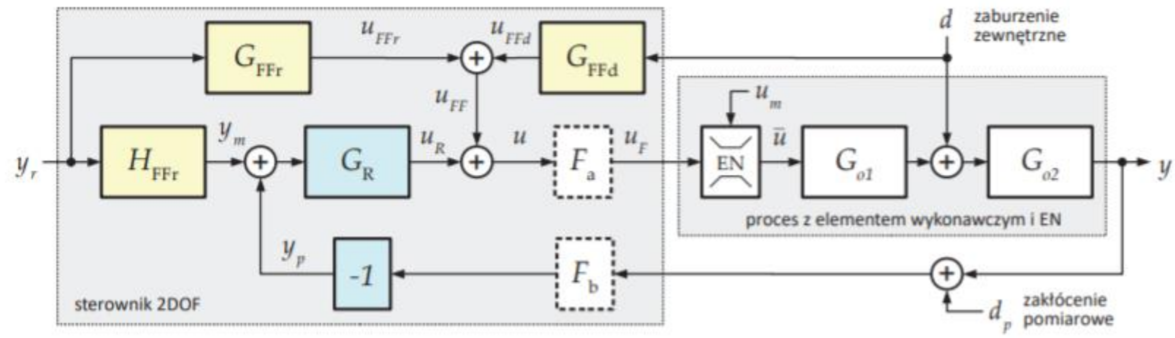
Stopnie swobody URA

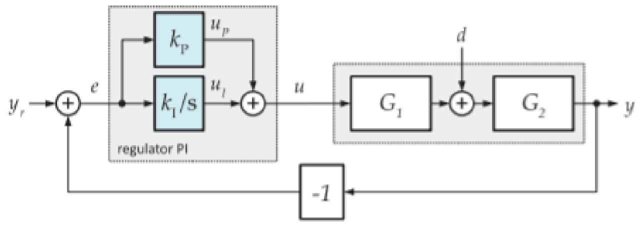


Sterownik może mieć w układzie sterowania dwa stopnie swobody:

1. Sprzężenie zwrotne FB
2. Sprzężenie wyprzedzające FF od sygnału referencyjnego lub zaburzenia

Sterownik 1DOF

- Regulator PI



$$U(s) = \overbrace{\left[k_P + \frac{k_I}{s}\right]}^{G_R(s)} E(s)$$

$$= k_P\left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)E(s), \quad T_I = \frac{k_P}{k_I}$$

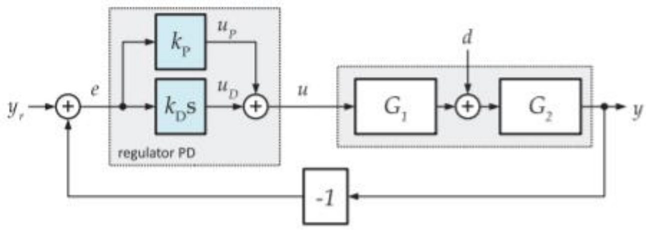
Blok I pozwala na uzyskanie uchybu ustalonego równego 0, dla stałego zaburzenia i sygnału referencyjnego. Wprowadza on pojedyncze zero do układu zamkniętego. Może wystąpić zjawisko windup, gdy w obiekcie ujawnia się EN.

Jeżeli wprowadzone zero jest dodatnie to można je kompensować filtrem:

$$H_{\mathrm{FFr}}(s) \triangleq \frac{1}{(k_P/k_I)s + 1}$$

Jeżeli zero jest mniejsze od zera do nie można skompensować jego wpływu i transmitancja układu zamkniętego jest nieminimalnofazowa.

- Regulator PD



$$U(s) = \overbrace{(k_P + k_D s)}^{G_R(s)} E(s)$$

$$= k_P(1 + T_D s)E(s), \quad T_D = \frac{k_D}{k_P}$$

Blok D różniczkuje uchyb i pozwala na modyfikację tłumienia w układzie zamkniętym. Umożliwia ograniczenie/ eliminację oscylacji poprzez zwiększenie w URA poprzez większe tłumienie.

