CURS #12

Tuesday, December 20, 2022 4:05 PM

Complexity Zoo

Ierarhia Polinomială

$\left\{ \begin{array}{ll} P & NP \\ \text{recursivă} & \text{recursiv enumerabilă} \end{array} \right.$

r.e.

$x \in A \Rightarrow$ M.T se oprește și dă un răspuns corect

$x \notin A \Rightarrow$?

NP

$\phi \in SAT$? **DA** $\rightarrow$ pot verifica eficient lucrul ăsta dacă ghicesc y a.î. $\phi(y) = TRUE$

NV

A r.e. $\Leftrightarrow \exists$ predicat P recursiv

a.î. $\forall x \in \Sigma^*$

$x \in A \Leftrightarrow \exists t$ a.î. $P(x,t) = TRUE$

A este $NP \Leftrightarrow \exists$ predicat P calculabil în timp polinomial

$P(x,y) \rightarrow (|x| + |y|)^{O(1)}$

și un polinom $q(\cdot)$

$\forall x \in \Sigma^*$

$x \in A \Leftrightarrow \exists y \in \{0,1\}^{q(|x|)}$

a.î. $P(x,y) = TRUE$

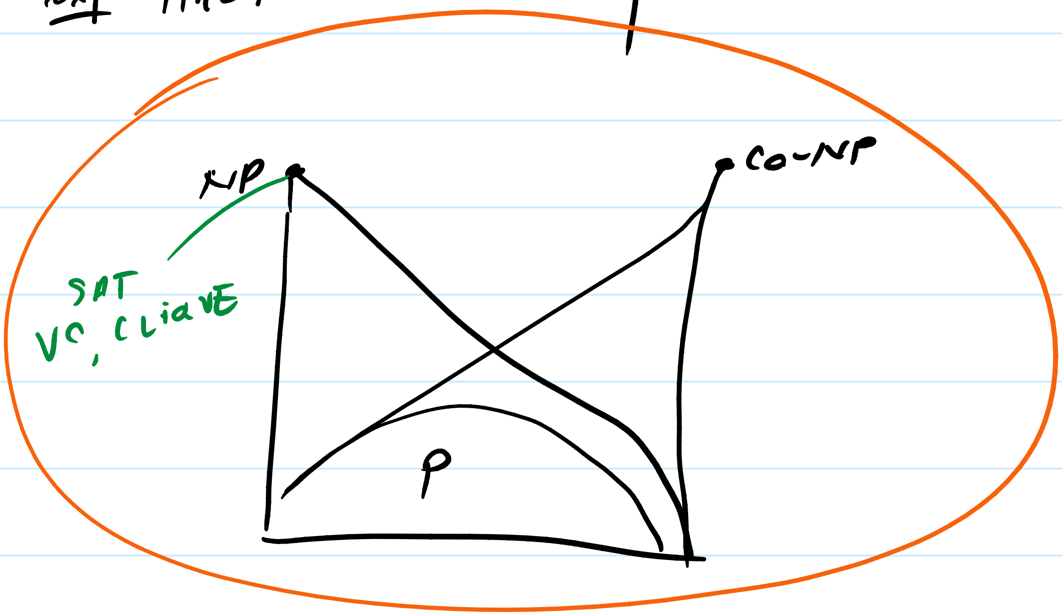
$NP \sim$ r.e.

$P \sim$ recursive

A r.e $\not\Rightarrow$ $\bar{A}$ r.e.

exp HALT

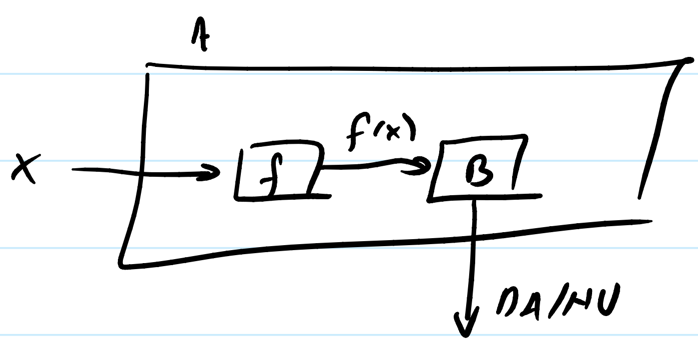
$A \in NP \not\Rightarrow \bar{A} \in NP$



