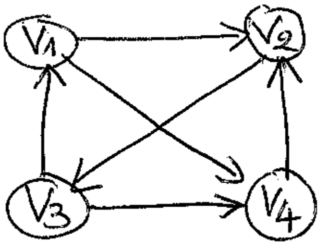
Interro 1 - 2011/12 PA|FC.

Ex1 (8pts)

1) gphe



2

2) Matrice d'adjacence

$$M = \begin{array}{c|cccc} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \\ \hline V_1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ V_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ V_3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ V_4 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

2

3)

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2

$$M + M^2 + M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

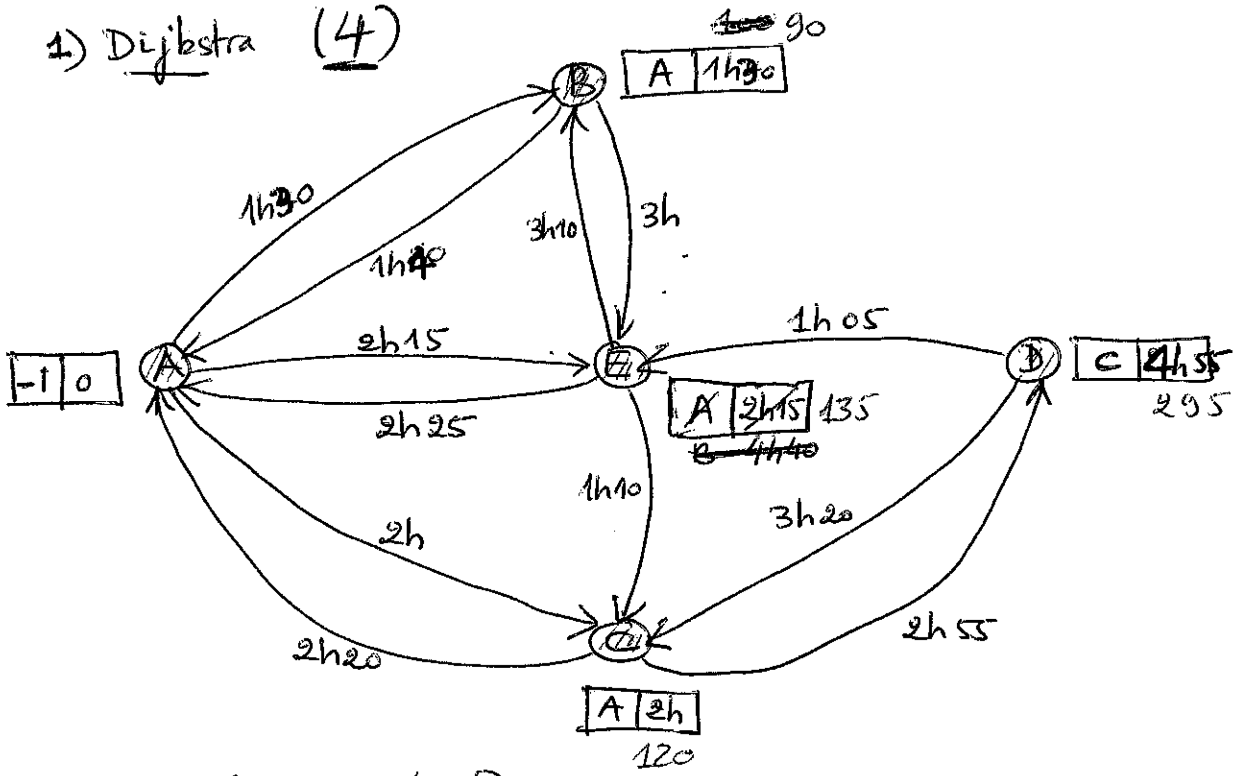
$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2 La matrice $M+M^2+M^3$ ne comporte pas de 0 et ne comporte que des entiers inférieurs ou égaux à 3. Par conséquent, il $\exists$ tjrs un chemin de lg ≤ 3 entre 2 aéroports, c'est à dire un voyage comportant au plus 2 escales.

