<u>Τεχνητή Νοημοσύνη (Project 4)</u>

<u>Ονοματεπώνυμο:</u> Δημήτριος Σιταράς
<u>Αριθμός μητρώου:</u> 1115201800178
<u>Εξάμηνο:</u> 5ο

<u>Πρόβλημα 1</u>

a)
Σύμβολα Σταθερών: Macarena και Saray
Σύμβολα κατηγορημάτων: Blonde και Woman

Αρχικά ορίζουμε το πεδίο της I, που περιέχει τα αντικείμενα της εικόνας, δηλαδή:

$|I| = \{macarena, saray\}$

Για τα σύμβολα σταθερών, η I κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις:

$Macarena^I = macarena,\ Saray^I = saray$

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Blonde
την ακόλουθη μοναδιαία σχέση: $\{< macarena >\}$

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Woman
την ακόλουθη μοναδιαία σχέση: $\{< macarena >, < saray >\}$

b)
<u>Για τον τύπο φ1</u>, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\models_{\mathrm{I}} Blonde(Macarena)[s]$ ανν $< \bar{s}(Macarena) > \ \in Blonde^I$

Όμως, $\bar{s}(Macarena) = Macarena^I = macarena$

και $Blonde^I = \{< macarena >\}$

Άρα το παραπάνω ισχύει και συνεπώς ο φ1 ικανοποιείται από την I.

<u>Για τον τύπο φ2</u>, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\models_{\mathrm{I}} Blonde(Saray)[s]$ ανν $< \bar{s}(Saray) > \ \in Blonde^I$

Όμως, $\bar{s}(Saray) = Saray^I = saray$

και $Blonde^I = \{< macarena >\}$, επομένως $saray \notin Blonde^I$

Αρα, ο φ2 δεν ικανοποιείται απο την Ι.

<u>Για τον τύπο φ3</u>, έχω ότι:

$\models_{\mathrm{I}} (\exists x) Blonde(x)\ [s]$

που ισχυει ανν υπαρχει $dx \in |I|$ τέτοιο ώστε:

$\models_{\mathrm{I}} Blonde(x)\ [s(x|dx)]$

Το πεδίο της Ι είναι: $|I| = \{Macarena, Saray\}$
Επομένως, μπορώ να αναθέσω στις μεταβλητή x τις τιμές Macarena,Saray.
Άρα, έχω:

$\models_{\mathrm{I}} Blonde(Macarena)\ [s(x|Macarena)]$
η πρόταση αυτή όπως έχω αποδείξει και παραπάνω ικανοποιείται.

Συνεπώς, ο τύπος φ3 ικανοποιείται απο την Ι (διότι υπάρχει τουλαχιστον ενα x που την ικανοποιεί).

<u>Για τον τύπο φ4</u>, έχω ότι:

$\models_{\mathrm{I}} \forall x\ (Woman(x) \Rightarrow Blonde(x))$

που ισχύει ανν για κάθε $dx \in |I|$

$\models_{\mathrm{I}} (Woman(x) \Rightarrow Blonde(x)[s(x|dx)]$

Το οποίο όμως δεν ισχύει διότι:

$< \bar{s}(Saray) > \ = \ (Saray^I) = saray \in Woman^I$

$< \bar{s}(Saray) > \ = \ (Saray^I) = saray \notin Blonde^I$

<u>Πρόβλημα 2</u>

Στα παρακάτω εφαρμόζω τον αλγόριθμο Unify (robinson).

- **P(x,x) και P(G(f(v)),G(u))**

  Unify(P(x,x), P(G(f(v)),G(u)))
  γ={ }

  -i=0: Unify(P,P). Ισχύει ότι P=P, άρα return { }

  -i=1:
  Unify(x,G(F(v))
  (x μεταβλητή)
  Unify-var(x,G(f(v)))
  (δεν υπάρχει η μεταβλητή στο G(f(v)), επομένως…)
  return { x/G(f(v)) }
  Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
  Compose(γ,{ x/G(f(v)) }).
  Οπότε, γ= { x/G(f(v)) }
  και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x οι τύποι γίνονται:
  P(G(f(v),G(f(v)) και P(G(f(v)),G(u))

  -i=2:
  Unify(G(f(v)),G(u))
  Έχω 2 σύμβολα συναρτήσεων ως ορίσματα. Επομένως, συνεχίζω αναδρομικά:
  γ2={ }

  -i=0: Unify(G,G). Ισχύει ότι G=G, άρα return { }

  -i=1: Unify(f(v),u).
  (u μεταβλητή)
  Unify-var(u,f(v))
  (δεν υπάρχει η μεταβλητή στο f(v), επομένως…)
  return {u/f(v) }
  Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ2,
  Compose(γ2,{ u/f(v) }).
  Οπότε, γ2= { u/f(v) }
  και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x οι τύποι γίνονται:
  G(f(v)) και G(f(v))

  Επιστρέφω το σύνολο γ2 (μήκος ατομικών τύπων 1).
  Οπότε προσθέτω την νέα ανάθεση στο γ σύνολο, Compose(γ,{ u/f(v) }).
  Οπότε, γ= { x/G(f(v)), u/f(v) }
  και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x και της μεταβλητής u οι τύποι γίνονται:
  P(G(f(v),G(f(v)) και P(G(f(v)),G(v)).

