空域图卷积介绍（二）

报告人：方　深 博士在读

中科院自动化研究所

课程内容

- 图卷积神经网络回顾
- 空间域图卷积局限性分析——过平滑现象
- 过平滑问题的若干缓解方案

图卷积神经网络回顾

图卷积神经网络分类

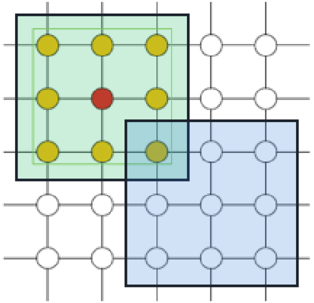
- 谱域图卷积
- 空间域图卷积

输入特征：$\boldsymbol{x} \in R^N$

输出特征：$\boldsymbol{y} \in R^N$

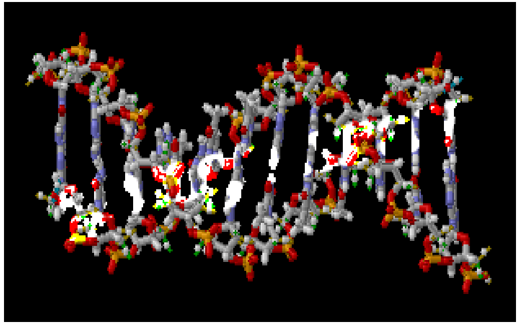
图拉普拉斯：$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$

归一化形式：$\mathbf{L} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1/2}$



(a) 结构化特征空间

(b) 非结构化特征空间



(c) 生物大分子结构

(d) 交通网络

图卷积神经网络回顾

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

谱域图卷积

$$\mathbf{L}=\mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{U}^T \qquad y=g_\theta(\mathbf{L})x=\mathbf{U}g_\theta(\boldsymbol{\Lambda})\mathbf{U}^T x$$

$$y=g_\theta * x=\mathbf{U}\boxed{g_\theta(\boldsymbol{\Lambda})}\boxed{\mathbf{U}^T x} \qquad \tilde{x}=\boxed{\mathbf{U}^T x} \qquad \tilde{y}=\boxed{g_\theta(\cdot)}\tilde{x} \qquad y=\mathbf{U}\tilde{y}$$

- 理论基础
  - 图拉普拉斯矩阵：对称、半正定矩阵
  - 特征向量正交：傅里叶正交基
- 缺点
  - 计算复杂度、参数复杂度
  - 局部空间卷积

图卷积神经网络回顾

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

谱域图卷积：切比雪夫正交基

$$\boldsymbol{y}=g_\theta(\mathbf{L})\boldsymbol{x}=\mathbf{U}g_\theta(\boldsymbol{\Lambda})\mathbf{U}^T\boldsymbol{x} \qquad g_\theta(\boldsymbol{\Lambda})=\sum_{k=0}^{K-1}\theta_k\mathbf{T}_k(\tilde{\boldsymbol{\Lambda}})$$

$$=\left[\sum_{k=0}^{K-1}\theta_k T_k\left(\mathbf{U}\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}\mathbf{U}^T\right)\right]\boldsymbol{x}=\sum_{k=0}^{K-1}\theta_k\left[T_k(\tilde{\mathbf{L}})\boldsymbol{x}\right]=\sum_{k=0}^{K-1}\theta_k\tilde{\boldsymbol{x}}_k$$

- 迭代计算

$$\boldsymbol{y}=\sum_{k=0}^{K-1}\theta_k\tilde{\boldsymbol{x}}_k \qquad \tilde{\boldsymbol{x}}_0=\boldsymbol{x} \qquad \tilde{\boldsymbol{x}}_1=\tilde{\mathbf{L}}\boldsymbol{x} \qquad \tilde{\boldsymbol{x}}_k=2\tilde{\mathbf{L}}\tilde{\boldsymbol{x}}_{k-1}-\tilde{\boldsymbol{x}}_{k-2}$$

切比雪夫多项式

$$T_0(\tilde{\mathbf{L}})=\mathbf{I} \qquad T_1(\tilde{\mathbf{L}})=\tilde{\mathbf{L}}$$

$$T_k(\tilde{\mathbf{L}})=2\tilde{\mathbf{L}}T_{k-1}(\tilde{\mathbf{L}})-T_{k-2}(\tilde{\mathbf{L}})$$

图卷积神经网络回顾

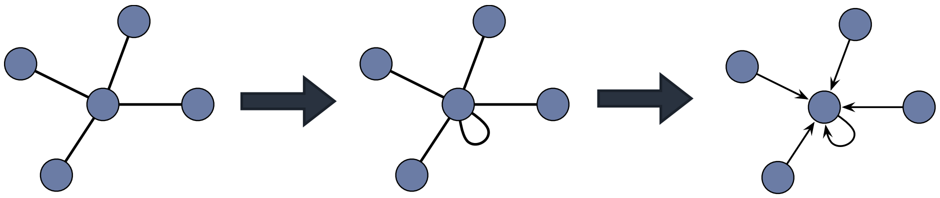
深蓝学院 shenlanxueyuan.com

空间域图卷积：一阶切比雪夫卷积

$$y=\theta_0\tilde{\mathbf{x}}_0+\theta_1\tilde{\mathbf{x}}_1=\theta_0\mathbf{x}+\theta_1\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{x}=\left(\theta_0-\theta_1\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1/2}\right)\boldsymbol{x}\qquad \theta_0=-\theta_1$$

$$\boxed{y=\theta_0\tilde{\mathbf{D}}^{-1/2}\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{D}}^{-1/2}\boldsymbol{x}\qquad \tilde{\mathbf{A}}=\mathbf{A}+\boldsymbol{I}}$$