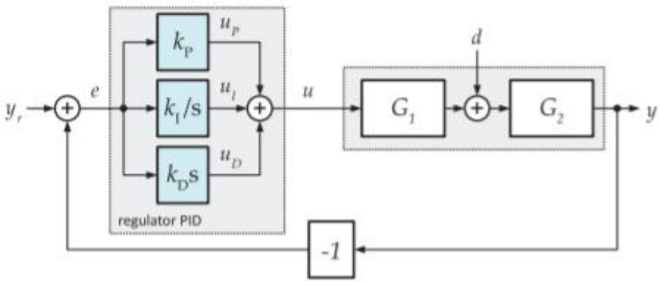
Wprowadza zero do transmitancji układu zamkniętego. Jeżeli uchyb ma być sprowadzony do 0 to transmitancja obiektu musi mieć zerowy biegun.

Dl dodatniego zera można je kompensować:

$$H_{\mathrm{FFr}}(s) \triangleq \frac{1}{(k_D/k_P)s+1}$$

Jak zero jest mniejsze od 0 to nie da się go kompensować.

- Regulator PID



$$U(s) = \overbrace{\left(k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s\right)}^{G_R(s)} E(s)$$
$$= k_P\left(1 + \frac{1}{sT_I} + T_D s\right)E(s),$$
$$T_D = \frac{k_D}{k_P}, \qquad T_I = \frac{k_P}{k_I}$$

Możemy całką sprowadzić uchyb do 0 w stanie ustalony, możemy modyfikować tłumienie blokiem D. Wprowadzane są dwa zera do transmitancji układu zamkniętego. Może pojawić się zjawisko windup.

Komepensacje zer z LHP można przeprowadzić filtrem:

$$H_{\mathrm{FFr}}(s) \triangleq \frac{1}{\frac{k_D}{k_I}s^2 + \frac{k_P}{k_I}s + 1}$$

- Przemysłowe struktury PID

$$G_{\mathrm{PID}}(s) = k_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \quad \text{(wersja standardowa, tzw. regulator ISA-PID)}$$

$$G_{\mathrm{PID}}(s) = k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s \quad \text{(wersja równoległa / bez interakcji torów)}$$

$$G_{\mathrm{PID}}(s) = k_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)(1 + T_d s) \quad \text{(wersja szeregowa)}$$

- k_P – wzmocnienie proporcjonalne (P-Gain)
- T_I – stała czasowa zdwojenia (Integral Time Constant)
- T_D – stała czasowa wyprzedzenia (Derivative Time Constant)
- $k_I = (k_P/T_I)$ – wzmocnienie bloku całkującego (I-Gain)
- $k_D = (k_P T_D)$ – wzmocnienie bloku różniczkującego (D-Gain)
- $PB = (1/k_P)100\%$ – zakres proporcjonalności (P-Band); wynika z równania: $|u_{P\%}| = |k_P \cdot e_{\%}| = 100\%$

Praktyczna struktura bloku D

$$G_D(s) = \frac{T_D s}{1 + \eta T_D s} = \underbrace{\frac{1}{\eta}\left(1 - \frac{1}{1 + \eta T_D s}\right)}_{\text{implementacja bez różniczkowania}}, \qquad \text{typowo} \quad \eta \in [0.05; 0.5]$$

- $G_{\mathrm{PID1}}(s) = k_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \quad \Rightarrow \quad G_{\mathrm{PID1}}(\infty) = \infty$
- $G_{\mathrm{PID2}}(s) = k_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1+\eta T_D s}\right) \quad \Rightarrow \quad G_{\mathrm{PID2}}(\infty) = k_P(1 + 1/\eta) < \infty$

Czy stosować blok I w regulatorze?

- ✓ Pozwala na uzyskanie uchybu ustalonego równego 0, gdy zaburzenie jest stałe i referencja jest stała
- ✓ Umożliwia początkowe przyspieszenie rekacji URA na skokową zmianę sygnału referencyjnego- w wyniku wprowadzenia zera w układzi zamkniętym
- ✓ Nie trzeba znać modelu dokładnie
- o Zwiększa rząd dynamiki układu zamkniętego
- o Może prowadzić do niegasnących oscylacji wokół stanu ustalonego w układach nieliniowych
- o Efekt windup
- o Zero może zwiększyć koszt sterowania

Wniosek: należy stosować blok I w celu uzyskania zerowego uchybu ustalonego.

Czy stosować blok D w regulatorze?