Exo2 (12pts)

$$M = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & - & 1h30 & 2h & - & 2h15 \\ B & 1h40 & - & - & - & 3h \\ C & 2h20 & - & - & 2h55 & - \\ D & - & - & 3h20 & - & 1h05 \\ E & 2h25 & 3h10 & 1h10 & - & - \end{array}$$

1) Dijkstra (4)



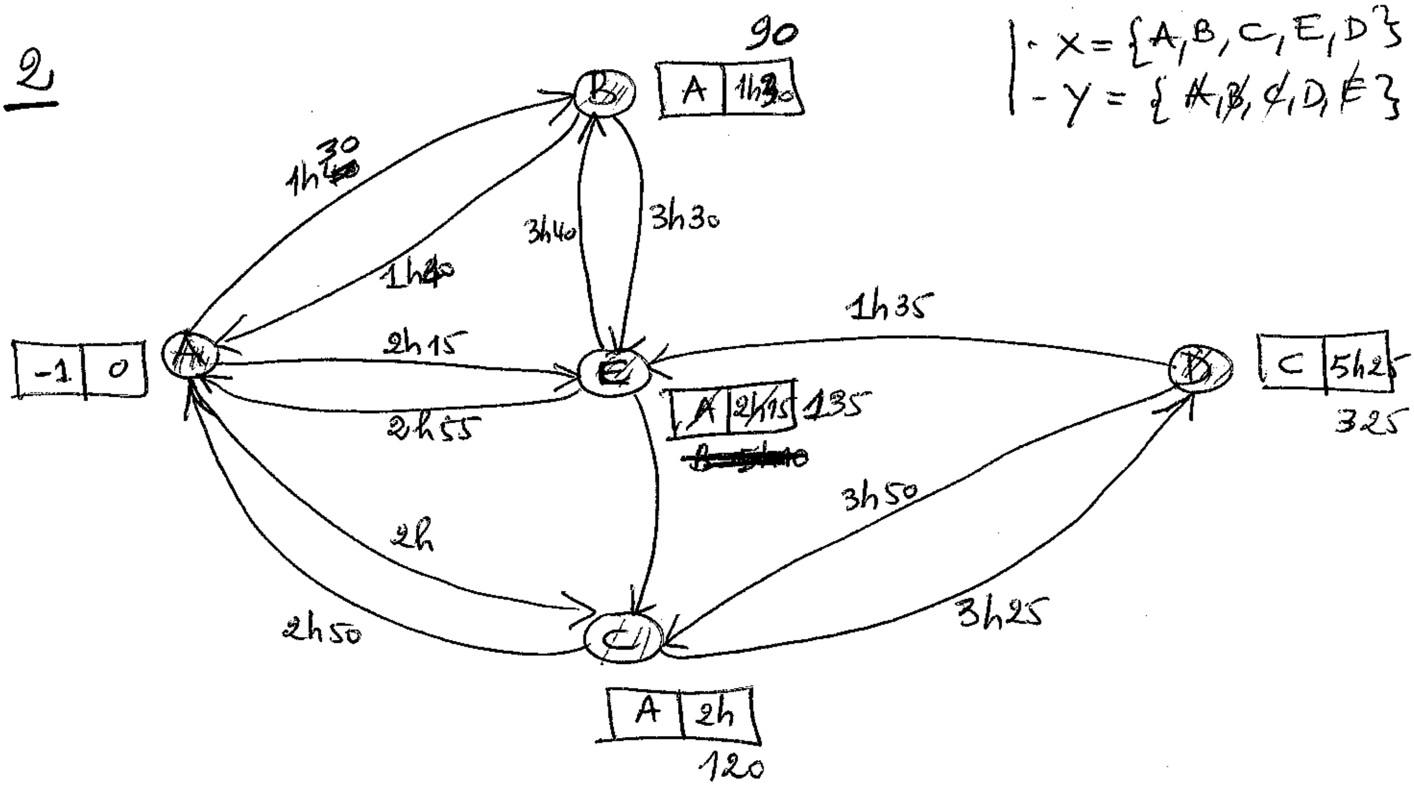
- X = { A, B, C, E, D }
- Y = { ~~A~~, ~~B~~, ~~C~~, ~~D~~, ~~E~~ }

1 2) Bellman n'est pas applicable car le graphe comporte des cycles.