- 物理意义
  - 第一步：图上节点添加自连接边
  - 第二步：局部空间信息融合
  - 第三步：归一化



第一步　　第二步　　第三步

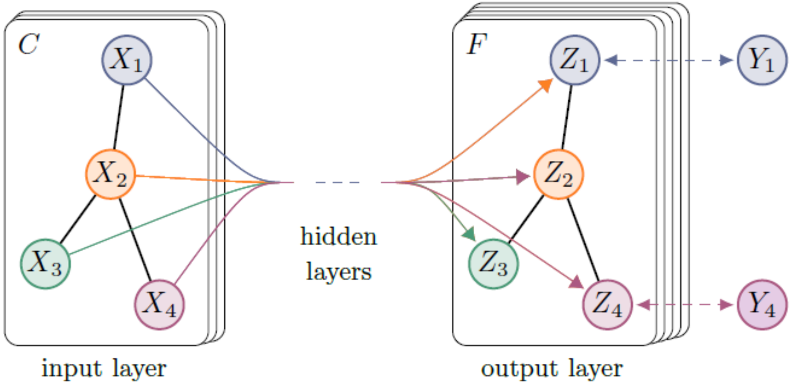
图卷积神经网络回顾

空间域图卷积：一阶切比雪夫卷积

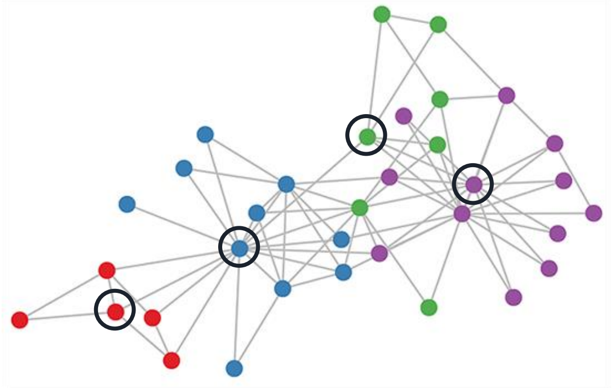
$$\boxed{\mathbf{Y}=\hat{\mathbf{A}}\mathbf{X}\mathbf{W},\quad \hat{\mathbf{A}}\in R^{N\times N},\ \mathbf{X}\in R^{N\times C},\ \mathbf{W}\in R^{C\times D}}$$

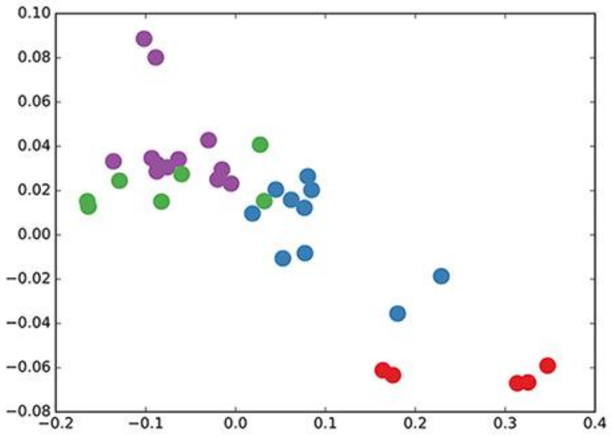
- 实际应用：图半监督学习

$$\mathbf{Z}=f(\mathbf{X},\mathbf{A})=softmax(\hat{\mathbf{A}}ReLU(\hat{\mathbf{A}}\mathbf{X}\mathbf{W}^{(0)})\mathbf{W}^{(1)})$$



Semi-Supervised Classification with Graph Convolutional Networks





空间域图卷积局限性分析

过平滑现象的发现过程

- 处理任务：
  - 基于GCNs的图半监督学习
- 核心观点：
  - **拉普拉斯平滑：** GCNs中图卷积是特殊形式的拉普拉斯平滑，可聚合近邻节点特征，使同一种类别的节点特征相似
  - **过平滑问题**（over-smoothing)：多层GCNs使节点输出特征过度平滑，无法区分不同类别节点。该现象在小数据集上发生很快
  - **标签传播困难：** 同时，浅层GCNs又不能有效传播节点标签。

Deeper Insights into Graph Convolutional Networks for Semi-Supervised Learning, in AAAI 2019.

空间域图卷积局限性分析

- GCN表现优异的直接原因：邻接矩阵
  - GCN：$\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{X}\mathbf{W}$
  - FCN：$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{W}$

One-layer FCN	Two-layer FCN	One-layer GCN	Two-layer GCN
0.530860	0.559260	**0.707940**	**0.798361**

- GCN表现优异的根本原因：拉普拉斯平滑

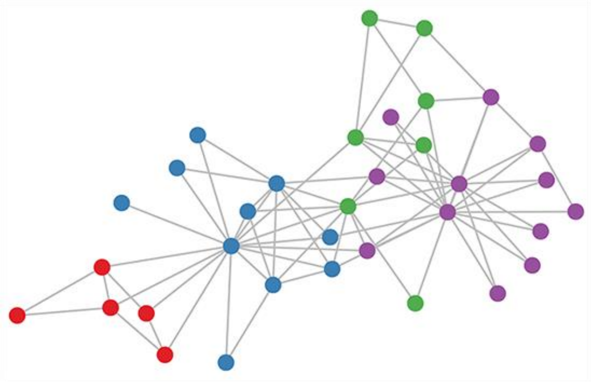
标准形式：$y_i = (1-\gamma)\mathbf{x}_i + \gamma \sum_j \frac{\tilde{a}_{ij}}{d_i} \mathbf{x}_j, 1 \le i \le n$

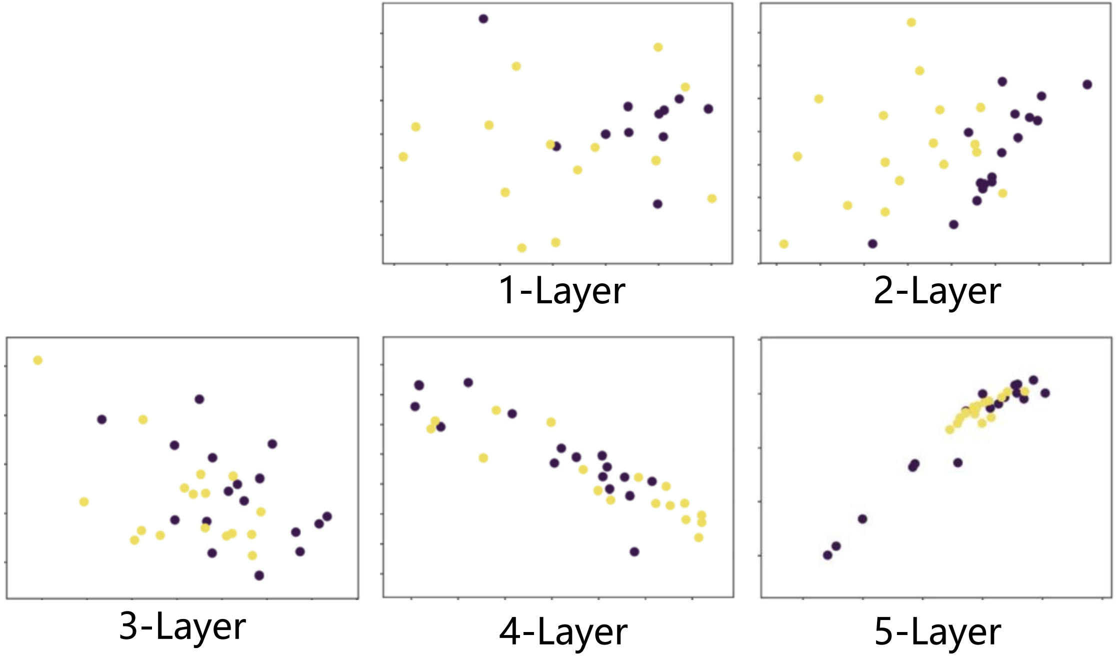
矩阵形式：$\mathbf{Y} = \mathbf{X} - \gamma \tilde{\mathbf{D}}^{-1}\tilde{\mathbf{L}}\mathbf{X} = \left(\mathbf{I} - \gamma \tilde{\mathbf{D}}^{-1}\tilde{\mathbf{L}}\right)\mathbf{X}$

