

REPORT 21/04/2018

FRA501 Principles of Model-based Design in Robotics

อาจารย์รัชชา ชูพจน์เจริญ

Quadrotor Dynamic Modelling

การโมเดลระบบของอากาศยานสี่ใบพัด

Member

นายจุฬภัทร จิรชัย	57340500013
นายเจตน์นัท หอมจันทนากุล	57340500015
นายวุฒิภัทร ไชคอนันตทรัพย์	57340500067

Institute of Field Robotics, KMUTT



ชื่อหัวข้อ	Quadrotor Dynamic Modelling การโมเดลระบบของอากาศยานสี่ใบพัด
รายวิชา	FRA501 Principles of Model-based Design in Robotics
สาขาวิชา	วิศวกรรมหุ่นยนต์และระบบอัตโนมัติ
คณะ	สถาบันวิทยาการหุ่นยนต์ภาคสนาม
สถาบัน	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ปีการศึกษา	2560

บทคัดย่อ

งานวิทยานิพนธ์นี้เป็นงานที่เกี่ยวกับการออกแบบและจัดทำแพลตฟอร์มหุ่นยนต์ฮิวมานอยด์ด้วยเครื่องพิมพ์สามมิติ จุดประสงค์คือเพื่อ

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ก
สารบัญ	ข
บทที่ 1 Introduction	1
บทที่ 2 System Description	2
2.1 Quadroter mathematical model.....	2
2.1.1 Preliminar notions	2
2.1.2 Euler angles	4
2.1.3 Quaternions	5
2.1.4 Qaudroter mathematical model.....	6
2.2 Explicit MPC Control.....	7
บทที่ 3 Simulation	8
บทที่ 4 Analysis/Discussion	9
บทที่ 5 Conclusion.....	10
เอกสารอ้างอิง.....	10

บทที่ 1

Introduction

อากาศยานสี่ใบพัด (quadrotor) คือเฮลิคอปเตอร์หลายใบพัด (multi-helicopter) ที่มีลักษณะใบพัดเรียงตัวกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือเป็นรูปทรงที่มีความสมมาตร เพื่อใช้ในการพยุงพาหนะและควบคุมทิศทางได้อย่างเป็นอิสระมากขึ้นเมื่อเทียบกับเฮลิคอปเตอร์ทั่วไป โดยในปัจจุบัน อากาศยานสี่ใบพัดได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้งานในหลากหลายรูปแบบ ยกตัวอย่างเช่น ด้านเกษตรกรรม(ใช้ในการฉีดยาป้องกันศัตรูพืชหรือตรวจสอบผลผลิตผลเพื่อช่วยเกษตรกร) ด้านอุตสาหกรรม(ใช้สำรวจรอยรั่วที่หลังคาของโรงงาน บ้านเรือน) ด้านการทหาร(ใช้ในการสำรวจพื้นที่ ตรวจสอบที่ตั้งของศัตรู) ด้านกู้ภัยฉุกเฉิน(ใช้ในการหาพื้นที่ประสบภัย ไฟไหม้) ด้านการบันเทิง(ใช้แปรรหัสเป็นรูปภาพและเคลื่อนไหวในรูปแบบต่างๆ) เป็นต้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าอากาศยานสี่ใบพัดนั้นสามารถนำไปใช้ได้หลากหลายทาง แต่ด้วยจำนวนของใบพัดที่มีมาก ทำให้ระบบมีกลไกและกระบวนการในการควบคุมที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ทางคณะผู้จัดทำจึงสนใจที่จะทำโครงการเกี่ยวกับอากาศยานสี่ใบพัด เพื่อศึกษาพลศาสตร์และ ออกแบบระบบควบคุม รวมไปถึงการจำลองการเคลื่อนที่ของอากาศยาน โดยทำผ่านโปรแกรมจำลอง และนำความรู้ทั้งหมดไปใช้ในการพัฒนาการทำงานของอากาศยานสี่ใบพัดต่อไปในอนาคต

