

Partiel de Recherche Opérationnelle

Documents autorisés - Durée : 1h40

Exercice 1

On considère un projet composé de 5 tâches dont les durées et les contraintes de précédence sont données dans le tableau ci-après.

Tâche	Durée (en semaines)	Contraintes
A	6	-
B	3	Au plus tôt à la fin de A
C	4	Au plus tôt à la fin de A
D	8	Au plus tôt à la fin de B et C
E	3	Au plus tôt 2 semaines après la fin de B

1. Donner le graphe PERT du projet.
2. Donner l'ordonnancement au plus tôt, au plus tard, ainsi que le chemin et les tâches critiques du projet.
3. Proposer une modélisation du problème d'ordonnancement au plus tôt sous forme de programme linéaire et l'appliquer au projet ci-dessus.

Exercice 2

On considère le graphe orienté à 6 sommets et 8 arcs représenté par le tableau ci-dessous dont les valeurs désignent les poids associés aux arcs.

	A	B	C	D	E	F
A	-	6	2	-	-	-
B	-	-	1	3	-	-
C	-	-	-	-	7	-
D	-	-	3	-	-	2
E	-	-	-	-	-	7
F	-	-	-	-	-	-

1. Montrer que le graphe représente un réseau de transport.
2. Trouver la valeur du flot maximum pouvant passer dans le réseau.
3. Proposer une modélisation du problème de recherche du flot maximum dans un réseau de transport sous forme de programme linéaire et l'appliquer au réseau ci-dessus.

Exercice 3

Pour bien fonctionner, une firme a besoin d'un nombre d'employés différent suivant le jour de la semaine. Le tableau ci-dessous montre le nombre minimum d'employés dont la firme a besoin pour chaque jour de la semaine. Il est exigé que chaque employé travaille 5 jours consécutifs et prend 2 jours de congé. Par exemple, un employé travaillant de mardi à samedi doit être en congé dimanche et lundi. La firme souhaite satisfaire ses besoins en employés en minimisant leur nombre.

Jour	Nombre d'employés requis
Jour 1 (Lundi)	17
Jour 2 (Mardi)	13
Jour 3 (Mercredi)	15
Jour 4 (Jeudi)	19
Jour 5 (Vendredi)	14
Jour 6 (Samedi)	16
Jour 7 (Dimanche)	11

Proposer une modélisation de ce problème sous forme d'un programme linéaire.

Exercice 4

1. Donner la représentation graphique de l'espace des solutions réalisables pour le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned}\text{Max } z &= 2x_1 + x_2 \\ -x_1 - x_2 &\geq -3 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

2. Résoudre le problème par la méthode graphique.
3. Vérifier le résultat obtenu à la question précédente par la méthode du simplexe.
4. Trouver le dual du programme linéaire.