特殊形式：$\mathbf{Y} = \left(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{D}}^{-1}\left(\tilde{\mathbf{D}} - \tilde{\mathbf{A}}\right)\right)\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{D}}^{-1}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{X}, \quad \gamma = 1$

空间域图卷积局限性分析

- 过平滑现象：多次平滑后，不同节点的特征趋于同质化
  - 实验说明





空间域图卷积局限性分析

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- 过平滑现象
  - 理论分析

图 $\mathcal{G}=\{C_i\}_{i=1}^{K}$ 有 K 个连通分量，第 i 个连通分量的指示向量为 $\mathbf{1}^{(i)}\in R^n$

$\mathbf{1}^{(1)}=[1,1,1,0,0]^T \quad \mathbf{1}^{(2)}=[0,0,0,1,1]^T$

定理 1：若一个图没有二分连通分量，则对于任意向量 $\mathbf{w}\in R^n, \alpha\in(0,1]$，有：

$$\lim_{m\to+\infty}(\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{rw})^m\mathbf{w}=[\mathbf{1}^{(1)},\mathbf{1}^{(2)},\cdots,\mathbf{1}^{(K)}]\theta_1$$

$$\lim_{m\to+\infty}(\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{sym})^m\mathbf{w}=\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}[\mathbf{1}^{(1)},\mathbf{1}^{(2)},\cdots,\mathbf{1}^{(K)}]\theta_2$$

其中 $\theta_1,\theta_2\in\mathbb{R}^K$

空间域图卷积局限性分析

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

定理 1 证明:

图拉普拉斯 $\mathbf{L}_{rw}$ 和 $\mathbf{L}_{sym}$ 的特征值相同。

矩阵	$\mathbf{L}_{rw}$	$\mathbf{L}_{sym}$
特征值	0	0
特征向量	$\{\mathbf{1}^{(i)}\}_{i=1}^{K}$	$\{\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{1}^{(i)}\}_{i=1}^{K}$

特征值范围 $[0,2)$ $\alpha \in (0,1]$

矩阵	$\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{rw}$	$\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{sym}$
特征值	1	1
特征空间	$\{\mathbf{1}^{(i)}\}_{i=1}^{K}$	$\{\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{1}^{(i)}\}_{i=1}^{K}$

特征值范围 $(-1,1]$

特征多项式定理：若 λ 是矩阵 $\mathbf{L}$ 的特征值，则 $f(\lambda)$ 是矩阵 $f(\mathbf{L})$ 的特征值

$$f(\lambda) = 1 - \alpha\lambda \qquad f(\mathbf{L}) = \mathbf{I} - \alpha\mathbf{L}$$

空间域图卷积局限性分析

定理 1 证明:

矩阵	$\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{rw}$	$\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{sym}$
特征值	1	1
特征空间	$\{\mathbf{1}^{(i)}\}_{i=1}^{K}$	$\{\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{1}^{(i)}\}_{i=1}^{K}$

特征值范围 $(-1,1]$

特征值 $\tilde{\lambda}$ 绝对值小于1

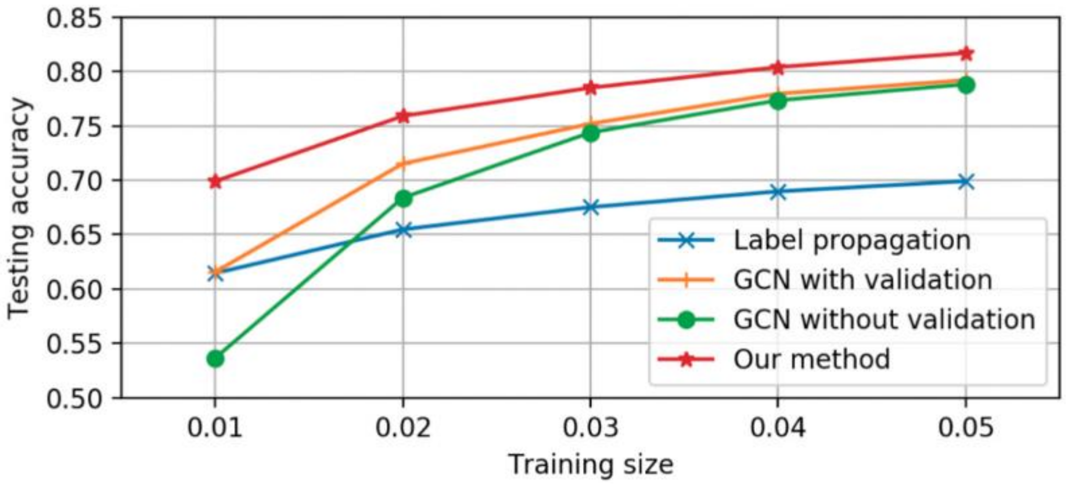
$$\lim_{m\to+\infty}(\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{rw})^m\mathbf{w}=[\mathbf{1}^{(1)},\mathbf{1}^{(2)},\cdots,\mathbf{1}^{(K)}]\theta_1$$

$$\lim_{m\to+\infty}(\mathbf{I}-\alpha\mathbf{L}_{sym})^m\mathbf{w}=\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}[\mathbf{1}^{(1)},\mathbf{1}^{(2)},\cdots,\mathbf{1}^{(K)}]\theta_2$$

基于上述定理，over-smoothing（过平滑）会使特征难以区分，影响模型性能。

空间域图卷积局限性分析

➢ 浅层GCNs不能有效传播特征



空间域图卷积局限性分析

- 矛盾分析
  - GCNs优势
    - 图卷积（拉普拉斯平滑）使分类问题更容易
    - 多层神经网络具备强大的特征提取功能
  - GCNs劣势
    - 多次拉普拉斯平滑使输出特征过度平滑
    - 浅层神经网络的感受野、特征提取能力有限
- 解决方案
  - 基于随机游走的协同训练（Co-Training）
  - 自训练（Self-Training）

空间域图卷积局限性分析

➢ 解决方案

Algorithm 1 Expand the Label Set via ParWalks

1: $P := (L + \alpha\Lambda)^{-1}$
2: **for** each class k **do**
3: $\quad \boldsymbol{p} := \sum_{j \in \mathcal{S}_k} P_{:,j}$
4: $\quad$ Find the top t vertices in $\boldsymbol{p}$
5: $\quad$ Add them to the training set with label k
6: **end for**