  Επιστρέφω το σύνολο γ (μήκος ατομικών τύπων 2).

<u>Συνεπώς, ο πιο γενικός ενοποιητής ειναι ο:</u> **{x/G(f(v)), u/f(v)}**

- **P(x1,G(x2,x3),x2,B) και P(G(H(A,x5),x2),x1,H(A,x4),x4)**

  Unify(P(x1,G(x2,x3),x2,B), P(G(H(A,x5),x2),x1,H(A,x4),x4))
  γ={ }

  -i=0: Unify(P,P). Ισχύει ότι P=P, άρα return { }

  -i=1:

      Unify(x1,G(H(A,x5),x2))
      (x1 μεταβλητή)
      Unify-var(x1, G(H(A,x5),x2))
      return {x1/ G(H(A,x5),x2)}
      Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
      Compose(γ,{ x1/ G(H(A,x5),x2) }).
      Οπότε, γ= { x1/ G(H(A,x5),x2) }
      και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x1 οι τύποι γίνονται:
      P(G(H(A,x5),x2),G(x2,x3),x2,B) και P(G(H(A,x5),x2),G(H(A,x5),x2),H(A,x4),x4)

  -i=2:

      Unify(G(x2,x3),G(H(A,x5),x2))
      Έχω 2 σύμβολα συναρτήσεων ως ορίσματα. Επομένως, συνεχίζω αναδρομικά:
      γ2={ }

      -i=0: Unify(G,G). Ισχύει ότι G=G, άρα return { }

      -i=1:

          Unify(x2,H(A,x5)).
          (x2 μεταβλητή)
          Unify-var(x2,H(A,x5))
          return {x2/H(A,x5)}
          Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ2,
          Compose(y2,{ x2/H(A,x5) }).
          Οπότε, γ2= { x2/H(A,x5) }
          και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x2 οι τύποι γίνονται:
          G(H(A,x5),x3) και G(H(A,x5),H(A,x5))

      -i=2:

          Unify(x3,H(A,x5)).
          (x3 μεταβλητή)
          Unify-var(x3,H(A,x5))
          return {x3/H(A,x5)}
          Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ2,
          Compose(y2,{ x3/H(A,x5) }).
          Οπότε, γ2= { x2/H(A,x5), x3/H(A,x5) }
          και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x2 οι τύποι γίνονται:
          G(H(A,x5),H(A,x5)) και G(H(A,x5),H(A,x5))

      Επιστρέφω το σύνολο γ2 (μήκος ατομικών τύπων 2).
      Οπότε προσθέτω τις νέες αναθέσεις στο γ σύνολο,
      Compose(γ,{ x2/H(A,x5), x3/H(A,x5) }).

Οπότε, γ= { x1/ G(H(A,x5),x2), x2/H(A,x5), x3/H(A,x5) }
και με την αντικατάσταση των μεταβλητων x1, της x2 και της x3 οι τύποι γίνονται:

P(G(H(A,x5),H(A,x5)),G(H(A,x5),H(A,x5)),H(A,x5),B)
και
P(G(H(A,x5),H(A,x5)),G(H(A,x5),H(A,x5)),H(A,x4),x4)

-i=3:

Unify(H(A,x5),H(A,x4))
Έχω 2 σύμβολα συναρτήσεων ως ορίσματα. Επομένως, συνεχίζω αναδρομικά:
γ3={ }

-i=0: Unify(H,H). Ισχύει ότι H=H, άρα return { }

-i=1: Unify(A,A). Ισχύει ότι A=A, άρα return { }

-i=2:

Unify(x5,x4).
(x5 μεταβλητή)
Unify-var(x5,x4))
return {x5/x4}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ3,
Compose(γ3,{ x5/x4 }).
Οπότε, γ3= { x5/x4 }
και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x5 οι τύποι γίνονται:
H(A,x4) και H(A,x4)

Επιστρέφω το σύνολο γ3 (μήκος ατομικών τύπων 2).
Οπότε προσθέτω τις νέες αναθέσεις στο γ σύνολο,
Compose(γ,{ x5/x4 }).
Οπότε, γ= { x1/ G(H(A,x5),x2), x2/H(A,x5), x3/H(A,x5), x5/x4 }
και με την αντικατάσταση των μεταβλητων x1, x2, x3 και x5 οι τύποι γίνονται:
P(G(H(A,x4),H(A,x4)),G(H(A,x4),H(A,x4)),H(A,x4),B)
και
P(G(H(A,x4),H(A,x4)),G(H(A,x4),H(A,x4)),H(A,x4),x4)

