

# Τεχνητή Νοημοσύνη

## (Project 2)

Όνοματεπώνυμο: Δημήτριος Σιπαράς

Αριθμός μητρώου: 1115201800178

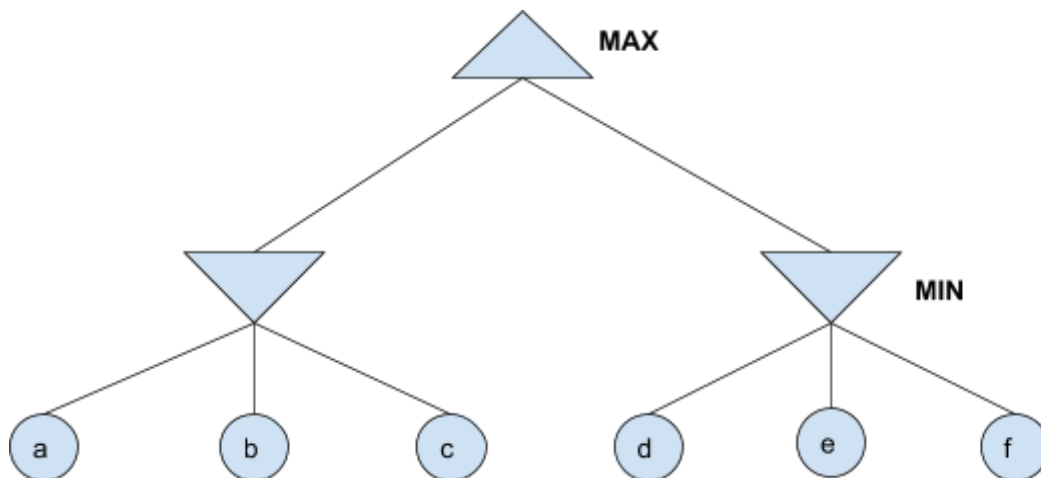
Εξάμηνο: 5ο

### Πρόβλημα 1

Έστω, ότι έχω έναν κόμβο MIN που τα παιδιά του είναι τερματικοί κόμβοι. Εάν ο MIN παίζει μη βελτιστα, τότε η τιμή του κόμβου που επιλέγει κάθε φορά είναι μεγαλύτερη ή ίση από την τιμή του κόμβου που επιλέγει ένας MIN που παίζει βελτιστα. Συνεπώς, η τιμή/χρησιμότητα του MAX που είναι πατέρας του MIN μπορεί μόνο να έχει αυξηθεί.

### Απόδειξη

Έστω το παρακάτω δέντρο παιχνιδιού:



Ισχύει ότι  $a < b < c < d < e < f$ .

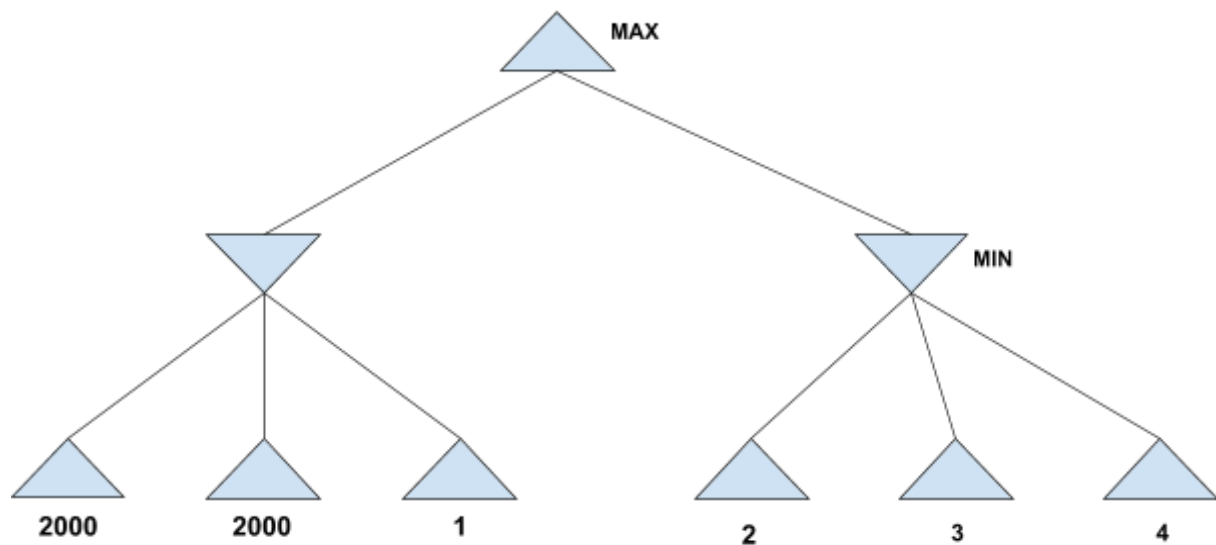
Τότε ένας MIN που παίζει βέλτιστα θα επιλέξει τα παιδιά  $a$  και  $d$ , επομένως ο MAX που είναι πατέρας του MIN θα επιλέξει το  $d$ .