吸收概率矩阵 $\mathbf{P}$，$\mathbf{P}_{i,j}$ 表示从节点 i 出发，吸收到节点 j 的概率，即节点 i, j 属于同一类的可能性

S_k 表示第 k 类有标签节点集合

$\mathbf{p}$ 是 N 维向量，表示所有顶点属于第 k 类概率

Algorithm 2 Expand the Label Set via Self-Training

1: $\boldsymbol{Z} := GCN(X) \in \mathbb{R}^{n \times F}$, the output of GCN
2: **for** each class k **do**
3: $\quad$ Find the top t vertices in $Z_{i,k}$
4: $\quad$ Add them to the training set with label k
5: **end for**

空间域图卷积局限性分析

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

➢ 实验结果

Dataset	Nodes	Edges	Classes	Features
CiteSeer	3327	4732	6	3703
Cora	2708	5429	7	1433
PubMed	19717	44338	3	500

Cora

Label Rate	0.5%	1%	2%	3%	4%	5%
LP	<u>56.4</u>	62.3	65.4	67.5	69.0	70.2
Cheby	38.0	52.0	62.4	70.8	74.1	77.6
GCN-V	42.6	56.9	67.8	74.9	77.6	79.3
GCN+V	50.9	62.3	72.2	76.5	78.4	79.7
Co-training	<u>56.6</u>	<u>66.4</u>	<u>73.5</u>	75.9	78.9	<u>80.8</u>
Self-training	53.7	<u>66.1</u>	<u>73.8</u>	<u>77.2</u>	<u>79.4</u>	80.0
Union	**<u>58.5</u>**	**<u>69.9</u>**	**<u>75.9</u>**	**<u>78.5</u>**	**<u>80.4</u>**	**<u>81.7</u>**
Intersection	49.7	65.0	72.9	<u>77.1</u>	<u>79.4</u>	<u>80.2</u>

PubMed

Label Rate	0.03%	0.05%	0.1%	0.3%
LP	<u>61.4</u>	<u>66.4</u>	65.4	66.8
Cheby	40.4	47.3	51.2	72.8
GCN-V	46.4	49.7	56.3	76.6
GCN+V	<u>60.5</u>	57.5	65.9	<u>77.8</u>
Co-training	**<u>62.2</u>**	**<u>68.3</u>**	**<u>72.7</u>**	<u>78.2</u>
Self-training	51.9	58.7	66.8	77.0
Union	58.4	<u>64.0</u>	<u>70.7</u>	**<u>79.2</u>**
Intersection	52.0	59.3	<u>69.4</u>	77.6

CiteSeer

Label Rate	0.5%	1%	2%	3%	4%	5%
LP	34.8	40.2	43.6	45.3	46.4	47.3
Cheby	31.7	42.8	59.9	66.2	68.3	69.3
GCN-V	33.4	46.5	62.6	66.9	68.4	69.5
GCN+V	<u>43.6</u>	55.3	64.9	<u>67.5</u>	<u>68.7</u>	<u>69.6</u>
Co-training	**<u>47.3</u>**	55.7	62.1	62.5	64.5	65.5
Self-training	43.3	<u>58.1</u>	<u>68.2</u>	<u>69.8</u>	<u>70.4</u>	<u>71.0</u>
Union	<u>46.3</u>	**<u>59.1</u>**	66.7	66.7	67.6	68.2
Intersection	42.9	**<u>59.1</u>**	**<u>68.6</u>**	**<u>70.1</u>**	**<u>70.8</u>**	**<u>71.2</u>**

过平滑问题的若干缓解方案

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

- 过平滑问题是否具有一般性
  - 采样机制（GraphSAGE），注意力机制（GATs）
- 过平滑问题与其它问题的综合交互
  - 梯度消失、过拟合
- 如何缓解过平滑问题
  - 深度拓展：高层特征融合底层特征
  - 宽度拓展：全局特征融合局部特征

过平滑问题的若干缓解方案

- 如何缓解过平滑问题——深度拓展
  - 残差连接、稠密连接

$$Z^{(l+1)} = \hat{D}^{-\frac{1}{2}} \hat{A} \hat{D}^{-\frac{1}{2}} X^{(l)} W^{(l)}$$

$$X^{(l+1)} = \sigma\left(Z^{(l+1)}\right) + X^{(l)}$$

$$X^{(l+1)} = \mathcal{T}(\sigma\left(Z^{(l+1)}\right), X^{(l)})$$

  - 强化自连接

$$X^{(l+1)} = \sigma\left(\left(\hat{D}^{-\frac{1}{2}} \hat{A} \hat{D}^{-\frac{1}{2}} + I\right) X^{(l)} W^{(l)}\right)$$

Semi-supervised Classification with Graph Convolutional Networks

Representation Learning on Graphs with Jumping Knowledge Networks

Cluster-GCN: An Efficient Algorithm for Training Deep and Large Graph Convolutional Networks

过平滑问题的若干缓解方案

- 如何缓解过平滑问题——宽度拓展
  - 多阶近邻连接

$$N-GCN = softmax(\mathcal{T}\begin{pmatrix} GCN(\bar{A}^{0}, X; \theta^{(0)}) \\ GCN(\bar{A}^{1}, X; \theta^{(1)}) \\ \cdots \\ GCN(\bar{A}^{n}, X; \theta^{(n)}) \end{pmatrix} W) \qquad GCN(\bar{A}, X; \theta) = \sigma(\bar{A}X\theta)$$

  - 序列化连接

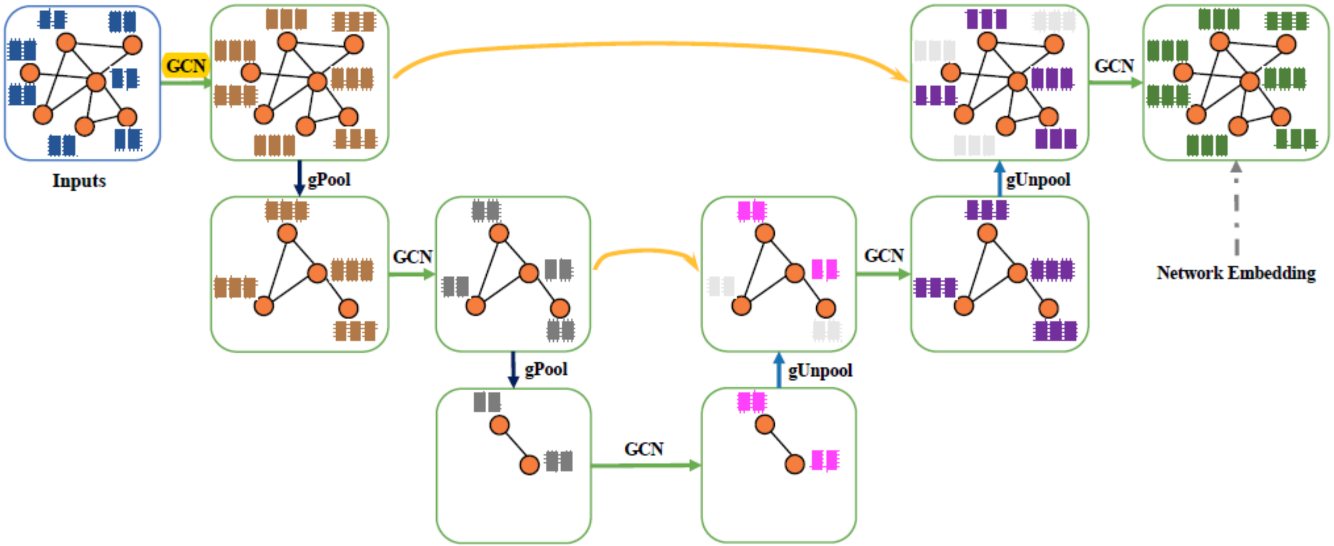
$$X^{(l+1)} = RNN\left(GCN\left(X^{(l)}, A; \theta^{(l)}\right), X^{(l)}\right)$$

