

**Universität Dortmund**  
**Fachbereich Chemietechnik**

**Lehrstuhl Energieprozeßtechnik  
und Strömungsmechanik  
o. Prof. Dr.-Ing. K. Strauß**

**Externe Diplomarbeit**

**Finite-Elemente-Modellierung  
thermischer Um- und Durchströmungsprobleme**

Bearbeiter : Dirk Robeling

Betreuer : o. Prof. Dr.-Ing. K. Strauß  
Dipl.-Ing. Th. Arend

Bearbeitungszeitraum : 01.Dez.1994 - 31.Mai1995

## Danksagung

---

## **Danksagung**

Die vorliegende externe Diplomarbeit entstand im Rahmen einer Kooperation der Firma TCN CAE Technologien + Systeme GmbH und dem Lehrstuhl Energieprozeßtechnik und Strömungsmechanik vom Fachbereich Chemietechnik der Universität Dortmund.

Die TCN stellte mir die zur numerischen Strömungssimulation nötige Hard- und Software zur Verfügung und betreute mich werkzeug- und fachspezifisch. Insbesondere meinem dortigen Betreuer Dr. rer. nat. Th. Fabula möchte ich für seine konstruktive Kritik während der sechsmonatigen Arbeit danken.

Bei Prof. Dr.-Ing. K. Strauß bedanke ich mich an dieser Stelle, da er mir diese Arbeit durch seine universitäre Betreuung erst ermöglicht hat. Seinem Mitarbeiter Dipl.-Ing. Th. Arend bin ich für viele Anregungen zu Dank verpflichtet. Bei meinen nicht seltenen Besuchen an der Universität hatte er für mich stets ein offenes Ohr und lenkte die Arbeit in die richtige Richtung. Bei speziellen Fragen zur numerischen Strömungssimulation des DeNO<sub>x</sub>- Reaktors hat mir Dipl.-Ing. M. Hiegemann einige wertvolle Tips geben können.

Für die durchgeführte Vergleichsrechnung der Bauteilekühlung möchte Dipl.-Ing. S. Messner von der Hahn-Schickard-Gesellschaft (HSG-IMIT) in Villingen-Schwenningen danken.

# INHALTSVERZEICHNIS

## Danksagung

<b>0 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>1 Strömungsmechanische und thermodynamische Grundlagen .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Konventionen und Begriffsdefinitionen .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2 Erhaltungssätze der Flüssigkeitsdynamik .....</b>	<b>4</b>
1.2.1 Erhaltung der Masse .....	4
1.2.2 Impulsbilanz .....	5
1.2.3 Energieerhaltung.....	5
1.2.4 Thermische Zustandsgleichung .....	6
1.2.5 Newtonscher Ansatz für inkompressible Medien.....	6
1.2.6 Stoffdatenabhängigkeiten .....	6
<b>1.3 Einfluß der Strömungsform auf den Wärmetransport .....</b>	<b>8</b>
1.3.1 Ähnlichkeitsgesetze .....	8
1.3.2 Laminare und turbulente Strömungsform.....	15
1.3.3 Die Grenzschicht .....	16
<b>1.4 Turbulenzmodelle.....</b>	<b>17</b>
1.4.1 Zeitlich gefilterte Ansätze .....	17
1.4.2 Räumlich gefilterte Ansätze .....	23
<b>2 Vorstellung der benutzten Werkzeuge ANSYS und FLOTRAN... </b>	<b>25</b>
<b>2.1 Strömungssimulation mit Hilfe der Methode der Finiten-Elemente.....</b>	<b>25</b>
2.1.1 Grundlagen der Finite-Elemente-Methode .....	25
2.1.2 Strömungsmechanische Lösungsansätze innerhalb der FEM .....	26

<b>2.2 Implementierung der Strömungssimulation im verwendeten Werkzeug .</b>	<b>26</b>
2.2.1 Grundlagen der Lösungsmöglichkeiten .....	27
2.2.2 Turbulenzmodellierung in FLOTTRAN .....	28
2.2.3 Allgemeine Behandlung der Randbedingungen .....	29
<b>2.3 Vorgehensweise bei komplexen Strömungsfeldern .....</b>	<b>32</b>
<b>3 Technische Anwendungen der numerischen Strömungssimulation .....</b>	<b>35</b>
3.1 Turbulente Zylinderumströmung .....	36
3.2 Turbulente Strömung in einem DeNO <sub>x</sub> -Reaktor .....	50
3.3 Quer angeströmte turbulente Freistrahlen .....	66
3.4 Turbulenter Wärmeübergang in einem wandbeheizten Rohr .....	78
<b>4 Spezielle Problemstellungen der Fluidkühlung thermisch belasteter Bauteile.....</b>	<b>87</b>
4.1 Strömung durch einen Rechteckkanal mit zwei eingebauten Wärmequellen.....	88
4.1.1 Zweidimensionale Simulation einer Bauteilekühlung .....	88
4.1.2 Dreidimensionale Simulation einer Bauteilekühlung .....	95
4.2 Thermische Wechselwirkungen zwischen Fluid und Festkörper .....	101
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>105</b>
<b>6 Literaturverzeichnis .....</b>	<b>109</b>
<b>7 Anhang .....</b>	<b>113</b>

## 0 Einleitung

Strömungen können durch verschiedene Vorgehensweisen untersucht und beschrieben werden. Ein vielfach erprobtes Instrument ist die experimentelle Meßtechnik, die für ausgewählte Fallstudien vorwendet werden kann oder in Form von Parameterstudien oft zur phänomenologischen Beschreibung von Strömungen angewandt wird. Hierbei können die gewonnenen Erkenntnisse in Form empirischer Gleichungen weiter ausgearbeitet werden. Neben der meßtechnischen Untersuchung ist es möglich, mit Hilfe von ggf. vereinfachten Bilanzgleichungen für Strömungsprobleme ein mathematisches Modell zu entwickeln und dieses analytisch zu lösen.

Die dritte Methode zur Untersuchung von Strömungen ist die numerische Lösung des beschreibenden Differentialgleichungssystems auf der Grundlage von elementaren Massen-, Impuls- und Energiebilanzen. Diese Methode wird als numerische Simulation bezeichnet. Anhand dieser Methode sollen in dieser Arbeit die folgenden Fragen geklärt werden.

Sind kommerzielle CFD-Programme<sup>1</sup> in der Lage, technisch auftretende Strömungen und Wärmeübergangssphänomene zu beschreiben? Sind sie in ihrer Handhabung ein Ersatz bzw. eine Ergänzung zu den anderen oben genannten Verfahren?

Um diese Fragen beantworten zu können, wird wie folgt vorgegangen:

In Kap. 1 erfolgt eine Beschreibung der benötigten strömungsmechanischen und thermodynamischen Zusammenhänge. Der Berechnung von turbulenten Strömungen wird dabei besonders Rechnung getragen. Vor der Durchführung der numerischen Berechnungen wird das verwendete Werkzeug in Kap. 2 vorgestellt und dessen theoretische Möglichkeiten vorab beschrieben.

---

<sup>1</sup>Computational Fluid Dynamics bezeichnet die rechnergestützte numerische Strömungssimulation.

Die numerischen Berechnungen gliedern sich in zwei Kapitel. In Kap. 3 werden zunächst anhand einer Zylinderumströmung die Einflüsse verschiedener numerischer Modelle auf ein gegebenes Problem ermittelt (Kap. 3.1). Die Zylinderumströmung wird aufgrund ihrer einfachen Symmetrie, ihrer voraussehbaren Ergebnisse und wegen der Verfügbarkeit von Meßdaten für diese Parameterstudie ausgewählt.

Es folgen im Kap. 3.2 Strömungsberechnungen für einen DeNO<sub>x</sub>-Reaktor. Bei dem gewählten Beispiel handelt es sich um eine Strömung, die nicht invariant gegenüber einer Koordinatenrichtung ist. Hier wird überprüft, wie groß der Fehler ist, der bei einer Reduzierung auf ein ebenes Problem auftritt.

An die Berechnung des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors schließt sich im Kap. 3.3 die Beschreibung von turbulenten Freistrahlen an. Neben den reinen Freistrahlen wird eine technische Anwendung im Bereich der Wirbelbettöfen vorgestellt. Mit Wärmeübergangsberechnungen in einer turbulenten Rohrströmung (Kap. 3.4) wird dieses Kapitel abgeschlossen. Die turbulente Rohrströmung wird als Objekt für einen turbulenten Wärmeübergang ausgewählt, da hierfür Vergleiche mit vorliegenden experimentellen Daten anderer Autoren und mit empirischen Ansätzen vorgenommen werden können.

Auf diesen Erkenntnissen aufbauend werden im Kap. 4 gekoppelte Berechnungen für thermische Wechselwirkungen zwischen Fluiden und Festkörpern durchgeführt. Ziel ist hier die Minimierung der Temperaturen in den belasteten Bauteilen, da hierdurch auch eine Verringerung der durch die Temperaturen induzierten Spannungen erreicht wird. Großer Wert wird dabei auf eine Abschätzung des Simulationsaufwands und auf die Güte der verwendeten Modellrandbedingungen gelegt.

# 1 Strömungsmechanische und thermodynamische Grundlagen

## 1.1 Konventionen und Begriffsdefinitionen

Zum allgemeinen Verständnis und zur Vereinheitlichung der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Fachtermini werden einige grundsätzliche Definitionen eingeführt. Die mathematische Beschreibung von Strömungsvorgängen erfordert drei Kategorien von Größen: Skalare Größen wie z.B. die Temperatur, vektorielle Größen wie z.B. die Geschwindigkeit und schließlich tensorielle Größen wie etwa Spannungen. Zur Unterscheidung dieser Größen werden in Anlehnung an [Str91] Skalare ohne Unterstrich, Vektoren einfach unterstrichen und Tensoren zweifach unterstrichen dargestellt:

Skalare :  $T, \vartheta$  Temperatur

Vektoren :  $\underline{v} = v_i \underline{e}_i$  Geschwindigkeit

Tensoren :  $\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{ij} \underline{\underline{e}}_i \underline{\underline{e}}_j$  Spannung

In den Gleichungen wird für die vorgestellten Größen die Indexschreibweise verwendet. Bei der Darstellung in Indexschreibweise wird von der Einsteinschen Summenkonvention Gebrauch gemacht; über doppelt vorkommende Indizes wird grundsätzlich über den Wertebereich der Indizes aufsummiert.

## 1.2 Erhaltungssätze der Fliddynamik

Die weiter unten genannten Kontinuitätssätze bilden das Grundgerüst für alle im Bereich der Kontinuums-Fliddynamik auftretenden Probleme. Sie beschreiben das Gleichgewicht einer Größe  $\Phi$  zwischen dem Transport  $T$ , der Produktion  $P$ , der Diffusion  $D$  und der Dissipation  $E$ . Eine formale Aufstellung der Gleichung für eine Größe  $\Phi$  führt zu

$$T_\Phi = P_\Phi + D_\Phi - E_\Phi \quad (\text{Gl. 1.1}).$$

Dabei beinhaltet  $T_\Phi$  die zeitliche Änderungsrate sowie den konvektiven Transport.  $P_\Phi$  stellt die Erzeugungsrate der Transportgröße dar, während  $D_\Phi$  den diffusiven Transport beschreibt. Bei zeitlicher Filterung der Transportgleichung wird der molekularen Diffusion aufgrund des konvektiven Transportes eine turbulente Diffusion überlagert. Der Term  $E_\Phi$  beschreibt die Dissipation der Größe  $\Phi$ .

Nach der Vorstellung der formalen Transportgleichung werden nun die zur Beschreibung von Strömungs- und Wärmetransportvorgängen nötigen Erhaltungsgleichungen aufgezeigt. Da im Rahmen dieser Arbeit nur auf einphasige Strömungen ohne chemische Reaktion eingegangen wird, sind die Erhaltungssätze für genau diesen Fall formuliert.

### 1.2.1 Erhaltung der Masse

Die Bilanzgleichung zur Erhaltung der Masse wird auch Kontinuitätsgleichung genannt. In ihrer differentiellen Form lautet sie:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{Gl. 1.2})$$

Mit Gl. 1.2 ist formal eine Transportgleichung für die Dichte formuliert. Für inkompressible Strömungen wird sie zusammen mit den Impulsgleichungen verwendet, um den Druck zu berechnen.

### 1.2.2 Impulsbilanz

In der vorliegenden Arbeit beschränken sich die Untersuchungen auf Newtonsche Fluide<sup>1</sup>, so daß bei der Vorstellung der Erhaltungsgleichungen diese insoweit angepaßt werden. In diesem Fall heißen die Impulsgleichungen auch Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\rho \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right) + f_{v,i} \quad (\text{Gl. 1.3})$$

Formal ist mit Gl. 1.3 eine Transportgleichung für die Geschwindigkeitskoordinaten formuliert. Für die Anwendung im Schwerefeld kann der allgemeine Volumenkraftterm  $f$  durch die Erdschwere  $-\rho \cdot g_i$  ersetzt werden. Der Reibungsterm ist nach dem in Gl. 1.6 gezeigten Ansatz für die Schubspannung formuliert.

### 1.2.3 Energieerhaltung

Die Gleichung zur Kontinuität der Energie bilanziert in einem untersuchten Kontrollbereich die ein- und ausströmenden Wärmemengen durch Wärmeleitung und konvektiven Wärmetransport. Üblicherweise wird sie als Transportgleichung für die Temperatur formuliert:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u_i \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \right) \quad (\text{Gl. 1.4})$$

In der Darstellung der Energiegleichung sind mögliche Wärmequellen und Wärmeerzeugung durch Reibung nicht berücksichtigt. Der Transportterm für die Wärmeleitung ist in Analogie zu dem Ansatz von Newton in der Form des Fourier-Ansatzes definiert.

---

<sup>1</sup> Bei einem inkompressiblen Newtonschen Fluid ist die Schubspannung proportional zur Schergeschwindigkeit. Der Newtonsche Schubspannungsansatz ist in Gl. 1.6 beschrieben.

### 1.2.4 Thermische Zustandsgleichung

Die thermische Zustandsgleichung stellt einen Zusammenhang zwischen den thermodynamischen Zustandsgrößen Druck  $p$ , spezifische Dichte  $\rho$  und der Absoluttemperatur  $T$  her. In der Praxis wird sie häufig wie in Gl. 1.5 verwendet:

$$\frac{p}{\rho} = z \cdot R \cdot T \quad (\text{Gl. 1.5})$$

Für  $z = 1$  ist Gl. 1.5 das ideale Gasgesetz. Abweichungen vom idealen Verhalten werden über den Realgasfaktor  $z$  berücksichtigt. Bei Drücken bis zu 20 bar ist i.d.R keine Korrektur nötig.

### 1.2.5 Newtonscher Ansatz für inkompressible Medien

$$\sigma_{ij} = \mu \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{Gl. 1.6})$$

Mit dem Newtonschen Ansatz wird allgemein die lineare Abhängigkeit zwischen den Schubspannungen und dem Deformationsgeschwindigkeitstensor beschrieben. Der Proportionalitätsfaktor  $\mu$  heißt dynamische Viskosität. Wie weiter unten spezifiziert, ist dieser Wert temperatur- und schwach druckabhängig.

### 1.2.6 Stoffdatenabhängigkeiten

Spezifische Abhängigkeiten der Stoffwerte von Temperatur und Druck werden zumeist durch empirische Ansätze beschrieben. Die in dieser Arbeit verwendeten Zusammenhänge für die Viskosität, die Wärmeleitfähigkeit sowie die Dichte sind für Flüssigkeiten und Gase im folgenden genannt. Die Abhängigkeiten werden in Anlehnung an Sutherland und White [Whi74] formuliert. Die Temperatur- und Druckabhängigkeit der Wärmekapazität sind nicht berücksichtigt. Für die Temperaturabhängigkeit von Dichte, Viskosität und Wärmeleitfähigkeit bei Flüssigkeiten gilt:

$$\rho = \rho_0 + c_1 \cdot (T - T_0) + c_2 \cdot (T - T_0)^2 \quad (\text{Gl. 1.7})$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp \left\{ c_3 \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) + c_4 \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)^2 \right\} \quad (\text{Gl. 1.8})$$

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \exp \left\{ c_5 \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) + c_6 \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)^2 \right\} \quad (\text{Gl. 1.9})$$

Dabei sind die Konstanten  $c_1$  bis  $c_6$  empirisch zu ermitteln. Die mit dem Index 0 versehenen Daten bezeichnen die Stoffwerte bei Bezugstemperatur sowie die Bezugsbedingungen. Für die temperaturabhängigen Stoffwerte bei Gasen gilt entsprechend:

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{T} \cdot \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{Gl. 1.10})$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \left( \frac{T}{c_3} \right)^{1.5} \cdot \left( \frac{c_3 + c_4}{T + c_4} \right) \quad (\text{Gl. 1.11})$$

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left( \frac{T}{c_5} \right)^{1.5} \cdot \left( \frac{c_5 + c_6}{T + c_6} \right) \quad (\text{Gl. 1.12})$$

Mit den Gl. 1.1 bis 1.12 sind die grundlegenden Abhängigkeiten genannt, die in dieser Arbeit für die Lösung von fluiddynamischen und thermodynamischen Problemen verwendet werden. Eine Lösung der Erhaltungsgleichungen unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen und ggf. der Anfangsbedingungen für ein transientes Problem ist die exakte Lösung. Die Gleichungen bilden ein System gekoppelter partieller Differentialgleichungen, die bisher nur für einige ausgewählte Probleme unter vereinfachenden Annahmen zu exakten Lösungen geführt haben. Daher wird in der Hydrodynamik schon lange nach anderen Möglichkeiten als der analytischen Lösung gesucht. Eine Möglichkeit ist die experimentelle Untersuchung von strömungsmechanischen und wärmetechnischen Phänomenen und die Einbettung der Erkenntnisse in empirische und halbempirische Lösungsansätze und Ähnlichkeitsbetrachtungen. Daher beschäftigt sich der nächste Abschnitt unter anderem mit den Ähnlichkeitszahlen, die ein Schlüssel für Ähnlichkeitslösungen sind.

## 1.3 Einfluß der Strömungsform auf den Wärmetransport

### 1.3.1 Ähnlichkeitsgesetze

Bedingt durch die oben aufgezeigten begrenzten Möglichkeiten der analytischen Lösung lässt sich durch die Einführung von dimensionslosen Kennzahlen die Zahl der problemrelevanten Einflußgrößen verringern. Dazu bringt man jede Einflußgröße mit einer charakteristischen Einflußgröße gleicher Dimension in Verbindung. Charakteristische Größen können zum Beispiel die Geschwindigkeit sein, mit der ein Fluid einen Körper anströmt oder seine charakteristische Länge (z.B. Zylinderdurchmesser, Plattenlänge, usw.). Aber auch Stoffeigenschaften und Zustandsgrößen müssen in die Ähnlichkeitsschreitung miteinbezogen werden. Stimmen nun für zwei Anwendungsfälle die problemrelevanten Kennzahlen überein, so sind auch die Lösungen der dimensionslosen Differentialgleichungen identisch. Wichtige Kennzahlen für die Strömungsmechanik und die Wärmeübertragung, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit Verwendung finden, werden im folgenden genannt.

#### Die Reynoldszahl (Re-Zahl)

$$Re_L = \frac{\rho \cdot u \cdot L}{\mu} \quad (\text{Gl. 1.13})$$

mit:

$\rho$  - Dichte

$u$  - charakteristische Geschwindigkeit (z.B. die freie Anströmgeschwindigkeit)

$L$  - charakteristische Länge (z.B. hydraulischer Durchmesser)

$\mu$  - dynamische Viskosität

Die Re-Zahl beschreibt das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften. Anschaulich bedeutet eine Zunahme der Re-Zahl eine Verringerung der Reibung bzw. einen geringeren Einfluß der Viskosität auf die Strömung. Sie kann zur Beurteilung der Strömungsstabilität herangezogen werden. Ist für ein bestimmtes Durch- oder Umströmungsproblem ein festgelegter Wert für die Re-Zahl überschritten, so wechselt das Geschwindigkeitsprofil von laminar zu turbulent. Für die Rohrströmung beispielsweise liegt der Wert bei etwa  $Re_L = 2300$ . Der Index L bei der Re-Zahl deutet an, daß bei der Bildung dieser Kennzahl mehrere Variationen bestehen. Bei der Rohrströmung wird in der Regel der Durchmesser des Rohres verwendet. Bei Gebrauch dieser Kennzahl sollten daher immer auch die charakteristischen Größen, zumindest die charakt. Länge, für ihre Bildung genannt werden.

### Die Prandtl-Zahl (Pr-Zahl)

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} \quad (\text{Gl. 1.14})$$

mit:

- $c_p$  - spezifische isobare Wärmekapazität
- $\mu$  - dynamische Viskosität
- $\lambda$  - Wärmeleitfähigkeit

Die Pr-Zahl ist eine beschreibende Kennzahl für ein Fluid und somit als eine Stoffeigenschaft zu betrachten. Sie beschreibt das Verhältnis von Impulsdiffusion zur thermischen Diffusion (Wärmeleitung im Fluid). Die Pr-Zahl liegt im Bereich von  $Pr \ll 1$  für flüssige Metalle,  $Pr \approx 1$  für Gase und  $Pr \gg 1$  für zähe Flüssigkeiten wie z.B. Öle. Diese Kennzahl wird oft in Verbindung mit der Re-Zahl zu einer anderen Kennzahl, der Peclet-Zahl, zusammengefaßt.

### Die Peclet-Zahl (Pe-Zahl)

$$Pe = Pr \cdot Re = \frac{\rho \cdot c_p \cdot u \cdot L}{\lambda} \quad (\text{Gl. 1.15})$$

mit:

- $\rho$  - Dichte
- $c_p$  - spezifische isobare Wärmekapazität
- $u$  - charakteristische Geschwindigkeit
- $L$  - charakteristische Länge
- $\lambda$  - Wärmeleitfähigkeit

Die Pe-Zahl beschreibt das Verhältnis von Wärmetransport durch Konvektion zum Wärmetransport durch Leitung. Hieraus lassen sich Schlüsse über die Abhängigkeit des Wärmeflusses von der Strömungsform ziehen. Je höher die Pe-Zahl, desto geringer ist der Einfluß der Wärmeleitung auf den Austauschvorgang.