Αντίθετα, ένας MIN που παίζει μη βέλτιστα επιλέγει τα παιδιά  $b$  και  $e$ , επομένως ο MAX που είναι πατέρας του MIN θα επιλέξει το  $e$ .

Έχω ότι  $d < e$ , οπότε η χρησιμότητα για τον MAX αυξήθηκε.

Άρα, η χρησιμότητα για τον MAX εναντιον ενός μη βέλτιστου MIN δεν είναι ποτέ μικρότερη από την χρησιμότητα που υπολογίζεται εναντιον ενός βέλτιστου MIN, και αυτό ισχύει για οποιοδήποτε δέντρο παιχνιδιού (γενικεύοντας το παραπάνω παράδειγμα).

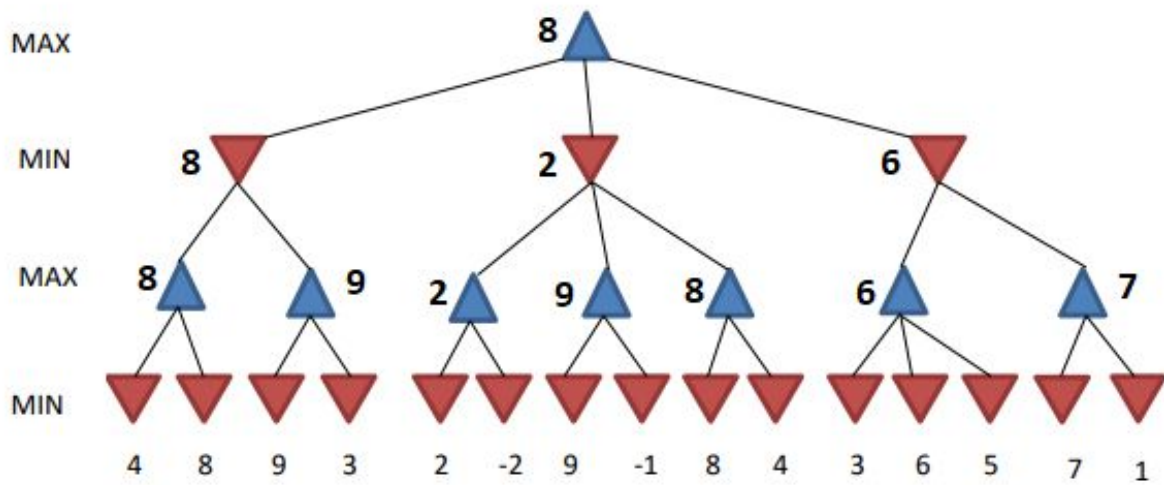
Σε ένα δέντρο παιχνιδιού, εάν ο μη βέλτιστος MIN παίζει προβλέψιμα, τότε ο MAX μπορεί να το εκμεταλλευτεί αυτό με μια μη βέλτιστη στρατηγική, δηλαδή στήνοντας μια “παγίδα” στον MIN. Έτσι, θα εγγυάται σίγουρη νίκη. Επομένως, παραθέτω το παρακάτω δέντρο παιχνιδιού:



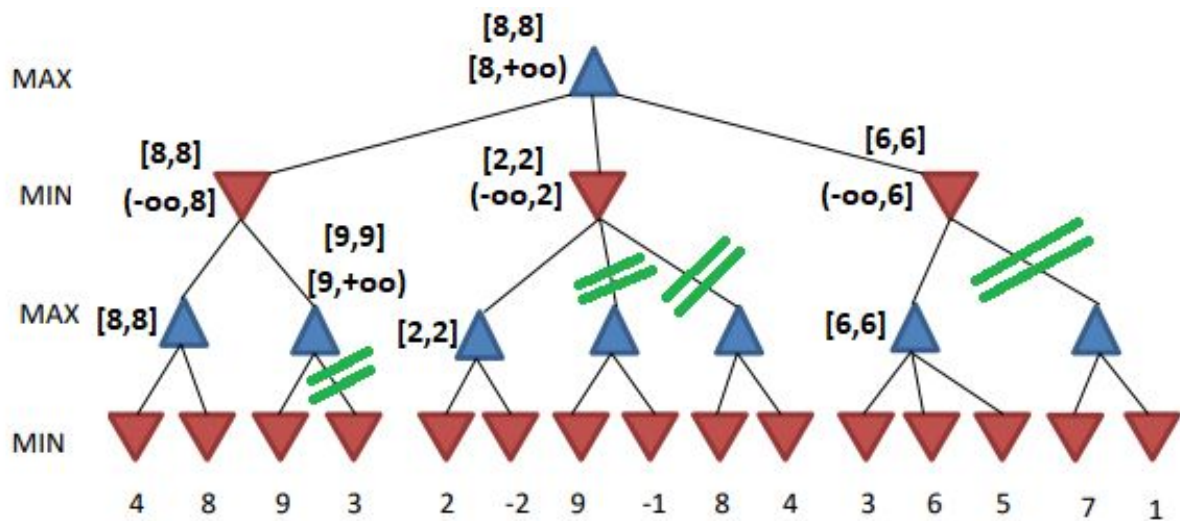
(Ο MAX επιλέγει το δεξιό δέντρο αν ο MIN παίζει βέλτιστα, αντίθετα αν ο MIN παίζει μη βέλτιστα τότε ο MAX επιλέγει το αριστερό δέντρο που έχει την μεγαλύτερη τιμή/χρησιμότητα, δηλαδή 2000)

## Πρόβλημα 2

α) και β)

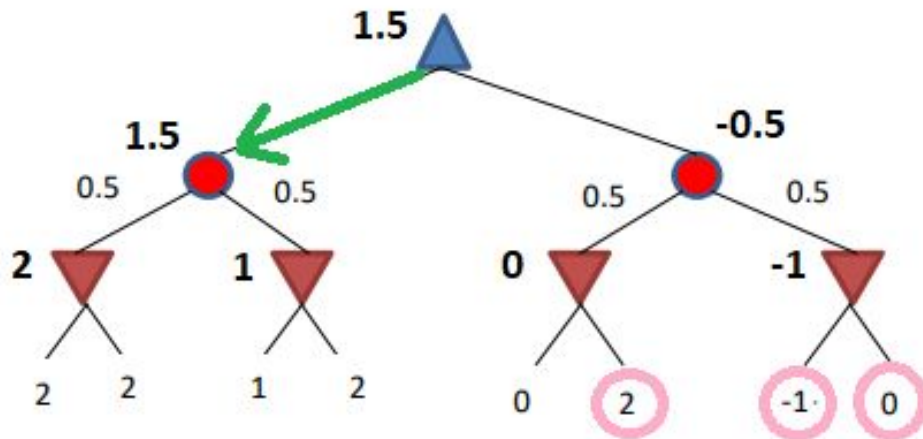


γ)