N-GCN: Multi-Scale Graph Convolution for Semi-Supervised Node Classification

Residual or Gate? Towards Deeper Graph Neural Networks for Inductive Graph Representation Learning

过平滑问题的若干缓解方案

- 核心思想：将U-Net网络迁入到图结构数据中，深度宽度同时拓展
- 难点：图池化 (Graph Pooling)

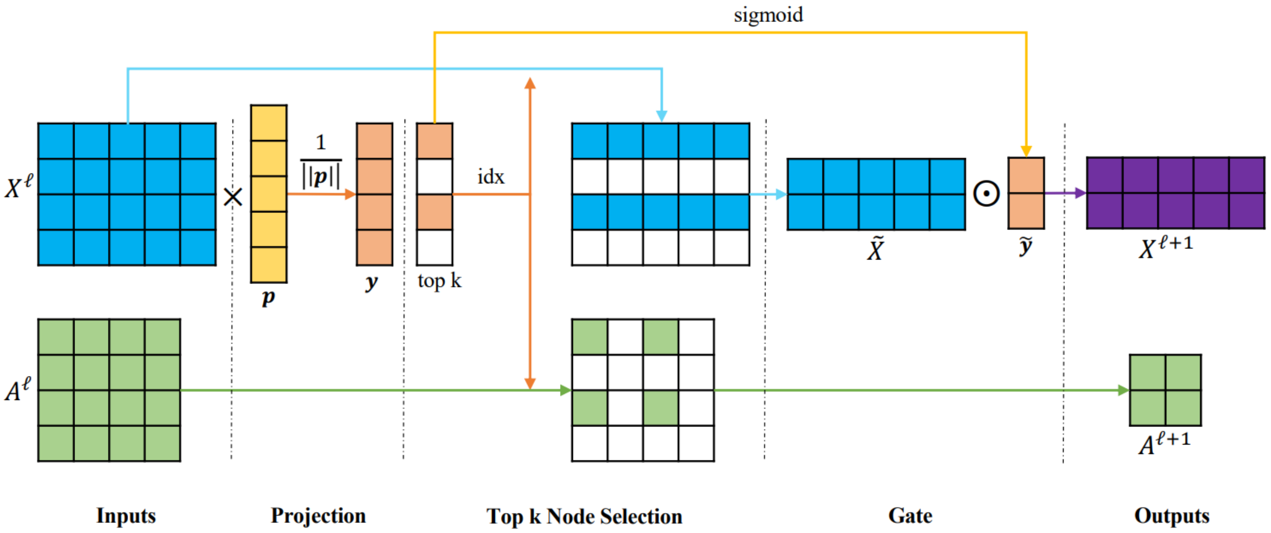


Graph U-Net, in ICML 2019.

过平滑问题的若干缓解方案

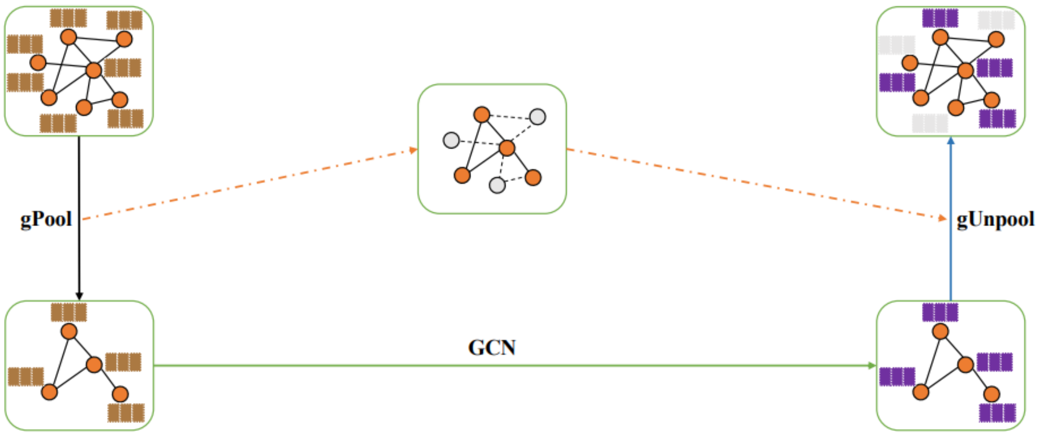
➢ 图池化

$$
\begin{aligned}
\mathbf{y} &= X^{\ell}\mathbf{p}^{\ell}/\|\mathbf{p}^{\ell}\|, \\
\mathrm{idx} &= \mathrm{rank}(\mathbf{y}, k), \\
\tilde{\mathbf{y}} &= \mathrm{sigmoid}(\mathbf{y}(\mathrm{idx})), \\
\tilde{X}^{\ell} &= X^{\ell}(\mathrm{idx}, :), \\
A^{\ell+1} &= A^{\ell}(\mathrm{idx}, \mathrm{idx}), \\
X^{\ell+1} &= \tilde{X}^{\ell} \odot \left(\tilde{\mathbf{y}}\mathbf{1}_C^T\right),
\end{aligned}
$$