### Die Mach-Zahl (Ma-Zahl)

$$Ma = \frac{u}{a} \quad (\text{Gl. 1.16})$$

mit:

u - Geschwindigkeit

a - Schallgeschwindigkeit

Die Ma-Zahl stellt das Verhältnis von Fluidgeschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit dar. Sie dient vor allem zur Beurteilung der Druckabhängigkeit von Stoffwerten und zur Feststellung einer subsonischen ( $Ma < 1$ ), transsonischen ( $Ma \approx 1$ ) oder supersonischen ( $Ma > 1$ ) Strömung. Ab einer Ma-Zahl größer als 0,7 ist von einer kompressiblen Strömung auszugehen. Schon ab  $Ma \geq 0,3$  ist der Einfluß des Drucks auf die Dichte nicht mehr in jedem Fall zu vernachlässigen und sollte problemabhängig überprüft werden.

### Die Euler-Zahl (Eu-Zahl)

$$Eu = \frac{p}{\rho \cdot u^2} \quad (\text{Gl. 1.17})$$

mit:

p - Druck

$\rho$  - Dichte

u - Geschwindigkeit

Die Eu-Zahl ist eine Verknüpfung von Druck- und Querschnittsänderung bei Durchströmungsproblemen. Insbesondere bei Pilotanlagen<sup>2</sup> wird oft auf vollständige Ähnlichkeit der Strömungsmechanik verzichtet. Bei sehr hohen Re-Zahlen, d.h. bei vernachlässigbarem Einfluß der Viskosität, wird für die Ähnlichkeitsbetrachtung ein Vergleich der Eu-Zahlen und nicht der Re-Zahlen durchgeführt. Gerade in Bereichen hoher Re-Zahlen ist der entstehende Fehler gering, da der Einfluß der Viskosität auf die Strömung mit Erhöhung der Re-Zahl abnimmt und bei vielen technischen Problemen vernachlässigbar ist. Für die Maßstabsübertragungen von DeNO<sub>x</sub>-Anlagen (siehe Kap. 3.2) ist diese Kennzahl von Bedeutung.

---

<sup>2</sup> Versuchsanlagen oder kleine Technikumsanlagen, die später durch eine Maßstabsübertragung zur Großanlage führen, werden auch Pilotanlagen genannt.

### Die Grashof-Zahl (Gr-Zahl)

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3 \cdot \rho}{\mu^2} \quad (\text{Gl. 1.18})$$

mit:

- $\beta$  - isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient
- $\Delta T$  - charakteristische Temperaturdifferenz
- $L$  - charakteristische Länge
- $\rho$  - Dichte
- $\mu$  - dynamische Viskosität

Die Gr-Zahl beschreibt den Auftrieb, den ein Fluid aufgrund einer Temperaturdifferenz durch freie Konvektion erfährt. Der Wärmeausdehnungskoeffizient  $\beta$  ist für ideale Gase über den Kehrwert der mittleren Temperatur  $\beta = 1/T_m$  zu bestimmen. Die Gr-Zahl ist also eine charakteristische Größe für Strömungsvorgänge mit signifikanter freier Konvektion. Im besonderen wird diese Kennzahl in dieser Arbeit für die Bauteilekühlung in Kap. 4 zusammen mit der Ra-Zahl benötigt.

### Die Rayleigh-Zahl (Ra-Zahl)

$$Ra = Pr \cdot Gr = \frac{\rho \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3 g}{\mu^2} \quad (\text{Gl. 1.19})$$

mit:

- $\rho$  - Dichte des Fluids
- $\beta$  - Wärmeausdehnungskoeffizient
- $\Delta T$  - charakteristische Temperaturdifferenz
- $L$  - charakteristische Länge
- $g$  - Erdbeschleunigung
- $\mu$  - dynamische Viskosität

Die Ra-Zahl ist gebräuchlich zur Beschreibung von Strömungszuständen mit signifikanter Naturkonvektion. Bei Strömungsproblemen mit Naturkonvektion wird die Strömung ab etwa  $Ra = 10^9$  turbulent.

Der Nutzen der Kennzahlen erstreckt sich von der Reduzierung der relevanten Einflußgrößen bei der Dimensionsanalyse, über die Übertragbarkeit der Ergebnisse von Klein- auf Großanlagen bei Gleichheit der Kennzahlen bis zur Einschätzung des Strömungszustandes. Insbesondere der letzte Punkt ist dabei für die Anwendung der Numerik zur Bestimmung des Strömungsfeldes von Bedeutung. Der Strömungszustand läßt sich mit Hilfe der genannten Kennzahlen soweit einschätzen, daß sinnvolle Randbedingungen und Parameter für eine numerische Berechnung getroffen werden können. Fakten, die neben den Geometrie- und den Stoffdaten zur Festlegung der Randbedingungen bekannt sein müssen, sind:

- Ist der Einfluß der Naturkonvektion vernachlässigbar?
- Sind die Stoffwerte im Problem in erster Näherung konstant?
- Ist die Ma-Zahl kleiner 0,3 und kann das Fluid deswegen als inkompressibel angesehen werden?
- Gibt es bei dem Problem eine stationäre Lösung?
- Ist die Strömungsgeschwindigkeit so hoch, daß das Turbulenzmodell aktiviert werden muß?

Auf die Turbulenz wird im nächsten Abschnitt näher eingegangen. Zunächst folgt aber die Anwendung der oben genannten Kennzahlen zu einer dimensionslosen Darstellung der Erhaltungsgleichungen von Impuls und Energie.

### Dimensionslose Darstellung der Erhaltungsgleichungen

Nach der Vorstellung der Kennzahlen, die in dieser Arbeit von Bedeutung sind, bietet sich eine neue Schreibweise der Erhaltungsgleichungen von Impuls und Energie an. Besonders im Bereich der Optimierung und in der Forschung spielen i.d.R. nicht die jeweiligen Stoffeigenschaften die herausragende Rolle. Vielmehr möchte der Anwender häufig den Einfluß von Kennzahlen, also den Einfluß von mehreren sich gleichzeitig ändernden Stoff- und Strömungsdaten, auf das Problem beurteilen.

Grundlage der Entdimensionierung der Transportgleichungen ist die Reduzierung jeder dimensionsbehafteten Größe zu einer dimensionslosen Größe. Im folgenden werden die reduzierten Größen mit einem Stern gekennzeichnet. Es gibt verschiedene Ansätze zur Reduzierung von dimensionsbehafteten Größen. In dieser Arbeit wird nach [FID91] verfahren:

Jede geometrische Länge wird durch die für das Problem charakteristische Länge  $L$  dividiert. Die Geschwindigkeit wird durch eine charakteristische Geschwindigkeit  $U$  (z.B. der Anströmgeschwindigkeit) reduziert; daraus ergibt sich die Referenzzeit durch den Quotienten von  $L/U$ . Der Druck  $p$  wird mit  $(\rho/2)U^2$  und zu berücksichtigende Volumenkräfte werden mit  $L/U^2$  reduziert. Die Temperatur wird in Bezug gesetzt zu einer Referenztemperatur  $T_0$  bzw. einer charakteristischen Temperaturdifferenz  $\Delta T$ . In Tab. 1.2 sind die auftretenden dimensionslosen Einflußgrößen aufgeführt.

dimensionsbehaftete Größe	dimensionslose Größe	Umrechnung
geometrische Längen $x$	$x^*$	$x^* = \frac{x}{L}$
Druck $p$	$p^*$	$p^* = \frac{p}{\frac{\rho}{2} \cdot U^2}$
Geschwindigkeiten $u$	$u^*$	$u^* = \frac{u}{U}$
Temperaturen $T$	$T^*$	$T^* = \frac{T - T_0}{T^* - T_0}$
Zeit $t$	$t^*$	$t^* = t \cdot \frac{L}{U}$

Tab. 1.1: Dimensionslose Größen zur Bestimmung eines Strömungsproblems

Nach einer Umformulierung der Energiegleichung und der Impulsgleichung durch Ersetzen der genannten dimensionsbehafteten Größen durch die reduzierten Größen erhält man folgende Erhaltungsgleichungen für schwach gekoppelte Systeme<sup>3</sup>. Bei der Darstellung werden direkt die im vorigen Abschnitt vorgestellten Kennzahlen verwendet.

### Impulserhaltung bzw. Navier-Stokes-Gleichungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right) + f_{v,i} \quad (\text{Gl. 1.20})$$

<sup>3</sup> Ist der Einfluß der Temperatur auf das Strömungsfeld vernachlässigbar (keine Naturkonvektion), spricht man von einem entkoppelten System. Werden Abhängigkeiten der Stoffdaten von der Temperatur zugelassen, liegt ein schwach gekoppeltes System und ansonsten ein stark gekoppeltes System vor.

## Energieerhaltung

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u_i \cdot \frac{\partial T^*}{\partial x_i} = \frac{1}{Pe} \cdot \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_i^2} \right) \quad (\text{Gl. 1.21})$$

Die Form der Kontinuitätsgleichung bleibt von der Reduzierung unbeeinflußt. In der folgenden Tabelle sind die Ersatzgrößen aufgeführt, die in den Gl. 1.20 und 1.21 eingesetzt werden müssen, um eine dimensionslose Formulierung der Gl. 1.3 und 1.4 zu erreichen.

dimensionsbehaftete Größe	schwach gekoppelt und entkoppelt	stark gekoppelt
Dichte $\rho$	1	Re
dynamische Viskosität $\mu$	$1/Re$	1
spezifische isobare Wärmekapazität $c_p$	Pe	Pr
Wärmeleitfähigkeitskoeffizient $\lambda$	1	1
Dissipation	ReBr	Br
Diffusion $\beta$	1	$1/Re$

Tab.1.1: Gegenüberstellung von dimensionsbehafteten und reduzierten "Stoffgrößen"

In der Regel genügt bei nicht zu großen Temperaturdifferenzen für eine Rechnung die Forderung schwach gekoppelter oder entkoppelter Felder und die Vernachlässigung der Einflüsse von Dissipation und Diffusion. Dann lässt sich die Strömungsberechnung unabhängig von der Wärmefeldanalyse durchführen. Das führt zu einer Vereinfachung der Rechnung, da die Energiegleichung aus dem gekoppelten Feld herausgenommen und nach der Bestimmung des Geschwindigkeitsfeldes getrennt berechnet werden kann.

### 1.3.2 Laminare und turbulente Strömungsform

In der Strömungsmechanik werden zwei Formen der Strömung unterschieden, die laminare und die turbulente Strömungsform. Die laminare Strömung ist stabil und findet nach einer äußeren Störung wieder zu einer geordneten Form zurück. Erhöht sich aber die Geschwindigkeit über einen bestimmten Punkt, dann verändern sich die Strömungseigenschaften sehr stark. Ein einzelner Stromfaden führt dann zufallsbedingt starke Querbewegungen aus. Beide Strömungsformen sind in Abb. 1.1 für eine Rohrströmung zu sehen.

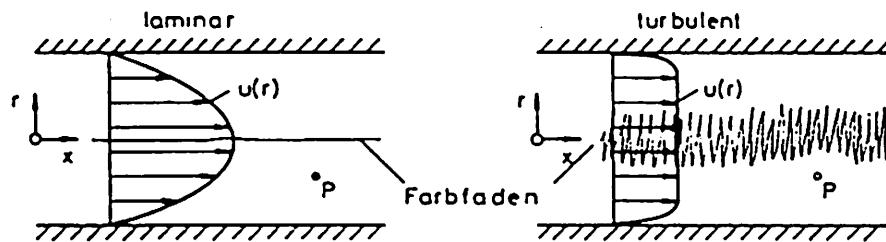


Abb. 1.1: Vergleich zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung [Ger84]

Es ist bei beiden Geschwindigkeitsprofilen zu beobachten, daß die Geschwindigkeit zur Wand hin bis auf den Wert null abnimmt und damit die Haftbedingung erfüllt ist. Bei turbulenten Strömung ist das Geschwindigkeitsprofil über den gesamten Querschnitt fast einheitlich verteilt (kolbenähnliches Profil), während man bei der laminaren Strömung in einem Rohr von einem Parabelprofil spricht. Der Impulsaustausch erfolgt bei laminarer Strömungsform überwiegend diffusiv, während bei der turbulenten Strömungsform dem diffusiven Transport ein deutlich größerer konvektiver Anteil überlagert ist. Damit läßt sich auch die Bewegung eines Partikels (der durch einen Farbfaden nachempfunden werden kann) in Abb. 1.1 erklären.

### 1.3.3 Die Grenzschicht

Im Nahbereich an der Wand treten wegen der genannten Haftbedingung hohe Geschwindigkeitsgradienten auf. An dem Beispiel einer längs angeströmten ebenen Platte ist die laminare und turbulente Grenzschicht in Abb. 1.2 aufgetragen.

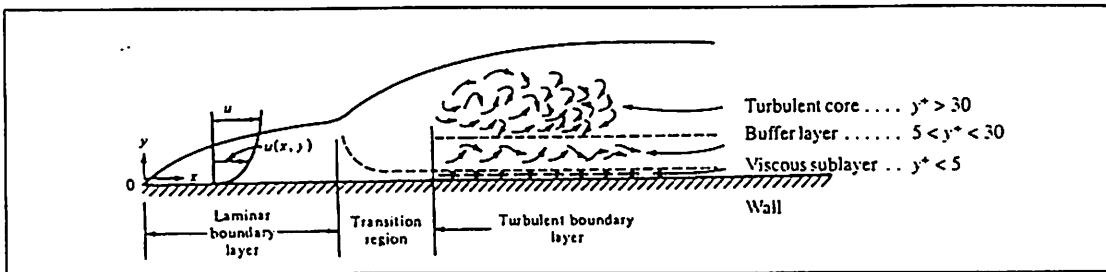


Abb. 1.2: Laminare und turbulente Grenzschicht bei einer längs angeströmten Platte [FLO94]

In turbulenten Grenzschichten ist das Geschwindigkeitsprofil nach [Ger84] "völliger", was soviel wie einheitlicher bedeutet. Je höher die Geschwindigkeit, desto kleiner ist in der Regel die Grenzschichtdicke. In der Abb. 1.2 ist der Umschlag von einer laminaren zu einer turbulenten Grenzschicht zu erkennen. Sie lässt sich in drei Bereiche einteilen.

In direkter Wandnähe befindet sich die viskose Unterschicht. In dieser Schicht überwiegen die viskosen Spannungen aufgrund innerer Reibung bewirken. Die Bewegungsrichtung in der viskosen Unterschicht ist wandparallel. In der Unterschicht liegt eine in etwa lineare Geschwindigkeitsverteilung vor. Direkt daran schließt sich eine Pufferzone an, in der die viskosen Kräfte zu Gunsten der turbulenten Scherkräfte abnehmen. Das Geschwindigkeitsprofil in diesem Übergangsbereich, der sog. Pufferzone, wird sowohl von der viskosen Unterschicht als auch von der darüberliegenden turbulenten Grenzschicht beeinflusst. Über der Pufferzone bildet sich eine turbulente Grenzschicht mit logarithmischem Geschwindigkeitsprofil aus. Das Geschwindigkeitsprofil im Übergangsbereich wird zwischen den Ansätzen von viskoser Unterschicht und turbulenten Grenzschicht interpoliert. Der in der Abb. 1.2 aufgeführte Wert  $y^+$  bezeichnet den normierten Wandabstand. Er wird in Kap. 2 näher erläutert.

Sowohl die Strömungsform als auch die Art der Grenzschicht haben entscheidenden Einfluß auf den Wärmeübergang. Bei laminarer Strömung erfolgt der Wärmeübergang senkrecht zur Wand hauptsächlich durch Wärmeleitung. Bei turbulenten Strömung ist diese Art der Wärmeübertragung nur im Bereich der viskosen Unterschicht und in der

Pufferschicht signifikant, während in der turbulenten Grenzschicht und in der turbulenten Kernströmung der Wärmeübergang hauptsächlich konvektiv erfolgt. Für die Modellierung eines CFD-Problems ist der Wandbereich daher von entscheidender Bedeutung. Innerhalb der Grenzschicht ändert sich die Geschwindigkeit sehr stark. Nur eine feine Auflösung der Wandgebiete erlaubt eine korrekte Aussage über den Wärmeübergang. Ferner ist auf die Turbulenzmodelle in CFD-Programmen zu achten, die zur Beschreibung turbulenter Eigenschaften implementiert sind.

## 1.4 Turbulenzmodelle

Wie in den vorherigen Abschnitten erklärt, lassen sich die zur Beschreibung von Strömungen und Wärmeübergängen nötigen partiellen Differentialgleichungen analytisch nur schwer oder gar nicht lösen. In der Regel sind technische Strömungen turbulent und mit stochastischem Charakter. Aus diesem Grund existieren Ansätze für die Modellierung der Turbulenz. Die größte Gruppe der Turbulenzmodelle bilden die zeitlich gefilterten Ansätze.

### 1.4.1 Zeitlich gefilterte Ansätze

#### Grundlagen

Anschaulich untergliedert man die Transportgrößen, hier am Beispiel der Geschwindigkeit gezeigt, in einen zeitunabhängigen Mittelwert  $\bar{u}$ , dem in den drei Koordinatenrichtungen Schwankungsgeschwindigkeiten überlagert sind. Die Momentangeschwindigkeit setzt sich also folgendermaßen zusammen:

$$u(x, y, z, t) = \bar{u}(x, y, z) + u'(x, y, z, t) \quad (\text{Gl. 1.22})$$

Momentanwert = Mittelwert + Schwankungsgröße

Der Mittelwert  $\bar{u}$  ist als Mittelwert der Geschwindigkeit über ein Zeitintervall  $T$  definiert:

$$\bar{u}_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_i(t) \cdot dt \quad (\text{Gl. 1.23})$$

Bei der Motivation der gemittelten Größen steht die Darstellung von statistisch stationären Prozessen im Vordergrund. Für den Langzeitmittelwert muß demnach gelten:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = 0 \quad (\text{Gl. 1.24})$$

Neben der vorgestellten Filterung für die Geschwindigkeit lassen sich auch der Druck  $p$  und die Temperatur  $T$  in Mittelwerte und Schwankungsgrößen zerlegen. Mit dieser zeitlichen Filterung der Transportgrößen erhält man die Reynolds-Gleichungen, die eine Modifikation der Grundgleichungen der Flüssigkeitsdynamik darstellen.

### Gemittelte Massenerhaltung

Nach Zerlegung der Geschwindigkeit in Mittelwert und Schwankung und anschließender Filterung ergibt sich folgende Beziehung für die Kontinuität der Masse:

$$\bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \bar{p} \cdot \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot (\bar{\rho} \cdot \bar{u}'_j) = 0 \quad (\text{Gl. 1.25})$$

Entsprechend formt sich das Gleichungssystem der Impulskontinuität um zu

$$\rho \cdot \bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot (\bar{\rho} \cdot \bar{u}'_i \bar{u}'_j) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} \quad (\text{Gl. 1.26})$$

Für die Energiegleichung gilt nach der zeitlichen Mittelung:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left[ \bar{u}_i \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + \bar{u}'_i \cdot \frac{\partial \bar{T}'}{\partial x_i} \right] = -\lambda \cdot \left[ \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_i^2} \right] \quad (\text{Gl. 1.27})$$

Den insgesamt fünf Gleichungen stehen nach der zeitlichen Filterung des Gleichungssystems für den dreidimensionalen Fall nicht mehr nur die fünf Unbekannten Temperatur, Druck und die vektoriellen Geschwindigkeiten gegenüber, sondern noch zusätzlich die sechs Geschwindigkeitskorrelationen  $\bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_j$ , die drei Geschwindigkeits-

Dichte-Korrelationen  $\overline{\rho' u'_j}$  und drei Geschwindigkeits-Temperatur-Korrelationen. Damit ist das Gleichungssystem nicht mehr geschlossen. Da die Terme  $-\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j}$  die Dimension einer Spannung besitzen, werden sie auch als Reynoldsspannungen bezeichnet. Ziel der Turbulenzmodellierung ist es nun, mit Hilfe geeigneter Ansätze das Schließungsproblem zu lösen und Ergebnisse bzw. Ansätze zur Bestimmung der Reynoldsspannungen zu erhalten.

### Null-Gleichungsmodelle und Eins-Gleichungsmodelle

Grundlage vieler zeitlich gefilterter Turbulenzmodelle ist die Einführung der skalaren Wirbelviskosität  $\mu_t$ , die im Vergleich zur molekularen Viskosität  $\mu$  keine stoffbezogene Größe, sondern einen systemabhängigen Austauschkoeffizienten darstellt. Boussinesq definierte die Wirbelviskosität  $\mu_t$  bereits 1877 wie folgt [Bou77]:

$$-\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j} = \mu_t \cdot \left[ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \cdot \rho k \delta_{ij} \quad (\text{Gl.1.28})$$

Die Größe  $k$  bezeichnet in Gl. 1.26 eine massenbezogene turbulente Schwankungsenergie. Für Scherströmungen mit einer ausgezeichneten Strömungsrichtung vereinfacht sich Gl. 1.29 zu:

$$-\rho \cdot \overline{u'_1 \cdot u'_2} = \mu_t \cdot \left[ \frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_2} \right] \quad (\text{Gl.1.29})$$

Diese Art von Turbulenzmodellen benötigen einen Ansatz zur Bestimmung von  $\mu_t$ . Je nach den Ansätzen für die Wirbelviskosität unterscheidet man hier die verschiedenen i-Gleichungsmodelle. Wird ein direkter Ansatz für  $\mu_t$  verwendet, bezeichnet man die Ansätze als Null-Gleichungsmodelle, da keine zusätzliche Transportgleichung benötigt wird. Der bekannteste Ansatz unter den Null-Gleichungsmodellen ist die Mischungsweghypothese von Prandtl. Das Problem dieses Ansatzes liegt in der Festlegung einer Mischungslänge  $l_m$ , die empirisch zu bestimmen ist und maßgeblichen Anteil an der Qualität der Lösung besitzt.

Anschaulich ist die Beschreibung der Turbulenzstruktur als eine Überlagerung von Wirbeln unterschiedlicher Größe und Geschwindigkeit zu betrachten.

Die Mischungslänge  $l_m$  ist in dieser Vorstellung ein charakteristisches Längenmaß, das die räumliche Erstreckung der Wirbel wiedergeben soll. Da die Turbulenzstruktur nicht gleichmäßig ist und aus großen und kleinen Wirbeln besteht, die Größe  $l_m$  aber eine Konstante ist, kann die gesamte Turbulenzstruktur mit einem Null-Gleichungsmodell nur eingeschränkt beschrieben werden. Rücklaufgebiete und Ablösungen werden mit Null-Gleichungsmodellen nur unzureichend wiedergegeben.