-i=4:

Unify(B,x4)
(x4 μεταβλητή)
Unify-var(x4, B)
return {x4/B}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ x4/B }).
Οπότε, γ= { x1/G(H(A,B),H(A,B)), x2/H(A,B), x3/H(A,B), x5/B, x4/B }
και με την αντικατάσταση των μεταβλητων x1, x2, x3, x5 και x4 οι τύποι γίνονται:
P(G(H(A,B),H(A,B)),G(H(A,B),H(A,B)),H(A,B),B)
και
P(G(H(A,B),H(A,B)),G(H(A,B),H(A,B)),H(A,B),B)

Επιστρέφω το σύνολο γ (μήκος ατομικών τύπων 4).

<u>Συνεπώς, ο πιο γενικός ενοποιητής ειναι ο:</u>**{ x1/G(H(A,B),H(A,B)), x2/H(A,B), x3/H(A,B), x5/B, x4/B }**

- **P(x1, x2, . . . , xn, F(y0, y0), . . . , F(yn−1, yn−1), yn) και P(F(x0,x0),F(x1,x1), . . . , F(xn−1,xn−1), y1, . . . ,yn, xn)**

Unify(P(x1, x2, . . . , xn, F(y0, y0), . . . , F(yn−1, yn−1), yn),
P(F(x0,x0),F(x1,x1), . . . , F(xn−1,xn−1), y1, . . . ,yn, xn))
γ={ }

-i=0: Unify(P,P). Ισχύει ότι P=P, άρα return { }

-i=1:
Unify(x1,F(x0,x0))
(x1 μεταβλητή)
Unify-var(x1, F(x0,x0))
return {x1/ F(x0,x0)}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ x1/ F(x0,x0) }).
Οπότε, γ= { x1/ F(x0,x0) }
και με την αντικατάσταση της μεταβλητής x1 οι τύποι γίνονται:
P(F(x0,x0),x2 . . . , xn,F(y0,y0), . . . F(yn−1,yn−1),yn)
και
P(F(x0,x0),F(F(x0,x0),F(x0,x0)) , . . . , F(xn−1,xn−1) , y1 , . . . yn , xn))

-i=2:
Unify(x2,F(F(x0,x0),F(x0,x0)))
(x1 μεταβλητή)
Unify-var(x2, F(F(x0,x0),F(x0,x0)))
return {x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0))}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)) }).
Οπότε, γ= { x1/ F(x0,x0), x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)) }
και με την αντικατάσταση των μεταβλητων x1 και x2 οι τύποι γίνονται:
P(F(x0,x0),F(F(x0,x0),F(x0,x0)) . . . ,xn,F(y0,y0), . . . F(yn−1,yn−1),yn)
και
P(F(x0,x0),F(F(x0,x0),F(x0,x0)),F(F(F(x0,x0),F(x0,x0)),F(F(x0,x0),F(x0,x0))), . . . , F(xn−1,xn−1),y1, . . . yn,xn))

Συνεχίζοντας, ομοίως, γίνονται και οι αντικαταστάσεις που ακολουθούν.
……
……
……

i=n:
Unify(xn,F(xn−1,xn−1))
(xn μεταβλητή)
Unify-var(xn,F(xn−1,xn−1))
return {xn/F(xn−1,xn−1)}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ xn/F(xn−1,xn−1) }).
Οπότε, γ= { x1/ F(x0,x0), x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)), ..., xn/F(xn−1,xn−1) }

i=n+1:

Unify(F(y0,y0),y1)
(y1 μεταβλητή)
Unify-var(y1,F(y0,y0))
return {y1/F(y0,y0)}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ y1/F(y0,y0)).
Οπότε,
γ= { x1/ F(x0,x0), x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)), ..., xn/F(xn−1,xn−1), y1/F(y0,y0) }

Συνεχίζοντας, ομοίως, γίνονται και οι αντικαταστάσεις που ακολουθούν.
……
……
……

i=n+n:

Unify(F(yn−1,yn−1),yn)
(yn μεταβλητή)
Unify-var(yn,F(yn−1,yn−1))
return {yn/F(yn−1,yn−1)}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ yn/F(yn−1,yn−1)).
Οπότε,
γ= { x1/ F(x0,x0), x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)), ..., xn/F(xn−1,xn−1), y1/F(y0,y0), ..., yn/F(yn−1,yn−1) }

i=n+n+1:

Unify(F(F(. . .F(y0,y0),F(y0,y0))),F(F(. . . F(x0,x0),F(x0,x0))))
και συνεχίζω τα unify μέχρι να φτάσω εδώ:
Unify-var(y0,x0)
return {y0/x0}
Προσθέτω το παραπάνω στο σύνολο των αναθέσεων γ,
Compose(γ,{ y0/x0).
Οπότε,
γ= { x1/ F(x0,x0), x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)), ..., xn/F(xn−1,xn−1), y1/F(y0,y0), ..., yn/F(yn−1,yn−1), y0/x0 }

