UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM

Kansrekening en Statistiek

LAB-1

Authors:
Abe Wiersma

6 april 2015

1. (a)

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

(b) gooi 1 heeft:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

gooi 2 heeft ook:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

De combinatie is te zien als:

$$U = \{ \begin{array}{c} (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), \\ (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6), \\ (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6), \\ (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6), \\ (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6), \\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6), \end{array} \} \quad (1)$$

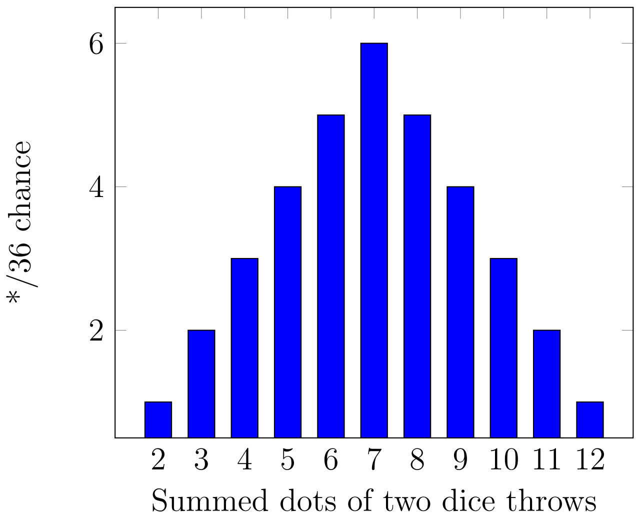
De uitkomstenruimte U heeft gelijke kansen.

(c) De kans om tweemaal 6 te gooien is 1/36 zoals af te lezen uit de uitkomsten ruimte hierboven.

(d) Voor deze opgave combiner ik worp 1 en worp 2 door het aantal ogen op te tellen. Dit geeft de uitkomstenruimte met ongelijke kansen:

$$U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

De kans om met tweemaal gooien 9 ogen te gooien is 4 keer 1/36, namelijk door 4,5 en 6,3 en omgedraaid.



(e) Laat U wederom bestaan uit de opgetelde ogen 2 t/m 12.
Dan is de kans:

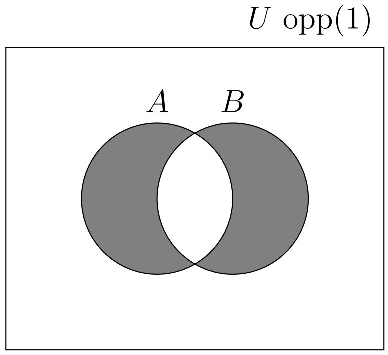
$$P(X = n) : n \in (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)$$

(f) Met 2 dobbelstenen kan even ogen gegooid worden door met allebei de dobbelstenen even te gooien of door allebei met de dobbelstenen oneven te gooien, omdat er 1/2 kans is met iedere dobbelsteen even of oneven te gooien heb je 1/2 kans om even te gooien met 2 dobbelstenen.

2.

$$P(A \wedge B) = 0.4$$
$$P(A/B) = 0.1$$
$$P(B/A) = 0.3$$
$$P((B \vee A)^c) = 0.2$$

3. (a)



Intuitief is het goed te zien dat de kans op A vereenigd B in U de kans op A plus de kans op B is min de overlappende regio. In het geval van A onafhankelijk B is de overlappende regio nul, er zal van de optelling niks worden afgetrokken.

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$
$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - (P(A) + P(B) - P(A \vee B))$$
$$P(A \vee B) = P(A \vee B)$$

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$
$$P(A \wedge \neg B) + P(A \wedge B) + P(\neg A \wedge B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$
$$P(A) + P(\neg A \wedge B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$
$$P(A) + P(B) - P(A \wedge B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$

(b)

$$P(\neg A) = 1 - P(A)$$
$$P(\neg A) + P(A) = 1$$
$$P(U) = 1$$

(c)

$$P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge \neg B)$$
$$P(A) = P(A \wedge (B \vee \neg B))$$
$$P(A) = P(A \wedge U)$$
$$P(A) = P(A)$$

(d)

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \wedge B_i)$$
$$P(A) = P(A \wedge \sum_{i=1}^{n} B_i)$$
$$P(A) = P(A \wedge U)$$
$$P(A) = P(A)$$

4.

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} P(B|A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} \frac{P(B \wedge A)}{P(A)}$$

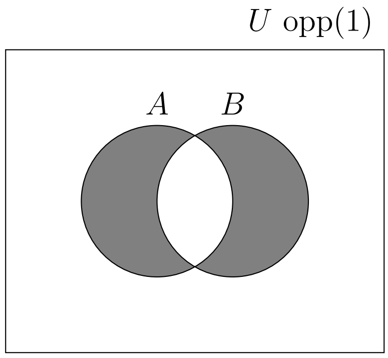
$$P(A|B) = \frac{P(A) * P(B \wedge A)}{P(A) * P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\cancel{\mathrm{P(A)}} * P(B \wedge A)}{\cancel{\mathrm{P(A)}} * P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = P(A|B)$$

5. (a)



(b) Het is goed te zien dat als aan B voldaan is dat de doorsnede van A en B de resterende invloed van A is in het nieuwe universum U = B. Omdat universum U nu B is moet er genormaliseerd worden naar B dus wordt er door de kans op B gedeeld.

6. (a)

$$P(A_{n-1}|A_n) = \frac{P(A_{n-1}A_n)}{P(A_n)}$$

$$P(A_{n-1}A_n) = P(A_{n-1}|A_n)P(A_n) = X$$

$$P(A_{n-2}|X) = \frac{P(A_{n-2}X)}{P(X)}$$

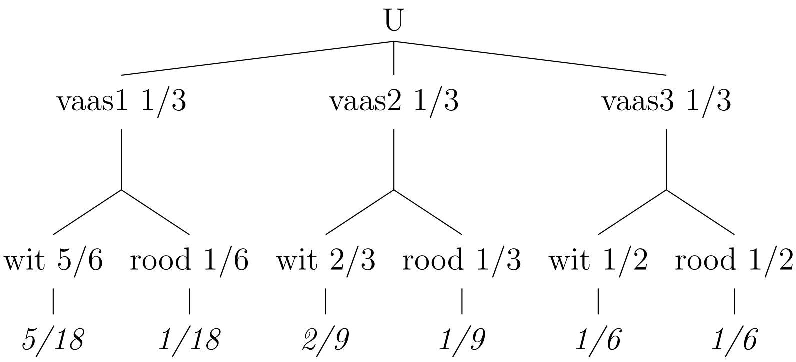
$$P(A_{n-2}X) = P(A_{n-2}|X)P(X)$$

$$P(A_n A_{n-1} A_{n-2}) = P(A_{n-2}|A_{n-1}A_n)P(A_{n-1}|A_n)P(A_n)$$

$$herhaal$$

(b) De volgorde maakt niet uit.

7. (a)



$P(K = wit) = 5/18 + 2/9 + 1/6 = 12/18 = 2/3$

(b)

$$P(A|B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)}$$

8. (a) $P(A \vee \neg B) \neq P(A)P(\neg B)$ tenzij $A = B$

   (b) $P(\neg A \vee B) \neq P(\neg A)P(B)$ tenzij $A = B$

   (c) $P(\neg A \vee \neg B) \neq P(\neg A)P(\neg B)$ tenzij $A \wedge B \neq 0$ en $A \vee B = U$

9.