### Πρόβλημα 3

α) και δ)



β) -Αν μας δώσουν τις τιμές των πρώτων έξι φύλλων τότε:

Επειδή οι δυνατές τιμές για τα φύλλα είναι από το  $-\infty$  έως το  $+\infty$ , τότε χρειάζεται να υπολογίσουμε τις τιμές του εβδομου και του ογδοου. Οι τιμές του μικρότερου κόμβου και του κόμβου τύχης μπορούν να πάρουν τιμές επίσης ως το  $+\infty$ , συνεπώς η βελτιστή ως τώρα κίνηση ενδεχομένως να αλλάξει.

-Αν μας δώσουν τις τιμές των πρώτων επτά φύλλων τότε:

Δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε την τιμή του όγδοου, διότι αν και μπορεί να πάρει τιμές ως το  $+\infty$ , ο μικρότερος κόμβος δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος του -1 επομένως ο κόμβος τύχης δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος του -0.5, συνεπώς η βελτιστή κίνηση δεν ενδέχεται να αλλάξει.

γ) (Διάστημα:  $[-2, 2]$ )

Στην καλύτερη περίπτωση, οι τιμές του τρίτου και του τέταρτου φυλλου θα είναι και οι δυο ίσες με 2, επομένως ο κόμβος τύχης θα έχει τιμή:  $(2+2)*0.5=2$ .

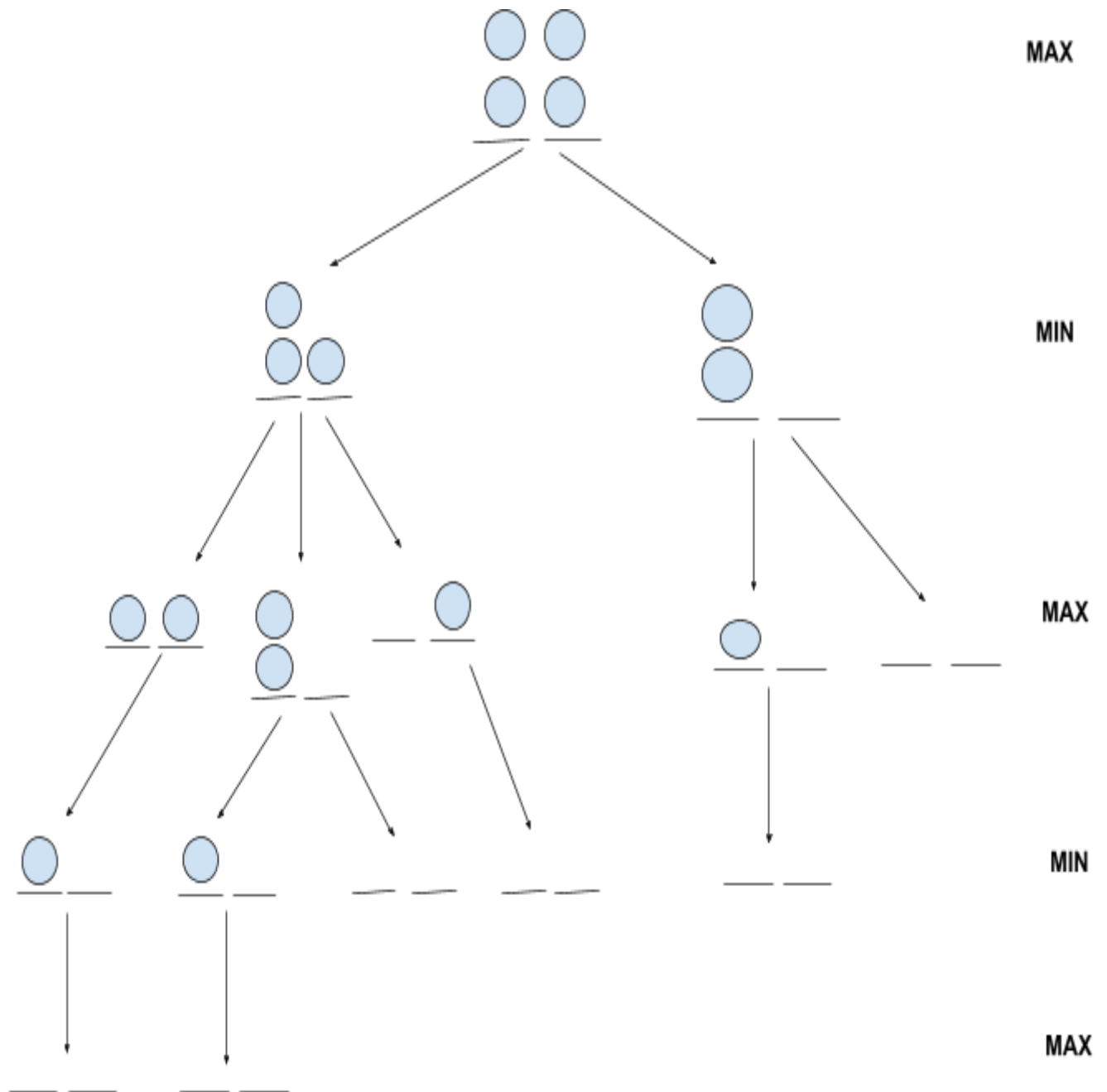
Στη χειρότερη περίπτωση, μια από τις τιμές του τρίτου ή του τέταρτου φυλλου θα είναι ίση με -2, επομένως ο κόμβος τύχης θα έχει τιμή:  $(2-2)*0.5=0$ .