$co\text{-}NP = \{A \mid \bar{A} \in NP\}$

Se crede $co\text{-}NP \neq NP$ ($\Rightarrow P \neq NP$)

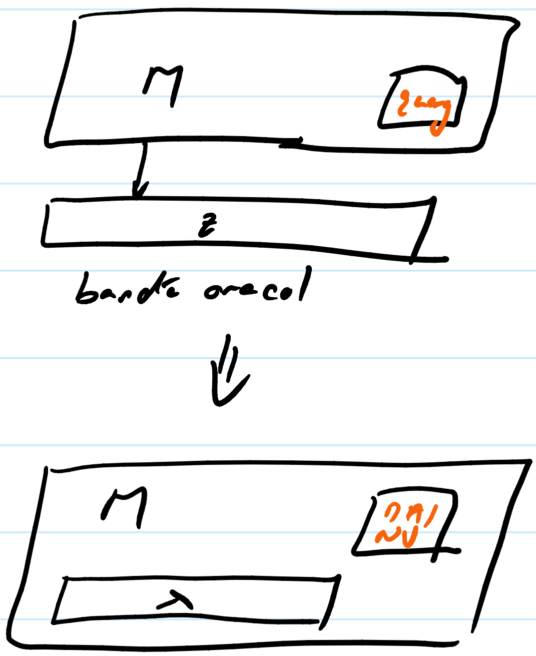
$A \leq_m^P B$



eficient

$A \le_T^p B$ — A poate fi rezolvată eficient cu o subrutină pt B.

Mașină Turing cu oracol



$$\boxed{T_M(x) \le q(|x|)}$$

polinom

Mașină Turing nedet. cu oracol

Ierarhia polinomială

$\underbrace{\Sigma_k^P}_{k=\overline{1,\infty}}$ $\underbrace{\Pi_k^P}_{k=\overline{1,\infty}}$

$$\Pi_k^P = co-\Sigma_k^P = \{\bar{A} \mid A \in \Sigma_k^P\}$$

$k = \overline{1,\infty}$ $\qquad$ $k = \overline{1,\infty}$ $\qquad = \{\bar{A} \mid A \in \Sigma_k^P\}$.

$\Sigma_2^P = \{A \mid \exists$ M.T. $\underline{\text{nedet.}}$ (polinomială) cu oracol a.î.
$A = L(M; \underline{SAT})\}$

<u>Exp</u> $\quad \Sigma_2\text{-}SAT = \{\varphi \mid \exists x \ \forall y$
$\varphi(x,y)$ satisfiabilă$\}$

$\Sigma_2\text{-}SAT \in \Sigma_2^P$

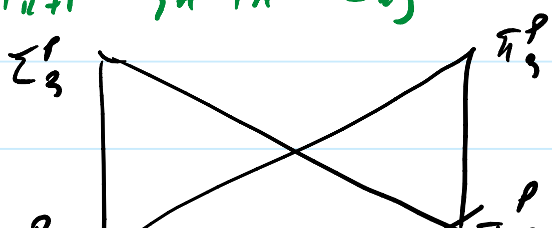
(T) Σ_2-SAT este completă pt Σ_2^P

$\forall A \in \Sigma_2^P \quad A \leq_m^P \Sigma_2\text{-}SAT$.

