

向量的积:

1、几种表示形式:  $A^T B$ 、 $\langle A, B \rangle$

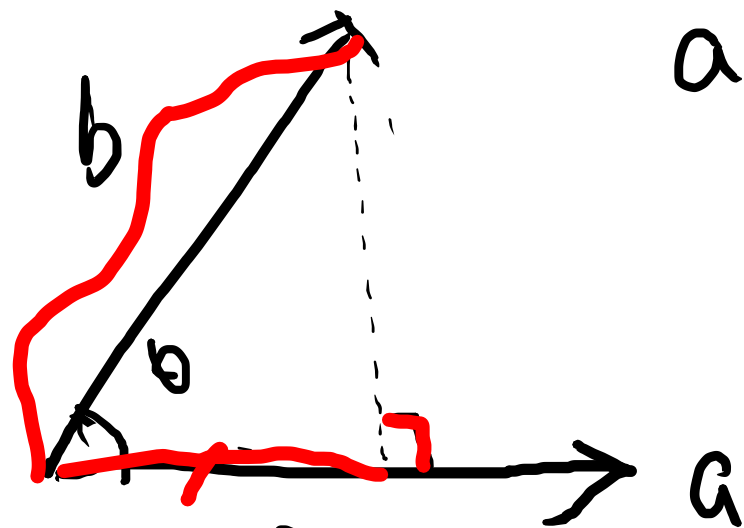
2、求解公式: 1)  $A \cdot B = |A| \cdot |B| \cdot \cos \theta$

其中:  $\theta$  为  $A \cdot B$  夹角

$[1, 2]$   
 $[2, 3]$

$$2) A \cdot B = \sum_j a_j b_j$$

向量积的几何意义:



$$a \cdot b = |a| \underbrace{|b| \cos \theta}_{c}$$

直观看: 是 vector  $b$  在  $a$  上的投影与  $a$  的模相乘之后的大小。

向量内积的含义:

含义: 表示两个向量的相似性.  
越相似内积越大.

其他公式:  $\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}$

$\cos\theta$  余弦相似度.

向量积的几何意义

思考：为什么在度量两个向量的相似程度时，经常使用  $\cos$  而不是， $\sin$  呢？

Answer:  $\cos$  有归一化的作用。

向量的外积 (叉乘):

def: 两个向量的外积是一个向量  
不是标量. 且此向量与两个  
原始向量所组成的坐标平  
面是垂直的!

向量外积:

定义: 向量  $a$  与  $b$  的外积  $a \times b$  是一个向量.

其长度(模)为  $|a \times b| = |a||b|\sin\theta$

其方向垂直于  $a$  与  $b$ . 由  $(a, b, a \times b)$  构成

右手法则.

下面具体看一下  $a$  与  $b$  外积的计算方法

向量的外积之计算:

设:  $a = (x_1, y_1, z_1)$   
 $b = (x_2, y_2, z_2) \Rightarrow a \times b =$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1) \mathbf{i} - (x_1 z_2 - x_2 z_1) \mathbf{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1) \mathbf{k}$$

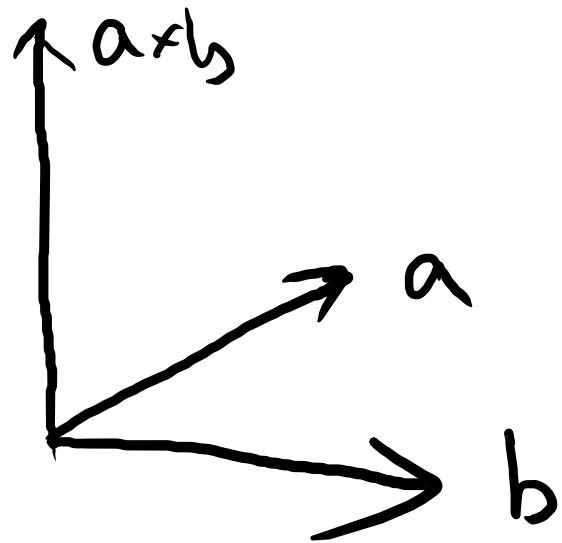
向量的外积之计算:

设:  $a = (x_1, y_1, z_1)$   
 $b = (x_2, y_2, z_2) \Rightarrow a \times b =$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1) i - (x_1 z_2 - x_2 z_1) j + (x_1 y_2 - x_2 y_1) k$$



向量的外积的几何理解:



故: 由此可见, 外积其实  
就是法向量.

~ 注意:  $a \times b$  其实就是由  $a$  与  $b$  构成的  
平面的面积!

哈达玛积：注意：此是基于矩阵的计算

两个矩阵 matrix 的哈达玛积的定义

计算方式如下：对应位置元素相乘！

所以：要求两个 matrix 的维度。

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  完全相同。  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$