过平滑问题的若干缓解方案

➢ 图逆池化



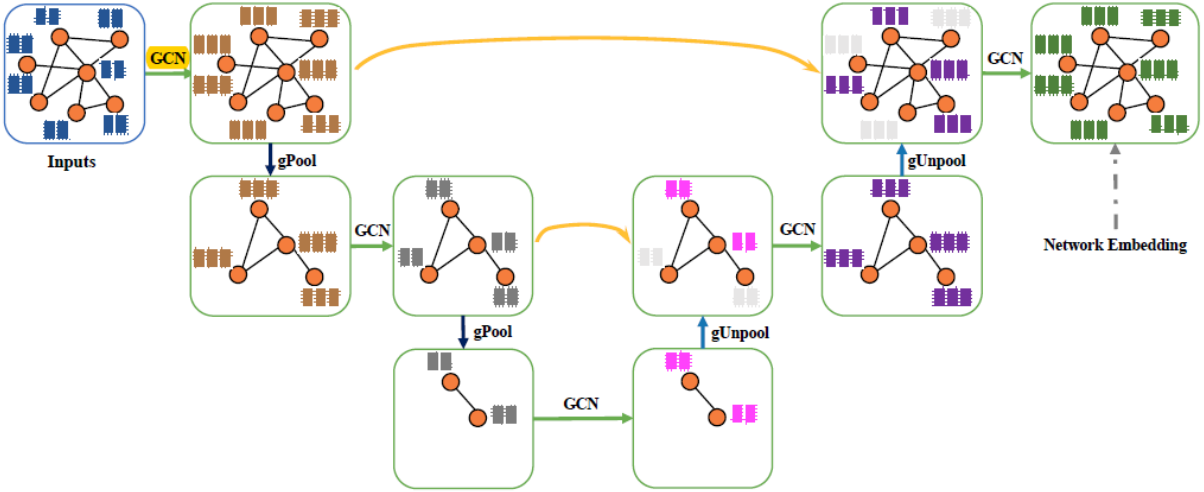
图逆池化过程

$$X^{\ell+1} = \text{distribute}(0_{N\times C}, X^{\ell}, \text{idx})$$

过平滑问题的若干缓解方案

- 图增广技术：减少图稀疏

$$A^2 = A^\ell A^\ell, \qquad A^{\ell+1} = A^2(\text{idx}, \text{idx})$$



Graph U-Net 整体结构

过平滑问题的若干缓解方案

- 实验结果：测试数据集
  - 节点分类

Dataset	Nodes	Features	Classes	Training	Validation	Testing	Degree
Cora	2708	1433	7	140	500	1000	4
Citeseer	3327	3703	6	120	500	1000	5
Pubmed	19717	500	3	60	500	1000	6

  - 图分类

Dataset	Graphs	Nodes (max)	Nodes (avg)	Classes
D&D	1178	5748	284.32	2
PROTEINS	1113	620	39.06	2
COLLAB	5000	492	74.49	3

过平滑问题的若干缓解方案

➢ 实验结果

Models	Cora	Citeseer	Pubmed
DeepWalk (Perozzi et al., 2014)	67.2%	43.2%	65.3%
Planetoid (Yang et al., 2016)	75.7%	64.7%	77.2%
Chebyshev (Defferrard et al., 2016)	81.2%	69.8%	74.4%
GCN (Kipf & Welling, 2017)	81.5%	70.3%	79.0%
GAT (Veličković et al., 2017)	83.0 ± 0.7%	72.5 ± 0.7%	79.0 ± 0.3%
g-U-Nets (Ours)	**84.4 ± 0.6%**	**73.2 ± 0.5%**	**79.6 ± 0.2%**

结论：g-U-Nets优于其它图卷积方法

Models	D&D	PROTEINS	COLLAB
PSCN (Niepert et al., 2016)	76.27%	75.00%	72.60%
DGCNN (Zhang et al., 2018)	79.37%	76.26%	73.76%
DiffPool-DET (Ying et al., 2018)	75.47%	75.62%	**82.13%**
DiffPool-NOLP (Ying et al., 2018)	79.98%	76.22%	75.58%
DiffPool (Ying et al., 2018)	80.64%	76.25%	75.48%
g-U-Nets (Ours)	**82.43%**	**77.68%**	77.56%

结论：g-U-Nets优于其它图池化方法

过平滑问题的若干缓解方案

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

➤ 消融实验

Models	Cora	Citeseer	Pubmed
g-U-Nets without gPool or gUnpool	$82.1 \pm 0.6\%$	$71.6 \pm 0.5\%$	$79.1 \pm 0.2\%$
g-U-Nets (Ours)	$\mathbf{84.4 \pm 0.6\%}$	$\mathbf{73.2 \pm 0.5\%}$	$\mathbf{79.6 \pm 0.2\%}$

结论：图池化增加节点感受野，提高模型准确率

Models	Cora	Citeseer	Pubmed
g-U-Nets without augmentation	$83.7 \pm 0.7\%$	$72.5 \pm 0.6\%$	$79.0 \pm 0.3\%$
g-U-Nets (Ours)	$\mathbf{84.4 \pm 0.6\%}$	$\mathbf{73.2 \pm 0.5\%}$	$\mathbf{79.6 \pm 0.2\%}$

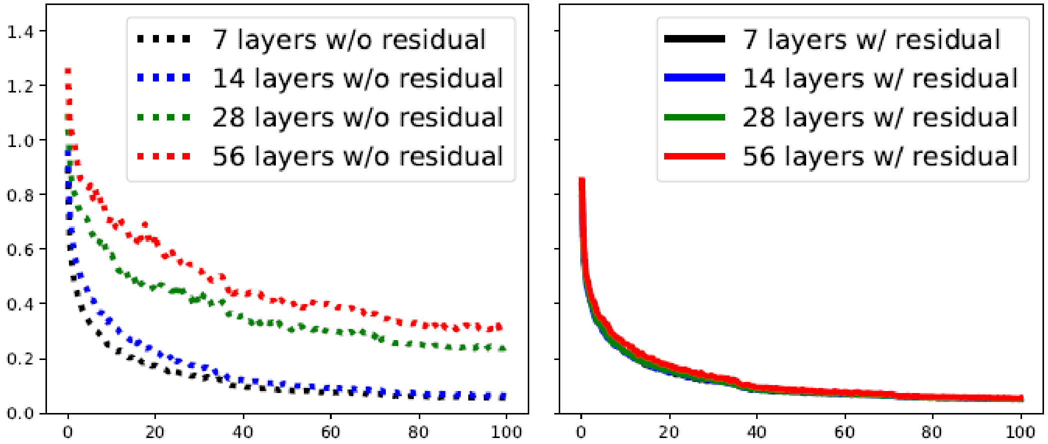
结论：图增广缓解图池化造成的图稀疏问题

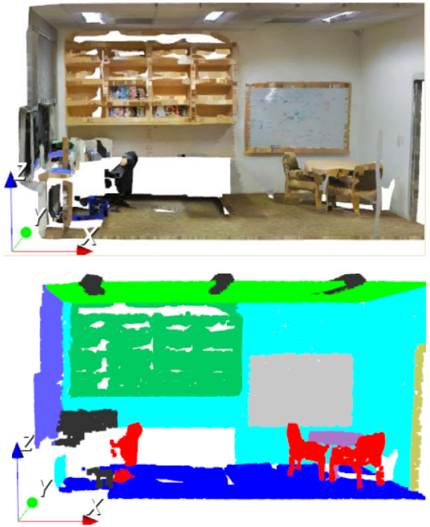
Depth	Cora	Citeseer	Pubmed
2	$82.6 \pm 0.6\%$	$71.8 \pm 0.5\%$	$79.1 \pm 0.3\%$
3	$83.8 \pm 0.7\%$	$72.7 \pm 0.7\%$	$79.4 \pm 0.4\%$
4	$\mathbf{84.4 \pm 0.6\%}$	$\mathbf{73.2 \pm 0.5\%}$	$\mathbf{79.6 \pm 0.2\%}$
5	$84.1 \pm 0.5\%$	$72.8 \pm 0.6\%$	$79.5 \pm 0.3\%$

