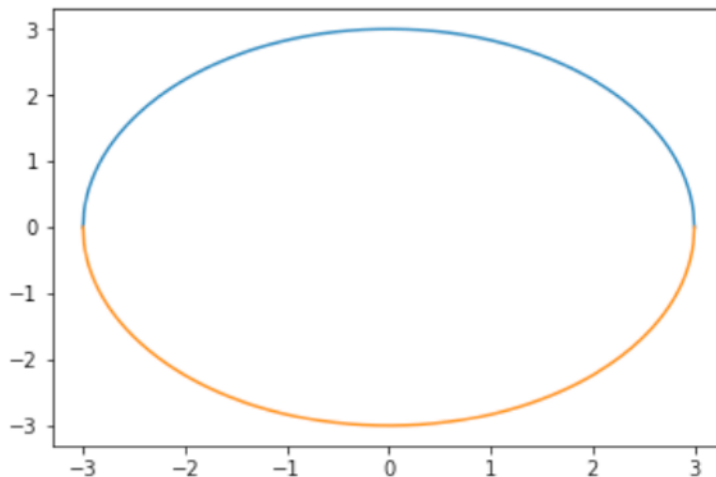
```
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import math

# (x - x0)** 2 + (y - y0)** 2 = R ** 2    уравнение круга проходящего
# ( (y - y0)** 2 = R ** 2 - (x - x0)** 2  через точки x0 и y0
# y = sqrt(R ** 2 - (x - x0)** 2 )

x=[];y=[];minusy=[]

def circle(x0,y0,R):
    for i in range(-1000,1000):
        _x=i/100
        underroot=R ** 2 - (_x - x0)** 2
        if underroot>=0:
            _y=math.sqrt(underroot)
            x.append(_x)
            y.append(_y)
            minusy.append(-_y)
    plt.plot(x,y)
    plt.plot(x,minusy)

circle(0,0,3)
```



## Эллипс

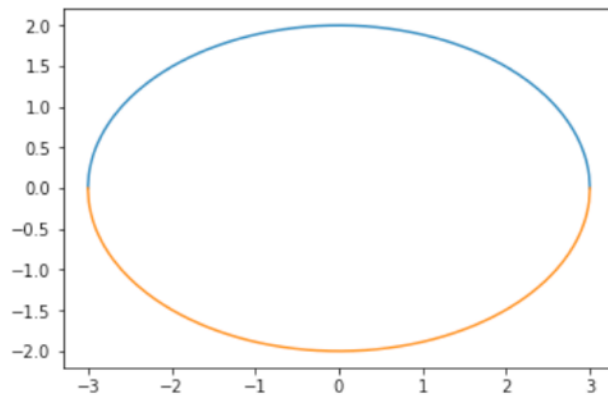
```
: %matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import math

# (x - x0)**2 / a ** 2 + (y - y0)**2 / b ** 2 = 1      уравнение эллипса проходящего
# ( (y - y0)**2 / b ** 2 = 1 - (x - x0)**2 / a ** 2   через точки x0 и y0
# ( (y - y0)**2 / b ** 2 = b**2 * (1 - (x - x0)**2 / a ** 2)
# y = sqrt(b**2 * (1 - (x - x0)**2 / a ** 2)) + y0

x=[];y=[];minusy=[]

def ellipse(x0,y0,a,b):
    for i in range(-1000,1000):
        _x=i/100
        underroot=b ** 2 * (1 - (_x-x0) ** 2 / a ** 2)
        if underroot>=0:
            _y=math.sqrt(underroot)+y0
            x.append(_x)
            y.append(_y)
            minusy.append(-_y)
    plt.plot(x,y)
    plt.plot(x,minusy)

ellipse(0,0,3,2)
```



## Гипербола

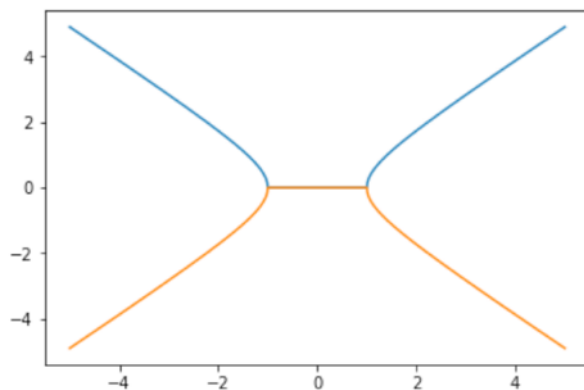
```
: %matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import math

# (x - x0)** 2 / a ** 2 - (y - y0)** 2 / b ** 2 = 1    уравнение гиперболы проходящего
# ( (y - y0)** 2 / b ** 2 = (x - x0)** 2 / a ** 2 - 1  через точки x0 и y0
# ( (y - y0)** 2 / b ** 2 = b**2* ((x - x0)** 2 / a ** 2 - 1)
# y = sqrt(b**2* ((x - x0)** 2 / a ** 2) - 1) + y0

x=[];y=[];minusy=[]

def hyper(x0,y0,a,b):
    for i in range(-500,501):
        _x=i/100
        underroot=b ** 2 * ((_x-x0) ** 2 / a ** 2 - 1)
        if underroot>=0:
            _y=math.sqrt(underroot)+y0
            x.append(_x)
            y.append(_y)
            minusy.append(-_y)
    plt.plot(x,y)
    plt.plot(x,minusy)

hyper(0,0,1,1)
```



#### 4. Задание (на листочке)

1) Пусть задана плоскость:

$$A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$$

Напишите уравнение плоскости, параллельной данной и проходящей через начало координат.