Συνεπώς, ο πιο γενικός ενοποιητής ειναι ο :
{ x1/ F(x0,x0), x2/ F(F(x0,x0),F(x0,x0)), ..., xn/F(xn−1,xn−1), y1/F(y0,y0), ..., yn/F(yn−1,yn−1), y0/x0 }

Πρόβλημα 3

a)
Σύμβολα κατηγορημάτων:

MemberOf(x,y): ο x είναι μέλος του y
isRight(x): ο x είναι δεξιός
isLiberal(x): ο x είναι φιλελεύθερος
Likes(x,y): στον/η x αρέσει το y

i)
$MemberOf(Kyriakos, Corona) \wedge MemberOf(Alexis, Corona) \wedge MemberOf(Fofi, Corona)$

ii)
$\forall x\ ((MemberOf(x, Corona) \wedge - isRight(x)) \Rightarrow isLiberal(x))$

iii)
$\forall x\ (isRight(x) \Rightarrow - Likes(x, Socialism))$

iv)
$\forall x\ (- Likes(x, Capitalism) \Rightarrow - isLiberal(x))$

v)
$\forall x\ \ (Likes(Alexis, x) \Leftrightarrow - Likes(Kyriakos, x))$

vi)
$Likes(Alexis, Capitalism) \wedge Likes(Alexis, Socialism)$

vii)
$\varphi:\ \ \exists x\ (MemberOf(x, Corona) \wedge isLiberal(x) \wedge - isRight(x))$

b)
Αρχικά μετατρέπω τις προτάσεις σε **CNF**, άρα έχω:

i) $MemberOf(Kyriakos, Corona)$, $MemberOf(Alexis, Corona)$, $MemberOf(Fofi, Corona)$

ii)
$\forall x\ ((MemberOf(x, Corona) \wedge - isRight(x)) \Rightarrow isLiberal(x))$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:
$\forall x\ \ - ((MemberOf(x, Corona) \wedge - isRight(x)) \vee isLiberal(x))$

Μετακίνηση της άρνησης προς τα μέσα:
$\forall x\ ((- MemberOf(x, Corona) \wedge isRight(x)) \vee isLiberal(x))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:
$- MemberOf(x, Corona) \vee isRight(x) \vee isLiberal(x)$

iii)
$\forall x\ (isRight(x) \Rightarrow - Likes(x, Socialism))$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:
$\forall x\ (- isRight(x)\ \vee - Likes(x, Socialism))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:
$-\ isRight(x)\ \vee -\ Likes(x, Socialism)$

iv)
$\forall x\ (-\ Likes(x, Capitalism) \Rightarrow -\ isLiberal(x))$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:
$\forall x\ (Likes(x, Capitalism)\ \vee -\ isLiberal(x))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:
$Likes(x, Capitalism)\ \vee -\ isLiberal(x)$

v)
$\forall x\ \ (Likes(Alexis, x)\ \Leftrightarrow -\ Likes(Kyriakos, x))$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:
$\forall x\ (-\ Likes(Kyriakos, x)\ \vee -\ Likes(Alexis, x)) \wedge\ (Likes(Alexis, x) \vee Likes(Kyriakos, x))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:
$(-\ Likes(Kyriakos, x)\ \vee -\ Likes(Alexis, x)) \wedge\ (Likes(Alexis, x) \vee Likes(Kyriakos, x))$

Τελικά:
$-\ Likes(Kyriakos, x)\ \vee -\ Likes(Alexis, x)$
$Likes(Alexis, x) \vee Likes(Kyriakos, x)$

vi) $Likes(Alexis, Capitalism),\ \ Likes(Alexis, Socialism)$

$\varphi:\ \ \exists x\ (MemberOf(x, Corona) \wedge isLiberal(x) \wedge -\ isRight(x))$

$-\ \exists x\ (MemberOf(x, Corona) \wedge isLiberal(x) \wedge -\ isRight(x))$

Μετακίνηση της άρνησης προς τα μέσα:
$\forall x\ (-\ MemberOf(x, Corona) \vee -\ isLiberal(x) \vee isRight(x))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:

$-\ MemberOf(x, Corona) \vee -\ isLiberal(x) \vee isRight(x)$

Άρα, έχω τις εξής **CNF** προτάσεις:

$MemberOf(Kyriakos, Corona)$
$MemberOf(Alexis, Corona)$
$MemberOf(Fofi, Corona)$
$-\ MemberOf(x, Corona) \vee isRight(x) \vee isLiberal(x)$
$-\ isRight(x)\ \vee -\ Likes(x, Socialism)$
$Likes(x, Capitalism)\ \vee -\ isLiberal(x)$

