

Partiel de Recherche Opérationnelle

Documents autorisés - Durée : 2h

Exercice 1

On considère le graphe de la figure 1 dont les sommets et les arcs représentent respectivement des villes et les distances entre certaines d'entre elles.

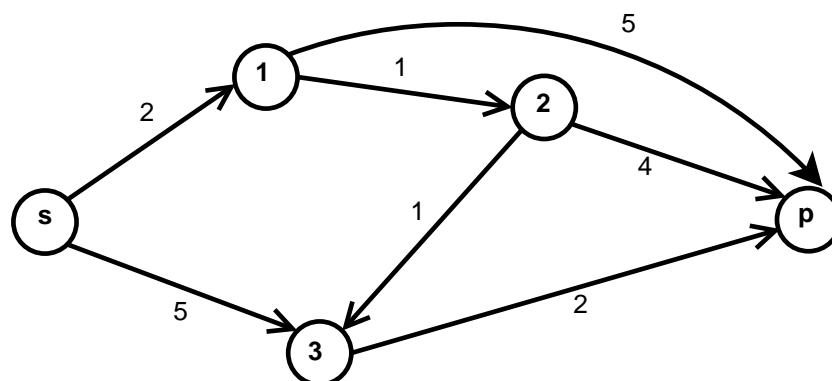


Figure 1: Graphe de l'exercice 1.

1. Dire pourquoi il est possible d'utiliser l'algorithme de Dijkstra pour résoudre le problème.
2. Appliquer l'algorithme de Dijkstra au graphe en complétant le tableau ci-dessous. Les lignes du tableau désignent les numéros d'itération de l'algorithme et les colonnes indiquent pour chaque itération les contenus des étiquettes sur les sommets du graphe ainsi que les contenus des ensembles X et Y .

	s	1	2	3	p	X	Y
Initialisation	(0,0)	$(-1,\infty)$	$(-1,\infty)$	$(-1,\infty)$	$(-1,\infty)$	\emptyset	{s,1,2,3,p}
Itération 1
...

3. Proposer une modélisation sous forme de programme linéaire de ce problème de recherche du plus court chemin entre s et p .

Exercice 2

On considère le graphe illustré par la figure 1 de l'exercice 1 comme un réseau de transport dont les valeurs sur les arcs représentent maintenant des quantités de marchandise à transporter entre les villes correspondant aux sommets qu'ils relient.

1. Trouver un flot maximal et sa valeur dans le réseau de transport. Justifier que le flot est bien maximal.
2. Modéliser le problème sous forme d'un programme linéaire.

Exercice 3

La société *Furnco* fabrique des bureaux et des chaises. La fabrication d'un bureau (resp. d'une chaise) nécessite l'utilisation de 4 (resp. 3) palettes de bois. La vente d'un bureau (resp. d'une chaise) permet à la société de réaliser un bénéfice de 54 (resp. 24) euros. Pour satisfaire les demandes des consommateurs, le nombre de chaises fabriquées doit être au moins le double de celui des bureaux. La société cherche à déterminer la production lui permettant de maximiser son profit sachant que le nombre de palettes de bois disponibles est de 20.

1. Proposer une modélisation de ce problème en programme linéaire.
2. Résoudre graphiquement le problème.

Exercice 4

1. On considère le programme linéaire suivant.

$$\begin{aligned}\text{Min } w &= -9x_1 - 4x_2 \\ -4x_1 - 3x_2 &\geq -20 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

Montrer que le programme linéaire ci-dessous est la forme standard du programme ci-dessus.

$$\begin{aligned}\text{Max } z &= 9x_1 + 4x_2 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 20 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

2. Résoudre ce programme linéaire par la méthode du simplexe.