Cechy modeli obiektów

- Istotnie monotoniczna odpowiedź skokowa jest wtedy kiedy indeks monotoniczności α należy do przedziału od 0.8 do 1.

$$\alpha \triangleq \frac{\int_0^\infty g(t)dt}{\int_0^\infty |g(t)|\,dt} \quad \text{spełnia} \quad \alpha \in [0.8; 1.0]$$

- Średni czas rezydowania to szacunkowy czas, po którym istotnie ujawnia się wpływskokowego sygnału wejściowego obiektu na sygnał odpowiedzi y(t) obiektu.

$$T_{\text{ar}} \triangleq \frac{\int_0^\infty tg(t)dt}{\int_0^\infty g(t)dt} = \frac{-1}{G(0)}\frac{dG}{ds}(0)$$

$$G(s) = \frac{K(1+sT_1^L)\ldots(1+sT_m^L)}{(1+sT_1)(1+sT_2)\ldots(1+sT_n)}e^{-sT_0}, \quad m \leqslant n, \quad T_{\text{ar}} = T_0 + T_1 + T_2 + \ldots + T_n - T_1^L - \ldots - T_m^L$$

- Wzmocnienie statyczne i graniczne

$$\underbrace{G(0) = k_0}_{\text{wzmocnienie statyczne}} \quad , \quad \underbrace{G(\infty) = k_\infty}_{\text{wzmocnienie graniczne}}$$

$$K = \frac{y(\infty)}{A_u},$$

- Wzmocnienie prędkościowe, dla transmitancji z jednym biegunem

$$K_v = [sG(s)]|_{s=0}$$

Nieliniowe ograniczenia sterowania i niepewność modelu

Jeżeli dynamika elementu wykonwaczego jest bardzo szybka w porównaniu do dynamiki zasadniczego procesu, wówczas w modelu obiektu często pomija się dynamikę aktuatora,a pozostawia tylko kluczowy dla sterowania efekt statyczny o charakterze nieliniowym

ograniczenie **symetryczne** względem zera

$$\bar{u} = \text{sat}(u, u_m) \triangleq \min\{|u|, u_m\} \cdot \text{sign}(u)$$

ograniczenie **niesymetryczne** względem zera

$$\bar{u} = \text{Sat}(u, u_m^\pm) \triangleq \begin{cases} u_m^+ & \text{dla} \quad u \geqslant u_m^+ \\ u & \text{dla} \quad u_m^- < u < u_m^+ \\ u_m^- & \text{dla} \quad u \leqslant u_m^- \end{cases}$$

- Model kalbracyjny G(s)- szczegółowy i względnie precyzyjny model obiektu (aproksymacja rzeczywistego obiektu).

- Model nominalny $\hat{G}(s)$- model obiektu wykorzystywany do projektowania URA

Błąd addytywny AME:

$$G_\epsilon(s) \triangleq \hat{G}(s) - G(s)$$

Błąd multiplikatywny MME:

$$G_\Delta(s) \overset{(8)}{=} \frac{G_\epsilon(s)}{G(s)}$$

MME ma zazwyczaj charakter górnoprzepustowy, czyli błąd MME wzrasta wraz ze wzrostem częstotliwości.

Redukcja modelu obiektu

Pozwala uprościć projektowanie URA, ale powinna zachowywać elementy modelu kluczowe dla sterowania. Ograniczone jest pasmo częstotliwości, dla której model jes zasadny (tylko do pewnej częstotliwości granicznej).

