

## 生成数组 题解

### 算法1: $n \leq 4$

暴力。直接 $O(2n^{2n})$ 生成 $\{a_i\}$ 和 $\{b_i\}$ ，然后判断是否满足题目要求即可。

期望得分: 15pts

### 算法2: $k = 0$

显然令 $\{a_i\}, \{b_i\}$ 中所有数均为 $n$ 可以满足要求。构造该数组即可。

期望得分: 5pts

### 算法3: $p_i = i, q_i = i$

根据题意，我们需要构造两个单调不降的数组，同时应当满足 $k$ 的限制。事实上，对于所有的 $k$ ，都可以找到一种构造的方法，使得能够满足 $k$ 的限制。为了满足条件，我们需要对每个 $i$ 找到一个 $pointer_i$ ，使得

$$pointer_i = \max\{j \mid j > i \text{ and } a_i + b_j < 0\}$$

我们考虑如果令 $pointer_i = j$ ，那么最大可能达到的小Z喜欢的二元组数 $k_{max}$ 就会减少 $j - i$ 。所以我们考虑用贪心的方法来设置每个 $pointer_i$ ，通过双指针就可以在 $O(n)$ 的时间内设置好所有的 $pointer_i$ 。

设置好 $pointer$ 之后，我们需要用它来构造 $\{a_i\}$ 和 $\{b_i\}$ 。一种可行的方法是继续用类似双指针的做法进行构造，具体留给读者思考。

时间复杂度 $O(n)$  期望得分: 20pts，结合算法1、2可得到40pts。

### 算法4: $n \leq 2000$

和算法3类似，只不过做了一些改动：

$$pointer_i = \max\{j \mid j > i \text{ and } a_{p_i} + b_{p_j} < 0\}$$

同时， $pointer_i = j$ 时 $k_{max}$ 减少的量应为 $\Delta k_{max} = \sum_{k=i}^n [q_j > p_k]$ 。

时间复杂度 $O(n^2)$  期望得分：45pts，结合算法2、3可得到70pts。

### 算法5: $n \leq 300000$

可用树状数组维护算法4中的 $\Delta k_{max}$ ，能将复杂度减小至 $O(n \log n)$ 。

期望得分：100pts。