结论：U-Net结构提升模型深度

过平滑问题的若干缓解方案

- 多层图卷积：梯度消失、过度平滑
- 借鉴：ResNet、DenseNet、Dilated Convolution（查阅第一节课）



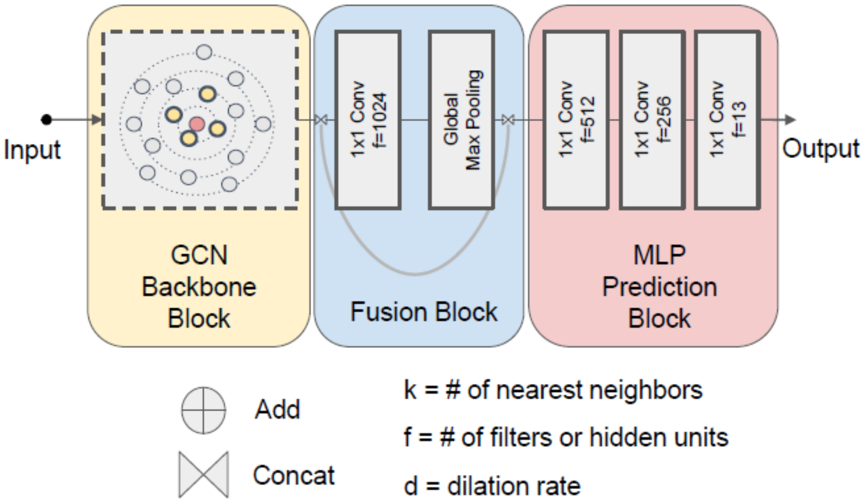


DeepGCNs: Can GCNs Go as Deep as CNNs? in ICCV 2019.

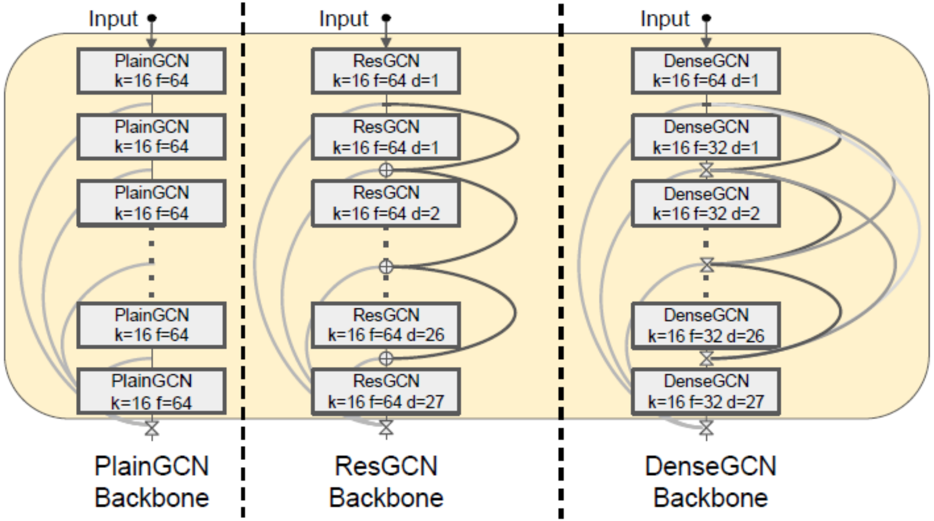
过平滑问题的若干缓解方案

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

➢ 应用：点云分割



(a) 点云分割模型基本框架



(b) 点云分割模型特征提取部分

过平滑问题的若干缓解方案

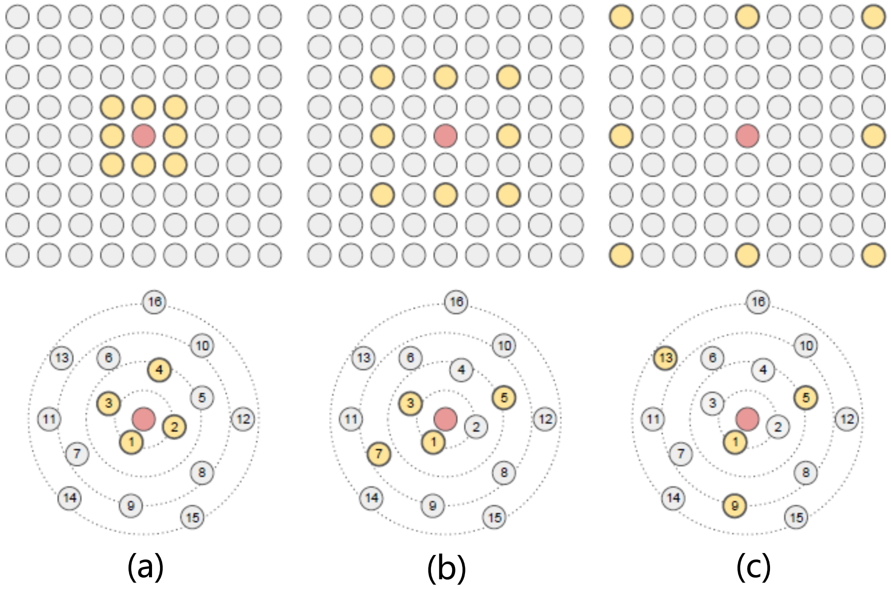
- 解决方案
  - Res-GCN：残差连接

$$
\begin{aligned}
\mathcal{G}_{l+1} &= \mathcal{H}(\mathcal{G}_l, \mathcal{W}_l) \\
&= \mathcal{F}(\mathcal{G}_l, \mathcal{W}_l) + \mathcal{G}_l = \mathcal{G}_{l+1}^{res} + \mathcal{G}_l .
\end{aligned}
$$

  - Dense-GCN：稠密连接

$$
\begin{aligned}
\mathcal{G}_{l+1} &= \mathcal{H}(\mathcal{G}_l, \mathcal{W}_l) \\
&= \mathcal{T}(\mathcal{F}(\mathcal{G}_l, \mathcal{W}_l), \mathcal{G}_l) \\
&= \mathcal{T}(\mathcal{F}(\mathcal{G}_l, \mathcal{W}_l), ..., \mathcal{F}(\mathcal{G}_0, \mathcal{W}_0), \mathcal{G}_0)
\end{aligned}
$$

