Anton, Maximilian, Johannes, bei KAMAL

(A1) Wir bemerken:

* Binomial braucht für $n=34$, $k=15$ 15,886 s.

* ~~Binomial~~ Binomial_fast funktioniert für $n>12$ nicht mehr (falsche Ergebnisse), vermutlich liegt das daran, dass $13! > 2^{32}$ ist und die Zahl somit nicht mehr korrekt dargestellt werden kann (zumindest nicht vom Typ „int").

* Binomial funktioniert mindestens bis $n=34$ noch.

* Binomial_fast ist für $n<12$ oft schneller als Binomial, aber nicht immer.

A3 z.z. $d_n(a \times b) = s_n(d_n(a) \times d_n(b))$ (*) falls $a, b, a \times b \in [-2^{n-1}; \dots; 2^{n-1}-1]$

Wir zeigen vier Fälle, analog zum Beweis zur Addition

① $\underline{a, b \geq 0}$ $\Rightarrow a \times b \geq 0$

nach Voraussetzung ist $a \times b < 2^{n-1}$ & $a, b < 2^{n-1}$

$$\Rightarrow s_n(d_n(a) \times d_n(b)) \underset{a,b<2^n-1}{=} s_n(a \times b) \underset{a \times b < 2^{n-1}}{=} a \times b \underset{a \times b < 2^{n-1}}{=} d_n(a \times b)$$

② Fall $\underline{a < 0,\ b \geq 0}$ $\Rightarrow a \times b \leq 0$

nach Voraussetzung gilt dann

$$s_n(d_n(a) \times d_n(b)) = s_n((2^n + a) \times b) = s_n(2^n b + a \times b)$$

$$= (2^n \times b + a \times b) \bmod 2^n$$

$$= a \times b \bmod 2^n \underset{a \times b < 2^{n-1}}{=} a \times b = d_n(a \times b).$$

③ Fall $\underline{a \geq 0,\ b < 0}$ analog zu Fall ②

④ Fall $\underline{a, b < 0}$ $\Rightarrow a \times b > 0$ und

$$s_n(d_n(a) \times d_n(b)) = s_n((2^n + a) \times (2^n + b)) = s_n(2^{n+n} + 2^n \times a + 2^n \times b + a \times b)$$

$$= a \times b = d_n(a \times b)$$

Insgesamt folgt, dass die Behauptung (*) gilt.