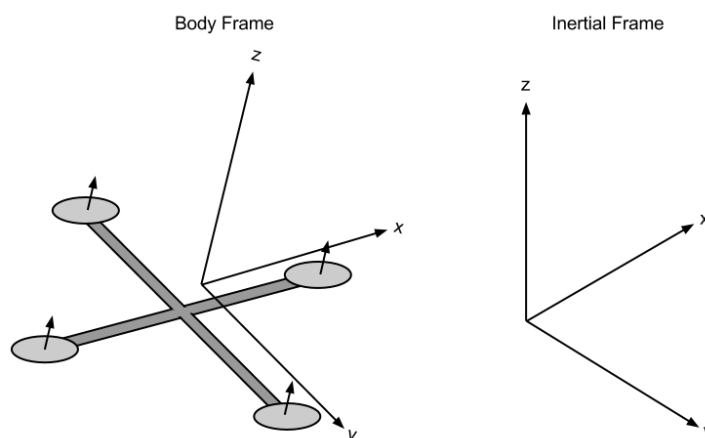
บทที่ 2

System Description

2.1 Quadrotor mathematical model

2.1.1 Preliminar notions

โดรนเป็นอากาศยานชนิดหนึ่งที่มีมอเตอร์เป็นตัวขับเคลื่อนอยู่ 4 ตัว มีบอร์ดควบคุมและสั่งการอยู่ตรงกลางระหว่างมอเตอร์ทั้งสี่ ก่อนจะหาสมการคณิตศาสตร์ของโดรนนั้น จะต้องเริ่มจากรู้จักเฟรมอ้างอิงก่อน เฟรมอ้างอิงนี้จะช่วยบอกได้ว่าตัวโดรนนั้นอยู่ที่ตำแหน่งไหน เอียงอย่างไรอยู่ เฟรมอ้างอิงของโดรนนั้นใช้เพียง 2 เฟรมด้วยกัน คือเฟรมที่อยู่กับที่ไม่ขยับไปไหน และเฟรมที่เคลื่อนที่ไปมา เฟรมแรกคือเฟรมที่อยู่กับที่นั่นมีชื่อว่า “Inertial frame” เฟรมนี้เอาไว้สำหรับใช้ในการอ้างอิงพื้นโลก โดยที่ทิศทางของแรงโน้มถ่วง (gravity) จะมีทิศทางไปทางแกน -Z ของ “Inertial frame” ส่วนเฟรมอีกอันคือ “Body frame” เฟรมนี้เอาไว้ใช้สำหรับในการบอกตำแหน่งและการเอียงของตัวโดรน โดยการบอกนั้นจะบอกเทียบกับ “Inertial frame” การตั้งเฟรมนี้นั้นจะให้แกน +Z ชี้ไปตามทิศของมอเตอร์ทั้งสี่ ดังรูปที่ 2.1