**Решение:** Плоскость, заданная уравнением  $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = 0$  будет параллельна исходной и будет пересекать начало координат.

2) Пусть задана плоскость:  $A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0$

и прямая:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Как узнать, принадлежит прямая плоскости или нет?

**Решение:**

Необходимо проверить взаимное расположение прямой и плоскости, сделать это можно получив скалярное произведение нормали плоскости и направляющего вектора прямой.

Если скалярное произведение равно нулю - плоскость параллельна прямой, если отлично от нуля, то прямая пересекает плоскость. В первом случае следует проверить принадлежит ли какая-либо точка прямой плоскости, если принадлежит это означает, что и вся прямая лежит в плоскости, в противном случае прямая не имеет общих точек с плоскостью.

$n(A_1, B_1, C_1)$  – нормальный вектор заданной плоскости

$M_0(x_1, y_1, z_1)$  – произвольная точка на прямой

$s(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$  – направляющий вектор прямой

Найдём скалярное произведение нормали плоскости и направляющего вектора прямой:

$$n \circ s = A_1 \cdot (x_2 - x_1) + B_1 \cdot (y_2 - y_1) + C_1 \cdot (z_2 - z_1)$$

для того, чтобы прямая была параллельна плоскости необходимо, чтобы выполнялось условие  $n \circ s = 0$ , а также, чтобы  $A_1 \cdot x_1 + B_1 \cdot y_1 + C_1 \cdot z_1 + D_1 = 0$ , таким образом, если

$x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$  удовлетворяют следующим уравнениям, то прямая лежит на плоскости:

$$\begin{cases} A_1 \cdot (x_2 - x_1) + B_1 \cdot (y_2 - y_1) + C_1 \cdot (z_2 - z_1) = 0 \\ A_1 \cdot x_1 + B_1 \cdot y_1 + C_1 \cdot z_1 + D_1 = 0 \end{cases}$$

преобразуем систему прибавив второе уравнение к первому  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} A_1 \cdot x_2 + B_1 \cdot y_2 + C_1 \cdot z_2 + D_1 = 0 \\ A_1 \cdot x_1 + B_1 \cdot y_1 + C_1 \cdot z_1 + D_1 = 0 \end{cases}$$



## 5. Задание (в программе)

1. Нарисуйте трехмерный график двух параллельных плоскостей.

```
In [3]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

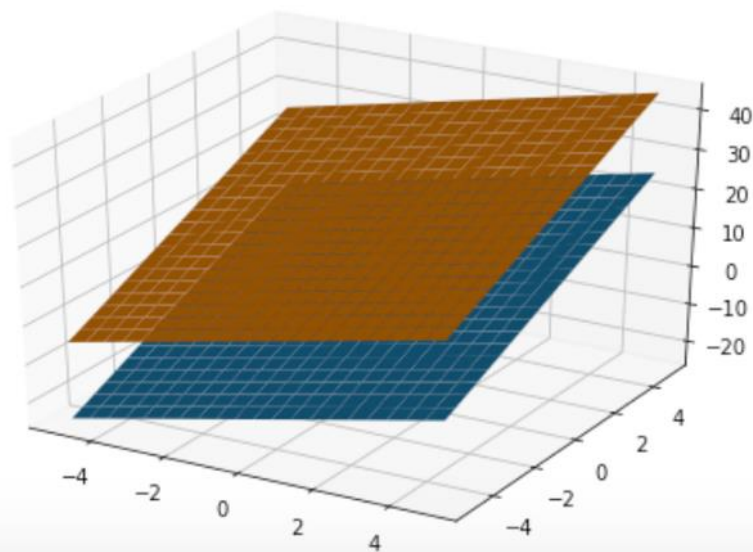
ax=Axes3D(figure())

x=np.arange(-5,5.5,0.5)
y=np.arange(-5,5.5,0.5)

x,y=np.meshgrid(x,y)
z=2*x+3*y
z2=2*x+3*y+20

ax.plot_surface(x,y,z)
ax.plot_surface(x,y,z2)
```

Out[3]: <mpl\_toolkits.mplot3d.art3d.Poly3DCollection at 0x1191e2ef0>



2. Нарисуйте трехмерный график двух любых поверхностей второго порядка.

```
In [1]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

ax=Axes3D(figure())

x=np.arange(-5,5.5,0.5)
y=np.arange(-5,5.5,0.5)
|
x,y=np.meshgrid(x,y)
z=np.sqrt(x**2+y**2)
z2=-np.sqrt(x**2+y**2)

ax.plot_surface(x,y,z)
ax.plot_surface(x,y,z2)
```

Out[1]: <mpl\_toolkits.mplot3d.art3d.Poly3DCollection at 0x118eb1f60>

