

Automates et Langages

février 2010

Quelques propriétés des connecteurs logiques

Tables de vérité :

| | A | B | $ \neg A$ | $A \vee B$ | $A \wedge B$ | $A \longrightarrow B$ |
|---|---|---|------------|------------|--------------|-----------------------|
| | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| : | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Propriétés de complémentation :

Propriétés de \lor :

 $\begin{array}{ll} A \vee B \equiv B \vee A & \text{commutativit\'e} \\ A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C & \text{associativit\'e} \end{array}$

 $\begin{array}{ll} A \vee \top \equiv \top & \qquad \qquad \top \text{ \'el\'ement absorbant de } \vee \\ A \vee \bot \equiv A & \qquad \qquad \bot \text{ \'el\'ement neutre de } \vee \\ A \vee A \equiv A & \qquad \text{idempotence} \end{array}$

Propriétés de A:

 $\begin{array}{ll} A \wedge B \equiv B \wedge A & \text{commutativit\'e} \\ A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C & \text{associativit\'e} \end{array}$

 $\begin{array}{ccc} A \wedge \bot \equiv \bot & & \bot \text{ élément absorbant de } \wedge \\ A \wedge \top \equiv A & & \top \text{ élément neutre de } \wedge \end{array}$

 $A \wedge A \equiv A$ idempotence

Distributivité:

$$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
 distributivité de \wedge par rapport à \vee $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ distributivité de \vee par rapport à \wedge

Lois d'absorption:

$$A \wedge (A \vee B) \equiv A$$
 $A \vee (A \wedge B) \equiv A$

Lois de De Morgan:

$$\neg (A \lor B) \equiv \neg A \land \neg B \qquad \neg (A \land B) \equiv \neg A \lor \neg B$$

Propriétés de \longrightarrow :

$$\begin{array}{l} (A \longrightarrow B) \equiv (\neg A \vee B) \\ ((A \longrightarrow B) \wedge (B \longrightarrow C)) \longrightarrow (A \longrightarrow C) \end{array} \qquad \begin{array}{l} ((A \longrightarrow B) \wedge (B \longrightarrow A)) \equiv (A \equiv B) \\ (A \longrightarrow B) \equiv (\neg B \longrightarrow \neg A) \end{array}$$