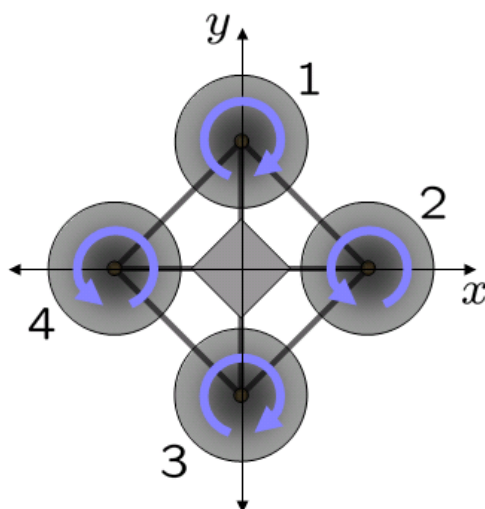


รูปที่ 2.1: เฟรมอ้างอิงของโดรน

การควบคุมตำแหน่งและท่าทางของโดรนนั้น เราสามารถควบคุมได้โดยการสั่งให้มอเตอร์ทั้งสี่ตัวมีความเร็วที่แตกต่างกัน เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยความเร็วไม่เท่ากันจะทำให้เกิดแรงและโมเมนต์ขึ้นที่ตัวโดรน แรงยกนั้นจะเกิดขึ้นจากการหมุนมอเตอร์ทั้งหมด ส่วนการเอียง Pitch (หมุนรอบแกน Y ของ Body frame), Roll (หมุนรอบแกน X ของ Body frame) จะเกิดจากความแตกต่างระหว่างแรงยกของมอเตอร์ทั้งสี่ตัว แรงโน้มถ่วงของโลก และ Yaw (หมุนรอบแกน Z ของ Body frame) เกิดจากการที่มอเตอร์หมุนด้วยความเร็วที่ไม่สมดุลกัน โดรนจะไม่หมุน Yaw หากมีมอเตอร์หมุนไปในทิศทางตรงกันข้ามกัน ดังนั้นทำให้เราสามารถแบ่งใบพัดของโดรนออกเป็น 2 กลุ่ม แต่ละกลุ่มจะมีทิศทางการหมุนตรงข้ามกันและอยู่ฝั่งตรงกันข้ามกัน

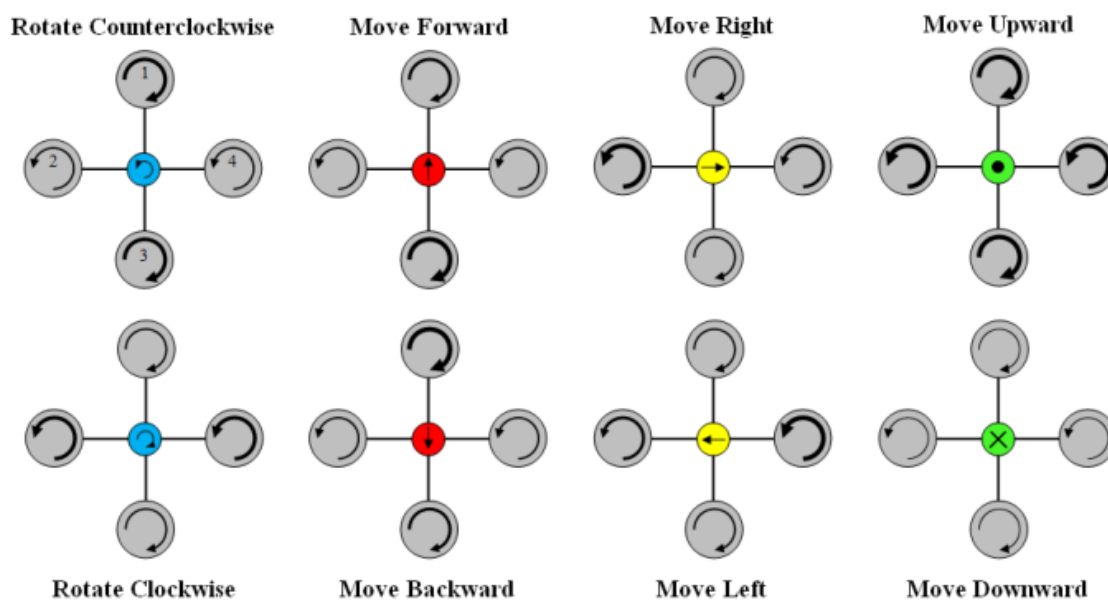
- ใบพัด หน้า และ หลัง (เลข 2 และเลข 4 ในรูปที่ 2.2) จะหมุนทวนเข็มนาฬิกา CCW
- ใบพัด ซ้าย และ ขวา (เลข 1 และเลข 3 ในรูปที่ 2.2) จะหมุนตามเข็มนาฬิกา CW

