傅里叶

- 级数
  - 三角形式
  - 指数形式
- 变换
  - 时域 ⟷ 频域

傅里叶级数的三角形式：

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}\left(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t\right)$$

$$\begin{cases} a_0=\dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T f(t)\,dt \\ a_n=\dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T f(t)\cos n\omega t\,dt \\ b_n=\dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T f(t)\sin n\omega t\,dt \end{cases}$$

$$f(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}A_n\cos(n\omega t+\varphi_n)$$

$$\begin{cases} A_0=a_0 \\ A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2} \\ \varphi_n=-\arctan\left(\dfrac{b_n}{a_n}\right) \end{cases}\qquad \begin{cases} a_0=A_0 \\ a_n=A_n\cos\varphi_n \\ b_n=-A_n\sin\varphi_n \end{cases}$$

$A_n(n\omega)$ 幅度谱

$\varphi_n(n\omega)$ 相位谱

傅里叶级数的指数形式

$$\begin{cases} f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n e^{jn\omega t} \\ F_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t) e^{-jn\omega t} dt \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \end{cases}$$

复系数

傅里叶变换

$$
\begin{cases}
F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \\
f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega
\end{cases}
$$

$|F(j\omega)|$ 幅度谱

$\varphi(\omega)$ 相位谱.