2 3) La méthode consiste à augmenter les durées des vols de la durée de l'escale (ici 30 minutes). Cela signifie que chaque arc $X \xrightarrow{d} Y$ $(X \neq A)$ devient $X \xrightarrow{d+e} Y$

4) Applicao de la méthode.

2



$\cdot\ X = \{A, B, C, E, D\}$

$-\ Y = \{\cancel{A}, \cancel{B}, \cancel{C}, D, \cancel{E}\}$

5) L'autre méthode consiste à dupliquer chaque sommet X (X ≠ A), ~~et~~ à ajouter l'arc $X \xrightarrow[c]{} X'$ avec c comme durée de l'escale, et ajouter également les

3

arcs $X' \longrightarrow Y'$ où Y ~~sont~~ représente les successeurs de X dans le graphe.

Interro 2 - Corrigé
MIAGE M1 FA/FC 2011/12

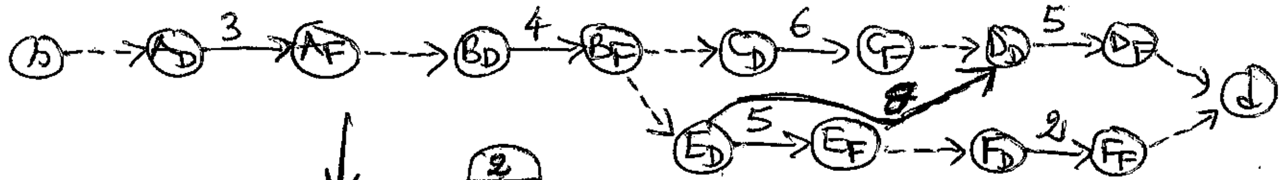
Exo1 (7pts)

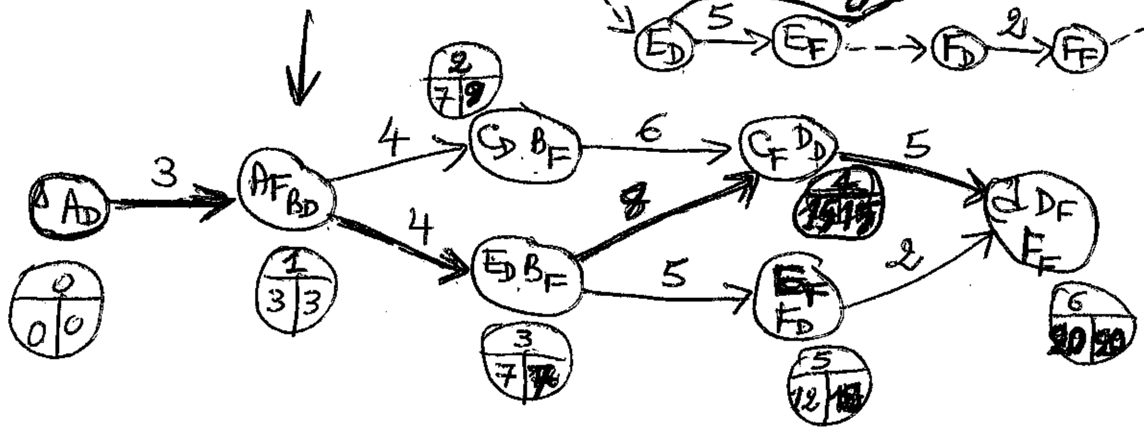
1)

