

## Interrogation Écrite n°1 - Groupe 3

Logique propositionnelle et logique du premier ordre

*Durée : 30 minutes – Seuls les formulaires sont autorisés*

**Faire au moins trois exercices parmi les quatre suivants.**

### Exercice 1 : *Preuves en logique intuitionniste et en logique classique*

**Q 1 .** Quelle est la différence entre la logique intuitionniste et la logique classique ?

**Q 2 .** Donner une preuve de la formule  $((X \vee Y) \rightarrow Z) \rightarrow ((X \rightarrow Z) \vee (Y \rightarrow Z))$

### Exercice 2 : *Formes normales*

Soit la formule  $F$  suivante :  $(M \vee (N \rightarrow O)) \rightarrow ((M \vee N) \rightarrow O)$

**Q 1 .** Quelle est la table de vérité de  $F$  ?

**Q 2 .** Mettre  $F$  sous Forme Normale Disjonctive.

### Exercice 3 : *Systèmes complets*

On définit le connecteur  $\simeq$  par sa table de vérité :

$X$	$Y$	$X \simeq Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

**Q 1 .** Trouver une formule équivalente à  $\neg A$ , en n'utilisant que les connecteurs logiques  $\simeq$  et  $\rightarrow$ .

**Q 2 .** Le système  $\{\simeq, \rightarrow\}$  est-il un système complet ? Justifier.

### Exercice 4 : *Logique du 1<sup>er</sup> ordre*

Soit la formule  $G$  suivante :  $\exists a((\forall bP(a, b, c)) \rightarrow \forall c(Q(b, c) \wedge Q(a, z)))$

**Q 1 .** Quelles sont les variables libres et les variables liées de la formule  $G$  ?

**Q 2 .** Mettre  $G$  sous forme prénexe, en précisant les axiomes du formulaire utilisés.