Eine Weiterentwicklung der Turbulenzmodellierung führt zu den Ansätzen, die für die turbulente Schwankungsenergie  $k$  eine zusätzliche Transportgleichung verwenden. Aus  $k$  lässt sich ein charakteristisches Zeitmaß für die Turbulenzstruktur ableiten. Das Problem ist auch hier eine realistische Festlegung der Längenmaßverteilung, da diese Größe selbst Transportvorgängen unterliegt und damit nicht konstant ist. Die Eins-Gleichungsmodelle bieten trotz höheren Rechenaufwands nur geringe Vorteile gegenüber dem Mischungswegansatz und haben daher keine größere Bedeutung erlangt [Imb94].

### Zwei-Gleichungsmodelle

Eine Fortführung der zeitlich gemittelten Turbulenzmodellierung ist die Einführung einer zweiten Transportgleichung für die Bestimmung turbulenter Effekte. Die abhängige Variable ist bei den verschiedenen Zwei-Gleichungsmodellen immer eine Kombination der Turbulenzenergie  $k$  und des Integrallängenmaßes  $L$  in Form einer Potenzansatzfunktion  $z = k^m \cdot L^n$ .

Die Modelle, die auf der Basis dieses Ansatzes arbeiten, lassen sich theoretisch ineinander überführen. Die meisten Erfahrungen liegen für die Werte  $m = 3/2$  und  $n = -1$  bei der oben genannten Potenzansatzfunktion vor. In den zusätzlichen Transportgleichungen sind einige empirische Parameter festzulegen, um mit Ihnen die Turbulenzstruktur beschreiben zu können. Das Modell für die genannten Werte von  $m$  und  $n$  heißt  $k-\epsilon$ -Modell.

Das  $k-\epsilon$ -Modell berechnet neben der turbulenten kinetischen Energie als zweite zu bestimmende Transportgröße einen Ausdruck für den Anteil an turbulenter Energie, der pro Massen- und Zeiteinheit durch viskose Kräfte dissipiert wird. Die Größe wird turbulente Energiedissipationsrate  $\epsilon$  genannt, die sich dabei aus Dimensionsbetrachtungen und in starker Anlehnung an die Gleichung für  $k$  herleiten lässt [Bäu94].

Das Standard k- $\epsilon$ -Modell von Launder und Spalding [Lau72] geht von folgenden Annahmen aus:

1. **hohe Re-Zahlen**, da unter dieser Voraussetzung die viskosen Diffusionsterme in den beiden zusätzlichen Transportgleichungen vernachlässigt werden können. Darüber hinaus ist für die  $\epsilon$ -Transportgleichung der Produktions- und der Dissipationsterm vernachlässigbar.
2. **Gradientendiffusion**, d.h. die Modellierung der turbulenten Diffusionsterme erfolgt über Druck- und Geschwindigkeitsgradienten.
3. **Wirbelviskositätsprinzip**, d.h. der ausgeprägte dreidimensionale Charakter der Turbulenzbewegung wird unberücksichtigt gelassen und lokale Isotropie der Turbulenz wird gefordert.

Die gesuchten Reynoldsspannungen werden nach Gl. 1.29 bestimmt, wobei für die Wirbelviskosität  $\mu_t$  gilt:

$$\mu_t = c_\mu \cdot \rho \cdot \frac{k^2}{\epsilon} \quad (\text{Gl. 1.30})$$

Der Wert  $c_\mu$  ist dabei eine der vorher festzulegenden Konstanten für das k- $\epsilon$ -Modell. Für ebene Scherströmungen beispielsweise hat sich  $c_\mu = 0,09$  bewährt.

Einige Einschränkungen, die für das Standard-Modell getroffen wurden, sind in vielen Applikationen rückgängig gemacht worden, um mehr turbulente Phänomene bei der Berechnung berücksichtigen zu können. So ist das Modell in modifizierter Form auch für niedrige Re-Zahlen verwendbar bzw. in Wandnähe gültig. Die Erweiterung des k- $\epsilon$ -Modells ist im wesentlichen auf zwei verschiedenen Wegen möglich.

Zum einen kann man den wandnahen Bereich durch ein universelles Geschwindigkeitsprofil überbrücken. In diesen Fällen werden die Randbedingungen für die Turbulenzgrößen  $k$  und  $\epsilon$  meist als Funktion der Wandschubspannung angegeben. Trotz großer Geschwindigkeitsgradienten an der Wand kann mit einer relativ groben Netzaufteilung und entsprechend geringerer Rechenzeit gearbeitet werden. Aus diesem Grund ist diese Art der Modellierung in kommerziellen Programmen oft zu finden. Schwierigkeiten treten hierbei vor allen Dingen bei sich ablösenden Strömungen und bei Relaminarisierungen auf. Neben physikalisch unsinnigen Ergebnissen können hier auch numerische Probleme auftreten [Bäu94].

Eine aufwendigere Form ist die Miteinbeziehung von Diffusions- und Dissipationsterm bei der  $\varepsilon$ -Gleichung. In beiden Termen wird eine empirische Funktion implementiert, die den dämpfenden Einfluß der Wand beschreibt. Diese Vorgehensweise führt auf ein sogenanntes Low-Re-Number Modell.

Beurteilend ist festzuhalten, daß der Schwachpunkt der  $k-\varepsilon$ -Modelle in der Formulierung der Transportgleichung für  $\varepsilon$  liegt. Trotzdem ist das Modell erfolgreich auf freie Scherströmungen, rezirkulierende Strömungen sowie Wandgrenzschichten und Freistrahlen angewendet worden [Lau79]. Es bleibt bei der Anwendung in jedem Fall die Voraussetzung der lokalen Isotropie der Turbulenz zu prüfen.

### **Reynolds-Spannungs-Modelle (RST-Modelle)**

Die RST-Modelle gehören ebenfalls zur Gruppe der zeitlich gefilterten Turbulenzmodelle. Diese Modelle ließen sich auch als 7-Gleichungsmodelle bezeichnen, da für jeden der sechs Re-Spannungsterme und für die turbulente Energiedissipation  $\varepsilon$  eine eigene Transportgleichung formuliert wird.

Im Vergleich zum  $k-\varepsilon$ -Modell lassen sich mit RST-Modellen turbulenzbedingte Sekundärströmungen gut vorhersagen. In freien Strömungen sind keine Vorteile zu einem Zwei-Gleichungsmodell auszumachen. Eine Schwäche, die das Modell von den Zwei-Gleichungsmodellen übernimmt, ist die Transportgleichung für die turbulente Dissipationsrate der Energie  $\varepsilon$ . Der Rechenaufwand für dieses Turbulenzmodell steigt im Vergleich zu den Zwei-Gleichungsmodellen aufgrund der fünf zusätzlichen Transportgleichungen an. Bei RST-Modellen werden bei Einschaltung des Turbulenzmodells also nicht nur sieben Gleichungen (Kontinuitätsgleichung, Navier-Stokes-Gleichungen, Energiegleichung, Transportgleichungen für  $k$  und  $\varepsilon$ ) simultan gelöst, sondern bis zu elf. Eine Erweiterung auf ein Low-Re-Number Modell ist zur Zeit noch nicht befriedigend gelungen.

### **Algebraische-Spannungs-Modelle (ASM)**

Einen Ausweg aus dem Zeitproblem bei RST-Modellen bietet die Modellierung der Turbulenz mit Hilfe der algebraischen Reynolds-Spannungsmodelle. Im Gegensatz zu den RST-Modellen, in dem für die einzelnen Reynoldsspannungen partielle Differentialgleichungen gelöst werden müssen, werden bei ASM die Gleichungen in geeigneter Weise modifiziert und zu algebraischen Gleichungen umformuliert. Der numerische Aufwand wird dadurch deutlich gesenkt. Es wird allerdings die

Allgemeingültigkeit des Modells eingeschränkt. Die Probleme bei der Erweiterung auf ein Low-Re-Number Modell treffen auf die ASM ebenfalls zu.

### 1.4.2 Räumlich gefilterte Ansätze und Direkte Numerische Simulation

Neben den zuvor besprochenen Möglichkeiten zur zeitlichen Filterung der Transportgleichungen ist es möglich, diese räumlich zu filtern. Dabei wird die turbulente Bewegung je nach Diskretisierung in explizit zu berechnende großräumige und in räumlich zu filternde kleinräumige Turbulenzbewegungen unterteilt. Aufgrund der expliziten Bestimmung der großräumigen Turbulenzballen wird dieser Ansatz auch Large-Eddy-Simulation (LES) genannt.

Es sind somit nur für die kleinräumigen Turbulenzbewegungen Turbulenzmodelle nötig. Da in diesen Bereichen die Forderung einer lokalen Isotropie gut erfüllt ist, genügen im Gegensatz zu den zeitlich gemittelten Turbulenzmodellen einfache Ansätze für die Wirbelviskosität  $\mu_t$ . Da es sich bei der Large-Eddy-Simulation grundsätzlich um eine transiente Analyse handelt, ist der Rechenbedarf höher als bei den zeitlich gefilterten Ansätzen.

Noch eine Stufe weiter geht die Modellierung einer Strömung mit Hilfe der Direkten Numerischen Simulation (DNS). Da sie keine Modellannahmen benötigt, ist sie streng genommen kein Modell, sondern auf die Gitterwerte bezogen die exakte Lösung der Bewegungsgleichungen und das endgültige Ziel im Bereich der Turbulenzmodellierung. Da aber mit zunehmenden Re-Zahlen die Anzahl der benötigten Gitterpunkte  $n$  mit der Proportionalität  $n \propto Re^{9/4}$  steigt, werden auch in absehbarer Zeit für komplexe Geometrien und moderate Re-Zahlen keine Ergebnisse zu erzielen sein.

Gegen die Large-Eddy-Simulation und die Direkte-Numerische-Simulation sprechen also zur Zeit noch viel eher als beim RST-Modell der hohe Zeitaufwand. Es werden daher aus pragmatischen Gründen für viele Anwendungen bewährte zeitlich gemittelte Turbulenzmodelle den räumlich gefilterten vorgezogen. Umso mehr, als in den meisten Fällen gerade die zeitlich gemittelte Lösung von Bedeutung ist und nicht die Feinstauflösung der zeitabhängigen Turbulenzbewegungen. Bei den zeitlich gefilterten Modellen ist zur Zeit der Kompromiß zwischen moderater Rechenzeit und gut angepaßtem Modell am besten bei den ASM gelungen. Sind die Annahmen, die bei der Modellbildung für das  $k-\varepsilon$ -Modell eine Rolle gespielt haben hinreichend erfüllt, so lassen sich damit im Vergleich zu ASM nur unwesentlich schlechtere Resultate erzielen [VKI94]. Zudem sind Unzulänglichkeiten in den Berechnungen aufgrund vieler Erfahrungen mit Zwei-Gleichungs-Modellen am besten abschätzen.

Der Vollständigkeit halber sei neben den beschriebenen räumlich und zeitlich gefilterten Ansätzen zur Turbulenzmodellierung noch ein Ansatz erwähnt, der in der Physik erfolgreich auf kritische Probleme angewendet wurde. Bei der sogenannten Renormalisation werden die Navier-Stokes-Gleichungen mit Hilfe einer Fourier-Transformation in einen Wellenzahlenraum überführt. Da die Renormalisationsmodelle bisher keine exakten Zusammenhänge liefern, sondern nur Proportionalitäten und zudem noch keine größere Bedeutung erlangt haben, wird auf eine nähere Beschreibung verzichtet.

Nach den benötigten theoretischen Grundlagen der Strömungsmechanik und im besonderen der Turbulenzmodellierung wird im nächsten Kapitel das in der vorliegenden Arbeit verwendete Werkzeug für numerische Berechnungen vorgestellt.

## **2 Vorstellung der benutzten Werkzeuge ANSYS und FLOTRAN<sup>5</sup>**

### **2.1 Strömungssimulation mit Hilfe der Methode der Finiten-Elemente**

#### **2.1.1 Grundlagen der Finiten-Elemente-Methode**

In vielen technischen Anwendungen ist es nicht möglich, den physikalischen Zusammenhang als Gesamtproblem exakt auf ein mathematisches Modell abzubilden bzw. den Zusammenhang unter den gegebenen Randbedingungen exakt zu lösen. Man spricht bei der Formulierung des Gesamtzusammenhangs auch von einem "starken Problem" [Zie84]. Eine Lösung dieses Randwertproblems wird dann klassische Lösung genannt.

Durch die Verwendung eines Ersatzmodells für das reale Problem wird aus dem starken Problem ein "schwaches Problem" formuliert. Das schwache Problem wird in der Regel durch Approximationsverfahren gelöst. Man unterscheidet dabei die Verfahren, die ein Gesamtproblem in viele kleinere diskrete Teile auftrennen, diese unabhängig voneinander lösen und später wieder zusammenzusetzen und in Verfahren, die die diskreten Teile über Rand- und Übergangsbedingungen miteinander verbinden und dadurch eine quasi simultane Lösung für das Gesamtgebiet erzeugen. Die Finite-Elemente-Methode (FEM) gehört zu den Approximationsverfahren, die das Konzept der schwachen Lösung ausnutzen. Neben der FEM existiert mit der Finite Volumen Methode (FVM) eine alternative Formulierung. Die Finite Differenzen Methode (FDM)

---

<sup>5</sup> ANSYS und FLOTRAN sind eingetragene Warenzeichen der ANSYS INC.

ist im Gegensatz dazu eine Approximation der starken Lösung. Auf die beiden letztgenannten Verfahren wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen.

In vielen Fällen liegt ein Kontinuumsproblem vor. Das Kontinuum wird bei der FEM in eine bestimmte Anzahl an Volumen- und Flächenelementen zerlegt. Die Eckpunkte dieser Elemente bilden sog. Knoten, die miteinander über Rand- und Übergangsbedingungen verbunden sind. Die Verschiebungen der Knoten (Strukturmechanik) oder die Geschwindigkeiten und der Druck (Strömungsmechanik) sind dabei die primär unbekannten Größen. Es wird intern ein System von Knotengrößen bestimmt, das im Gleichgewicht mit den wirkenden Kräften auf Oberfläche und Volumen steht. Für eine tiefergehende Einarbeitung in das Gebiet der FEM werden als allgemein einführende Literatur [Zie84], und speziell für die Anwendung in der Strömungsmechanik [Chu78] und [Pat80] empfohlen.

### **2.1.2 Strömungsmechanische Lösungsansätze innerhalb der FEM**

Neben der klassischen Anwendung in der Strukturmechanik ist die Entwicklung effektiv einsetzbarer Berechnungsverfahren in der Strömungsmechanik noch nicht so weit fortgeschritten. Dies liegt aber nur zum Teil an der komplizierten Struktur der Strömungsvorgänge, die in Kapitel 1 vorgestellt wurde. Ein weiterer wichtiger Grund für das Entwicklungspotential sind die notwendigen Rechnerkapazitäten, die erst seit wenigen Jahren direkt am Arbeitsplatz zur Verfügung stehen. Im weiteren werden die Möglichkeiten der Strömungssimulation mit kommerzieller Software anhand des Programmpaketes FLOTTRAN aufgezeigt.

## **2.2 Implementierung der Strömungssimulation im verwendeten Werkzeug**

FLOTTRAN ist das strömungsmechanische Lösungsmodul des "general purpose"-FEM-Programmpaketes ANSYS. Pre- und Postprocessing<sup>6</sup> werden mit ANSYS durchgeführt. Als Lösungsoptionen stehen die im vorigen Kapitel beschriebenen Ansätze für die Erhaltungsgleichungen von Masse, Impuls und Energie sowie die temperaturabhängigen Stoffgleichungen zur Verfügung. Entsprechend der gerade genannten Voraussetzungen der FEM werden die Erhaltungsgleichungen in diskreter Form für die einzelnen Elemente und Knoten formuliert. Auf spezielle Probleme, die mit FLOTTRAN zu modellieren sind, wird im folgenden näher eingegangen.

---

<sup>6</sup> Mit Preprocessing wird die geometrische Aufbereitung und die Vernetzung des Modells und mit Postprocessing die der Rechnung anschließende Auswertung bezeichnet.

### **2.2.1 Grundlagen der Lösungsmöglichkeiten**

Als Vorbemerkung zur Einstellung der möglichen Lösungsoptionen sei angemerkt, daß in der Software keine Routinen eingebaut sind, die eine programminterne Erkennung des Analysentyps zulassen. Beispielsweise ist vom Anwender zu beurteilen, ob die Strömung laminar oder turbulent ist. Eine selbstständige Einschaltung des implementierten Turbulenzmodells erfolgt nicht. Der Anwender hat also immer selbst dafür Sorge zu tragen, daß die Annahmen und Randbedingungen in sinnvoller Weise dem realen Problem angepaßt sind.

Dem Anwender steht für zwei- und dreidimensionale Modelle aus der Elementbibliothek jeweils ein Fluidelement zur Verfügung. Bei beiden Elementtypen handelt es sich um Flächen- bzw. Volumenelemente mit linearen Ansatzfunktionen. Die Fluidelementtypen dürfen weder untereinander gemischt noch mit anderen Elementtypen (z.B. aus der Strukturmechanik) gleichzeitig verwendet werden. Mit entsprechender Eingabe der Stoffwerte und der Randbedingungen ist allerdings auch innerhalb des Strömungsmechanikmoduls eine Berücksichtigung von Festkörpergebieten möglich.

Bei dem Fluid handelt es sich grundsätzlich um ein Newtonsches Fluid in einer Phase. Das Programm berücksichtigt damit nur die in Gl. 1.5 beschriebene strenge Proportionalität von Schubspannung und Schergeschwindigkeit. Es ist also zur Zeit mit dem verwendeten Werkzeug nicht möglich, mehrphasige Strömungen sowie nichtnewtonsche Medien wie z.B. blutähnliche Fluide oder Polymerschmelzen nachzubilden.

Es stehen sowohl laminare als auch turbulente Modelle zur Verfügung. Zur Turbulenzmodellierung ist ein modifiziertes  $k-\epsilon$ -Modell implementiert. Darüberhinaus hat der Anwender zu entscheiden, ob kompressibel oder inkompressibel gerechnet werden soll. Existiert eine stationäre Lösung oder ist man nur an dieser interessiert, rechnet man ohne Zeiteinfluß. Bei transienten Rechnungen ist eine turbulente Rechnung wegen der zeitlichen Glättung des verwendeten Turbulenzmodells wenig sinnvoll. Bei entscheidendem Einfluß der Zeit, z.B. bei Anfahrvorgängen, besteht bei laminaren Strömungen die Möglichkeit zur Berechnung des transienten Vorgangs. Ist neben dem Strömungsfeld auch das Temperaturfeld von Interesse, ist auch eine gleichzeitige thermische Analyse möglich. Will man abschließend noch eine gekoppelte Strömungsmechanik - Strukturmechanikanalyse durchführen, so ist es möglich, die im Strömungsmechanikmodul berechneten Strömungs- und Temperaturfelder als Randbedingungen für eine Festigkeitsberechnung zu übergeben.

## 2.2.2 Turbulenzmodellierung in FLOTTRAN

In Kapitel 1 wurde schon auf die Problematik der Modellierung turbulenter Strömungen eingegangen. Aus diesem Grund ist in das Programm ein zeitlich gefiltertes Turbulenzmodell, das  $k-\epsilon$ -Modell, implementiert. Damit lassen sich modellbedingt nur Strömungen mit isotroper Wirbelbildung berechnen.

Es ist also vor der Anwendung dieses numerischen Strömungssimulationsprogramms grundsätzlich abzuschätzen, ob das Problem im turbulenten Bereich berechnet werden muß und ob dann die Voraussetzungen zur Anwendung des implementierten Turbulenzmodells erfüllt sind. Für das  $k-\epsilon$ -Modell heißt das, ob die Turbulenzeffekte wirklich als skalare Größen in allen Koordinatenrichtungen gleich groß angenommen werden dürfen. Da bei der Verwendung von FLOTTRAN keine Wahl beim Turbulenzmodell besteht, ist ggf. ein daraus resultierender Modellfehler abzuschätzen.

Da es sich bei dem  $k-\epsilon$ -Modell ursprünglich um ein Turbulenzmodell für ausschließlich hohe Re-Zahlen handelt, sind hier für wandnahe Fluidgebiete spezielle Wandgesetze implementiert. In Anlehnung an Abb. 1.2 werden die Geschwindigkeiten in der Grenzschicht durch die Bestimmung des reduzierten Wandabstandes  $y^+$  über lineare und logarithmische Funktionen berechnet. In Abb. 2.1 sind die Geschwindigkeitsprofile dargestellt.

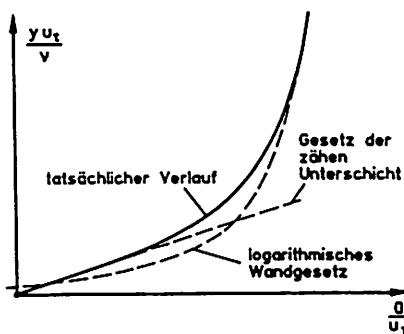


Abb. 2.1: Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht [FLO94]

Der reduzierte Wandabstand  $y^+$  ist hierbei definiert über:

$$y^+ = \rho \cdot \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{0.5} \cdot \frac{y}{\mu} \quad (\text{Gl. 2.1}).$$

Dabei bedeuten,  $\rho$  die Dichte des Fluids,  $\tau_w$  die Wandschubspannung,  $y$  der geometrische Wandabstand und  $\mu$  die Viskosität des Fluids.

Im Bereich von  $y^+ < 5$  wird nach dem Gesetz der zähen (viskosen) Unterschicht eine lineares Geschwindigkeitsprofil berechnet. Für  $y^+ > 30$  bestimmt FLOTRAN ein logarithmisches Geschwindigkeitsprofil. Die Pufferzone wird dabei über ein log-lineares Geschwindigkeitsprofil angenähert. Die Voraussetzungen für die Anwendung der Wandfunktionen verlangen nach einer genauen Einhaltung der Gültigkeitsgrenzen. Diese liegen in einem Bereich von  $3 < y^+ < 5000$ . Besonders oberhalb des Maximalwertes für  $y^+$  wird die Geschwindigkeit in Wandnähe zu hoch berechnet. Für eine korrekte Abbildung der viskosen Unterschicht muß der reduzierte Wandabstand für die wandnächsten Knoten  $y_w^+$  Werte kleiner 5 aufweisen.

