

**2) Variabilele aleatoare repartizate uniform (discrete)**

Dacă  $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  și  $\varphi: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  c.p.

Spunem că v.a.  $X$  este repartizată uniform pe  $\Omega$ ,  $X \sim U(\Omega)$  dacă

$$P(X=x_i) = \frac{1}{|\Omega|} \quad \forall x_i \in \Omega$$

Dacă  $A \subseteq \Omega$  atunci

$$P(X \in A) = \sum_{x_i \in A} P(X=x_i) = \sum_{x_i \in A} \frac{1}{|\Omega|} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Ex.: Să sp. că avem o urnă cu lilei numărăte de la 1 la 100 și extragem 5 lilei succesiiv (una după alta).

a) Care este repartitia v.a. care ne dă nr. lilei ce au o valoare  $\geq 40$ ?  
b) Cum este repartizata v.a. care ne dă ca-i-a extragere?

c) Care este probabilitatea ca nr 100 să fie extrat cel puțin de data?

Sol: I) Efectuăm extragerile cu întoarcere

a) Fie  $X$  v.a. care descrie numărul lilelor ce au inscripția  $\geq 40$ , atunci  $X \sim B(n, p)$ ,  $p = \frac{31}{100}$

b)  $x_i$  valoarea la a  $i$ -a extragere

$x_1 \sim U(\{1, 2, \dots, 100\})$   $P(x_1=50) = 1/100$

$x_2 \sim U(\{1, 2, \dots, 100\})$

c)  $P(x_1=100) \cup x_2=100 \cup x_3=100 \cup x_4=100 \cup x_5=100)$

$$= 1 - P((\bigcup_{i=1}^5 A_i)^c)$$

$$= 1 - P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3^c \cap A_4^c \cap A_5^c)$$

$$= 1 - P(\{x_1 \neq 100\} \cap \{x_2 \neq 100\} \cap \{x_3 \neq 100\} \cap \{x_4 \neq 100\} \cap \{x_5 \neq 100\})$$

$\cap \{x_5 \neq 100\})$

Extragerea s-a efectuat cu revenire, ev.  $A_1, A_2, \dots, A_5$  sunt independente

$$\Rightarrow = 1 - P(x_1 \neq 100) \times P(x_2 \neq 100) \times P(x_3 \neq 100) \times P(x_4 \neq 100) \times P(x_5 \neq 100)$$

$$= 1 - \left(\frac{99}{100}\right)^5$$

II) Extragările se efectuează fără întoarcere

$$P(x_1=100) \cup x_2=100 \cup x_3=100 \cup x_4=100 \cup x_5=100)$$

$$= 1 - P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3^c \cap A_4^c \cap A_5^c)$$

$$= 1 - P(\{x_1 \neq 100\} \cap \{x_2 \neq 100\} \cap \{x_3 \neq 100\} \cap \{x_4 \neq 100\} \cap \{x_5 \neq 100\})$$

$$\cap \{x_5 \neq 100\})$$

$$= 1 - P(x_1 \neq 100) \times P(x_2 \neq 100) \times P(x_3 \neq 100) \times P(x_4 \neq 100) \times P(x_5 \neq 100)$$

$$= 1 - \left(\frac{99}{100}\right)^5$$

$$= 1 - \left(\frac{99$$