Άρα, οι δυνατές τιμές του αριστερου κόμβου τύχης κυμαίνονται από το 0 έως το 2.

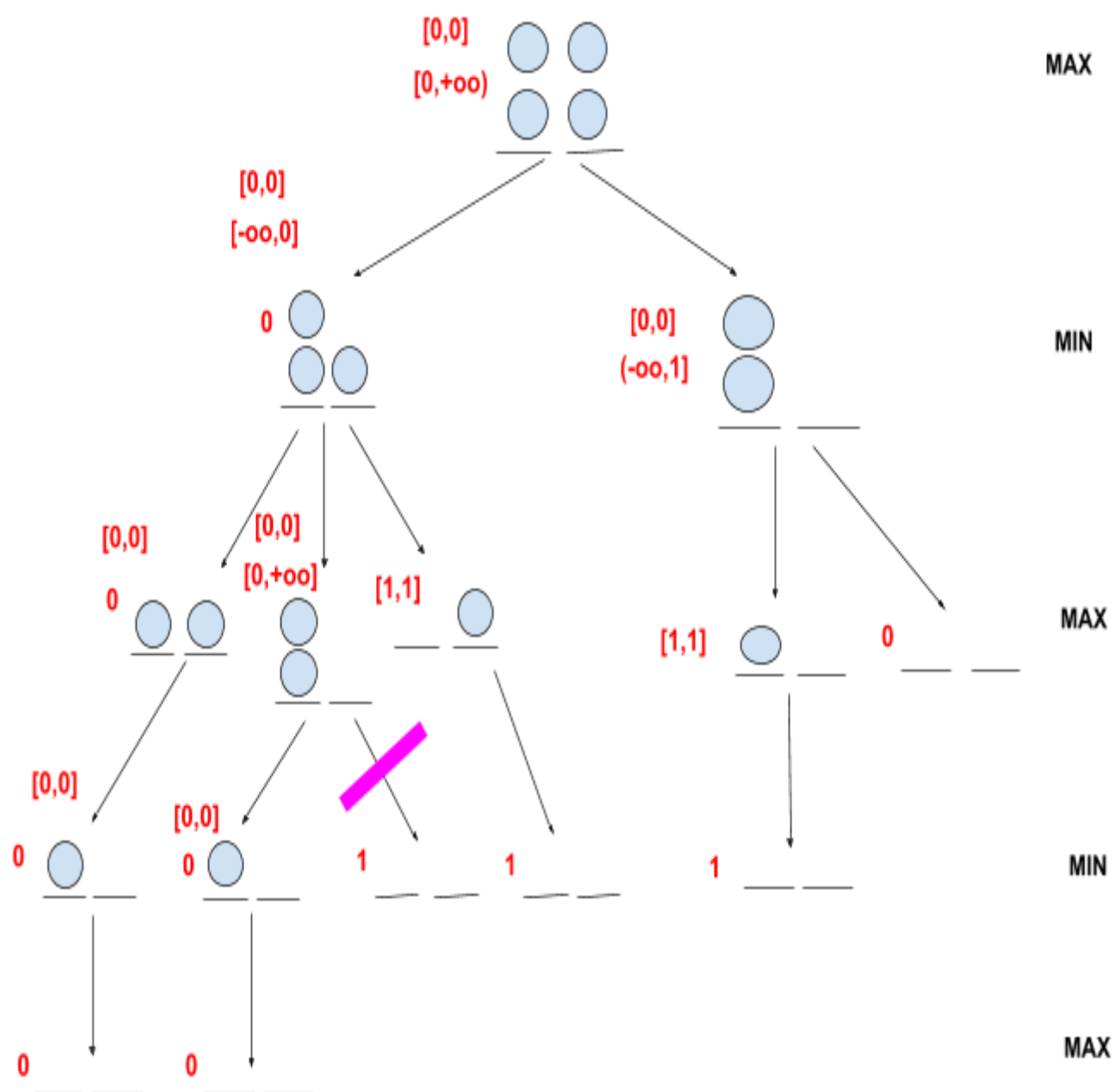
δ) Όταν επισκεφτώ, στο δεξί δέντρο, τον πιο αριστερό τερματικό κόμβο του MIN που έχει τιμή ίση με τιμή 0, τότε ο μικρότερος κόμβος δεν μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη του 0, και επειδή οι τιμές των φύλλων βρίσκονται στο διάστημα  $[-2, 2]$  τότε οποιες και να είναι οι τιμές των υπολοίπων τερματικών κόμβων η αναμενόμενη τιμή του δεξιού υποδέντρου θα είναι μικρότερη του 1.5, οπότε δεν χρειάζεται να εξεταστούν οι υπόλοιποι κόμβοι (δηλαδή, οι κόμβοι που είναι σε ροζ κύκλο).

#### Πρόβλημα 4

1. Οι κινήσεις στο Nim με 2 στοίβες 2 ομοίων αντικειμένων είναι συμμετρικές οπότε έχω το παρακάτω πλήρες δέντρο παιχνιδιού:



2.



3. Αν και οι δυο παίκτες παίζουν αλάνθαστα (δηλαδή αντιστοιχίζονται στους MAX και MIN που παίζουν βέλτιστα) είναι προφανές απο το δέντρο παιχνιδιού πως θα κερδίζει πάντα ο παίκτης που παίζει δεύτερος, δηλαδή αυτός που αντιπροσωπεύει τον MIN (στο 1ο ερώτημα γίνεται η υπόθεση ότι ο MAX παίζει πρώτος). Επομένως, ο δεύτερος παίκτης που παίζει βέλτιστα/αλάνθαστα έχει το πλεονέκτημα κάθε φορά, οποια και αν είναι η πρώτη κίνηση ή η επόμενη κίνηση του πρώτου παίκτη, οπότε θα οδηγηθεί στην νίκη.