Der vom Programm ausgegeben Wert  $y_w^+$  für den wandnächsten Knoten dient somit als Gradmesser für die Qualität der in der Simulation verwendeten Vernetzung. Dabei ist zu beachten, daß ein Fehler im wandnahen Geschwindigkeitsprofil Einfluß auf das gesamte Strömungsfeld besitzt. Insbesondere bei Wärmeübergangsberechnungen ist eine korrekte Darstellung der Ergebnisse bzw. der Geschwindigkeitsverläufe in Wandnähe sehr wichtig, da dort die entscheidenden Austauschvorgänge geschehen.

Für die meisten Anwendungsfälle ist es nicht notwendig, die voreingestellten empirisch ermittelten Konstanten des  $k-\epsilon$ -Modells zu verändern. In vielen Arbeiten z.B. in [Ste91] und Referenzen darin wird gezeigt, daß auch die Abhängigkeit des gewählten Turbulenzeintrittsgrades von untergeordneter Bedeutung ist.

Da es gerade in technischen Anlagen oft zu sehr hohen Re-Zahlen kommt, die in der numerischen Simulation häufig zu schlecht konvergierenden Gleichungssystemen führen, sei an dieser Stelle auf den Abschnitt 2.3 hingewiesen, der sich mit der Vorgehensweise bei der Lösung schlecht oder gar nicht konvergierender Gleichungssysteme befaßt.

### **2.2.3 Allgemeine Behandlung der Randbedingungen**

Die Vorgabe von Randbedingungen ist ein sehr wichtiger Teil der Modellierung eines CFD-Problems. Insbesondere an dieser Stelle treten große Unterschiede zwischen der Strukturmechanik und der Flüssigkeitsdynamik auf. An den Rändern des modellierten Gebietes muß für jeden Freiheitsgrad entweder ein konkreter Wert (Dirichlet-Randbedingung) oder ein Gradient (Neumann-Randbedingung) aufgegeben werden. Aus Sicht der numerischen Stabilität ist die Aufgabe einer Dirichlet-Randbedingung günstiger. Man kann an den Grenzen des Modellgebietes folgende strömungsmechanischen Ränder unterscheiden:

**1. Durchströmte Ränder:**

Hierunter sind Zuström- und Abströmränder zu verstehen. Diese Ränder können als Neumann oder als Dirichlet-Randbedingung gewählt werden.

**2. Ränder mit Haftbedingung:**

Ränder mit Haftbedingung sind feste oder bewegte Wände. Für die Geschwindigkeitskomponenten wird an diesen Stellen eine Dirichlet-Randbedingung vorgeben.

**3. Symmetrieränder:**

Bei Symmetrierändern wird tangential zur Symmetriearchse eine Dirichlet-Randbedingung für die entsprechende Geschwindigkeitskomponente und normal dazu werden Neumann-Bedingungen gewählt.

**4. Periodische Ränder:**

Periodische Ränder verhalten sich wie Symmetrieränder, nur daß bei Neumann-Randbedingungen in diesem Fall die Randbedingungen nicht unabhängig, sondern mit einem anderen Rand gekoppelt sind.

Bei den Analysen unterscheidet man aufgrund der Einlaßbedingungen zwischen druck- und geschwindigkeitsangeregter Strömung. In jedem Fall muß das Modell am Auslaß so dargestellt werden, daß ein ausgebildetes Profil und somit eine vom Programm automatisch angenommene Nullgradientenbedingung für die Geschwindigkeitskomponenten zulässig ist. Wird diese Voraussetzung nicht erfüllt, ist die Massenerhaltung nicht mehr gegeben. Um den bis auf eine Konstante festgelegten Druck berechnen zu können, wird vornehmlich am Auslaß ein Referenzdruck festgelegt. Äquivalent zu dieser Aufgabe der Auslaßbedingung ist die Festlegung nur eines Knotens am Auslaß mit einem festen Wert und der Festlegung der Geschwindigkeitsnormalkomponente zu Null. Diese Randbedingung wird sehr oft in FDM-Programmen benutzt.

Die turbulenten Einlaßgrößen wie z.B. der Turbulenzgrad werden als Standard-Werte (z.B. Turbulenzgrad = 10%) automatisch angenommen, wenn nichts spezielles eingegeben wird. Sehr wichtig ist die Festlegung fester Wände, indem die Geschwindigkeitsvektoren aller Wandknoten zu Null gesetzt werden. Ist an einem Randknoten keine Bedingung vorgegeben, werden bei FLOTAN automatisch Nullgradientenwerte festgelegt. Das gilt für jeden Freiheitsgrad aller Knoten. Werden Symmetriebedingungen bei der Modellierung des Problems berücksichtigt, muß die Geschwindigkeitskomponente normal zur Symmetrielinie zu Null gesetzt werden. Zu beachten ist, daß die Symmetrielinie aus programmtechnischen Gründen mit einer der globalen Achsen zusammenfallen muß.

Bei Überschneidungen von Randbedingungen, z.B. für den Wandknoten am Einlaß, nimmt das Programm eine Bewertung der gewählten Randbedingungen vor. In Tab.2.1 sind ihre Prioritäten dargestellt.

Randbedingung 1	Randbedingung 2	Reaktion von FLOTRAN
Geschwindigkeit	Wandhaftung	Wandhaftung besitzt Vorrang
Geschwindigkeit	Symmetriebedingung	Überlagerung der Randbedingungen
Geschwindigkeit	Druck am Auslaß	Geschwindigkeitsvorgabe wird vorrangig erfüllt
Symmetriebedingung	Druck	Verknüpfung
Symmetriebedingung	Wandhaftung	Wandhaftung besitzt Vorrang
Wandhaftung	Druck	Verknüpfung

Tab.2.1: Prioritäten bei sich überschneidenden Randbedingungen [FLO94]

Damit ist trotz Überschneidungen die Eindeutigkeit der Formulierung gegeben. Bei Einschaltung der Energiegleichung wird am Einlaß eine Referenztemperatur von 293,15 K angenommen. Im Fluidgebiet können ebenfalls bestimmte Knoten mit einer festen Temperatur versehen werden. Ein Wärmefluß kann nur an einer Grenze des modellierten Gebietes berücksichtigt werden, also auch nicht an einer Grenze zwischen Festkörper und Fluid, während eine volumenspezifische Wärmeleitung an jedem Knoten definiert werden kann. Soll ein Wärmefluß bei gegebenen Wärmeübergangskoeffizienten bestimmt werden, ist die Angabe einer zusätzlichen Temperatur in den Bereichen des Wärmeflusses nötig. Wird an den Rändern keine thermische Randbedingung definiert, werden automatisch adiabate Bedingungen vorausgesetzt.

Besondere Sorgfalt ist bei der Aufgabe von Randbedingungen in Überschallströmungen gegeben. Durch eine Änderung der Bewegungsgleichungen vom elliptischen zum hyperbolischen Typ werden keine Druckinformationen vom Auslaß zum Einlaß stromaufwärts transportiert. Daher werden bei dieser Art von Strömungen Druck und Geschwindigkeit am Einlaß vorgegeben und die Auslaßbedingungen werden nicht näher spezifiziert. Überschallströmungen werden im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

Nach der Vorstellung des Werkzeuges werden nun in den Kapiteln 3 und 4 einige technisch relevante Strömungsprobleme mit Hilfe numerischer Simulation berechnet. Daran schließt sich eine Beurteilung der Ergebnisse an. Zunächst wird aber kurz auf die Vorgehensweise bei schlecht konvergierenden turbulenten Strömungen eingegangen.

## 2.3 Vorgehensweise bei komplexen Strömungsfeldern

Bei vielen Strömungssimulationen konvergiert die numerische Lösung nicht oder nur schlecht. Daher sollen in diesem Abschnitt einige Probleme genannt und Lösungsmöglichkeiten aufgezeigt werden. Bei hochturbulenten Strömungen und schlecht konditionierten Gleichungssystemen ist günstigerweise wie folgt vorzugehen [FLO94]:

1. Start der Berechnungen mit eingeschaltetem Turbulenzmodell und korrekten Stoffdaten und Strömungsbedingungen. Der Grund für diese Maßnahme liegt in einer richtigen Einstellung der effektiven Viskosität<sup>7</sup> und der anderen Eingangsparameter. Mit dieser Einstellung wird aber kein globaler Iterationsschritt<sup>8</sup> durchgeführt.
2. Ausschaltung des Turbulenzmodells und Erhöhung der molekularen Viskosität bis eine laminare Lösung erzielt wird.
3. Schrittweise Verringerung der molekularen Viskosität, bis die Lösung zu schwingen beginnt oder divergiert. Da die divergente Lösung für das Modell nicht gespeichert wird, kann somit auf die letzte konvergente (laminare) Lösung aufgesetzt werden.
4. Einschalten des Turbulenzmodells mit korrekter molekularer Viskosität, dabei sollte aber der Relaxationsparameter<sup>9</sup> für die effektive Viskosität zu null gesetzt werden. Die effektive Viskosität bleibt damit zunächst konstant und stabilisiert dadurch das Gleichungssystem.
5. Einschalten des Relaxationsparameters für die effektive Viskosität und Auskonvergieren der Lösung.

Für die Zwischenrechnungsschritte 2.-4. sind jeweils nur 20-30 Iterationsschritte nötig, da es sich dabei ohnehin nur um Startlösungen handelt, auf die danach aufgesetzt werden kann.

---

<sup>7</sup> Die effektive Viskosität ist die Summe aus molekularer und turbulenter Viskosität.

<sup>8</sup> Mit einem globalen Iterationsschritt wird die einmalige iterative Berechnung aller zu lösenden Variablen bezeichnet.

<sup>9</sup> Der Relaxationsparameter legt mit seinem Wert zwischen null und eins die Gewichtung zwischen den Ergebnissen aus den letzten beiden Iterationsschritten fest. Null bedeutet dabei, daß keine Anpassung der Lösung erfolgt.

Sollte sich keine konvergente Lösung einstellen, sind noch zusätzliche Maßnahmen wie Verringerung der Relaxationsparameter (Unterrelaxation der Knotenlösungen mit Werten von weniger als 0,5) für die verschiedenen Knotenlösungen oder Erhöhung der internen Zwischenschritte für die eingestellten Gleichungslöser vorzusehen. Sollte es erforderlich sein mit dem Hilfsmittel der künstlichen Viskosität ("artificial viscosity") zu arbeiten, so darf in keinem Fall vergessen werden, sie schrittweise während des Lösungsvorgangs zu erniedrigen und sie schließlich ganz wegzulassen. Die künstliche Viskosität wirkt durch geschwindigkeitsabhängige Erhöhung der Viskosität lokal in Bereichen hoher Geschwindigkeitsgradienten relaminarisierend. Damit unterdrückt sie die Instabilitäten aufgrund der Turbulenz oder allgemein hoher Gradienten.

Zwar ist ein äquidistantes Gitter in allen Richtungen die numerisch günstigste Form der Vernetzung, trotzdem sollte eine Netzverdichtung in Richtung der Wände vorgenommen werden. Mit der genannten Vorgehensweise kann z.B. das Strömungsproblem im DeNO<sub>x</sub>-Reaktor (Kap. 3.2) berechnet werden.

Nach der Beschreibung des Werkzeugs, das in dieser Arbeit für die numerische Berechnung von Strömungsproblemen eingesetzt wird, erfolgt nun die Anwendung des CFD-Programms in einigen technisch interessanten strömungsmechanischen und wärmetechnischen Problemen.



### **3 Technische Anwendungen der numerischen Strömungssimulation**

Die numerische Strömungssimulation kann als Werkzeug zur unterstützenden Entwicklung und Optimierung von Anlagenteilen und Apparaten eingesetzt werden. In diesem Kapitel werden mit Hilfe des kommerziellen CFD-Programms FLOTTRAN aus verschiedenen technischen Anwendungsbereichen vorliegende Meßdaten oder hinreichend bekannte physikalische Zusammenhänge verifiziert bzw. nachempfunden. Anhand der Ergebnisse wird jeweils der Nutzen der numerischen Simulation abgeschätzt. Daraus lässt sich schließlich ableiten, inwiefern der Einsatz eines solchen Programms gerechtfertigt ist, um Kosten bei der experimentellen Realisierung einzusparen.

Die Ergebnisgüte hängt stark von den gewählten Randbedingungen und der Art der Diskretisierung des Problems ab. Aus diesem Grund werden nicht nur die numerischen Ergebnisse vorgestellt, die die größte Übereinstimmung mit den Vergleichswerten zeigen, sondern auch solche bei varierter Netzdichte und Netzform. Dadurch können bei späteren Anwendungen mögliche modellbedingte Fehler besser abgeschätzt werden.

Die Berechnungen reichen von Umströmungsproblemen, in denen Wirbelbildung auftritt bis hin zu Durchströmungsproblemen mit gekoppeltem Wärmeübergang. Im Hinblick auf technische Probleme werden vornehmlich turbulente Strömungsprobleme behandelt. Darin liegt auch der Grund für eine ausschließliche Untersuchung von stationären Prozessen. Mit einem zeitlich gefilterten Ansatz für die Turbulenzmodellierung ist der Zeiteinfluß nicht darstellbar. Zunächst wird bei der Modellierung einer turbulenten Zylinderumströmung mit einer Variation von Netzdichte und Netzform der Einfluß der Diskretisierung auf ein Strömungsproblem untersucht.

### 3.1 Turbulente Zylinderumströmung

Ein oft zitiertes fluiddynamisches Problem ist die Umströmung eines unendlich langen Zylinders. In vielen Fällen wird zur analytischen Lösung die Potentialtheorie herangezogen. Dieser Ansatz beinhaltet die Beschränkung auf die laminare Strömungsform und die Reibungsfreiheit des Fluids. Soweit die Voraussetzungen für das gegebene Problem gerechtfertigt sind, lassen sich mit der Potentialtheorie gute Ergebnisse erzielen. Die genaue Analyse einer turbulenten Strömung eines Newtonschen Fluids muß auf einem anderem Weg dargestellt werden. Neben praktischen Untersuchungen z. B. mit der Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) bietet sich eine numerische Simulation an.

Die zu einem Vergleich herangezogenen Meßwerte für eine Zylinderumströmung sind von [Ber95] bei der Versuchsanordnung gemessen worden, die in Abb. 3.1 als symmetrisches 2-D-Modell dargestellt ist. Gleichzeitig ist die Abbildung Grundlage für die Geometrie, die bei der numerischen Simulation verwendet wird. Neben der Geometrie sind in der Abb. 3.1 auch die fünf Meßpositionen eingetragen, die später ausgewertet werden.

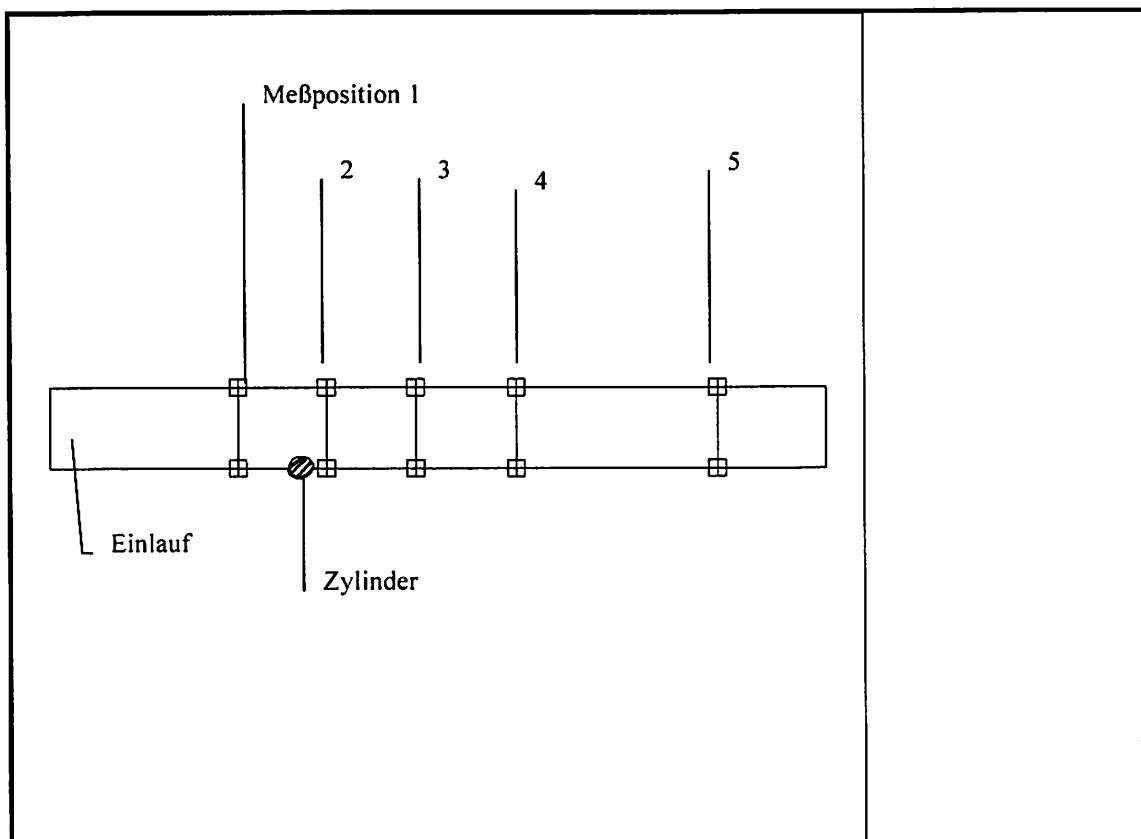


Abb. 3.1: Geometrie und Meßpositionen 1 - 5 bei der Zylinderumströmung

Der Versuchsstand besteht aus einem Kreiszylinder, der zentriert in einen Kanal eingebbracht ist. An fünf Linien vor und hinter dem Zylinder befinden sich Meßinstrumente zur Erfassung des Geschwindigkeitsfeldes. Eine nicht eingezeichnete Gleichrichteranlage am Kanaleinlauf erzeugt ein kolbenähnliches Geschwindigkeitsprofil. Die Re-Zahl ist für die Meßwerte mit der Geschwindigkeit im Kern des Anströmprofils und dem Durchmesser des Zylinders gebildet.

Da keine Volumenstrommessungen vorliegen und die Meßwerte nicht bis zur Wand reichen, muß vor einem Vergleich der Ergebnisse aus den abgeschätzten praktischen Re-Zahlen eine Optimierung der Einlaßbedingungen für die Simulation durchgeführt werden. Abgleichwert für die Optimierung ist der jeweilige Meßwert auf der Kanalachse des Pfades 1 nach Abb. 3.1. Signifikante Meßfehler sind aufgrund der in der Messung verwendeten Laser-Doppler-Anemometrie zu vernachlässigen. Größere Auswirkungen auf die gleichmäßige Anströmung des Zylinders hat nach persönlichen Aussagen von Bergins das nicht vollständig kolbenförmige Anströmprofil der Exzenterorschneckenpumpe. Als Randbedingung für das Modell der Zylinderumströmung wird folgende Auswahl getroffen:

1. An der oberen Linie werden aufgrund der Wandhaftung Geschwindigkeitswerte von Null angenommen.
2. An der unteren Linie ausschließlich der Krümmung im Bereich des Zylinders, in der ebenfalls Wandhaftung angenommen wird, gilt Symmetrie, d.h. es werden im Kanalmittelpunkt außer für die axiale Geschwindigkeitskomponente nur Neumannbedingungen für die Knotengrößen definiert.
3. Im Einlaßbereich wird eine Kolbenströmung mit vorher berechneter Geschwindigkeit vorgegeben.
4. Am Auslaß wird das Modellgebiet verlängert, so daß mögliche Ablösegebiete und Rücklaufzonen noch innerhalb des modellierten Gebietes liegen. Daher kann am Auslaß eine Strömung mit einer Nullgradientenbedingung für die Geschwindigkeitskomponenten und ein Referenzdruck von Null angenommen werden. Reichen Wirbel noch bis über den modellierten Bereich hinaus, kommt es zu Fehlern bei der Berechnung der Massenbilanz durch die Kontinuitätsbedingung.
5. Es wird isotherm und inkompressibel mit konstanten Stoffwerten gerechnet.
6. Das Turbulenzmodell muß eingeschaltet werden, da bei der Zylinderumströmung ab etwa  $Re = 40$  die Strömung turbulent wird.

Es liegt bei einer turbulenten Zylinderumströmung im Bereich hinter dem Zylinder eine weitgehend unregelmäßige Bewegung mit starker Querdiffusion der Fluidpartikel vor.

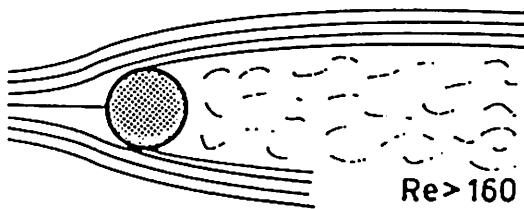


Abb. 3.2: Theoretischer Strömungsverlauf für eine turbulente Kreiszylinderumströmung [Scha90]

Je nach Re-Zahl werden entlang der Kanalachse direkt hinter dem Zylinder Bereiche erwartet, in denen Wirbelbildung auftritt. Bei der durchgeführten Simulation ist aufgrund der zeitlichen Filterung eine Abbildung der Wirbel nicht möglich. Eine Simulation der Zylinderumströmung durch ein Newtonsches Fluid ist bei  $Re_d = 1490$  in Abb. 3.3 dargestellt. Die Re-Zahl ist mit dem Zylinderdurchmesser  $d$  gebildet.

