STL2AL2005

Licence ST Informatique – S4 – 2004/2005

Licence ST Informatique de Lille

AL–Examen 2ème session

jeudi 23 juin 2005

USTL

Durée 2h. Documents autorisés

Exercice 1 : On considère la formule de la logique des propositions :

$$f = ((P \longrightarrow Q) \wedge (P \longrightarrow R)) \longrightarrow (P \wedge (Q \longrightarrow R))$$

Question 1.1 : Trouver une formule, sous forme normale disjonctive, équivalente à la formule f.

Question 1.2 : La formule $R \longrightarrow (P \vee Q)$ est-elle une conséquence de votre formule f ? Justifier.

Exercice 2 : Le professeur d'AL a enfin réussi à ranger son bureau. Il constate que :

1. *Tous les tiroirs contiennent des feuilles.*
2. *Aucun des classeurs ne contient d'enveloppe.*
3. *Dans l'un des classeurs, il n'y a que des feuilles.*
4. *S'il n'y a a pas d'enveloppe dans les classeurs, c'est qu'elles sont dans les tiroirs.*
5. *Si on trouve des feuilles dans un tiroir, on est certain de ne pas y trouver d'enveloppe.*

Traduire ces 5 énoncés en formules de la logique des prédicats. Vous utiliserez les prédicats unaires $\texttt{tiroir}(x)$, $\texttt{feuille}(x)$, $\texttt{classeur}(x)$ et $\texttt{enveloppe}(x)$ qui permettent d'identifier le type de l'objet x, ainsi qu'un prédicat binaire $\texttt{dans}(x, y)$ qui exprime que l'objet y contient l'objet x.

Exercice 3 : On considère le langage rationnel $R = (b^*ba + a^*ab)^*$.

Question 3.1 : Trouver une expression rationnelle pour chacun des résiduels du langage R.

Question 3.2 : Construire un automate fini déterministe à 3 états pour le langage R.

Question 3.3 : Contruire l'automate minimal déterministe pour le langage $R' = a^*b(b^*ba + a^*ab)^*$.

Question 3.4 : Donner une expression rationnelle pour le langage $(a + b)^* \setminus R'$, le complémentaire du langage R'.

Exercice 4 : On considère un automate fini déterministe à 4 états $M = (A, Q, q_0, T, \delta)$ avec $A = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ et on appelle R le langage reconnu par cet automate. On sait que $R_{<5}$, l'ensemble des mots de R de longueur strictement inférieure à 5 est égal à $\{\varepsilon, b, bb, aab, bbb, aaaa, aabb, abab, baab, bbbb\}$.

Question 4.1 : Montrer que $\delta(q_0, a) \neq q_0$.

Question 4.2 : On pose $q_1 = \delta(q_0, a)$. Montrer que $\delta(q_1, a) \neq q_0$ et que $\delta(q_1, a) \neq q_1$.

Question 4.3 : On pose $q_2 = \delta(q_1, a)$. Déterminer, en justifiant, les états $\delta(q_2, a)$, $\delta(q_2, b)$ et $\delta(q_1, b)$.

Question 4.4 : Sachant, de plus, que $aaaba \in R$, déterminer complétement l'automate M.

Question 4.5 : Dire en 2 lignes comment on pourrait vérifier l'égalité $R = (b + ab^*ab + ab^*aab \star a)^*$.