

40324

Université de Lille1 - FIL - MIAAGE FI M1

2009-2010

Partiel de Recherche Opérationnelle

Documents autorisés - Durée : 2h

Exercice 1

On considère le graphe de la figure 1 dont les sommets et les arcs représentent respectivement des villes et les distances entre certaines d'entre elles.

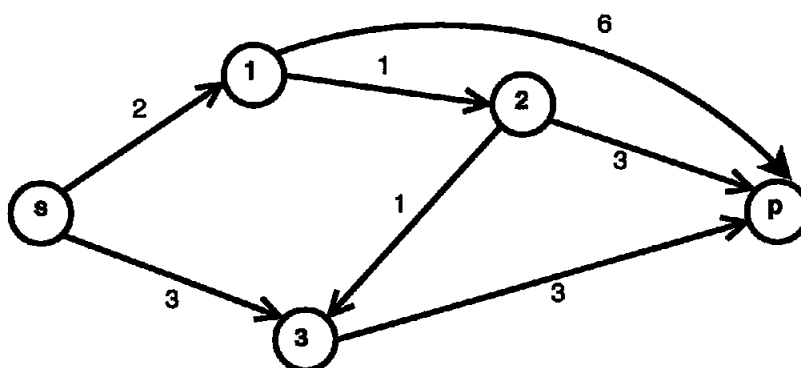


Figure 1: Graphe de l'exercice 1.

1. Justifier pourquoi il n'existe qu'une seule fonction ordinale associée au graphe.
2. Appliquer l'algorithme de Bellman au graphe pour trouver le plus long chemin entre la ville source (sommets s) et la ville de destination (sommets p).
3. Est-il possible d'appliquer l'algorithme de Dijkstra au problème ? Justifier la réponse.
4. Proposer une modélisation sous forme de programme linéaire de ce problème de recherche du plus long chemin entre s et p .

Exercice 2

On considère le graphe orienté à 7 sommets et 11 arcs représenté par la matrice d'adjacence sommets-sommets ci-dessous dont les valeurs désignent les poids associés aux arcs du graphe.

$$\begin{pmatrix}
 & A & B & C & D & E & F & G \\
 A & 0 & 40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 C & 18 & 0 & 0 & 24 & 0 & 14 & 0 \\
 D & 0 & 60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 E & 0 & 0 & 75 & 0 & 0 & 0 & 45 \\
 F & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 G & 17 & 0 & 0 & 25 & 0 & 24 & 0
 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que le graphe représente un réseau de transport.
2. Trouver la valeur du flot maximum pouvant passer dans ce réseau.
3. Proposer une modélisation de ce problème de recherche du flot maximum dans un réseau de transport sous forme de programme linéaire.

Exercice 3

La société de service informatique *TotoTata* comprenant 8 ingénieurs, 10 techniciens et disposant de 10h/jour de temps sur ordinateur propose deux types de contrat. Le premier (C1) nécessite 2 ingénieurs, 1 technicien et 1h d'ordinateur pour un bénéfice de 8 unités monétaires. Le deuxième type de contrat (C2) nécessite 1 ingénieur, 2 techniciens et 1h d'ordinateur pour un bénéfice de 6 unités monétaires. Actuellement, la société a plus d'offres de contrats qu'elle ne peut en satisfaire.

1. On cherche à déterminer le nombre de contrats de type C1 et le nombre de contrats de type C2 que la société devra accepter pour maximiser son bénéfice. Proposer une modélisation du problème en programme linéaire.
2. Résoudre le problème.

Exercice 4

1. Résoudre par la méthode du simplexe le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x_1 + x_2 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Suite à un changement dans la formulation du problème, la première contrainte a été supprimée. Que devient la solution du problème ? Justifier la réponse.
3. Modifier le programme linéaire de la question 1) pour obtenir un autre programme linéaire sans solution réalisable.