$\Sigma_3^P = \{A \mid \exists B \in \Sigma_2^P$ şi M.T nedet polinomială
M a.î.
$A = L(M;B)\}$

$\Sigma_{k+1}^P = \{A \mid \exists B \in \Sigma_k^P$ şi M.T ned polinomială M
a.î. $A = L(M;B)\}$

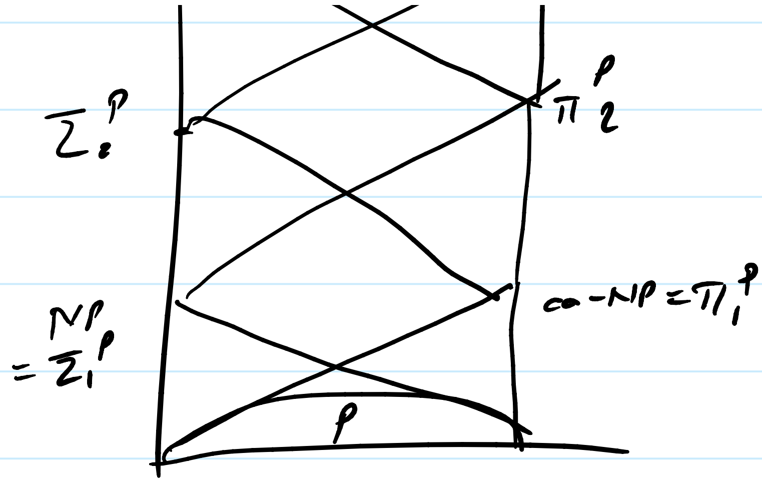
$\Pi_{k+1}^P = \{A \mid \bar{A} \in \Sigma_k^P\}$



$\Sigma_k^P, \Pi_k^P \subseteq \Sigma_{k+1}^P$

$\Sigma_k^P, \Pi_k^P \subseteq \Pi_{k+1}^P$

$\Sigma_k^P, \Pi_k^P \subseteq \Pi_{k+1}^P$



Se crede că $\Sigma_{k+1}^P \neq \Pi_{k+1}^P \supset \Sigma_k^P$

fiecare din clase are pb complete.

$$\Sigma_k^P = \{\phi \mid \exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 \forall x_4 \ldots Q x_k \ \phi(x_1 \ldots x_k) \text{ TRUE}\}$$

Pb complete pt Σ_k^P -> albul are o strategie câștigătoare în k pași sau nu?

QBF = quantified boolean formula.

=

$\exists x \forall y (x \neq y)$ FALSĂ

$\{0,1\}$ $\{0,1\}$

$\forall x \exists y (x \neq y)$ ADEVĂRATĂ ! $(y = \bar{x})$

"$\exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 \forall x_4 \ldots x_n \; \phi(x_1 \ldots x_n)$" $\longrightarrow$ adevărată sau falsă

$$QBF = \{ \psi \mid \psi = Z x_1 \ldots Z x_n \phi(x_1 \ldots x_n) \}$$

$Z = \forall / \exists$

ψ adevărată .

Se crede QBF $\notin \Sigma_k^p \quad \forall k \geq 1$

$\notin \Pi_k^p \quad \forall k \geq 1$

$A \in \Sigma_k^p \Rightarrow A \leq_m^p QBF$

(T) QBF este completă pt clasa PSPACE.

(QBF $\in$ PSPACE

$\forall A \in$ PSPACE, $A \leq_m^p QBF$)

PSPACE $= \{ A \mid$ există o mașină Turing deterministă care decide A folosind spațiu de lucru $\in O(n^k)$ $\}$

polinom

polinom

Se crede

$P \neq NP \neq \Sigma_2^P \neq \Sigma_3^P \ldots \subseteq PSPACE$

$DSPACE\{f(n)\} \to$ mașini Turing deterministe (care folosesc spațiu $O(f(|x|))$)

$NSPACE\{f(n)\} \to$ nedeterministe

$$\boxed{PSPACE = \bigcup_{k \geq 1} DSPACE\{n^k\}}$$

$$NLogspace = NL = \bigcup_{k \geq 1} NSPACE\{k \log n\}$$