การเคลื่อนที่ในปริภูมิของโดรนนั้นเราสามารถแบ่งได้ออกเป็น 2 ส่วนคือ การเคลื่อนที่ตามแนวแกน และการเคลื่อนที่หมุนรอบแกน ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของโดรนนั้น หากนับองศาอิสระจะได้ทั้งหมดเป็น 6 องศาอิสระ โดย 6 องศาอิสระนี้คือ การเคลื่อนที่ตามแนวแกน 3 แกน (X Y Z) และการเคลื่อนที่หมุนรอบแกน (Roll Pitch Yaw) การควบคุมการเคลื่อนที่ใน 6 องศาอิสระนั้นสามารถทำได้โดยปรับความเร็วการหมุนของมอเตอร์ให้มีความแตกต่างกัน การเคลื่อนที่ไปข้างหน้า ถอยหลัง ไปด้านข้าง ขึ้นลง หมุนรอบ Roll Pitch Yaw, ที่โดรนสามารถหมุนรอบแกน Yaw ได้นั้นเกิดจากทอร์ค



รูปที่ 2.2: ทิศทางการหมุนของแต่ละใบพัด

ของมอเตอร์ทั้งสี่ ผลรวมของทอร์คจะส่งผลต่อความเร็วในการหมุนรอบแกน Yaw หากมอเตอร์ทุกตัวหมุนด้วยความเร็วเท่ากัน ผลรวมทอร์คจะมีค่าเท่ากับศูนย์ทำให้โดรนไม่หมุน แต่ถ้ามอเตอร์หมุนด้วยความเร็วไม่เท่ากัน จะทำให้ผลรวมทอร์คมีค่าไม่เท่ากับศูนย์จะส่งผลให้โดรนเกิดการหมุนรอบแกน Yaw ได้ ถ้ามอเตอร์ทุกตัวหมุนด้วยความเร็วเพิ่มขึ้นหรือลดลงพร้อมกันจะทำให้โดรนเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงตามแนวดิ่ง และด้วยการที่เรามี 4 Inputs แต่มี 6 Outputs นั้นทำให้การควบคุมโดรนเป็นแบบ Underactuated ซึ่งมีความซับซ้อนพอสมควร เพื่อที่จะคอนโทรลโดรนได้นั้น ให้สมมติว่าตัวโดรนเป็นวัตถุชิ้นเดียว (Rigid body) โครงสร้างมีความสมมาตร (Symmetric) ความเร็วของแต่ละมอเตอร์ จะทำให้ใบพัดมีแรงยก เราสามารถบอกลักษณะการเคลื่อนที่ของโดรนได้ ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3: ทิศทางการเคลื่อนที่ของโดรนเมื่อมอเตอร์หมุนด้วยความเร็วต่างๆ

2.1.2 Euler angles

มุมออยเลอร์เป็นมุม 3 มุมที่คิดโดย Leonhard Euler เพื่อที่จะเอาไว้ใช้อธิบายการเอียงของวัตถุในปริภูมิ ใช้ตัวแปรเพียงแค่ 3 ตัวเท่านั้น การบอกมุมออยเลอร์สามารถบอกได้หลายวิธี ในที่นี้เราใช้ ZYX Euler angles ในการอธิบายมุมเอียงของเฟรมอ้างอิงที่เราสนใจเทียบกับเฟรมอ้างอิงเฟรมอื่น มุมออยเลอร์เกิดจากการหมุนเฟรมรอบแกนสามแกน มาหมุนเรียงต่อกัน ต่อไปจะเป็นการรวมเมทริกการหมุนสามแกนเข้าด้วยกัน

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & s(\phi) & c(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