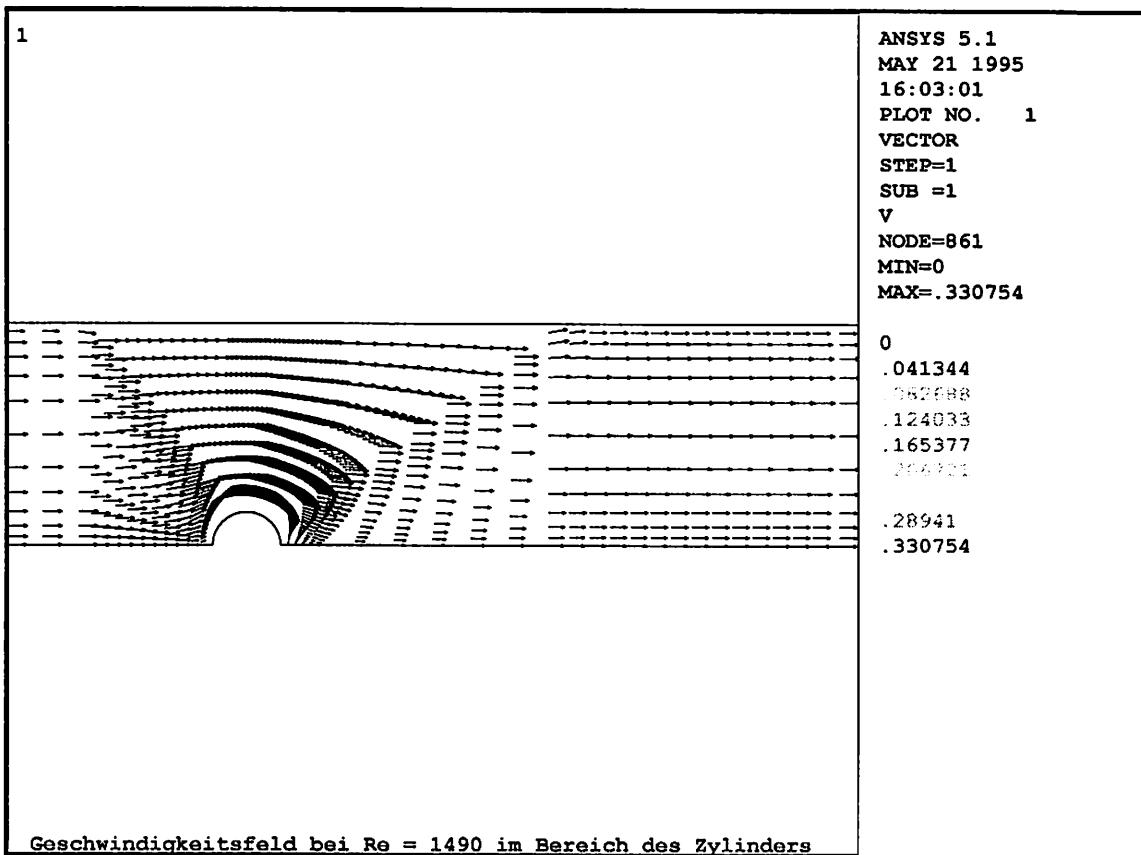


Abb. 3.3: numerisch berechnete Zylinderumströmung eines Newtonschen Fluids bei  $Re_d = 1490$ , Spinnennetz (siehe dazu Abb. 3.6)

Deutlich zu sehen ist die Stauwirkung des Zylinders im Bereich des Anströmung. Qualitativ abgebildet ist ebenfalls die Umlenkung der Strömung um den Zylinder und die entsprechende Beschleunigung in diesem Gebiet aufgrund der Verringerung des Querschnitts. Im Zylinder nachlauf kann, wie oben erklärt, keine Wirbelbildung nachgewiesen werden. In den Abb. 3.4 und 3.5 sind für die Meßpfade 1 bis 5 die axialen Geschwindigkeitsprofile der Messungen und der numerischen Simulationen aufgetragen.

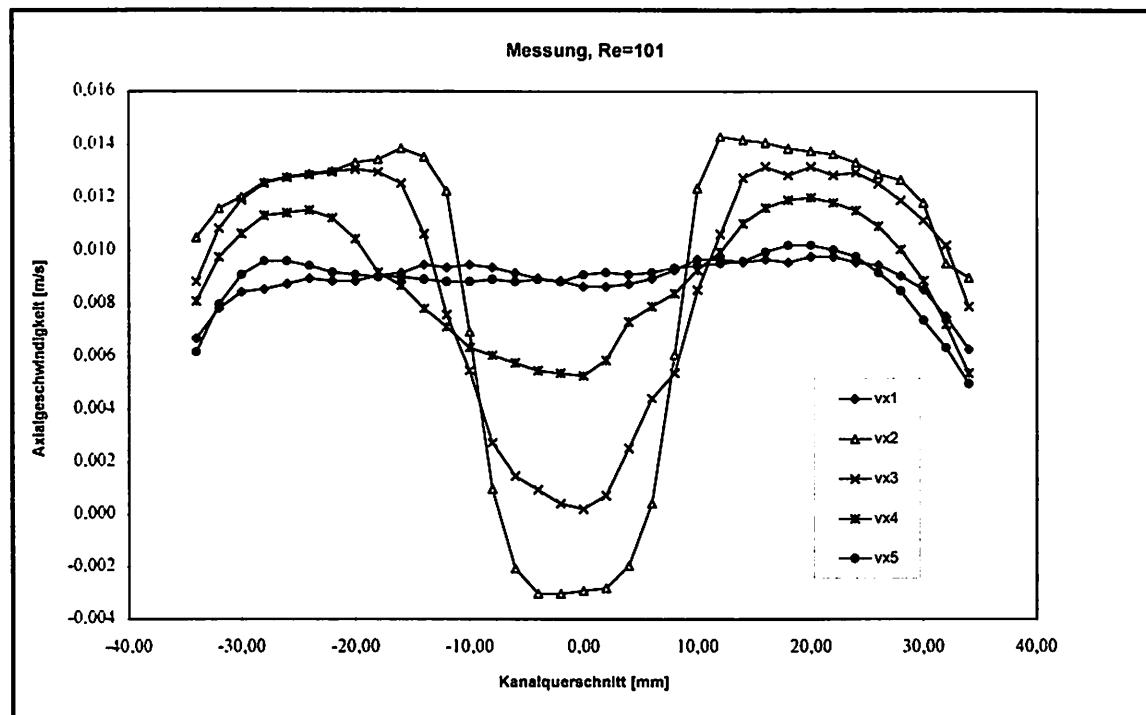


Abb. 3.4a: gemessene Geschwindigkeitsprofile für die Pfade 1 - 5 bei  $Re = 101$

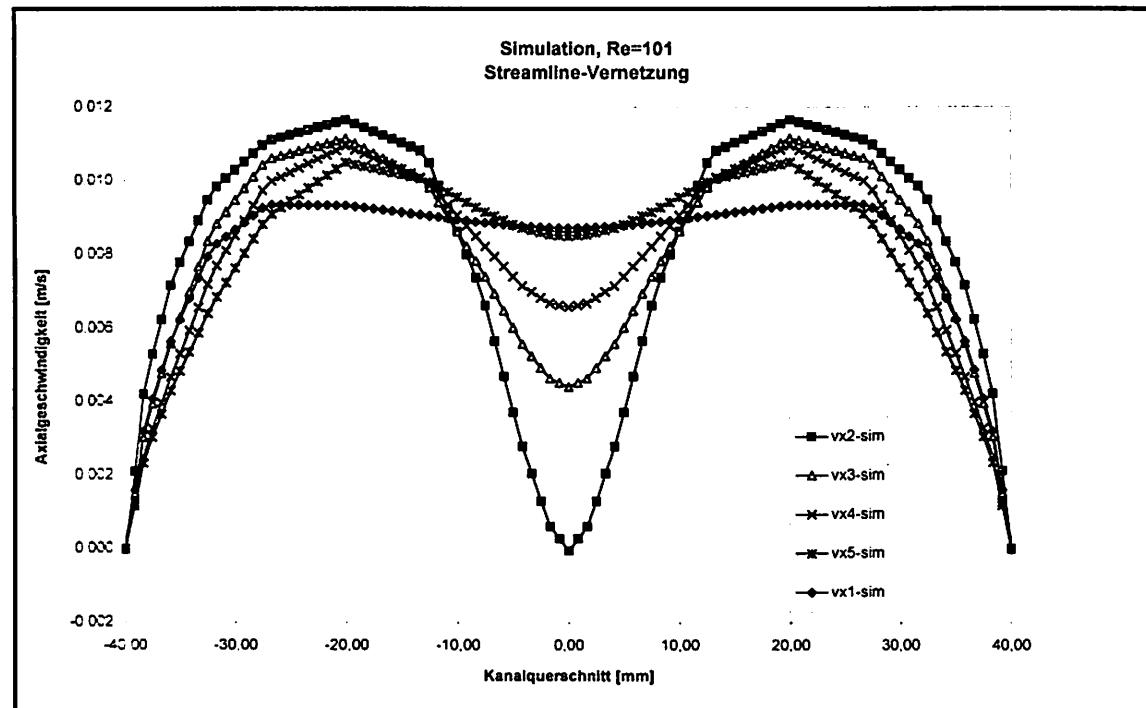


Abb. 3.4b: numerisch berechnete Geschwindigkeitsprofile für die Pfade 1 - 5 bei  $Re = 101$

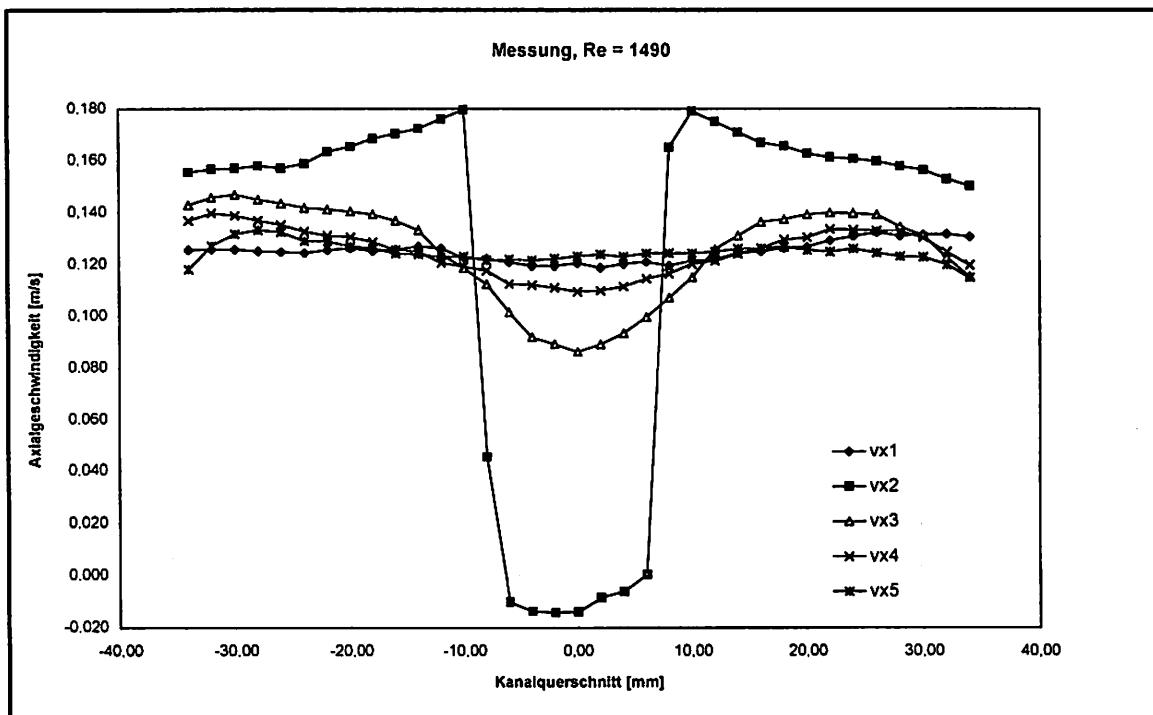


Abb. 3.5a: gemessene axiale Geschwindigkeitsprofile für die Pfade 1 - 5 bei  $Re = 1490$

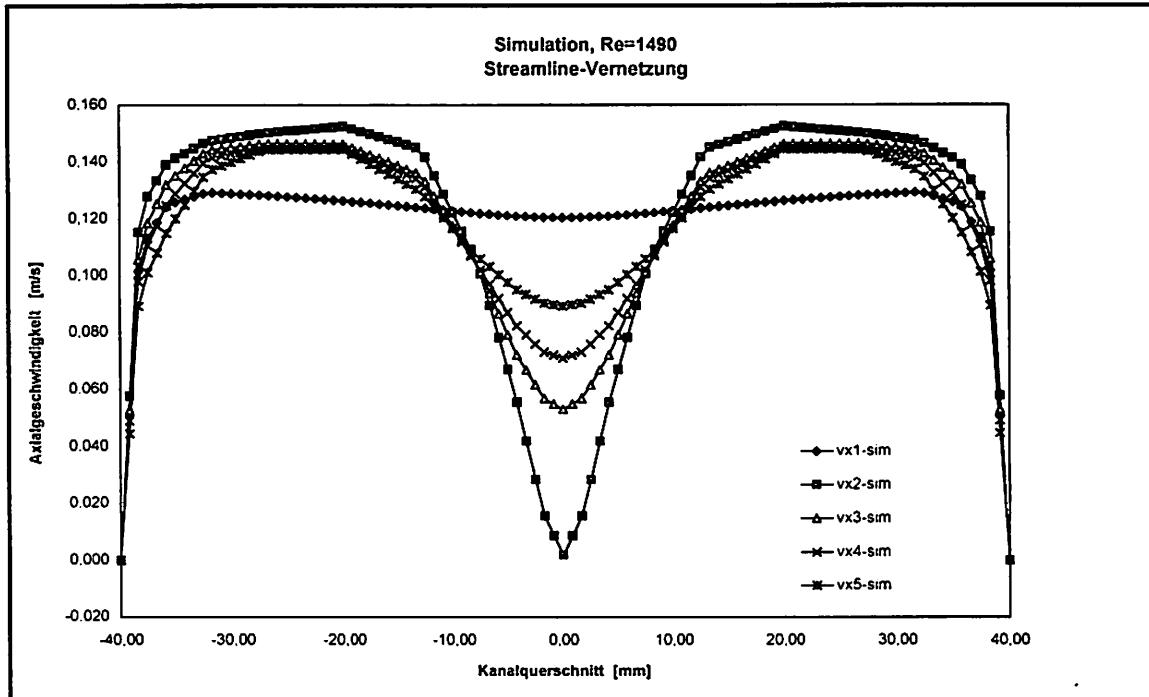


Abb. 3.5b: numerisch berechnete Geschwindigkeitsprofile für die Pfade 1-5 bei  $Re = 1490$ . Für einen direkten Vergleich zwischen Messung und numerischer Berechnung siehe zusätzlich Abb. 3.7 - 3.9. Der Abgleich des Wertes für die Eintrittsgeschwindigkeit ist

bei beiden Re-Zahlen gelungen und auch das Anströmprofil von Messung und Simulation stimmen gut überein. Die Wandbereiche sind in den Messungen nicht mehr aufgelöst, so daß auf exakte Bestimmung der Geschwindigkeiten in Wandnähe nur indirekt eingegangen werden kann. Wären die Geschwindigkeiten entsprechend den Volumenströmen zu groß bestimmt, ergäbe sich ein geringeres Geschwindigkeitsprofil in den mittleren Gebieten des Kanals. Soweit kann man für das Anströmprofil auch in den Wandzonen von einem korrekt bestimmten Geschwindigkeitsprofil ausgehen. Bei den Meßwerten fällt das zur Kanalachse unsymmetrische Geschwindigkeitsfeld über den Querschnitt auf. Die Ursache dafür liegt nach Aussagen von Bergins in der nicht einwandfrei arbeitenden Exzентerschneckenpumpe.

Deutliche Unterschiede treten in den Profilen in Nähe der Kanalachse im gesamten Zylindernachlaufbereich auf. Die in der Messung auftretenden Gradienten können bei der Simulation mit der verwendeten Diskretisierung nicht aufgelöst werden. Die bei der Messung nachgewiesenen Rezirkulationen in Höhe der Kanalachse kann die Rechnung ebenfalls nicht nachvollziehen. Die Werte der Geschwindigkeiten gehen minimal auf einen Wert von Null herunter, erreichen aber keine negativen Werte. Die Nachlaufströmung ist bei der Simulation jeweils deutlich länger ausgeprägt als bei der Messung.

Wegen dieses Ergebnisses werden im folgenden verschiedene Netzdichten und -formen untersucht, um die Anforderungen der Numerik an das Netz festzustellen, damit das gemessene Geschwindigkeitsfeld abgebildet werden kann. Dazu werden im Bereich des Zylinders drei verschiedenen Netztypen verwendet. Sie werden nach Abb. 3.6 im folgenden mit Streamline-Netz (a), Spinnennetz (b) und freie Vernetzung (c) bezeichnet.

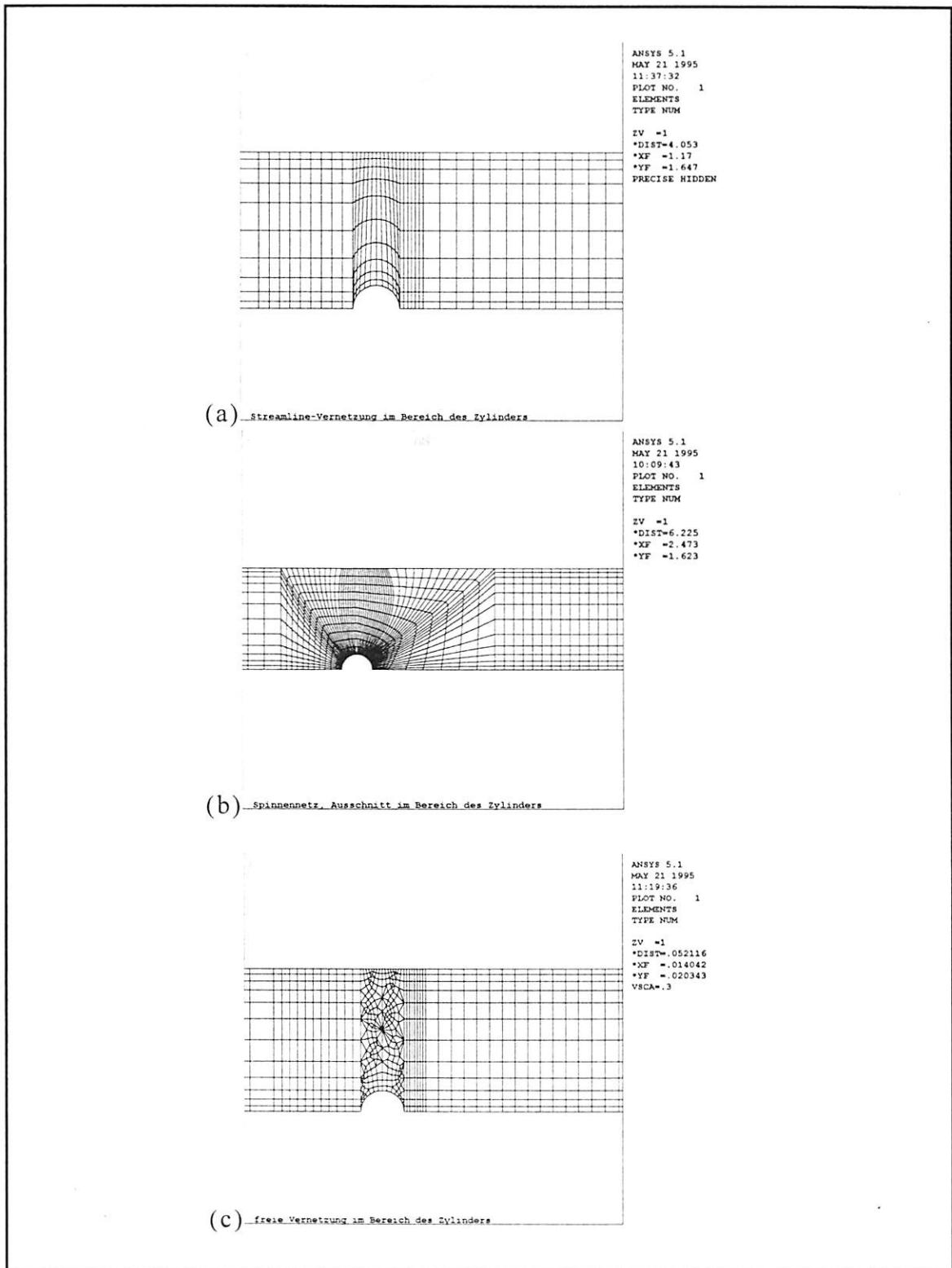


Abb. 3.6: Untersuchte Netzformen: Streamline-Netz (a), Spinnenetz (b) und freie Vernetzung (c)

Sie werden unter der Voraussetzung einer konstanten Re-Zahl von 1490 verglichen. Für das Streamline-Netz werden zwei Netzdichten ausgeführt und für die anderen Netze liegen als Vergleich Ergebnisse mit der höheren Knotenzahl vor. Die Ergebnisse der Parameterstudie lassen sich wie folgt festhalten:

Im Vorlauf tritt die Abhängigkeit der Netzform noch nicht Parameter auf. Die verschiedenen Netzformen und -dichten ergeben gleiche Geschwindigkeitsprofile. Das stimmt mit den Abb. 3.4 und 3.5 überein und zeigt eine ausreichende Güte aller verwendeten Netze in Strömungsbereichen mit niedrigen Gradienten. Für die erste Meßposition hinter dem Zylinder werden die Auswirkungen der verschiedenen Diskretisierungen deutlich.

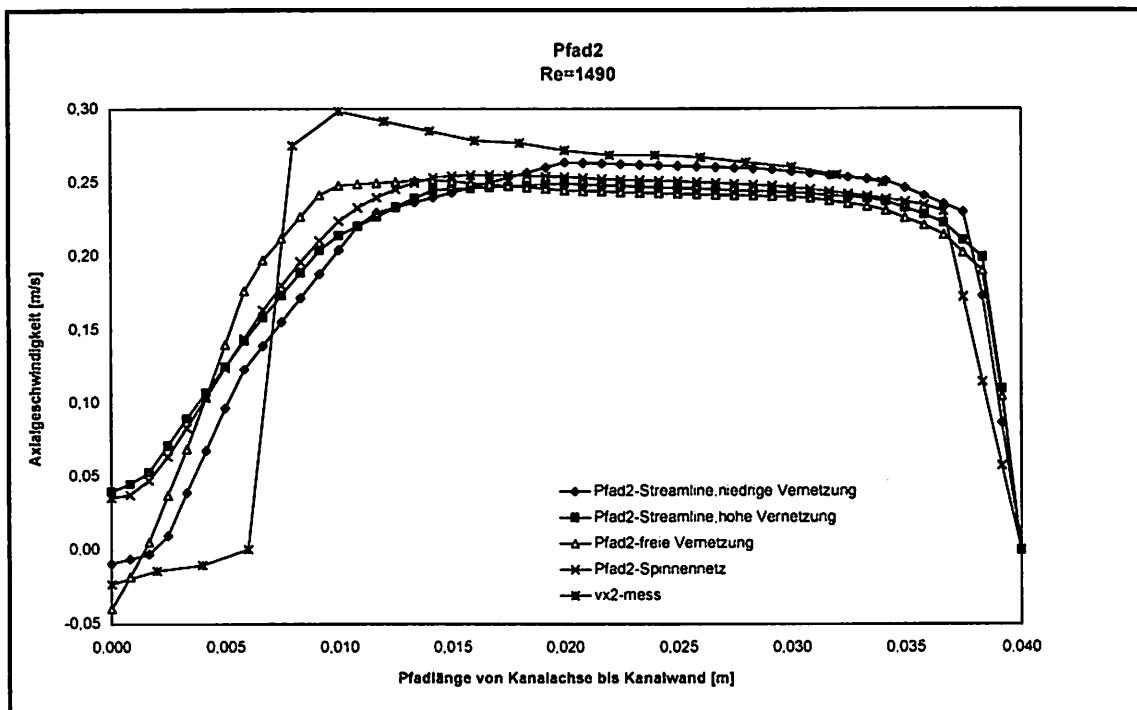


Abb. 3.7: Axialgeschwindigkeiten für Meßposition 2 bei  $Re = 1490$ , halber Kanalausschnitt

In Wandnähe zeigt sich die Abhängigkeit der Geschwindigkeit vom normierten Wandabstand des wandnächsten Knotens  $y_w^+$  auf die Berechnung der Geschwindigkeit in der Grenzschicht. Ab einer bestimmten Netzdichte wird das Profil in Wandnähe aber nicht mehr signifikant anders berechnet. Hier seien vor allen Dingen die beiden Streamline-Netztypen miteinander verglichen.