$- Likes(Kyriakos, x) \ \vee - Likes(Alexis, x)$
$Likes(Alexis, x) \vee Likes(Kyriakos, x)$
$Likes(Alexis, Capitalism)$
$Likes(Alexis, Socialism)$
$- \varphi : \ \ - MemberOf(x, Corona) \vee - isLiberal(x) \vee isRight(x)$

<u>Θέλω να αποδειξω με την μέθοδο της ανάλυσης (resolution) ότι:</u> $KB|= \varphi$.
Επομένως,

- Από τα παρακάτω:
  $- MemberOf(x, Corona) \vee isRight(x) \vee isLiberal(x))$
  $MemberOf(Alexis, Corona)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $isRight(Alexis) \vee isLiberal(Alexis)$

- Από τα παρακάτω:
  $- MemberOf(x, Corona) \vee - isLiberal(x) \vee isRight(x)$
  $MemberOf(Alexis, Corona)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $- isLiberal(Alexis) \vee isRight(Alexis)$

- Από τα παρακάτω:
  $isRight(Alexis) \vee isLiberal(Alexis)$
  $- isRight(x) \ \vee - Likes(x, Socialism)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $isLiberal(Alexis) \ \vee - Likes(Alexis, Socialism)$

- Από τα παρακάτω:
  $- isLiberal(Alexis) \vee isRight(Alexis)$
  $- isRight(x) \ \vee - Likes(x, Socialism)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $- isLiberal(Alexis) \ \vee - Likes(Alexis, Socialism)$

- Από τα παρακάτω:
  $isLiberal(Alexis) \ \vee - Likes(Alexis, Socialism)$
  $- isLiberal(Alexis) \ \vee - Likes(Alexis, Socialism)$

Προκυπτει ότι:
$-Likes(Alexis, Socialism) \vee - Likes(Alexis, Socialism)$

Άρα, έχω: $-Likes(Alexis, Socialism)$

- Από τα παρακάτω:
  $-Likes(Alexis, Socialism)$
  $Likes(Alexis, Socialism)$

  Προκυπτει ότι:
  { }

c)
Τροποποιώ την παραπάνω απόδειξη με ανάλυση (resolution), χρησιμοποιώντας λεκτικά ώστε να βρω το μέλος του ΚΟΡΩΝΑ που έχει την ιδιότητα που παριστάνει η φ. Επομένως: $KB |= \varphi \vee Answer(x)$.

- Από τα παρακάτω:
  $-MemberOf(x, Corona) \vee isRight(x) \vee isLiberal(x))$
  $MemberOf(Alexis, Corona)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $isRight(Alexis) \vee isLiberal(Alexis)$

- Από τα παρακάτω:
  $-MemberOf(x, Corona) \vee - isLiberal(x) \vee isRight(x) \vee Answer(x)$
  $MemberOf(Alexis, Corona)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $-isLiberal(Alexis) \vee isRight(Alexis) \vee Answer(x)$

- Από τα παρακάτω:
  $isRight(Alexis) \vee isLiberal(Alexis)$
  $-isRight(x) \vee - Likes(x, Socialism)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $isLiberal(Alexis) \vee - Likes(Alexis, Socialism)$

- Από τα παρακάτω:
  $-isLiberal(Alexis) \vee isRight(Alexis) \vee Answer(x)$
  $-isRight(x) \vee - Likes(x, Socialism)$
  Ανάθεση: x/Alexis

Προκυπτει ότι:
$- isLiberal(Alexis) \ \lor - Likes(Alexis, Socialism) \lor Answer(x)$

- Από τα παρακάτω:
  $isLiberal(Alexis) \ \lor - Likes(Alexis, Socialism)$
  $- isLiberal(Alexis) \ \lor - Likes(Alexis, Socialism) \lor Answer(x)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $- Likes(Alexis, Socialism) \ \lor - Likes(Alexis, Socialism) \lor Answer(x)$

  Άρα, έχω: $- Likes(Alexis, Socialism) \lor Answer(x)$

- Από τα παρακάτω:
  $- Likes(Alexis, Socialism) \ \lor Answer(x)$
  $Likes(Alexis, Socialism)$
  Ανάθεση: x/Alexis

  Προκυπτει ότι:
  $Answer(Alexis)$

<u>Πρόβλημα 4</u>

a) <u>Συζευκτική Κανονική Μορφή (CNF)</u>

<u>A:</u>
$(\forall x)(\forall s)(\forall t)(In(x, s) \ \land \ In(x, t) \Leftrightarrow In(x, Intersection(s, \ t)))$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:
$(\forall x)(\forall s)(\forall t)((- In(x, Intersection(s, t)) \lor In(x, s)) \land (- In(x, Intersection(s, t)) \lor In(x, t) \ ) \land (- In(x, s) \lor - In(x, t) \lor In(x, Inter(s, t))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:
$(- In(x, Intersection(s, t)) \ \lor \ In(x, s)) \land (- In(x, Intersection(s, t)) \lor In(x, t) \ ) \land - In(x, s) \lor - In(x, t) \lor In(x, Inter(s, t))$