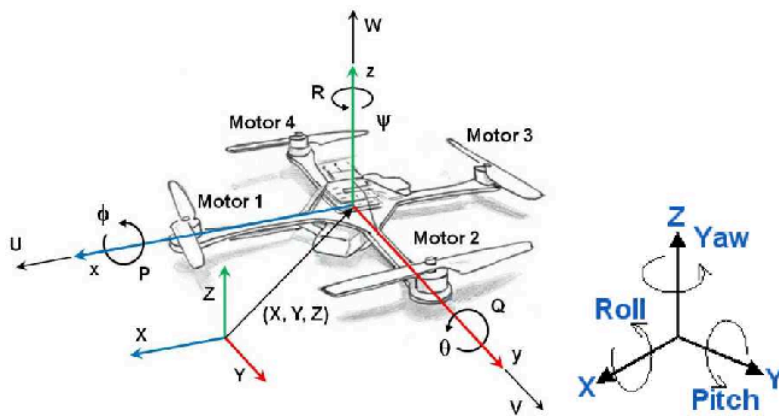
$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} c(\theta) & 0 & s(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\theta) & 0 & c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} c(\psi) & -s(\psi) & 0 \\ s(\psi) & c(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

โดยที่ $c(\phi) = \cos(\phi)$, $s(\phi) = \sin(\phi)$, $c(\theta) = \cos(\theta)$, $s(\theta) = \sin(\theta)$, $c(\psi) = \cos(\psi)$, $s(\psi) = \sin(\psi)$ จากเมทริกการหมุนแสดงให้เห็นว่า “Inertial frame” และ “Body frame” มีความสัมพันธ์กันเป็นเมทริกการหมุนคือ $R_{zyx}(\phi, \theta, \psi)$

$$\begin{aligned} R_{zyx}(\phi, \theta, \psi) &= R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) \\ &= \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

เมทริกจากสมการที่ 2.4 เป็นเมทริกที่อธิบายถึงการหมุนจาก “Body frame” ไปยัง “Inertial frame” ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4: ภาพแสดงการบอกเมทริกการหมุนของ Body frame

2.1.3 Quaternions

ในบางครั้งหรือบางกรณี Euler angles อาจจะทำให้เกิด Gimbal lock ได้ ซึ่งจะทำให้การควบคุมเสียไป 1 องศาอิสระ เพื่อที่จะหลีกเลี่ยงเหตุการณ์นี้จึงได้นำ quaternions มาใช้ quaternions ใช้เพื่อที่จะบอกมุมเอียงของวัตถุใดๆ ได้เหมือนกับ Euler angles โดยที่เราสามารถแปลง Euler angles ให้เป็น quaternions ได้จากสมการที่ 2.5

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\frac{\phi}{2})c(\frac{\theta}{2})c(\frac{\psi}{2}) + s(\frac{\phi}{2})s(\frac{\theta}{2})s(\frac{\psi}{2}) \\ s(\frac{\phi}{2})c(\frac{\theta}{2})c(\frac{\psi}{2}) + c(\frac{\phi}{2})s(\frac{\theta}{2})s(\frac{\psi}{2}) \\ c(\frac{\phi}{2})s(\frac{\theta}{2})c(\frac{\psi}{2}) + s(\frac{\phi}{2})c(\frac{\theta}{2})s(\frac{\psi}{2}) \\ c(\frac{\phi}{2})c(\frac{\theta}{2})s(\frac{\psi}{2}) + s(\frac{\phi}{2})s(\frac{\theta}{2})c(\frac{\psi}{2}) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

และเราสามารถที่จะเขียนแมทริกการหมุนให้อยู่ในรูปของ quaternions ได้ดังสมการที่ 2.6

$$R_{zyx}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_1q_2 - q_3q_4) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