Gerade diese Netze sind aber aufgrund ihrer schlechten Elementformung im Kanalmittelpunkt nicht in der Lage, die Rücklaufströmung aufzulösen. Da bei Erhöhung der Netzdichte der Winkel für die Elemente noch ungünstiger wird, löst das Modell mit der geringeren Knotenzahl hier das Profil sogar besser auf. Für das Spinnennetz ist die Elementform deutlich günstiger. Die Approximation der diskretisierten Gleichungen gelingt mit dieser Netzform hinsichtlich der Residuen<sup>10</sup> am besten. Es wird aber auch hier die ausgeprägte Rezirkulation nicht abgebildet. Die schlechte Auflösung der Geschwindigkeit in Wandnähe deutet auf eine insgesamt zu niedrige Netzdichte des Spinnennetzes hin. Dem Netz mit der freien Anordnung der Elemente im Zylinderbereich gelingt die Abbildung der Rücklaufströmung am besten. Das mag an der guten Elementform in der Nähe des Zylinders liegen (siehe dazu auch Abb. 3.6).

Die in den Messungen auftretenden Gradienten können in ihrer Form allerdings auch hier nicht nachvollzogen werden. Das Wirbelgebiet wird zu schmal abgebildet. Zudem ist das Modell nicht in der Lage, die auftretenden Geschwindigkeitssprünge in ihrer Höhe richtig zu berechnen.

---

<sup>10</sup>Das Residuum bezeichnet die Veränderung der Lösung von einem Iterationsschritt zum folgenden.

Für die zweite Meßposition werden die in Abb. 3.8 aufgetragenen Geschwindigkeiten ermittelt:

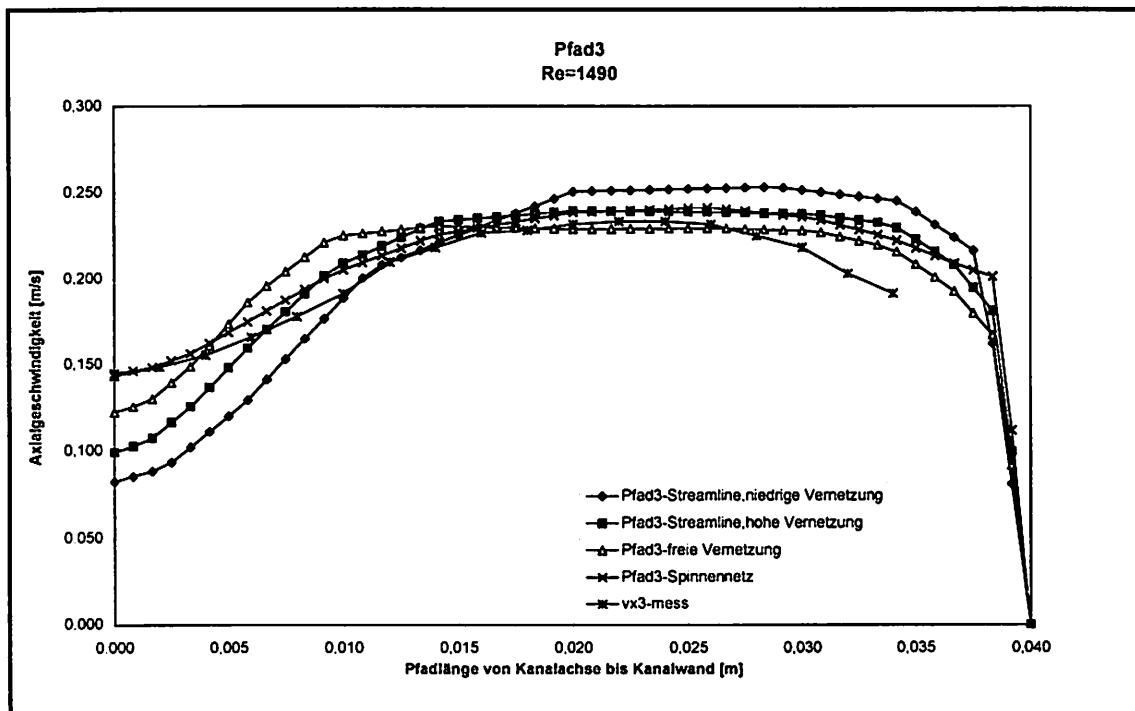


Abb. 3.8: Axialgeschwindigkeiten für die Meßposition 3 bei  $Re = 1490$

Die Modelle mit den Streamlinennetzen zeigen auch hier die größten Schwierigkeiten bei der Berechnung der Meßwerte. Die Geschwindigkeiten in der Nähe der Kanalwände werden zu groß berechnet. Zudem wird der Einfluß des Zylinders auf die Strömung zu hoch bewertet. Die Rechnung mit dem freien Netz ist besser in der Lage, das Profil abzubilden. Das Spinnennetz ist am besten in der Lage, die Messungen in diesem Kanalabschnitt zu verifizieren. Die Meßposition 4, die nicht gesondert dargestellt ist, bestätigt die bisherigen Aussagen über die Qualität der Ergebnisse.

Anhand der Meßposition 5 wird in Abb. 3.9 ein grundsätzliches Manko bei der numerischen Berechnung deutlich.

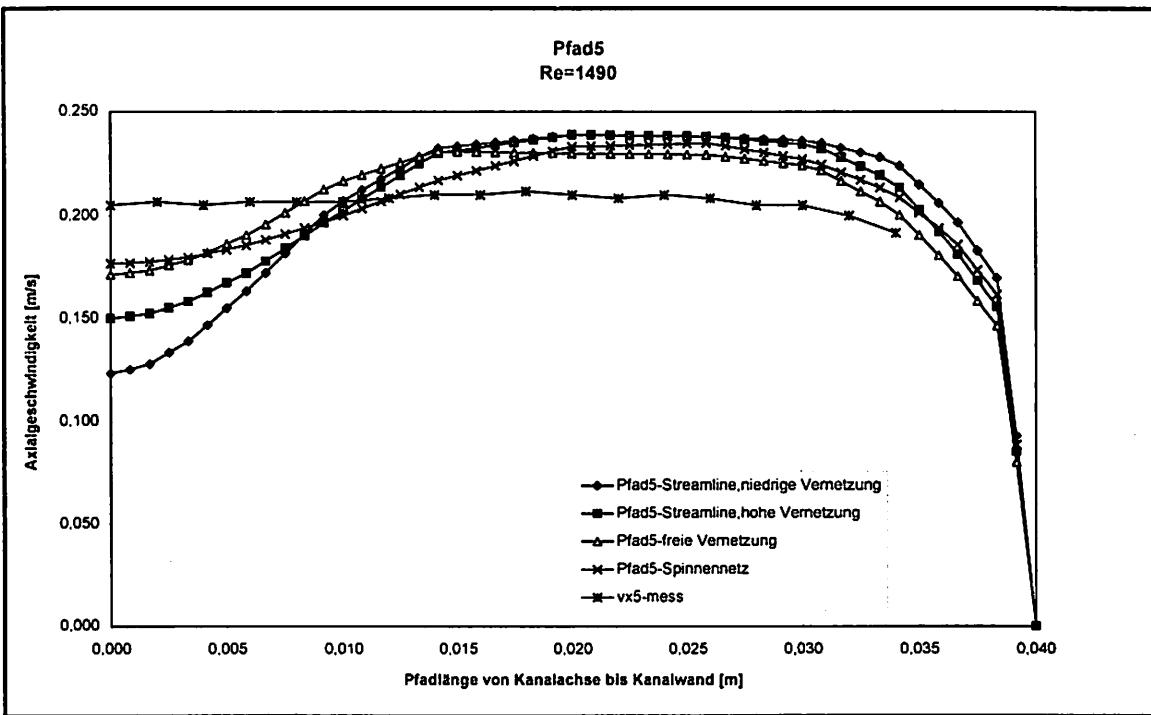


Abb. 3.9: Axialgeschwindigkeiten für die Meßposition 5 bei  $Re = 1490$

Unabhängig von den hier verwendeten Netzen ist bei allen Geschwindigkeitsprofilen eine deutliche Wirkung des Zylinders zu spüren. Die Messungen zeigen für die Meßposition 5 ein gleichmäßiges turbulentes Profil. Für nachfolgende Berechnungen sei also festgehalten, daß Störungen in der Strömung bei der hier verwendeten Numerik eine zu große geometrische Ausdehnung haben. Das deckt sich mit den Aussagen, die in Verbindung mit den Abb. 3.3 und 3.4 getroffen wurden.

Die Vernetzungsform hat entscheidende Auswirkungen auf die Ergebnisgüte. Bei verschiedenen Netzdichten zeigten sich in den bisherigen Abbildungen qualitativ gleiche Verläufe, wobei eine zu hohe Netzdichte zu Lasten der Elementform Nachteile brachte. Bei zu groben Netzen wurden steile Gradienten nicht gut erfaßt. Die Netzform Spinnennetz scheint bei ausreichender Netzdichte die beste Wahl für die Diskretisierung zu sein.

Für die Netzform "Streamline" wird nun für verschiedene Netzdichten das Konvergenzverhalten diskutiert. In Abb. 3.10 sind die über das gesamte Feld gemittelten Residuen für vier verschiedene Netzdichten dargestellt.

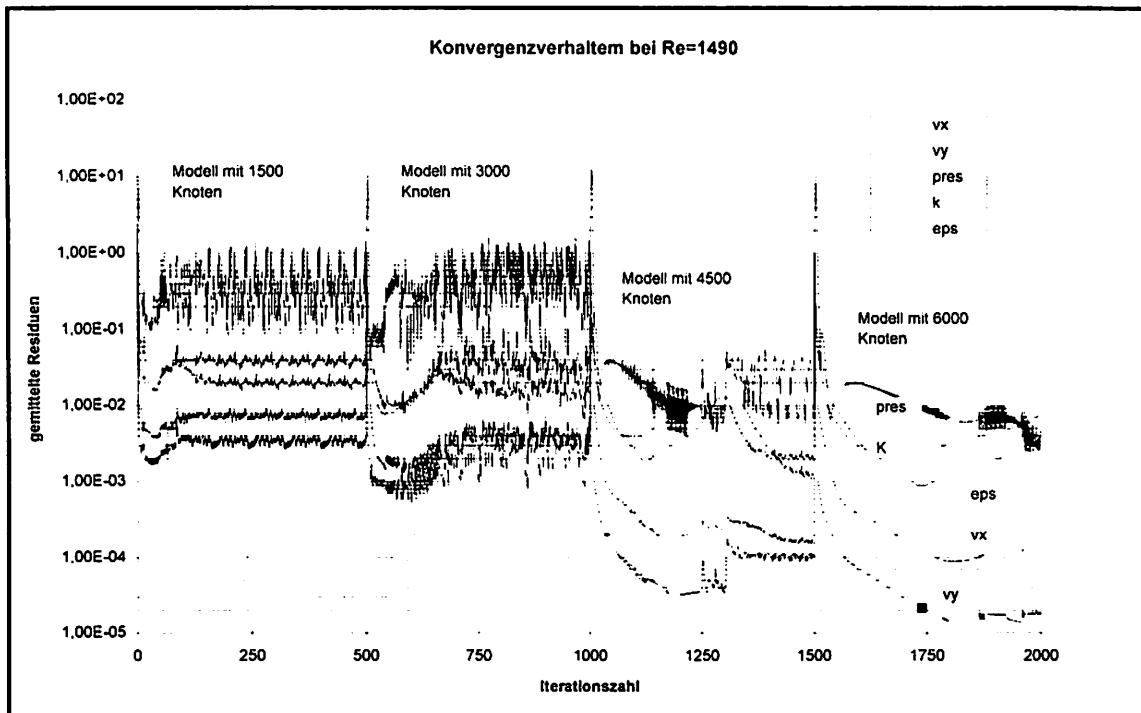


Abb. 3.10: Konvergenz der Rechnung bei der Zylinderumströmung als Funktion der Netzdichte und der Iterationszahl

Es werden mit vier verschiedenen Netzdichten von 1500 bis 6000 Gitterpunkten Rechnungen durchgeführt. Die Anzahl der Iterationen beträgt jeweils 500. In der Abb. 3.10 sind die gemittelten Residuen für die verschiedenen Rechnungen der Übersicht halber hintereinander aufgetragen. Das ist auch der Grund für die Sprünge nach jeweils 500 Iterationen.

Es ist zu erkennen, daß sich bei wenigen Elementen schneller ein konstantes Residuum einstellt. Ein konstantes bzw. schwingendes Residuum wird dabei als Abbruchkriterium für eine auskonvergierte Lösung gewertet. Im engeren Sinn dürfte nur ein verschwindendes Residuum als stationäre Lösung betrachtet werden.

Da mit einer sehr hohen Vernetzung die Singularität des Gleichungssystems verbessert wird stellt sich dort insgesamt ein kleineres Residuum ein. Deutlich ist zu sehen, daß eine Netzverfeinerung zu erheblich längeren Rechenzeiten führt. Als Grund dafür ist die Konditionszahl zu nennen. Für eine höhere Auflösung des Problems ist eine Erhöhung der Knotenzahl notwendig. Bei einem Iterationsschritt kann aber die Information nur ein Element gegen die Strömungsrichtung heraustransportiert werden. Dieses Phänomen ist in der Abb. 3.10 gut zu erkennen. Bei den Modellen mit größerer Elementzahl ist das lokale Minimum des Residuums (Einstellen der langwelligen Lösung) und das Absinken der Residuen auf einen konstanten Wertebereich erst nach einer deutlich größeren Anzahl an Iterationen festzustellen.

Bei dem Modell mit der höchsten Vernetzung von 6000 Knoten wird sogar deutlich, daß mit der vorgegeben Iterationszahl von 500 Schritten nicht einmal eine Abbildung der niederfrequenten Bewegungen erreicht wird. Zudem liegt es in der Natur der Numerik, das bei einer Erhöhung der Elementzahl das Gleichungssystem schlechter konditioniert ist und demnach schlechter konvergiert.

Für die folgenden technischen Anwendungen der CFD mit dem verwendeten Werkzeug wird folgendes festgehalten:

- Das Abbilden hoher Gradienten erfordert neben einer sehr feinen Vernetzung auch gut geformte Elemente.
- Eine hohe Vernetzung in Wandnähe und damit eine Erniedrigung des  $y_w^+$ -Wertes für den wandnächsten Knoten auf unter 3 führt nicht zu signifikanten Veränderungen des Wandprofils.
- Aufgrund der verwendeten Streamline-Upwind-Methode für die Lösung des Gleichungssystems ist die Rückkopplung auf stromaufwärts gelegene Fluidpartikel zu gering. Anders formuliert werden Störungen in der Strömung weit mittransportiert. Alternative Lösungsalgorithmen zur Streamline-Upwind-Methode konvergieren allerdings nicht [Bro82].
- Eine zusätzliche Berechnung bei unterschiedlichen Startlösungen führte immer zum gleichen Ergebnissen. Das bedeutet eine Eindeutigkeit der berechneten Ergebnisse, die in praktischen Anwendungen gegeben sein muß.
- Eine höhere Auflösung des Gebietes benötigt deutlich höhere Rechenzeiten, erzielt aber nur bei gut geformten Elementen ein besseres Ergebnis.

Nach der Parameterstudie für den Einfluß der numerischen Lösung in Abhängigkeit von der Strömung, der Netzform sowie der Netzdichte wird im nächsten Abschnitt das Strömungsfeld in einem DeNO<sub>x</sub>-Reaktor berechnet.

### 3.2 Turbulente Strömung in einem DeNO<sub>x</sub>-Reaktor

DeNO<sub>x</sub>-Reaktoren werden zur Verringerung der Stickoxidkonzentrationen in Kraftwerken oder allgemein bei Verbrennungsprozessen von fossilen Brennstoffen eingesetzt. Die Wirkungsweise des SCR-Verfahrens<sup>11</sup>, bei dem die Stickoxidreduktion katalytisch erfolgt, ist entscheidend abhängig von der gleichmäßigen Anströmung der Katalysatorstufen. In Abb. 3.11 ist der grundsätzliche Aufbau einer solchen Anlage skizziert.

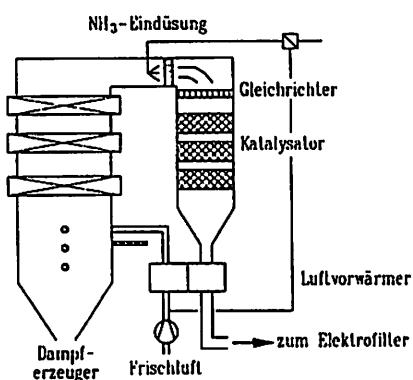


Abb. 3.11: Aufbau einer Anlage zur Stickoxidreduktion nach dem SCR-Verfahren  
[Wie94]

Aus einem Dampferzeuger werden die Rauchgase in den DeNO<sub>x</sub>-Reaktor geleitet. Vor dem Gleichrichter wird Ammoniak in die Anlage eingedüst. Durch eine katalytische Reaktion werden die Stickoxide und der Ammoniak zu elementarem Stickstoff und Wasser umgesetzt.

Da auch die Betriebskosten der Anlage möglichst niedrig liegen sollen, wird neben der gleichmäßigen Katalysatoranströmung auf einen minimalen Druckverlust der Anlage hingearbeitet. Häufig werden für die Strömungsoptimierung Pilotanlagen gebaut und damit Optimierungen für Einbauten wie Umlenkbleche o.ä. durchgeführt.

<sup>11</sup> Selective Catalytic Reduction-Verfahren.

Die auftretenden Schwierigkeiten bei Messungen liegen in den ersatzweise nachzubauenden Druckverlusten. Zwar sind Strömungsoptimierung und Druckverlustminimierung gekoppelte Größen, der Absolutwert des Druckverlustes kann experimentell allerdings nur grob bestimmt werden.

Berechnet wird ein mittlerer Bereich der Anlage, in dem auftretende Randeffekte durch die dritten Dimension vernachlässigt werden. Da dieser Bereich real nicht existiert, lässt sich streng gesehen kein exakter Vergleich durchführen. Damit ist eine wesentliche Fehlerquelle bei der numerischen Simulation des Strömungsfeldes im DeNO<sub>x</sub>-Reaktor genannt. In der real vorliegenden Geometrie liegen Seitenversätze und eine exzentrische Einströmung vor.

Die geometrische Aufbereitung des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors erfolgt programmtechnisch vornehmlich durch Regelflächen in Form von Rechtecken und Dreiecken. Ein anfänglicher Versuch, die im modellierten Gebiet vorhandenen Umlenkbleche geometrisch unberücksichtigt zu lassen und die entsprechenden Knoten mit Geschwindigkeitsrandbedingungen von  $v_i = 0$  zu modellieren schlägt fehl, da neben den Geschwindigkeitsgrößen auch Dirichlet-Randbedingungen für den Druck und die anderen Knotengrößen getroffen werden müssen. Diese sind aber nicht bekannt. So kann als Vorgabe für spätere Modelle gelten, daß immer eine Aussparung der Festkörpergebiete in den Fluidgebieten erfolgen muß. Es ist dabei darauf zu achten, daß die Aussparungen im Fluidgebiet immer eine endliche Ausdehnung haben sollten. Berandungen bzw. Seitenflächen sollten nicht "spitz" auf eine Ecke zuführen, denn dabei kommt es vielfach zu Singularitäten im Gleichungssystem, die sich in Form hoher Druck- und Geschwindigkeitsgradienten bemerkbar machen und die im realen Fall so nicht auftreten. Zudem gilt für den Knoten an einer solchen spitzen Ecke das gleiche, wie vorher für die Geschwindigkeitsrandbedingungen.

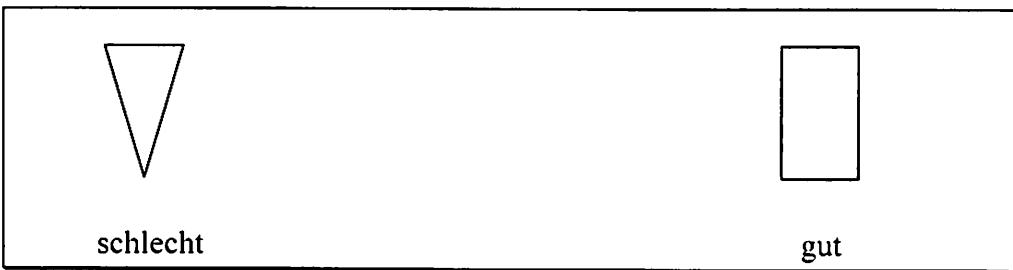


Abb. 3.12: geforderte Form von Festkörpern im Fluidgebiet zur Verhinderung von Singularitäten

Als Randbedingungen für das CFD-Modell des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors, das in Abb. 3.13 gezeigt ist, werden folgende Annahmen getroffen:

1. An der Haupteinströmung wird ein Kolbenprofil in Strömungsrichtung angenommen. Das Profil der Einlaufströmung ist sehr wichtig und muß bei signifikanten Unterschieden zu einem Kolbenprofil unbedingt mitberücksichtigt werden.
2. Am Auslaß wird ein Referenzdruck von Null festgelegt. Aufgrund des langen Auslaufgebietes darf dort eine ausgebildete Strömung vorausgesetzt werden.
3. An allen übrigen Grenzen des Gebietes, also an den Reaktorwänden sowie den Leit- und Umlenkblechen gilt die Wandhaftung.
4. Es wird inkompressibel, isotherm und mit konstanten Stoffwerten gerechnet.