- ✓ Pozwala na modyfikację tłumienia w układzi zamkniętym- zwiększenie zapasu stabilności
- ✓ Umożliwia początkowe przyspieszenie reakcji URA na skokową zmianę referencji
- ✓ Nie trzeba znać modelu
- ✓ Pozwala na rekonstrukcję pochodnej po czasie sygnału różniczkowanego
- o Wzmacnia wysokoczęstotliwościowe zakłócenia zawarte w sygnale różniczkowanym
- o Generuje udar sygnału sterującego, jeżeli różniczkowany sygnał jest nieciągły
- o Zero może zwiększyć koszt sterowania

Wniosek: należy stosować jak chcemy zwiększyć tłumienie w układzie zamkniętym- powiększenie zapasu stabilności gdy n>=2 (stosujemy D dla y(t)) albo jak należy skrócić czas narastania odpowiedzi URA przy skoku y_ref (stosujemy w torze uchybu).

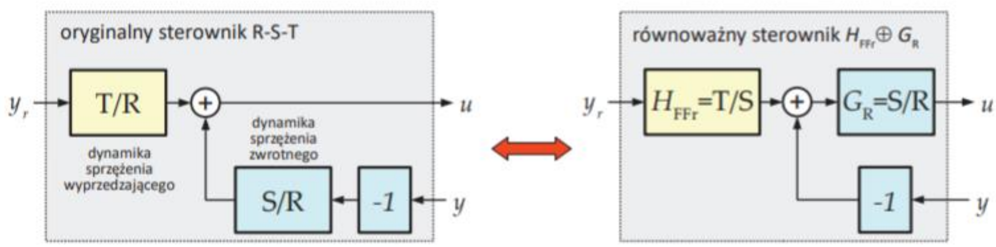
Sterowniki 2DOF

- Ogólny liniowy sterownik 2DOF w strukturze R-S-T

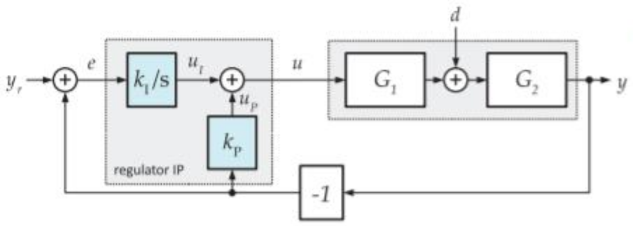
$$R(\delta)U(\delta) = -S(\delta)Y(\delta) + T(\delta)Y_r(\delta) \quad \Rightarrow \quad U(\delta) = -\frac{S(\delta)}{R(\delta)}Y(\delta) + \frac{T(\delta)}{R(\delta)}Y_r(\delta)$$

$$\begin{aligned} R(\delta) &\triangleq r_0 + r_1\,\delta + r_2\,\delta^2 + \ldots + r_{n_R}\,\delta^{n_R}, && \deg R = n_R \\ S(\delta) &\triangleq s_0 + s_1\,\delta + s_2\,\delta^2 + \ldots + s_{n_S}\,\delta^{n_S}, && \deg S = n_S \\ T(\delta) &\triangleq t_0 + t_1\,\delta + t_2\,\delta^2 + \ldots + t_{n_T}\,\delta^{n_T}, && \deg T = n_T \end{aligned}$$

$\delta \triangleq s$ lub $\delta \triangleq z$ lub $\delta \triangleq q^{-1}$



- Sterownik IP

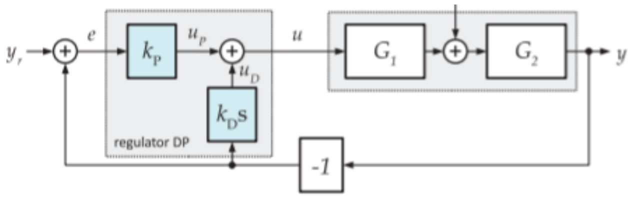


$$
\begin{aligned}
U(s) &= \frac{k_I}{s}E(s) - k_P Y(s) \\
&= -\left(\frac{k_I}{s}+k_P\right)Y(s) + \frac{k_I}{s}Y_r \\
&= \left[\frac{k_I}{k_P s + k_I}Y_r(s) - Y(s)\right]\left(k_P + \frac{k_I}{s}\right) \\
&= \left(k_P + \frac{k_I}{s}\right)E(s) - k_P Y_r(s)
\end{aligned}
$$

Sterownik IP ma równoważną interpretację w strukturach:
R-S-T, $H_{\mathrm{FFr}} \oplus G_R$, $G_R \oplus G_{\mathrm{FFr}}$

