一个 EKFSLAM 的仿真例子

Shitong Du *

September 9, 2019

Abstract

这是一个关于 EKFSLAM 的例子。一直以来对经典的 filter-based on framework 不太明白，正好借用这个例子来对 EKFSLAM 进行深入的了解。在网上找了一个 EKFSLAM 的仿真例子，该例子通过仿真小车的运动状态，对真实的运动轨迹增加噪声来模拟小车的运动方程所获得的姿态。通过对 landmark 点增加噪声来模拟传感器获取的量测数据。

1 Kalman Filter

Kalman filter 属于贝页斯滤波 (Bayes filters) 的一种，它的适用条件是线性高斯系统 (Linear Gaussian systems). 所谓的高斯系统指的是服从正态分布的系统。经典的卡尔曼滤波框架由状态方程和量测方程组成，具体公式如下：

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_t \tag{1}$$

$$z_t = C_t x_t + \delta_t \tag{2}$$

Here x_t and x_{t-1} are state vectors, and u_t is the control vector at time t. A_t is a square matrix of size $n \times n$, where n is the dimension of the state vector x_t. B_t is of size $n \times m$, with m being the dimension of the control vector u_t. The random variable ε_t in (2) is a Gaussian random vector that models the uncertainty introduced by the state transition.

C_t is a matrix of size $K \times n$, where k is the dimension of the measurement vector z_t. The vector δ_t describles the measurenment noise. The distribution of δ_t is a multivariate Gaussian with zero mean and covariance Q_t.

卡尔曼滤波的算法基本公式被呈现在 Algorithm 1中. 具体的推导目前暂且不用关注，现在需要知道的是 KF 框架的输入，输出和如何使用 KF。在使用 Kalman 过程中，主要使用 mean μ_t 和 the covariance Σ_t 来表征系统当前 t 时刻的状态。公式 2 和 3 被称做**状态预测** (state prediction)。该过程会根据上一时刻估计到的状态（μ_{t-1}）和运动模型（u_t）来估计当前时刻的状态（$\bar{\mu}_t$). $\bar{\Sigma}_t$ 是用来对状态估计准确度的一种测量。它表征了我们仅仅通过过程控制方程 (Eq. (2)) 来预测当前时刻状态的准确度。公式 4 到 6 为**状态更新** (state updation). K_t 是**卡尔曼增益** (Kalman gain)。**卡尔曼增益的作用，就是分配模型预测的状态和传感器测量的状态之间的权重**. 在计算完卡尔曼增益后，就可以通过该增益对状态进行进一步的更新，之所以称为进一步更新针对的是状态预测阶段而言。在式 5 中，z_t 是当前时刻的量测值，C_t 起到了连接观测量和状态之间的关系。这两个量在不同的应用场景下有不同的意义。如在激光雷达中，z_t 可以表示激光雷达数据直接得到的数据 (range and angle)。此时 C_t 就是当前状态和 range 和 angle 之间的关系；如果是在视觉场景中，z_t 可以表示提取的特许点的像素点坐标，则 C_t 表示状态和对应像素点

*dushitong@hrbeu.edu.cn

Algorithm 1 Kalman filter algorithm

Input: $x_{t-\hat{1}|t-1}$, Σ_{t-1}, u_t, z_t

Output: μ_t, Σ_t

function Algorithm Kalman filter(μ_{t-1}, Σ_{t-1},u_t, z_t)

  $\bar{\mu}_t = A_t\mu_{t-1} + B_t u_t$

  $\bar{\Sigma}_t = A_t\Sigma_{t-1}A_t^T + R_t$

  $K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T(C_t\bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$

  $\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - C_t\bar{\mu}_t)$

  $\Sigma_t = (I - K_t C_t)\bar{\Sigma}_t$

  return μ_t,Σ_t

end function

坐标之间的关系。关于卡尔曼滤波的形象解释可以参照博客[1]。卡尔曼滤波算法部分的内容主要来自书籍 Probabilistic Robotics 的 3.2 章节。当前的要求是不用明白如何推导的，只要知道卡尔曼滤波的输入输出和五个公式即可。

2 The Extended Kalman Filter

经典的卡尔曼滤波是基于线性高斯假设的条件下的，**也就是说过程和量测方程函数都是状态的线性函数** (linear function)。要明白之所以要有线性假设是因为高斯模型在经过线性变换以后依然是高斯过程。所以线性假设最终还是为了服务于高斯假设。这里没有深究为什么一定要是高斯过程，肯定是在推导五个公式的过程用到了高斯假设。**经典的卡尔曼滤波基于系统的线性假设是不符合现实条件的，因为现实生活中大部分的实例都是非线性系统，这样自然就引出了卡尔曼滤波的改进版本。扩展卡尔曼滤波是卡尔曼滤波的进阶版，差别不大，但可以应用于非线性系统。** EKF 的关键思想在于**线性化** (linearization). 因为过程方程和量测方程都是状态的非线性函数，所以 Eq. (2)的表示方法不能在使用，故我们重新定义这两个方程。

$$x_t = g(u_t, x_{t-1}) + \varepsilon_t \tag{3}$$

$$z_t = h(x_t) + \delta_t \tag{4}$$

以上两个方程是非线性的，为了能继续利用经典的卡尔曼滤波算法。扩展卡尔曼滤波对非线性函数 $g(.)$ 和 $h(.)$ 进行一阶**泰勒展开** (Taylor Expansion)

$$G_t = \frac{\partial g}{\partial x}|_{\hat{x}_{t-1|t-1},u_t} \tag{5}$$

$$H_t = \frac{\partial h}{\partial x}|_{\hat{x}_{t|t-1}} \tag{6}$$

泰勒展开后，把一阶泰勒展开替换经典卡尔曼滤波的对应部分即可得到下面的 EKF 的五个公式。

$$\hat{x}_{t|t-1} = g(u_t, x_{t-1}) \tag{7}$$

$$\hat{\Sigma}_{t|t-1} = G_t\Sigma_{t-1}G_t^T + R_t \tag{8}$$

$$K_t = \hat{\Sigma}_{t|t-1}H_t^T(H_t\hat{\Sigma}_{t|t-1}H_t^T + Q_t)^{-1} \tag{9}$$

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + K_t(z_t - h(\hat{x}_{t|t-1})) \tag{10}$$

$$\hat{\Sigma}_{t|t} = (I - K_tH_t)\hat{\Sigma}_{t|t-1} \tag{11}$$

[1] https://www.jianshu.com/p/9214a94b26ca