- Aproksymacja wymierna elementu opóźniającego

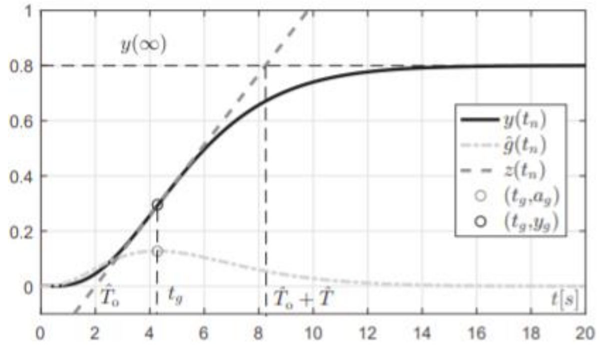
$$e^{-sT_o} \approx (1 - sT_o)$$

$$e^{-sT_o} = \frac{1}{e^{sT_o}} \approx \frac{1}{(1 + sT_o)}$$

$$e^{-sT_o} = \frac{e^{-s\frac{T_o}{2}}}{e^{+s\frac{T_o}{2}}} = \frac{\overbrace{e^{-s\frac{T_o}{2n}} \ldots e^{-s\frac{T_o}{2n}}}^{n \text{ razy}}}{e^{+s\frac{T_o}{2n}} \ldots e^{+s\frac{T_o}{2n}}} \approx \frac{(1 - \frac{T_o}{2n}s)^n}{(1 + \frac{T_o}{2n}s)^n}$$

- Redukcja modelu NOTD do FOTD metodą odpowiedzi skokowej

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(1 + sT_1) \ldots (1 + sT_n)} e^{-sT_o} \overset{?}{\Longrightarrow} \hat{G}(s) = \frac{\hat{K}}{1 + s\hat{T}} e^{-s\hat{T}_o}$$



$$\hat{K} = \frac{y(t \to \infty)}{A_u} \equiv K$$

$$\hat{T}_o = \frac{a_g t_g - y_g}{a_g}, \qquad \hat{T} = \frac{A_u \hat{K}}{a_g}$$

Aproksymacja odp. impulsowej:

$$\hat{g}(t_n) = \frac{y(t_n) - y(t_{n-1})}{t_n - t_{n-1}} \approx g_o(t_n)$$

- Redukcja metodą połówkową Skogestad'a

$$G(s) = k\frac{(1 - sT_1^L)(1 - sT_2^L)\dots(1 - sT_m^L)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)\dots(1 + sT_n)}e^{-\tau s}$$

Stałe czasowe mianownika są uporządkowane od największej do najmniejszej.

Zasada: największa pomijalna podczas redukcji stała czasowa Tl modelu jest po połowie rozdzielana między efektywne opóźnienie transportowe i najmniejszą pozostawianą stałą czasową w modelu zredukowanym. Wypadkowy czas opóźnienia w modelu zredukowanym dodatkowo zawiera poza opóźnieniem także wszystkie pozostałe odrzucane stałe czasowe z licznika i mianownika modelu. Pulsacja graniczna spełnia nierówność:

$$\omega_g < \frac{\delta}{(T_h + T_l/2)}, \qquad \delta \in \{0.1; 0.2\}$$

Obiekty trudne w sterowaniu

- Obiekty z dominującym opóźnieniem czasowym

Dla obiektów o postacji

$$G(s) = \frac{L(s)}{M(s)}e^{-sT_o}, \quad \deg(M(s)) \geqslant \deg(L(s)), \quad T_o > 0$$

o istotnie monotonicznej odpowiedzi skowej wprowadza się wskaźnik- znormalizowany czas opóźnienia:

$$\mu \triangleq \frac{T_o}{T_{\mathrm{ar}}}$$

Jeżeli jest on większy lub równy 0, ale dużo mniejszy od 1 to obiekt jest łatwy w sterowaniu. Jeżeli jest dużo większy od 0 mniejszy lub równy 1 to obiekt jest trudny w sterowaniu.

- Regulator PID ma ograniczoną skuteczność tłumienia zaburzenia w przypadku zmienności sygnału zaburzenia w czasie.
- Obiekty rzędu n>3 z modali słabo tłumionymi

$$G(s) = \frac{K\omega_{0a}^2\omega_{0b}^2 L(s)}{(s^2 + 2\xi_a\omega_{0a}s + \omega_{0a}^2)(s^2 + 2\xi_b\omega_{0b}s + \omega_{0b}^2)M(s)}, \quad \boxed{0 < \xi_a, \xi_b \ll 1}$$

- Obiekty silnie nieliniowe, gdzie silna nieliniowość skutkuje jakościową zmianą własności dynamicznych obiektu przy zmianie jego punktu pracy. Sterownik liniowy można stosować w niewielkim otoczeniu wybranego punktu pracy. Można przełączać między sterownikami liniowymi, przy zmianie punktów pracy albo użyć sterownika nieliniowego.