

# 题解

## T1. 俄罗斯方块 (tetris)

因为每个俄罗斯方块所占格子数都为 4，所以总格子数必须是 4 的倍数，即  $n$  是偶数，否则输出 0。

可以发现，Z 形、S 形和 T 形的方块都不可能使用。

令  $f_n$  为  $2 \times 2n$  的矩阵的放置方案数，有  $f_0 = f_1 = 1$ 。

考虑  $f_n$  ( $n \geq 2$ ) 如何转移，首先有两种方式：放 O 形或者两条 I 形的，分别从  $f_{n-1}$  和  $f_{n-2}$  转移。

还有最右侧放 L 形或 J 形，这时出现 2 格的空隙，可以用 I 形或另一个 L/J 形填上。

不难发现从  $2 \times \sum_{i=0}^{n-2} f_i$  转移。

即  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2} + 2 \times \sum_{i=0}^{n-2} f_i$ ，直接转移复杂度为  $\mathcal{O}(n^2)$ ，前缀和优化后为  $\mathcal{O}(n)$ 。

根据转移式，不难写出矩阵，矩阵快速幂优化，复杂度为  $\mathcal{O}(\log n)$ 。

实际上  $f_n = F_{n+1}^2$ ，其中  $F_n$  为斐波那契数列的第  $i$  项， $F_0 = 0, F_1 = 1$ 。

## T2. 缩进优化 (tab)

令值为  $m$ 。

每次即询问  $\sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{y}{a_i} \right\rfloor + y \bmod a_i$ 。

$$\begin{aligned} \text{Ans} &= \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{y}{a_i} \right\rfloor + y \bmod a_i \\ &= \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{y}{a_i} \right\rfloor + \left( y - \left\lfloor \frac{y}{a_i} \right\rfloor \cdot a_i \right) \\ &= yn - \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{y}{a_i} \right\rfloor \cdot (a_i - 1) \end{aligned}$$

对  $y$  数论分块，转化为  $\mathcal{O}(\sqrt{y})$  次查询，每次即查询满足  $a_i \in [l, r]$  的  $a_i - 1$  之和。

用树状数组实现，复杂度  $\mathcal{O}(n + q\sqrt{m} \log m)$ 。

注意到修改有  $\mathcal{O}(q)$  次，而查询有  $\mathcal{O}(q\sqrt{m})$  次，在值域上分块平衡复杂度，让修改复杂度为  $\mathcal{O}(\sqrt{m})$  而查询复杂度为  $\mathcal{O}(1)$  即可。时间复杂度  $\mathcal{O}(n + q\sqrt{m})$ 。

## T3. 看电影 (movie)

对于所有的行，每行不是空，就是正中间的座位必然被占用，被分成左右两边。对这两种情况分别讨论。

对于影院前后空的行，必然相差不超过 1，只要维护到第几行还空着即可，每次取最近的空行。

对于正中间的座位被占用的行，考虑其左右两边的剩余长度，不妨设某侧的长度为  $len$ 。

假设遇到了一个人数为  $m$  的操作，如果  $len < m$ ，则无法做出贡献，所以只考虑  $len \geq m$  的情况。

当  $len \geq m$  时，令该行到中间的前后距离为  $x$ ，则对于不同的满足条件的位置，离中心越近当且仅当  $x - len$  越小，在  $x - len$  相同时比较题目描述中的次要关键字即可。

所以这一部分是要求  $len \geq m$  中的  $x - len$  的最小值。用线段树维护，下标为  $len$ ，值为  $x - len$  即可。

线段树的最底层为  $k$  个堆，每次在最小的堆中 pop 出该元素，然后再在新的堆中插入，再更新线段树即可。

实现时注意细节即可。复杂度  $\mathcal{O}(n \log k)$ 。