Τελικά:
$- In(x, Intersection(s, t)) \ \lor \ In(x, s)$,
$- In(x, Intersection(s, t)) \lor In(x, t)$
$- In(x, s) \lor - In(x, t) \lor In(x, Inter(s, t)$

<u>B:</u>
$(\forall s)(\forall t)((\forall x)(In(x, \ s) \Rightarrow In(x, \ t)) \Rightarrow SubsetOf(s, \ t))$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:

$(\forall s)(\forall t) - ((\forall x)(- In(x,\ s)\ \lor\ In(x,\ t))\ \lor\ SubsetOf(s,\ t))$

Μετακίνηση της άρνησης προς τα μέσα:
$(\forall s)(\forall t)((\exists x)(In(x,\ s) \land - In(x,\ t))\ \lor SubsetOf(s,\ t))$

Αντικατάσταση υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolem):
$(\forall s)(\forall t)((In(F(s,t),\ s) \land - In(F(s,t),\ t))\ \lor SubsetOf(s,\ t))$

Απαλοιφή όλων των καθολικών ποσοδεικτών:
$(In(F(s,t),\ s) \land\ - In(F(s,t),\ t))\ \lor SubsetOf(s,\ t)$

Τελικά:
$In(F(s,t),s) \lor SubsetOf(s,t)$

$- In(F(s,t),t) \lor SubsetOf(s,t)$

<u>-C:</u>
$- (\forall s)(\forall t) SubsetOf(Intersection(s,\ t),\ s)$

Μετακίνηση της άρνησης προς τα μέσα:
$(\exists s)(\exists t) - SubsetOf(Intersection(s,\ t),\ s)$

Αντικατάσταση υπαρξιακών ποσοδεικτών (Skolem):
$- SubsetOf(Intersection(X,\ Y),X)$

<u>Άρα, έχω τις εξής **CNF** προτάσεις:</u>

$- In(x, Intersection(s,t))\ \lor\ In(x,s)$

$- In(x, Intersection(s,t)) \lor In(x,t)$

$- In(x,s) \lor - In(x,t) \lor In(x, Intersection(s,t))$

$In(F(s,t),s) \lor SubsetOf(s,t)$

$- In(F(s,t),t) \lor SubsetOf(s,t)$

$- SubsetOf(Intersection(X,\ Y),\ X)$

b)
Θέλω να αποδείξω με ανάλυση (resolution) ότι η πρόταση C είναι λογική συνέπεια των προτάσεων Α και Β. Επομένως, έχω ότι:

- Από τα παρακάτω:
  $- SubsetOf(Intersection(X,\ Y),\ X)$

$In(F(s, t), s) \vee SubsetOf(s, t)$
Ανάθεση: s/ $Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y})$, t/X

Προκυπτει ότι:
$In(F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X}), Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}))$

- Από τα παρακάτω:
  $-SubsetOf(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X})$
  $-In(F(s, t), t) \vee SubsetOf(s, t)$
  Ανάθεση: s/ $Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y})$, t/X

  Προκυπτει ότι:
  $-In(F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X}), \mathrm{X})$

- Από τα παρακάτω:
  $-In(x, Intersection(s, t)) \ \vee \ In(x, s)$
  $In(F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X}), Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}))$
  Ανάθεση: $x/F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X})$, s/X , t/Y

  Προκυπτει ότι:
  $In(F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X}), \mathrm{X})$

- Από τα παρακάτω:
  $In(F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X}), \mathrm{X})$
  $-In(F(Intersection(\mathrm{X}, \mathrm{Y}), \mathrm{X}), \mathrm{X})$

  Προκυπτει ότι:
  { }

Άρα, η πρόταση C είναι λογική συνέπεια των προτάσεων A και B.

Πρόβλημα 5

Σύμβολα κατηγορημάτων:

Man(x): ο x είναι άνδρας
Woman(x) ο x είναι γυναίκα
Beautiful(x): ο x είναι όμορφος/η
Rich(x): ο x είναι πλούσιος/α
Muscular(x): ο x είναι μυώδης
Kind(x): ο x είναι ευγενικός
Happy(x): ο x είναι ευτυχισμένος

Likes(x,y): στον/η x αρέσει ο/η y

Horn Clauses:

$Beautiful(Helen)$
$Rich(John)$
$Beautiful(John)$
$Muscular(Petros)$
$Rich(Petros)$
$Muscular(Timos)$
$Kind(Timos)$
$Man(John)$
$Man(Petros)$
$Man(Timos)$
$Woman(Helen)$
$Woman\ (Katerina)$
$Rich(x) \Rightarrow Happy(x)$
$Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Beautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)$
$Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Likes(x,y) \wedge Likes(y,x) \Rightarrow Happy(x)$
$Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Likes(x,y) \wedge Likes(y,x) \Rightarrow Happy(y)$
$Man(x) \wedge Likes(x,Katerina) \Rightarrow Likes(Katerina,x)$
$Man(x) \wedge Kind(x) \wedge Rich(x) \Rightarrow Likes(Helen,x)$
$Man(x) \wedge Muscular(x) \wedge Beautiful(x) \Rightarrow Likes(Helen,x)$

Forward Chaining για την ερώτηση "Ποιός αρέσει σε ποιόν;" :

- $Beautiful(Helen)$, $Man(John)$,
  $Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Beautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)$
  Ανάθεση: x/John και y/Helen

  Από αυτά προκύπτει ότι:
  $Likes(John,Helen)$

- $Beautiful(Helen)$, $Man(Petros)$,
  $Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Beautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)$
  Ανάθεση: x/Petros και y/Helen

  Από αυτά προκύπτει ότι:
  $Likes(Petros,Helen)$

- $Beautiful(Helen)$, $Man(Timos)$,
  $Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Beautiful(y) \Rightarrow Likes(x, y)$
  Ανάθεση: x/Helen και y/Timos

  Από αυτά προκύπτει ότι:
  $Likes(Timos, Helen)$

<u>Forward Chaining για την ερώτηση “Ποιός είναι ευτυχισμένος;” :</u>

- $Rich(John)$ και $Rich(x) \Rightarrow Happy(x)$
  Ανάθεση: x/John

  Από αυτά προκύπτει ότι:
  $Happy(John)$

- $Rich(Petros)$ και $Rich(x) \Rightarrow Happy(x)$
  Ανάθεση:x/Petros

  Από αυτά προκύπτει ότι:
  $Happy(Petros)$

Πρόβλημα 7

a)

Σύμβολα Σταθερών:

$AdministrativeUnit$, $Country$, $DecentralizedAdministration$, $Region$, $RegionalUnit$, $Municipality$, $MunicipalityUnit$, $MunicipalCommunity$, $LocalCommunity$.

Έχω τα κατηγορήματα:

$subClassOf\ (x, y)$
$belongsTo\ (x, y)$

Με τις παρακάτω ιδιότητες:

$(\forall x,\ y,\ z)\ (subClassOf\ (x,\ y) \wedge subClassOf\ (y,\ z) \Rightarrow subClassOf\ (x,\ z))$
$(\forall x,\ y,\ z)\ (belongsTo\ (x,\ y) \wedge belongsTo\ (y,\ z) \Rightarrow belongsTo\ (x,\ z))$

Παρακάτω έχω τους κατάλληλους τύπους που μοντελοποιούν την οντολογία του σχήματος:

$belongsTo(MunicipalCommunity, MunicipalityUnit)$

$belongsTo(LocalCommunity, MunicipalityUnit)$
$belongsTo(MunicipalityUnit, Municipality)$
$belongsTo(MunicipalityUnit, RegionalUnit)$
$belongsTo(RegionalUnit, Region)$
$belongsTo(Region, DecentralizedAdministration)$
$belongsTo(DecentralizedAdministration, Country)$

$subClassOf\ (Country,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (DecentralizedAdministration\ ,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (Region,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (RegionalUnit,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (Municipality,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (MunicipalityUnit,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (MunicipalCommunity,\ AdministrativeUnit)$
$subClassOf\ (LocalCommunity,\ AdministrativeUnit)$

b)
Προσθέτω στα κατηγορήματα που όρισα στο a) ερώτημα το κατηγόρημα: $partOf(x, y)$
$partOf(x, y)$: ο x ειναι μέρος/στοιχείο του y

Με την παρακάτω ιδιότητα:
$(\forall x, y, z)\ (partOf\ (x, Class) \wedge partOf\ (y, Class) \wedge partOf\ (z, x) \wedge\ subClassOf(x, y) \Rightarrow partOf(z, y))$
(χρήσιμο για το (c) ερώτημα)

Προσθέτω στην οντολογία την κλάση Class.
Η οποία είναι “η κλάση όλων των κλάσεων”, οπότε αναπαριστώ αυτό το χαρακτηριστικό της με τον παρακάτω τύπο:

$$((\forall x)\ (subClassOf\ (x,\ AdministrativeUnit) \Rightarrow partOf\ (x, Class))) \wedge partOf\ (AdministrativeUnit, Class)$$

c)
Προσθέτω στην οντολογία το αντικείμενο $MunicipalityofAthens$.
Και ο αντίστοιχος τύπος που εκφράζει ότι το αντικείμενο $MunicipalityofAthens$ είναι στοιχείο της κλάσης $Municipality$ (με βάση τις ιδιότητες του κατηγορήματος $partOf$ που όρισα στο παραπάνω ερώτημα) είναι :
$partOf(MunicipalityofAthens, Municipality)$