Tâche	Durée	Contraintes
A	3	-
B	4	A
C	6	B
D	5	C
E	5	B, au plus tard 7j début D
F	2	E

5

2)





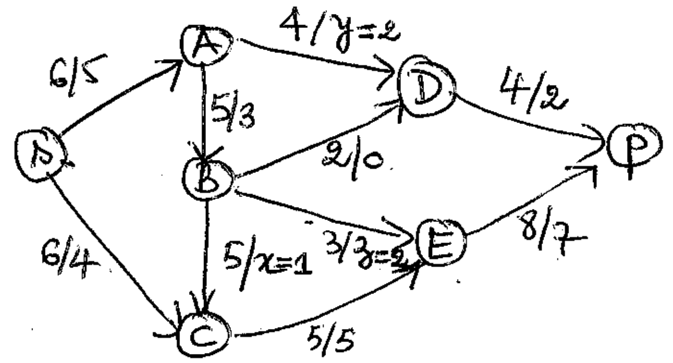
2

3) Durée de F ↑ 8j ⇒ Retard de 1j.
$12+2+7 = 21j$.

Exo2 (7pts)

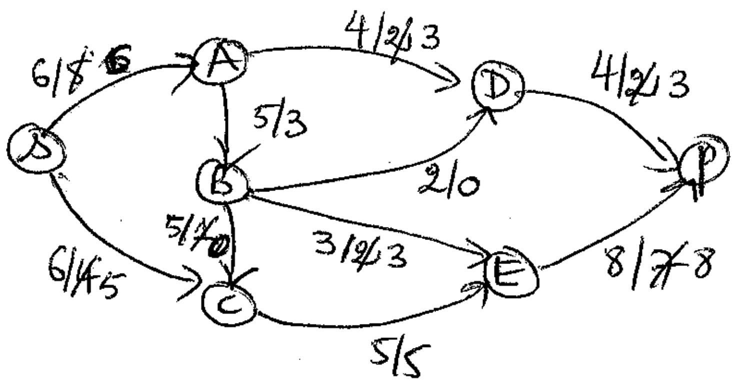
1)

2



- En C :
$4+x = 5 \Rightarrow \underline{x=1}$
- En A :
$5 = y+3 \Rightarrow \underline{y=2}$
- En B :
$3 = 0+z+x = z+1$
$\Rightarrow \underline{z=2}$

2) $x=1$, $y=z=2$ $\Rightarrow$



2

Flot non max. car il $\exists$ une chaîne améliorante
s - A - D - p.

3) Améliorat°
flot max $= 5+6 = 8+3 = 11$ 1

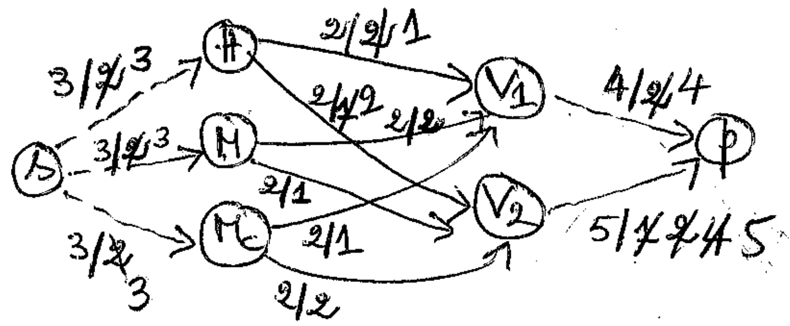
Le flot est max car :
- le flux ne peut pas être amélioré sur (s, A)
- le " peut être amélioré sur (s, C) mais il ne peut pas être amélioré sur (B, C) car indirect et $\varphi(B,C) = 0$. D'autre part, le flux ne peut pas être amélioré sur (C, E) car il est direct et saturé.

2

Par conséquent, il n'y a plus de chaîne améliorante

Exo3 (6pts)

1)



4

2 2) Flot max $= 3+3+3 = 4+5 = 9$