Université Lille 1 - Sciences et Technologies
Licence Informatique 2009–2010

UE AL - Automates et Langages

Correction de l'Interrogation Écrite n°2 - Groupe 3

Langages rationnels, expressions rationnelles et automates finis

Exercice 1 : ***Langages et expressions rationnels***

Q 1 . Parmi les expressions rationnelles suivantes, **quelles sont celles** représentant des mots contenant autant de fois la lettre *a* que la lettre *b* ?

1. $(a.b)^*$
2. $\big(a.(b+b.a.b)\big).(a.b)^+$
3. $\big((b.a+a.b).b+a\big).a$
4. $(a+b)^*$
5. $a.b^*$

Correction: Les expressions représentant des mots contenant autant de fois la lettre *a* que la lettre *b* sont :

1. $(a.b)^*$
2. $\big(a.(b+b.a.b)\big).(a.b)^+$

Ce n'est pas le cas des expressions :

1. $\big((b.a+a.b).b+a\big).a$, car elle reconnait le mot aa;
2. $(a+b)^*$, car elle reconnait le mot a;
3. $a.b^*$, car elle reconnait le mot abb.

Q 2 . Soit l'alphabet $Y = \{+,-,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,x,y,z\}$. Donner une expression régulière décrivant l'ensemble des M mots sur Y qui représentent un entier relatif pair. Dans cet exercice, nous considérons qu'un entier relatif est une suite de chiffres entre 0 et 9, éventuellement précédée du signe + ou -.

Correction: Les entiers relatifs pairs finissent toujours par un nombre pair (c'est à dire 0, 2, 4, 6 ou 8). On a donc : $M = ("+"+"\text{-}"+\epsilon).(0+1+2+3+4+5+6+7+8+9)^*.(0+2+4+6+8)$

Q 3 . Soit l'alphabet $X = \{a\}$. Trouver deux langages L_1 et L_2 montrant que l'affirmation suivante est fausse :

$$\text{Si } L_1^* = L_2^*, \text{ alors } L_1 = L_2$$

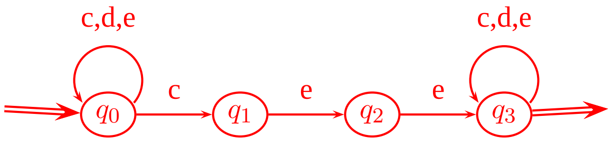
Correction: On sait que a^* représente l'ensemble de tous les mots que l'on puisse exprimer avec l'alphabet $X = \{a\}$. Il en va de même pour $(a+\epsilon)^*$. On a donc $a^* = (a+\epsilon)^*$. Pourtant, on sait que $a \neq a+\epsilon$. Par conséquent, $L_1 = a$, et $L_2 = a+\epsilon$ sont des langages pour lesquels l'affirmation du sujet est fausse.

Exercice 2 : ***Automates finis***

Q 1 . Soit un alphabet $X = \{c, d, e\}$.

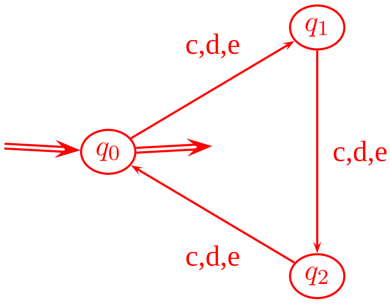
Q 1.1. Soit L l'ensemble des mots sur l'alphabet X contenant la chaine *cee*. Proposez un automate fini reconnaissant l'ensemble des mots de L.

Correction:

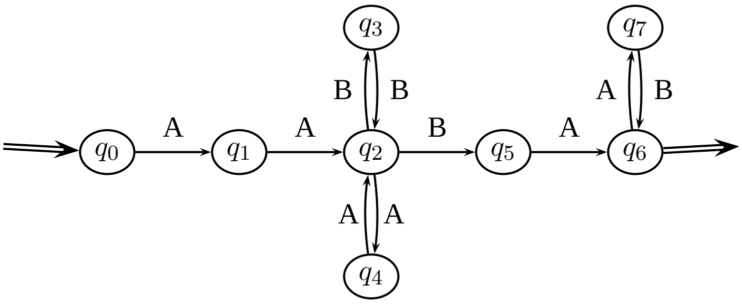


Q 1.2. Soit L' l'ensemble des mots sur l'alphabet X contenant un nombre de lettre divisible par trois. Proposez un automate fini reconnaissant l'ensemble des mots de L'.

Correction:

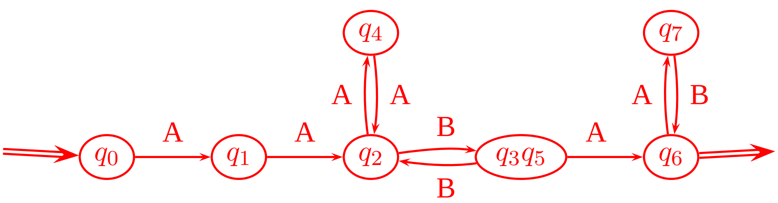


Q 2 . L'automate suivant est-il déterministe ? Si non, proposez un automate déterministe lui étant équivalent.

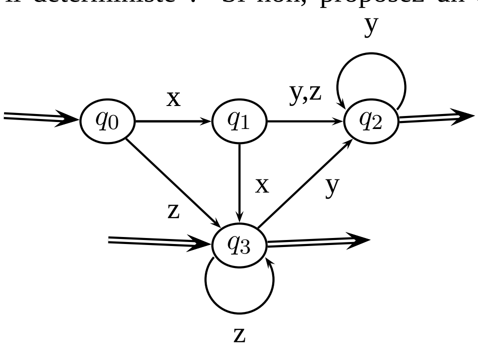


Correction: L'automate n'est pas déterministe à cause des transitions (q_2, B, q_3) et (q_2, B, q_5). Nous construisons donc un automate déterministe en dressant un tableau, puis en exploitant ce tableau pour construire l'automate. L'état initial de notre nouvel automate est un état regroupant tous les états initiaux de l'automate du sujet. Cet état initial est donc $\{q_0\}$.

	A	B
$\{q_0\}$	q_1	—
$\{q_1\}$	q_2	—
$\{q_2\}$	q_4	q_3, q_5
$\{q_4\}$	q_2	—
$\{q_3, q_5\}$	q_6	q_2
$\{q_6\}$	q_7	—
$\{q_7\}$	q_6	—



Q 3 . L'automate suivant est-il déterministe ? Si non, proposez un automate déterministe lui étant équivalent.



Correction: L'automate n'est pas déterministe, car il a deux états initiaux : q_0 et q_3.
Nous appliquons le même algorithme que dans la question précédente pour créer un automate équivalent déterministe. L'état initial de ce nouvel automate est $\{q_0, q_3\}$.

	x	y	z
$\{q_0, q_3\}$	q_1	q_2	q_3
$\{q_1\}$	q_3	q_2	q_2
$\{q_2\}$	—	q_2	—
$\{q_3\}$	—	q_2	q_3