Πρόβλημα 8

a)

b)

Οι τύποι που μοντελοποιούν την βάση δεδομένων είναι οι παρακάτω (που μάλιστα αποτελούν την αντίστοιχη βάση γνώσης KB):

$Person(Donald)$
$Person(Melania)$
$Person(Ivanka)$
$Person(Barron)$
$Loves(Donald, Donald)$
$Loves(Donald, Ivanka)$
$Loves(Ivanka, Donald)$
$Loves(Melania, Barron)$
$Loves(Barron, Melania)$

c)
i. $\exists\ x, y\ \ (Person(x)\ \wedge\ Person(y) \wedge Loves(x, y)\ \wedge\ Loves(y, x))$.
ii. $\exists\ x, y\ \ (x \neq y\ \wedge\ Person(x)\ \wedge Person(y) \wedge Loves(x, y)\ \wedge\ Loves(y, x))$.
iii. $-Loves(Melania, Donald)$
iv. $\exists\ x\ (Person(x)\ \wedge\ -Loves(x, Donald))$.
v. $\forall\ x\ \exists\ y\ (x \neq y\ \wedge\ Person(x)\ \wedge\ Person(y)\ \wedge\ Loves(y, x))$.
vi. $\forall\ x\ \exists\ y\ (x \neq y\ \wedge\ Person(x)\ \wedge\ Person(y)\ \wedge\ -Loves(y, x))$.
vii. $\exists\ x\ \exists\ y\ \ \exists\ z\ (y \neq z\ \wedge\ Person(x)\ \wedge\ Person(y) \wedge\ Person(z)\ \wedge\ Loves(x, y) \wedge\ Loves(x, z))$.

Για να αποδειχθούν οι παραπάνω προτάσεις πρέπει θα προστεθούν στην βάση γνώσης οι τύποι που ακολουθούν:

(Predicate Completion)
$\forall x\ ((x\ =\ Donald \vee x\ =\ Ivanka) \Leftrightarrow Loves(x,\ Donald))$
$\forall x\ ((x\ =\ Barron) \Leftrightarrow Loves(x,\ Melania))$
$\forall x\ ((x\ =\ Melania) \Leftrightarrow Loves(x,\ Barron))$
$\forall x\ ((x\ =\ Donald) \Leftrightarrow Loves(x, Ivanka))$

(Domain Closure Axiom)
$\forall x\ (x = Donald\ \vee\ x = Melania\ \vee x = Ivanka\ \vee x = Barron)$

(Unique Names Assumption)
$Donald\ \neq\ Melania$
$Donald\ \neq\ Ivanka$
$Donald\ \neq\ Barron$
$Ivanka\ \neq\ Melania$
$Barron\ \neq\ Melania$
$Barron\ \neq\ Ivanka$

Πρόβλημα 10

α) Αρκεί να αποδείξω ότι: $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \models (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$.

(Απόδειξη ίδια από τις διαφάνειες)

Έστω μια τυχαία ερμηνεία I και μια τυχαία ανάθεση μεταβλητών s, τέτοιες ώστε:

$\models_I (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)[s]$

Τότε σύμφωνα με τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με υπαρξιακό ποσοδείκτη, υπάρχει $d \in |I|$ τέτοιο ώστε:

$\models_I (P(x) \wedge Q(x))[s(x|d)]$.

Τότε σύμφωνα με τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με σύζευξη, έχουμε:

$\models_I P(x)[s(x|d)]$ και $\models_I Q(x)[s(x|d)]$.

Τώρα, από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με υπαρξιακό ποσοδείκτη και πάλι, έχουμε:

$\models_I (\exists x)P(x)[s]$ και $\models_I (\exists x)Q(x)[s]$.

Οπότε, από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με σύζευξη, έχουμε:

$\models_I (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)[s]$

Έτσι, απέδειξα ότι: $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \models (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$.

Απο το θεώρημα στις διαφάνειες γνωρίζω ότι:
"P |= Q ανν ο τύπος P ⇒ Q είναι έγκυρος".

Συνεπώς, η πρόταση $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$ είναι <u>έγκυρη</u>.

β)

Έστω, D="το σύνολο των φυσικών αριθμών (N)" και

P(x)="ο x είναι άρτιος"
Q(x)="ο x είναι περιττός"

Τότε, η πρόταση $(\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x)$ είναι αληθής,
όμως η πρόταση $(\exists x)(P(x) \land Q(x))$ είναι ψευδής (δεν γίνεται ένας αριθμός να είναι άρτιος και περιττός) .

Συνεπώς, η πρόταση $(\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \land Q(x))$ είναι μη έγκυρη.