2.1.4 Qaudroter mathematical model

ในส่วนนี้จะเป็นการอธิบายสมการการเคลื่อนที่ของโดรน โดยใช้สมการของ Newton และ Euler มาช่วยในการอธิบายพลวัต (Dynamics) ของโดรน เพื่อใช้ทำแบบจำลอง (Simulating) และควบคุม (Controlling) ทำทางของโดรนด้วย เริ่มจากให้ $[x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ เป็นเวกเตอร์ที่บอกตำแหน่งและมุม (linear/angular position) ของโดรนโดยเทียบจากเฟรมโลก (Inertial frame) และ $[u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$ เป็นเวกเตอร์ที่บอกความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุม (linear/angular velocity) ของโดรนโดยเทียบจากเฟรมโดรน (Body frame) พลวัตของโดรนจะเปิดจากเฟรมอ้างอิงสองเฟรมนี้มีความสัมพันธ์กัน

$$\begin{aligned}\nu &= R\nu_B \\ \omega &= T\omega_B\end{aligned}\tag{2.7}$$

โดยที่ $\nu = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$, $\omega = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$, $\nu_B = [u \ v \ w]^T$, $\omega_B = [p \ q \ r]^T$ และ T เป็นแมทริกซ์การแปลงมุมการหมุน (angular transformation)

$$T = \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & c(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & \frac{s(\phi)}{c(\theta)} & \frac{c(\phi)}{c(\theta)} \end{bmatrix}\tag{2.8}$$

โดยที่ $t(\theta) = \tan(\theta)$ ดังนั้นเราจะได้สมการจลศาสตร์ (Kinematic model) ของโดรนเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w[s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta)] - v[c(\phi)s(\psi) - c(\psi)s(\phi)s(\theta)] + u[c(\psi)c(\theta)] \\ v[c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta)] - w[c(\psi)s(\phi) - c(\phi)s(\psi)s(\theta)] + u[c(\theta)s(\psi)] \\ w[c(\phi)c(\theta)] - u[s(\theta)] + v[c(\theta)s(\phi)] \\ p + r[c(\phi)t(\theta)] + q[s(\phi)t(\theta)] \\ q[c(\phi)] - r[s(\phi)] \\ r\frac{c(\phi)}{c(\theta)} + q\frac{s(\phi)}{c(\theta)} \end{bmatrix}\tag{2.9}$$

จากกฎของนิวตันระบุความสัมพันธ์ของแรงรวมที่กระทำต่อโดรนดังเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$m(\omega_B \wedge \nu_B + \dot{\nu}_B) = \mathbf{f}_B\tag{2.10}$$

โดย m คือน้ำหนักของโดรน, \wedge คือ cross product และ $\mathbf{f}_B = [f_x \ f_y \ f_z]^T \in \mathbf{R}^3$ คือแรงรวมจากสมการออยเลอร์ ให้แรงบิดรวมที่ใช้กับโดรน เป็นไปดังนี้

$$I\dot{\omega}_B + \omega_B \wedge (I\omega_B) = \mathbf{m}_B\tag{2.11}$$

โดย $\mathbf{m}_B = [m_x \ m_y \ m_z]^T \in \mathbf{R}^3$ เป็นแรงบิดรวม และ I เป็นเมทริกซ์ของความเฉื่อย :

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \wedge \mathbf{R}^{3 \times 3}\tag{2.12}$$

ดังนั้น จะได้ dynamic model ของโดรนโดยอ้างอิง body frame ดังนี้

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m(\dot{u} + qw - rv) \\ m(\dot{v} - pw + ru) \\ m(\dot{w} + pv - qu) \\ \dot{p}I_x - qrI_y + qrI_z \\ \dot{q}I_y + prI_x - prI_z \\ \dot{r}I_z - pqI_x + pqI_y \end{bmatrix}\tag{2.13}$$

ซึ่งระบบต่าง ๆ จะเป็นไปตามสมการข้างต้นเมื่อกำหนดให้จุด origin และ body frame ตรงกับจุดเซนทรอยด์และ principal axes ของโดรน

2.2 Explicit MPC Control

บทที่ 3

Simulation

บทที่ 4

Analysis/Discussion

บทที่ 5

Conclusion