Nie wprowadza zera do układu zamkniętego

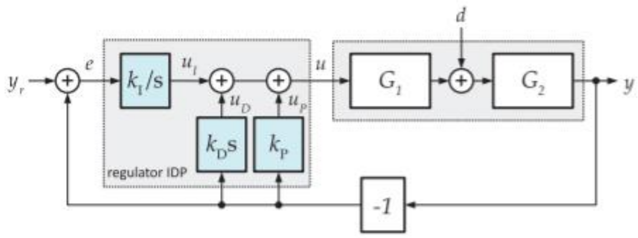
- Sterownik DP



$$
\begin{aligned}
U(s) &= k_P E(s) - k_D s Y(s) \\
&= -\left(k_P + k_D s\right)Y(s) + k_P Y_r \\
&= \left[\frac{k_P}{k_P + k_D s}Y_r(s) - Y(s)\right]\left(k_P + k_D s\right) \\
&= \left(k_P + k_D s\right)E(s) - k_D s Y_r(s)
\end{aligned}
$$

Sterownik DP ma równoważną interpretację w strukturach:
R-S-T, $H_{\mathrm{FFr}} \oplus G_R$, sterownika $G_R \oplus G_{\mathrm{FFr}}$

- Sterownik IDP



$$
\begin{aligned}
U(s) &= \frac{k_I}{s}E(s) - (k_D s + k_P)Y(s) \\
&= -G_{\mathrm{PID}}(s)Y(s) + \frac{k_I}{s}Y_r(s) \\
&= \left[\frac{Y_r(s)}{\frac{k_D}{k_I}s^2 + \frac{k_P}{k_I}s + 1} - Y(s)\right]G_{\mathrm{PID}}(s) \\
&= G_{\mathrm{PID}}(s)E(s) - (k_D s + k_P)Y_r(s)
\end{aligned}
$$

gdzie $G_{\mathrm{PID}}(s) = k_P + (k_I/s) + k_D s$

Sterownik IDP ma równoważną interpretację w strukturach:
R-S-T, $H_{\mathrm{FFr}} \oplus G_R$, sterownika $G_R \oplus G_{\mathrm{FFr}}$

- Rozszerzona wersja ISA-PID

$$
U(s) \triangleq k_P \left[\underbrace{[bY_r(s) - Y(s)]}_{\text{uchyb ważony } E_P(s)} + \frac{1}{sT_I}\underbrace{[Y_r(s) - Y(s)]}_{\text{uchyb } E(s)} + \frac{sT_D}{1 + s\eta T_D}\underbrace{[cY_r(s) - Y(s)]}_{\text{uchyb ważony } E_D(s)}\right]
$$

Dla $b = 1$ i $c = 1$ otrzymujemy regulator PID (tu: z rzeczywistym blokiem różniczkującym).

Obecność współczynników $b \neq 1$ i/lub $c \neq 1$ czyni sterownik ISA-PID sterownikiem 2DOF.

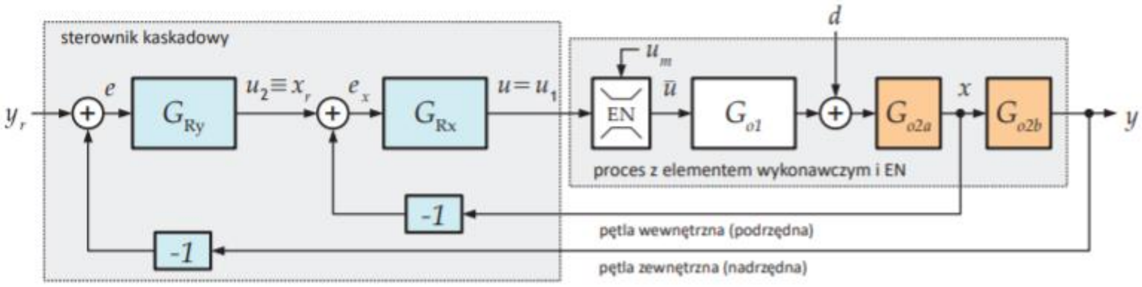
Dla $b = 0$ i $c = 0$ otrzymujemy sterownik IDP (tu: z rzeczywistym blokiem różniczkującym).

- Sprzężenie wyprzedzające

$$u_{\mathrm{FF}}(t) = u_{\mathrm{FFr}}(t) + u_{\mathrm{FFd}}(t)$$

Uffr(t) jest odpowiedzialna za prowadzenie y(t) wzdłuż sygnału referencyjnego w warunkach nominalnych. Składowa Uffd(t) jest składową wyprzedzającą wpływ zaburzenia ma sygnał regulowany. Zaburzenie musi być mierzalne.

- Układ kaskadowy



Układ taki szybciej reaguje na zaburzenia.