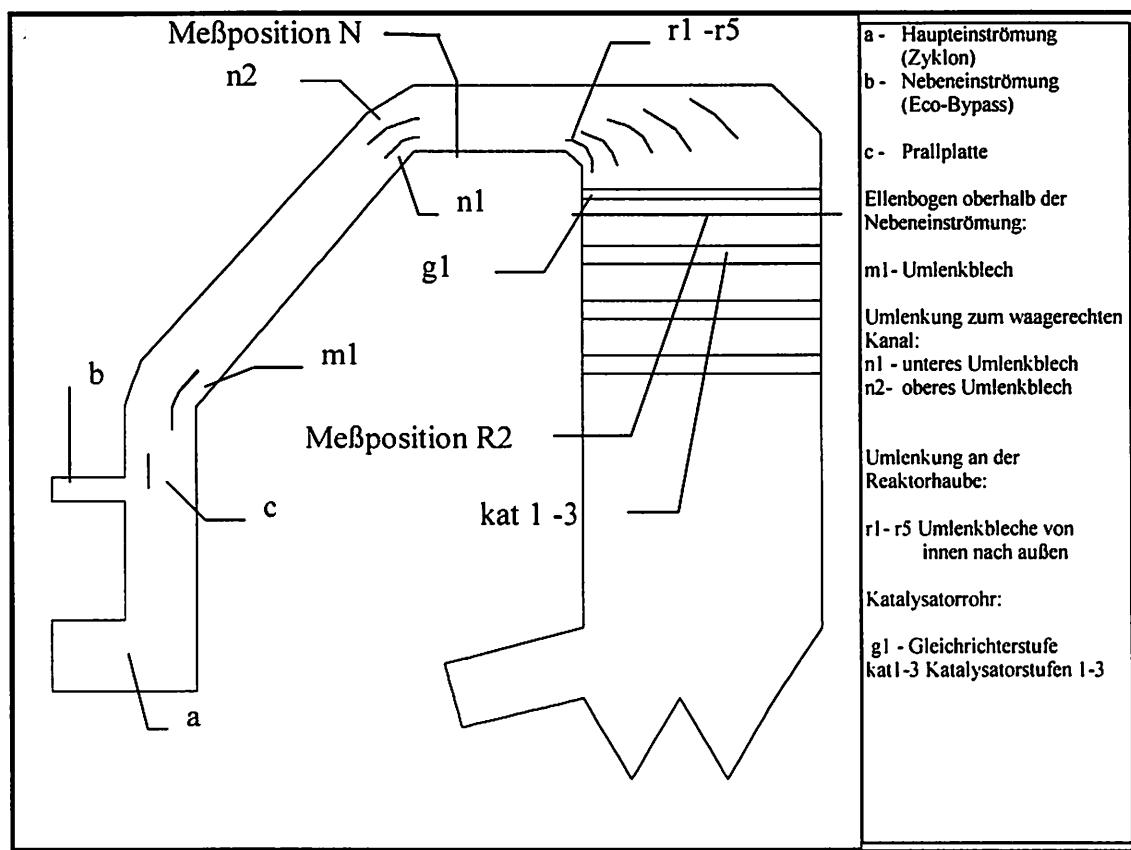


Abb. 3.13: 2-D Geometriemodell des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors

Erste Rechnungen mit den Eingangsparametern führen mit den Grundeinstellungen des Gleichungslösers zu einem divergierenden Gleichungssystem. Einfache Verringerungen der Relaxationsparameter, die einen weniger starken Anpassungsschritt von einem Iterationsschritt zum nächsten zur Folge haben, führen zu keinem konvergenten Ergebnis. Daher wird nach Kap. 2.3 vorgegangen. So kann das Gleichungssystem soweit vorkonditioniert werden, daß der Ansatz konvergiert.

Modelliert wird der Betriebsfall bei 100% Auslastung der Anlage. Dabei ist der Economizer (Nebenzuführung) geschlossen und durch den Zyklon (Hauptzuführung) wird ein Rauchgasdurchsatz von etwa  $130.000 \text{ m}^3/\text{h}$  geführt. Dieser Volumenstrom entspricht, bei der konstant angenommenen Tiefe der Anlage von 7,5 m, einer Eintrittsgeschwindigkeit von  $v_0 = 5,08 \text{ m/s}$ .

Die Zweiphasenströmung, die durch die Staubpartikel vorliegt, kann nicht berücksichtigt werden, da mit dem verwendeten Programm zur Zeit nur einphasige Strömungen berechnet werden können. Entsprechend der Geometrie und der Stoffdaten erhält man eine auf die Reaktorbreite bezogene Re-Zahl von etwa  $1,23 \cdot 10^6$ . Die Anordnung der Umlenkbleche und die Eingangsparameter sind dem Abschlußbericht von [Hie92] über Messungen in einem DeNO<sub>x</sub>-Reaktors entnommen und nicht weiter optimiert, um vergleichende Aussagen über Messung und Simulation treffen zu können. Für den Strömungsverlauf der Gesamtanlage mit Umlenkblechen ergibt sich danach folgendes Bild:

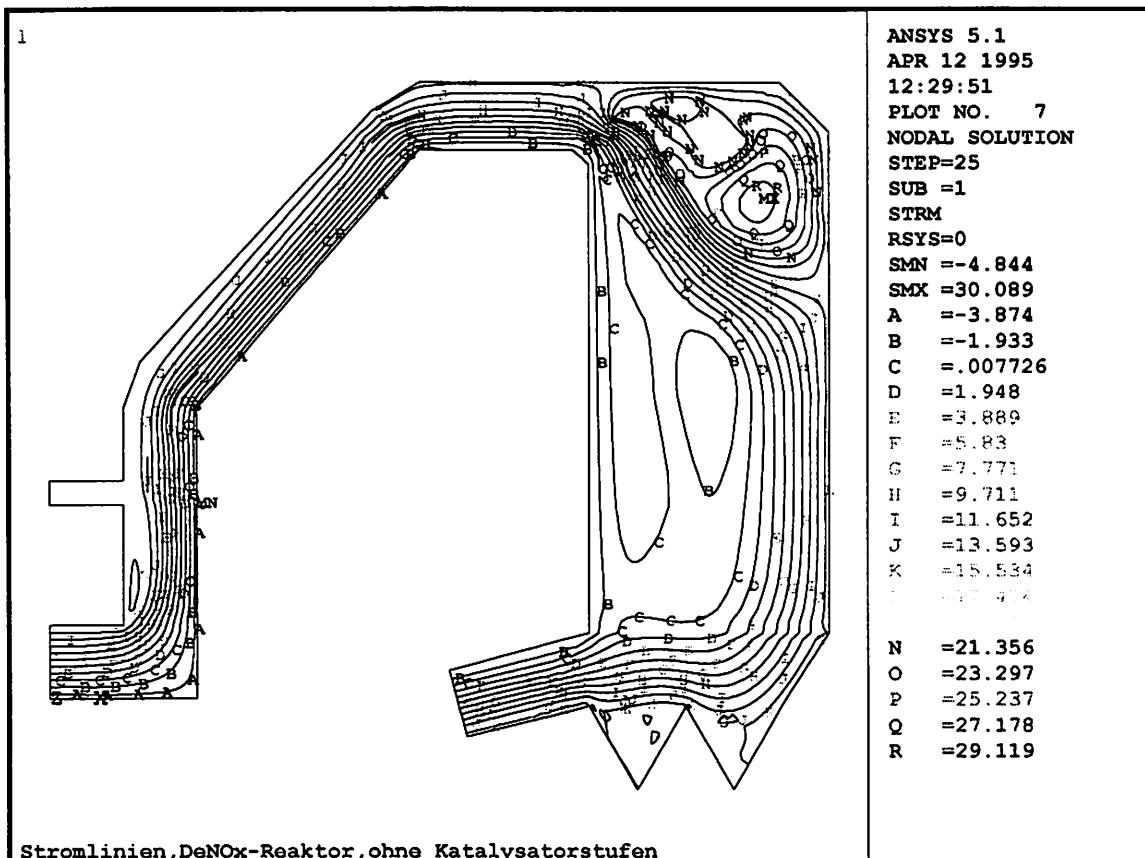


Abb. 3.14: Darstellung der Stromfunktion für den 100% Betriebsfall des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors ohne Katalysatorstufen,  $Re=1,23 \cdot 10^6$

Die eingesetzten Katalysatoren und die Gleichrichterstufe sind hier zunächst nicht berücksichtigt. Wichtig ist für die weitere Beurteilung der Hinweis, daß durch die verschiedenen Betriebszustände der Anlage eine Einpunktoptimierung nicht zum bestmöglichen Ergebnis für alle Betriebzusände führen kann. Die hier diskutierten Resultate gelten nur für den Betriebspunkt der 100%igen Auslastung der Anlage.

Nach der ersten Umlenkung an der Innenwand kommt es zu einer Ablösung der Strömung von der westlichen Wand. Deutlich wird ein ungleichmäßig verteilter Volumenstrom über den Querschnitt des Kanals, der sich bis zur Reaktorhaube hinzieht und dadurch in Höhe der späteren Katalysatoreinbauten zu großen Rücklaufgebieten führt. Ein weiterer Grund für die Rücklaufgebiete ist die Querschnittserweiterung vom waagerechten Kanal zur Reaktorhaube.

Zu Anfang werden Untersuchungen am "Leerrohr"<sup>12</sup> durchgeführt, um schon frühzeitig die kritischen Gebiete auszumachen. Außerdem können die Druckverluste, die durch zusätzliche Einbauten erzeugt werden, dem Druckfeld nicht einfach additiv hinzugefügt werden.

Der Gesamtdruckverlust der Anlage beträgt "leer" etwa 4,5 mbar. Für die reale Anlage werden drei Katalysatorstufen mit einem vom Hersteller garantierten Druckverlust von jeweils etwa 1,5 mbar und eine Gleichrichterstufe mit einem Druckverlust von etwa 0,75 mbar berücksichtigt. Für diese Konfiguration wird nun eine genaue Analyse vorgenommen. Die Prallplatte ist in erster Linie für die Vergleichsmäßigung des Geschwindigkeitsfeldes nach der Einströmung des Bypassstroms aus dem Economizer gedacht. In diesem Fall kann sie den ungleichmäßig verteilten Volumenstrom aber nicht korrigieren. Während an der westlichen Seite des Kanals nach Abb. 3.15 sogar noch der Ausläufer der Rezirkulationszone zu erkennen ist, der auch schon beim Leerrohr bei der Darstellung der Stromfunktion zu beobachten war, treten auf der östlichen Seite beschleunigte Gebiete auf, in denen die Geschwindigkeit um mehr als 30% über der Eintrittsgeschwindigkeit liegen. Dabei hat sich der Querschnitt des Rohres bis zu dieser Stelle noch nicht verändert.

Ein Quervergleich zu Berechnungen, die mit Katalysatorstufen von 3-8 mbar Druckverlust durchgeführt wurden, zeigt, daß die Rückkopplung der Gleichrichterstufe und der nachfolgenden Druckverluste an dieser Stelle noch vernachlässigbar gering ist. Die Trägheit des Fluids überwiegt hier. Es besteht allerdings auch die Möglichkeit, daß das stromaufwärts liegende Feld numerisch bedingt eine zu geringe Rückkopplung erfährt. Dieses Phänomen ist schon bei der Zylinderumströmung deutlich geworden und kann hier wie dort mit einer Schwäche des  $k-\epsilon$ -Modells und des Lösungsverfahrens begründet werden.

---

<sup>12</sup>Mit "Leerrohr" wird hier die Anlagenkonfiguration ohne Gleichrichterstufe und ohne Katalysatoren bezeichnet.

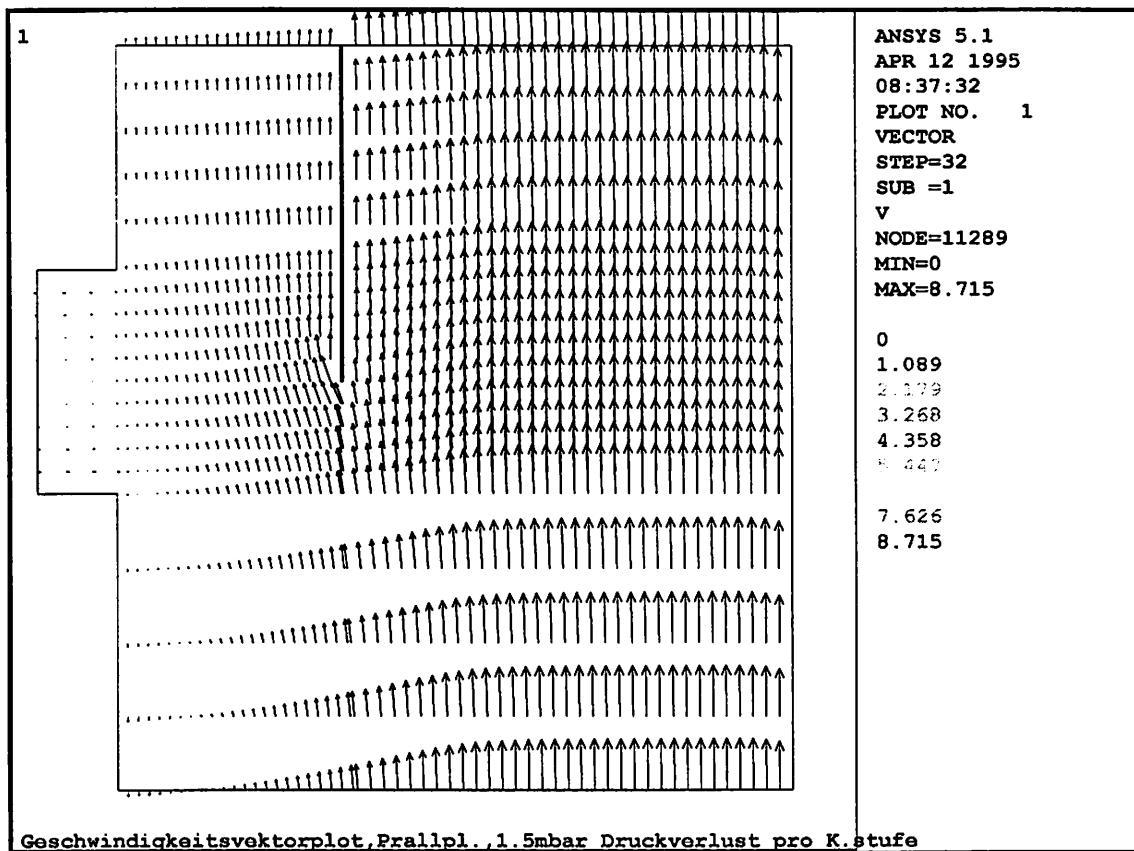


Abb. 3.15: Geschwindigkeitsvektorplot im Bereich des Economizers

Im Abschnitt des Umlenkblechs m1 setzt sich genau das Strömungsprofil fort, welches sich im Bereich der Prallplatte findet. Durch das Umlenkblech m1 wird das Profil zwar gut und ohne Bildung eines Rücklaufgebietes umgelenkt, aber die ungleichmäßig verteilten Geschwindigkeiten über den Querschnitt bleiben erhalten bzw. verstärken sich noch. In Abb. 3.16 ist ein Vektorplot des Geschwindigkeitsfeldes in diesem Bereich der Anlage dargestellt.

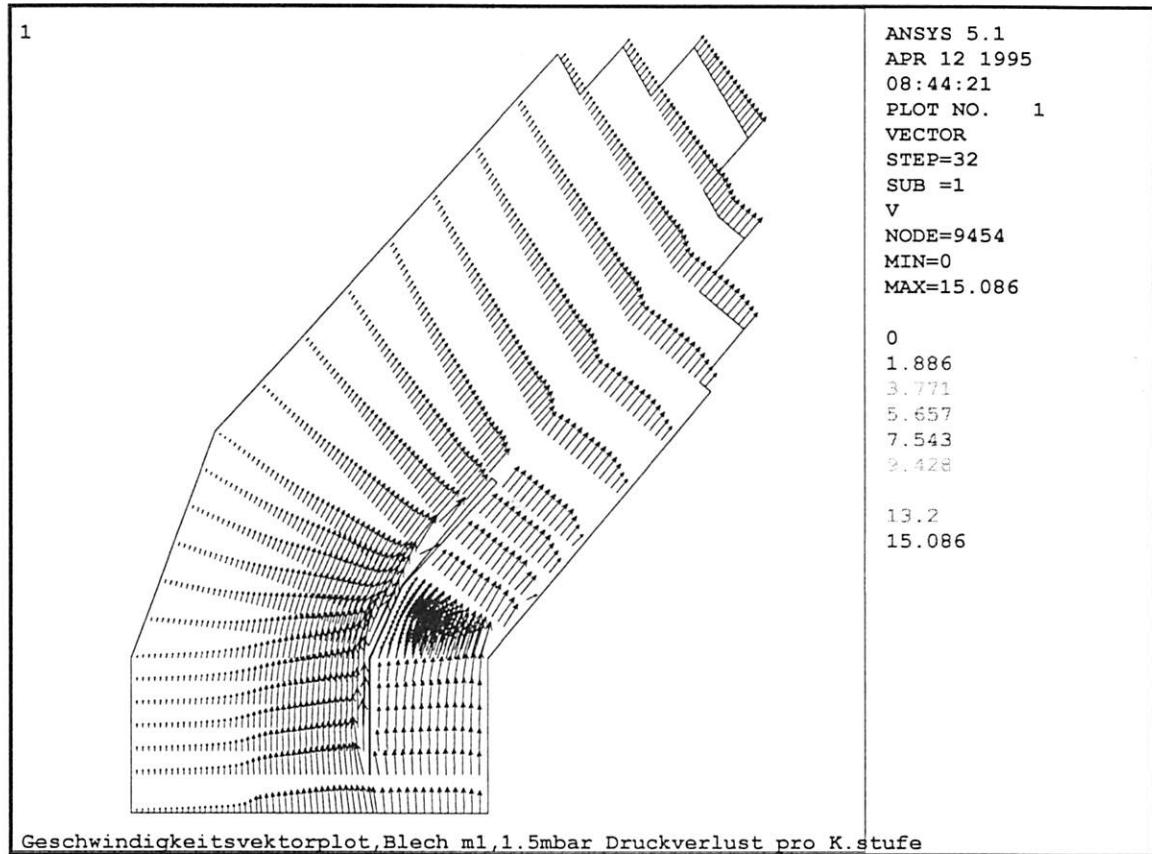


Abb. 3.16: Geschwindigkeitsverläufe im Bereich des Ellenbogens (Umlenkleblech m1)

Durch eine Verkürzung des unteren Teils des Umlenkleblechs ist eine Korrektur des Profils möglich. Dadurch könnte sich ein größerer Teil des Volumenstroms aufgrund der Trägheit zum Kanaläußerem bewegen. Eine weitere Möglichkeit zur Vergleichmäßigung der Strömung an dieser Stelle bietet sich durch einen etwas steileren Anstellwinkel des oberen Blechabschnitts. Hierdurch kann nach der Umlenkung ein größerer Teil des Volumenstroms auf die westliche Kanalseite transportiert werden. Die Differenzen, die sich am Ende des konvergierenden Kanals ergeben, ließen sich dadurch kompensieren.

Somit können die Umlenklebleche n1 und n2 am Anfang des waagerechten Kanalstücks, das bis zur Reaktorhaube führt, nicht mehr für eine gleichmäßige Anströmung sorgen. Wie in Abb. 3.17 zu sehen, verstärkt sich das bisherige Problem allerdings noch einmal. Der ohnehin schon zu geringe Volumenstromanteil an der Nordseite des Kanals wird besonders durch das Blech n2 weiter erniedrigt.

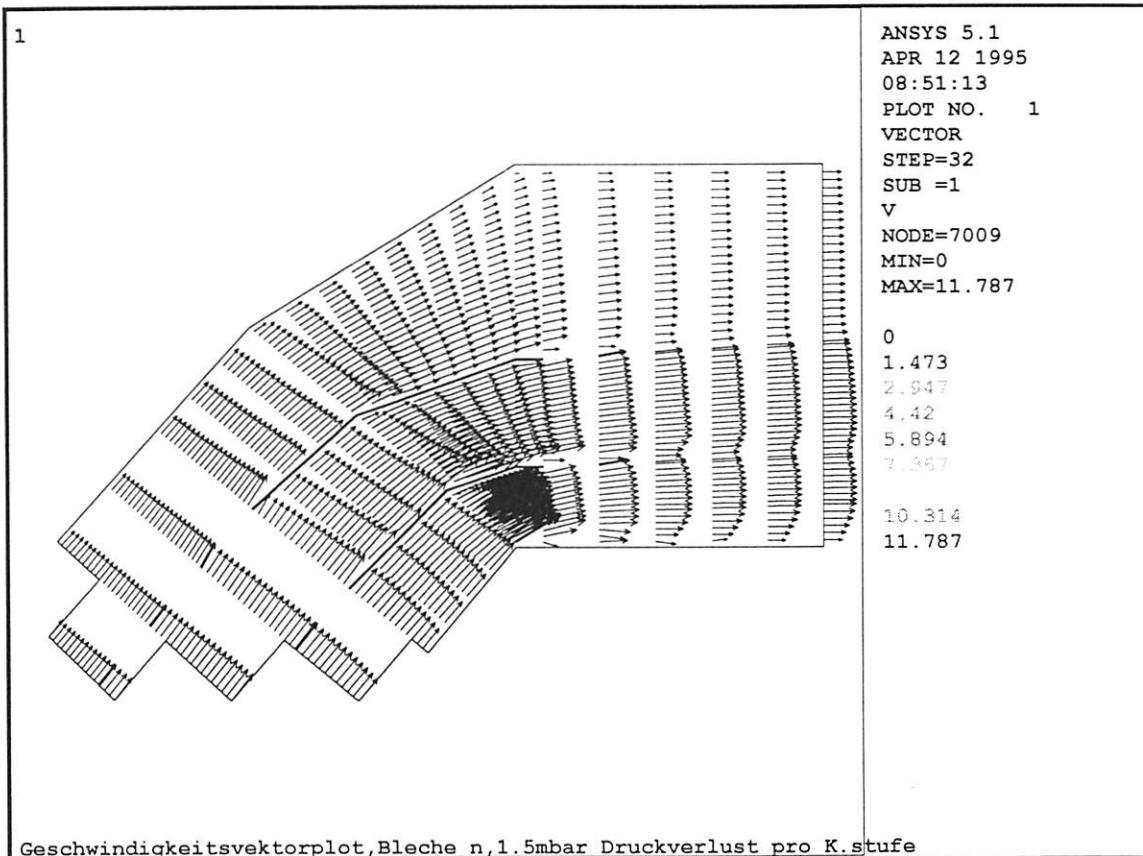


Abb. 3.17: Geschwindigkeitsfeld im Bereich der Umlenklebleche n1 und n2

Durch einen spitzeren Anstellwinkel des Bleches n2 am Eintritt ließe sich ein größerer Volumenstrom nach Norden drängen. Eine weitere Möglichkeit bietet sich durch eine Verringerung der "Austrittsquerschnitte" zwischen der nördlichen Wand und dem Blech n2 sowie eine Vergrößerung der Austrittsquerschnitte zwischen n1 und n2 und zwischen der südlichen Wand und n1.