  - Dilated GCN：膨胀卷积



膨胀图卷积示意图

过平滑问题的若干缓解方案

➤ 实验结果

Ablation	Model	mIoU	ΔmIoU	dynamic	connection	dilation	stochastic	# NNs	# filters	# layers
Reference	*ResGCN-28*	**52.49**	0.00	✓	⊕	✓	✓	16	64	28
Dilation		51.98	-0.51	✓	⊕	✓		16	64	28
		49.64	-2.85	✓	⊕			16	64	28
	PlainGCN-28	**40.31**	-12.18	✓				16	64	28
Fixed k-NN		48.38	-4.11		⊕			16	64	28
		43.43	-9.06					16	64	28
Connections	*DenseGCN-28*	**51.27**	-1.22	✓	⋈	✓	✓	8	32	28
		40.47	-12.02	✓		✓	✓	16	64	28
		38.79	-13.70	✓		✓	✓	8	64	56
		49.23	-3.26	✓		✓	✓	16	64	14
		47.92	-4.57	✓		✓	✓	16	64	7
Neighbors		49.98	-2.51	✓	⊕	✓	✓	8	64	28
		49.22	-3.27	✓	⊕	✓	✓	4	64	28
Depth	*ResGCN-56*	**53.64**	1.15	✓	⊕	✓	✓	8	64	56
	ResGCN-14	49.90	-2.59	✓	⊕	✓	✓	16	64	14
	ResGCN-7	48.95	-3.53	✓	⊕	✓	✓	16	64	7
Width	*ResGCN-28W*	**53.78**	1.29	✓	⊕	✓	✓	8	128	28
		49.18	-3.31	✓	⊕	✓	✓	32	32	28
		48.80	-3.69	✓	⊕	✓	✓	16	32	28
		45.62	-6.87	✓	⊕	✓	✓	16	16	28

过平滑问题的若干缓解方案

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

- 实验结论
  - 残差连接：提高准确率的关键方法，加入残差连接之后，各项模型性能都会获得有效提升（10%）
  - 稠密连接：性能提升同残差连接（10%），但是由于concat操作，会引入相当大的内存代价，因此推荐使用残差连接
  - 膨胀率：可在一定程度上提高模型准确率（2%-3%）
  - 动态K近邻：可提高模型准确率（4%），但带来相对较高的计算代价

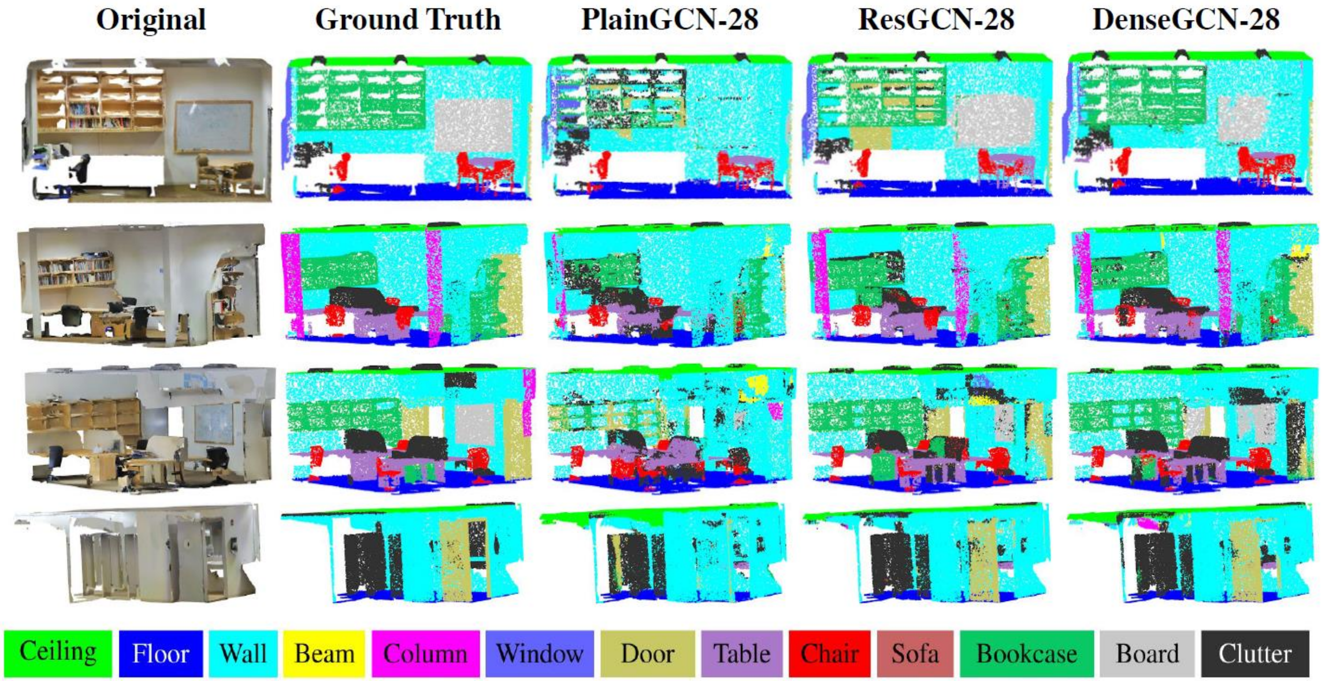
过平滑问题的若干缓解方案

- 实验结论
  - 近邻大小：邻居数量增多时，可提高性能（2%-3%）
  - 网络深度：只有当使用残差连接和膨胀卷积时，层数加深，才会提高网络性能
  - 网络宽度：提高宽度可以达到和提升深度相同的性能加持

Method	OA	mIOU	ceiling	floor	wall	beam	column	window	door	table	chair	sofa	bookcase	board	clutter
PointNet [27]	78.5	47.6	88.0	88.7	69.3	42.4	23.1	47.5	51.6	54.1	42.0	9.6	38.2	29.4	35.2
MS+CU [8]	79.2	47.8	88.6	**95.8**	67.3	36.9	24.9	48.6	52.3	51.9	45.1	10.6	36.8	24.7	37.5
G+RCU [8]	81.1	49.7	90.3	92.1	67.9	**44.7**	24.2	52.3	51.2	58.1	47.4	6.9	39.0	30.0	41.9
PointNet++ [29]	-	53.2	90.2	91.7	73.1	42.7	21.2	49.7	42.3	62.7	59.0	19.6	45.8	48.2	45.6
3DRNN+CF [49]	**86.9**	56.3	92.9	93.8	73.1	42.5	25.9	47.6	59.2	60.4	**66.7**	24.8	**57.0**	36.7	51.6
DGCNN [42]	84.1	56.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ResGCN-28 (*Ours*)	85.9	**60.0**	**93.1**	95.3	**78.2**	33.9	**37.4**	**56.1**	**68.2**	**64.9**	61.0	**34.6**	51.5	**51.1**	**54.4**

过平滑问题的若干缓解方案

➢ 点云分割结果可视化:



小结

- 空域图卷积
  - 理论基础：从谱域图卷积到空域图卷积
  - 技术路线：多阶拉普拉斯平滑
  - 潜在问题：过平滑现象
  - 解决方案：深度拓展、宽度拓展
- 下次内容
  - 图卷积的实践应用

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

谢谢大家

END