Ein Vergleich der Profile zwischen der Anlage mit dem realen Druckverlust und den anderen durchgeführten Simulationen mit zweifachem (3 mbar) und vierfachem (6 mbar) Druckverlust in Bezug auf die Katalysatorstufen beweist auch hier die geringe Rückkopplung der Katalysatorstufen auf die stromaufwärts liegende Strömung. Neben den zuvor besprochenen Gründen lässt sich damit allerdings auch die eingeschlagene Vorgehensweise zur Voroptimierung einer Strömung ohne Berücksichtigung von strömungsvergleichmäßigen Druckverlusten begründen.

Die NH<sub>3</sub>-Eindüsung am Ende des waagerechten Kanalstücks ist nicht berücksichtigt. Es fehlen sowohl der Volumenstrom an NH<sub>3</sub> als auch die Gittervorrichtung für die Düsen. Besonders die Vorrichtung für die Eindüsung des Ammoniaks wirkt wie die später

eingebauten Katalysatorstufen vergleichmäßigend auf die Strömung. Dieser Sachverhalt muß bei der späteren Beurteilung berücksichtigt werden.

Die Strömung muß nun an der Reaktorhaube umgelenkt werden. Besonders schwierig ist die Unterdrückung von Rezirkulationsgebieten durch die unstetige Verdreifachung des Strömungsquerschnitts bei gleichzeitiger Umlenkung um  $90^\circ$ . Da sich die Gleichrichterstufe und die Katalysatorstufen unmittelbar an die Reaktorhaube anschließen, ist hier die Höhe des Druckverlustes von entscheidender Bedeutung. Zunächst wird der Strömungsverlauf im Leerrohr in Abb. 3.18 dargestellt.

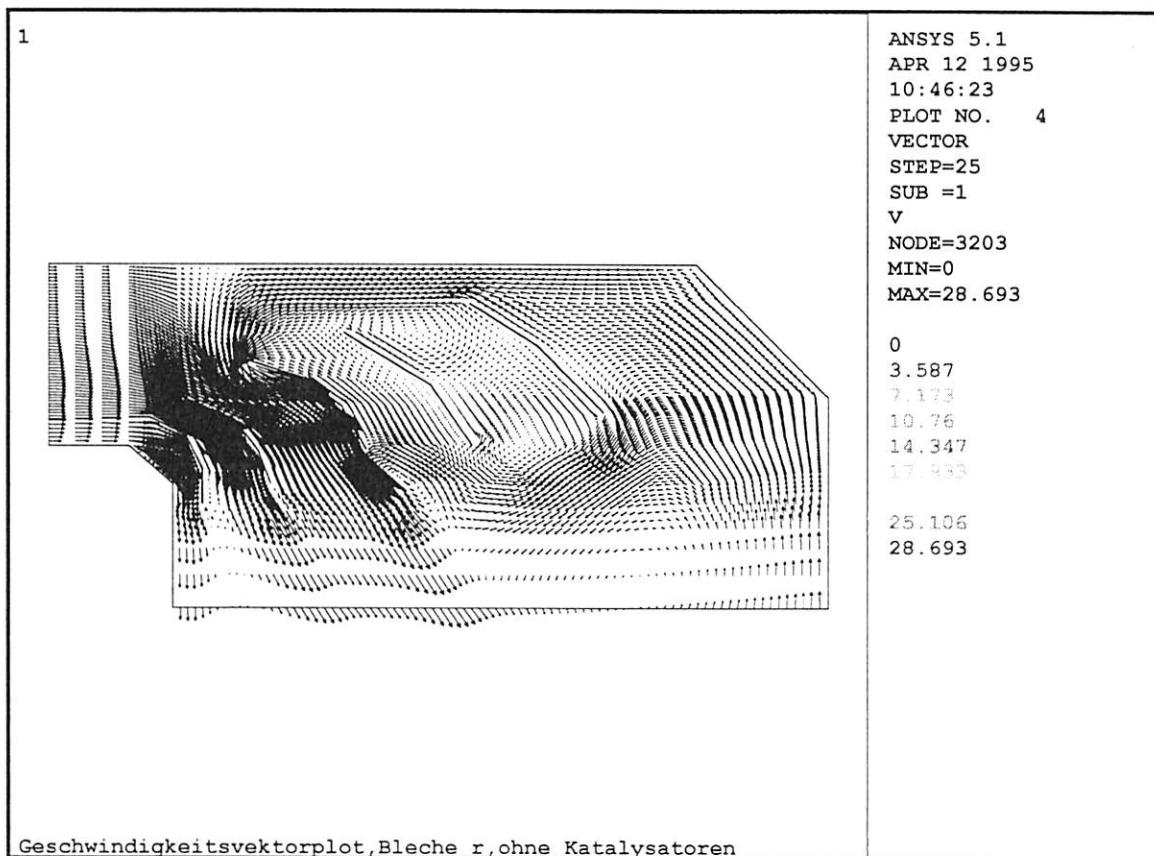


Abb. 3.18: Geschwindigkeitsverlauf im Bereich der Reaktorhaube im "Leerrohr"

Durch das gegebene Anströmprofil wird ein Großteil des Volumenstroms durch die "Teilkanäle" transportiert, die durch die Umlenkleche  $r_1 - r_3$  gebildet werden. Da die Querschnitte dieser drei Kanäle schon etwa die Hälfte des Gesamtaustrittsquerschnitts ausmachen, führt dies bei freier Strömung zu beschleunigten Zonen im westlichen Bereich der Anlage, die aus den weiter östlich liegenden Gebieten Fluidpartikel mitreißen. Durch die verschieden hohen Geschwindigkeiten und entsprechend korrelierten Drücken kommt es dort zu Rezirkulationen.

In Abb. 3.14 ist dieser Verlauf ebenfalls nachzuvollziehen. Durch eine Verkürzung der Umlenkleche  $r_1 - r_3$  in der Anströmung ließe sich ein größerer Teil auf die östlicheren Bereiche verteilen und somit das Rezirkulationsgebiet verkleinern. Wird die Wirbelbildung an dieser Stelle durch den Einbau der Katalysatoren unterdrückt, ergibt sich ein gänzlich anderes Bild für den Strömungsverlauf.

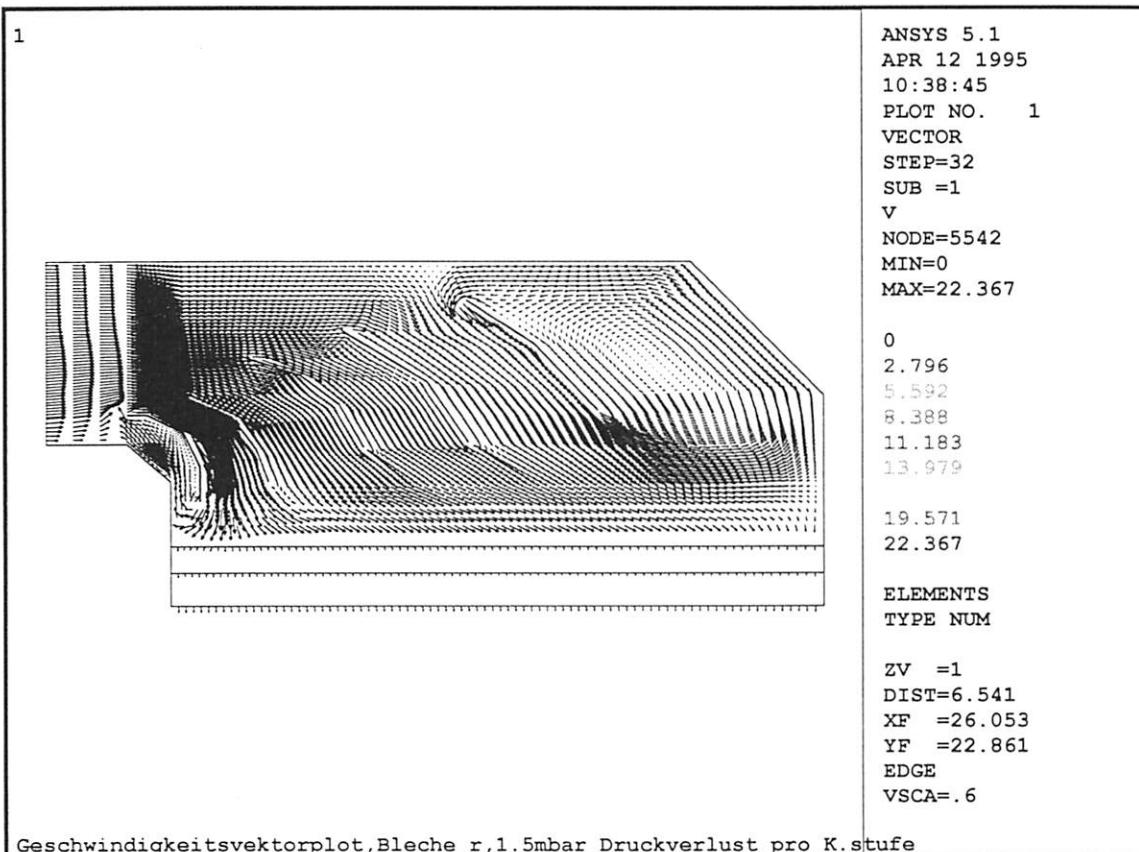


Abb. 3.19: Geschwindigkeitsverlauf im Bereich der Reaktorhaube bei einem Druckverlust von 1,5 mbar pro Katalysatorstufe

Das Strömungsprofil hinter der Reaktorhaube kann sich nicht mehr frei ausbilden. Entscheidend für das vorliegende Profil ist der Fluidstrom, der zwischen den Umlenklechen  $r_1$  und  $r_2$  transportiert wird. Durch den Widerstand, den die Gleichrichterstufe und die nachfolgenden Katalysatorstufen der Strömung entgegensetzen, kann der gesamte Strom nicht direkt durch die Gleichrichterstufe fließen. Neben dem Anteil, der direkt hindurchfließt, führt ein weiterer zu einem Rückstau im Teilkanal zwischen der Wand und dem Umlenklech  $r_1$ .

Dadurch wird schon vor Eintritt in die Reaktorhaube ein großer Teil des Fluidstroms auf die Kanäle zwischen den Blechen r3 und r4 und zwischen r4 und r5 umgelenkt. Da sich die Strömung weiter unten im Reaktorquerschnitt nicht frei ausbilden kann, wird sie so weit vergleichmäßig, daß das Rezirkulationsgebiet bis auf den Bereich zwischen Umlenkblech r5 und Außenwand zurückgedrängt wird. Ein Vergleich der Gesamtdruckverluste zeigt, daß zwar durch die Katalysatorstufen ein zusätzlicher definierter Druckverlust hinzugefügt wird, aber durch die Vergleichsmäßigung der Strömung und der damit verbundenen Verkleinerung der Ablösegebiete der Gesamtdruckverlust der Realanlage nur etwa 2/3 der Summe der Einzelverluste beträgt. Überaschend ist die berechnete sehr starke Vergleichsmäßigung der Strömung, die später bei den quantitativen Vergleichen durch die Meßwerte von Hiegemann verifiziert werden muß.

Interessant ist an dieser Stelle die Überlegung, wie sich das Strömungsbild bei einer weiteren Erhöhung der Druckverluste durch Katalysatoren und Gleichrichterstufe verändert. Eine Verdopplung der zusätzlichen Verluste im Vergleich zur Realanlage führt zu keinem signifikanten Unterschied im Strömungsbild. Eine Vervierfachung des Druckverlustes dagegen liefert ein völlig neues Strömungsfeld im Bereich des Reaktorbodens. In Abb. 3.20 ist dieser Verlauf dargestellt.

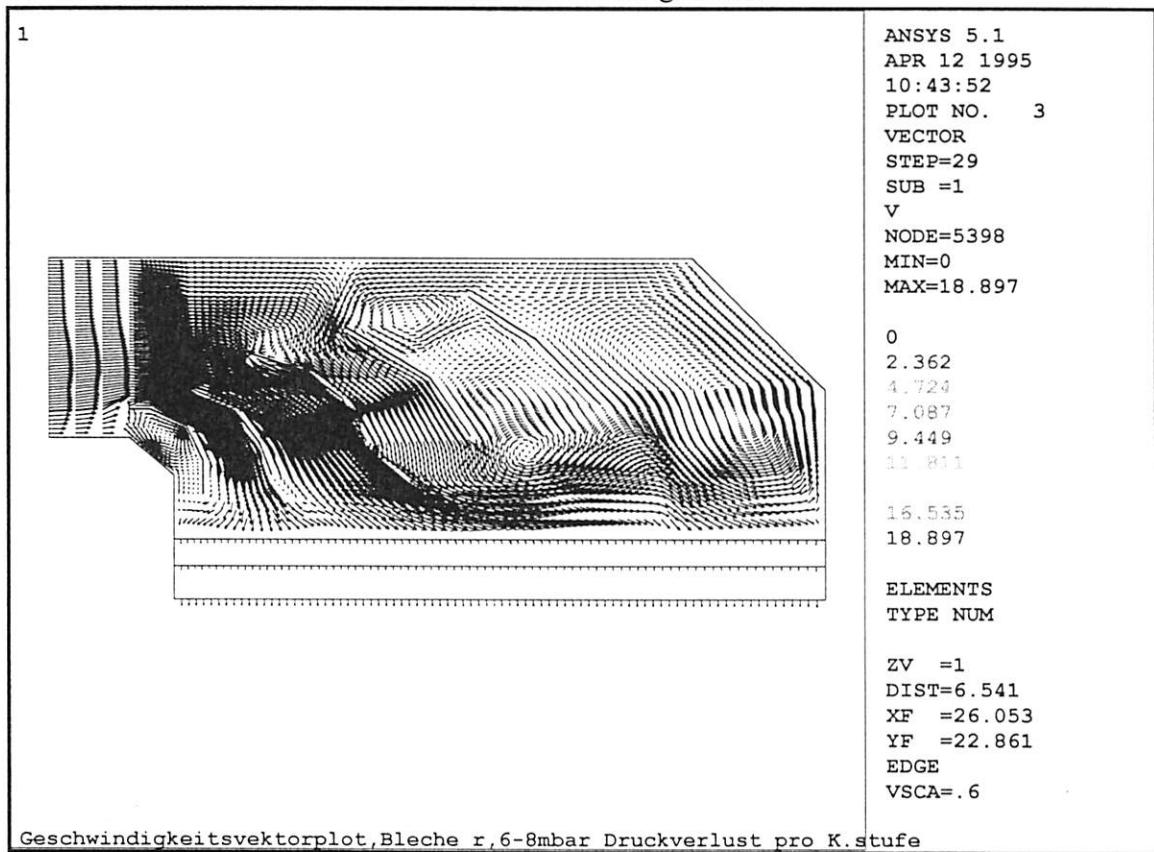


Abb.3.20: Strömungsfeld in der Reaktorhaube bei etwa 6 mbar Druckverlust pro Katalysatorstufe

Der entscheidende Unterschied zwischen den beiden Konfigurationen ist der Fluidstrom, der durch den Kanal zwischen den Umlenkblechen  $r_2$  und  $r_3$  geführt wird. Ein noch größerer Teil des Volumenstroms kann bei diesem Widerstand nicht direkt durch die Gleichrichterstufe geführt werden und muß daher in eine andere Richtung ausweichen. Durch den Strom zwischen  $r_1$  und  $r_2$  können die Fluidpartikel nur noch zur östlichen Kanalwand fließen. Die Geschwindigkeitskomponente tangential zur Gleichrichterstufe ist dabei so groß, daß ein Teil der Partikel von der äußeren Reaktorwand in die Reaktorhaube zurückgeführt wird. Das Rezirkulationsgebiet wird dadurch auch wieder auf den Bereich zwischen die Umlenkbleche  $r_4$  und  $r_5$  ausgedehnt. Auch mit dieser Konfiguration ist zwar eine gleichmäßige Durchströmung der Katalysatorstufen gegeben, aber die Druckverluste sind hier aus zwei Gründen größer als in der realen Anlage. Zum einen durch die vergrößerten Katalysatorwiderstände und zum anderen durch die Vergrößerung des Rezirkulationsgebietes.

Nach der qualitativen Beschreibung der Simulationsergebnisse im DeNO<sub>x</sub>-Reaktor wird nun ein quantitativer Vergleich der Geschwindigkeitsprofile mit den Meßwerten von Hiegemann vorgenommen. Dazu werden die gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen über den jeweiligen Querschnitt gemittelt. Es können nur gemittelte Meßwerte für einen Vergleich mit den numerisch ermittelten Werten herangezogen werden, da es sich bei dem Modell um eine zweidimensionale Darstellung handelt. In Abb. 3.21 sind die axialen Geschwindigkeitsprofile an der Meßposition N aufgetragen. Diese Position befindet sich im waagerechten Kanalteilstück etwa 4 m vor dem Einlauf in die Reaktorhaube.

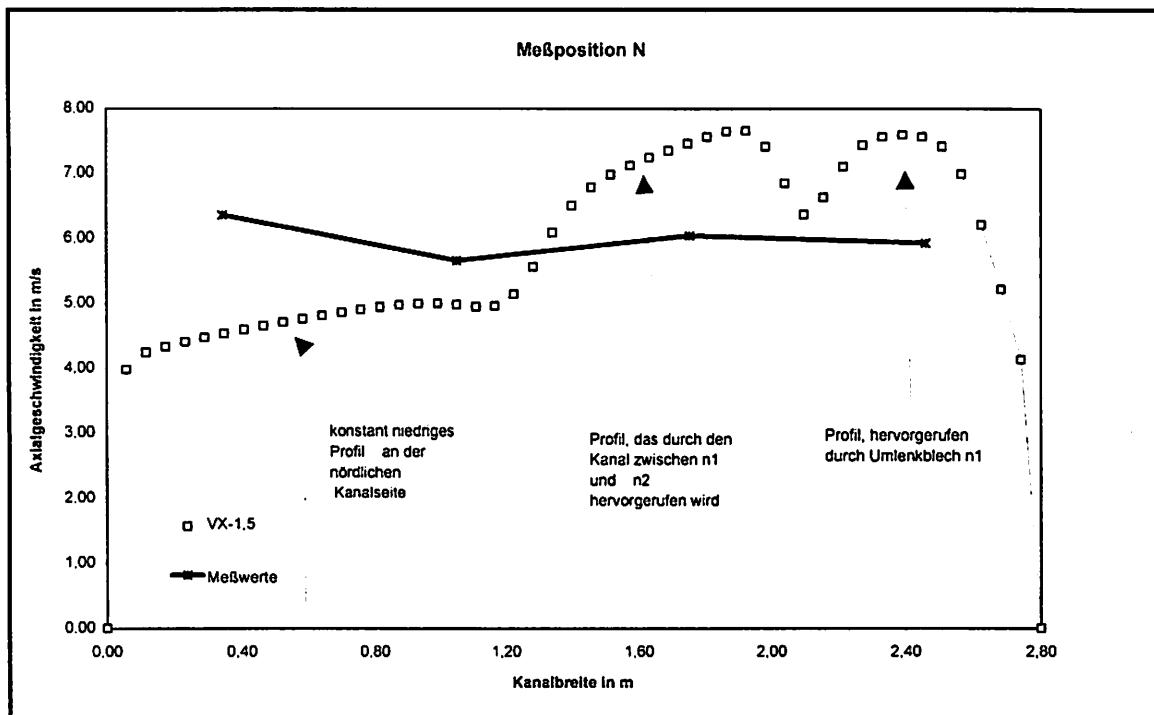


Abb. 3.21: Axiale Geschwindigkeitsprofile an Meßposition N bei 100% Lastfall und der Version mit Prallplatte

Im Gegensatz zum eben beschriebenen Strömungsbild wurden bei der Messung von Hiegemann die höchsten Geschwindigkeiten an der Oberseite des Kanals gemessen. Das steht in klarem Widerspruch zu den bisher vorgestellten Simulationsergebnissen. Es läßt sich nur schwer nachvollziehen, ob die NH<sub>3</sub>-Eindüsung und das Gitter die Strömungsverhältnisse soweit verändern. Nach [Hie92b] ist allerdings schon die Annahme eines Kolbenprofils in der Einströmung nicht zulässig. Vielmehr entspricht die Aufgabe einer Geschwindigkeitsverteilung mit einem Maximum an der südlichen Seite des Einlaufs am ehesten der Realität. Dies wiederum hätte den bisher numerisch bestimmten Verlauf der Geschwindigkeit nur verstärkt. Bei genauer Überprüfung der Geometrie, die für die numerische Rechnung benutzt wird, stellt man fest, daß die Umlenkbleche n1 und n2 etwas zu weit in den waagerechten Kanal hineinreichen (siehe dazu Abb. 3.17). Bei einer Verkürzung der beiden Bleche ergäbe sich bei der Umlenkung ein Volumenstromanteil, der in Richtung der oberen Kanalwand gerichtet wäre und die Strömung hinsichtlich der Meßergebnisse von Hiegemann veränderte.

Um zu überprüfen, ob es sich nur um einen lokalen Einfluß der NH<sub>3</sub>-Eindüsung auf das Ergebnis handelt, wird eine weitere Meßposition ausgewertet. Bei der Meßebene R2 handelt es sich um eine Ebene, die hinter der Gleichrichterstufe und vor der ersten Katalysatorstufe liegt.

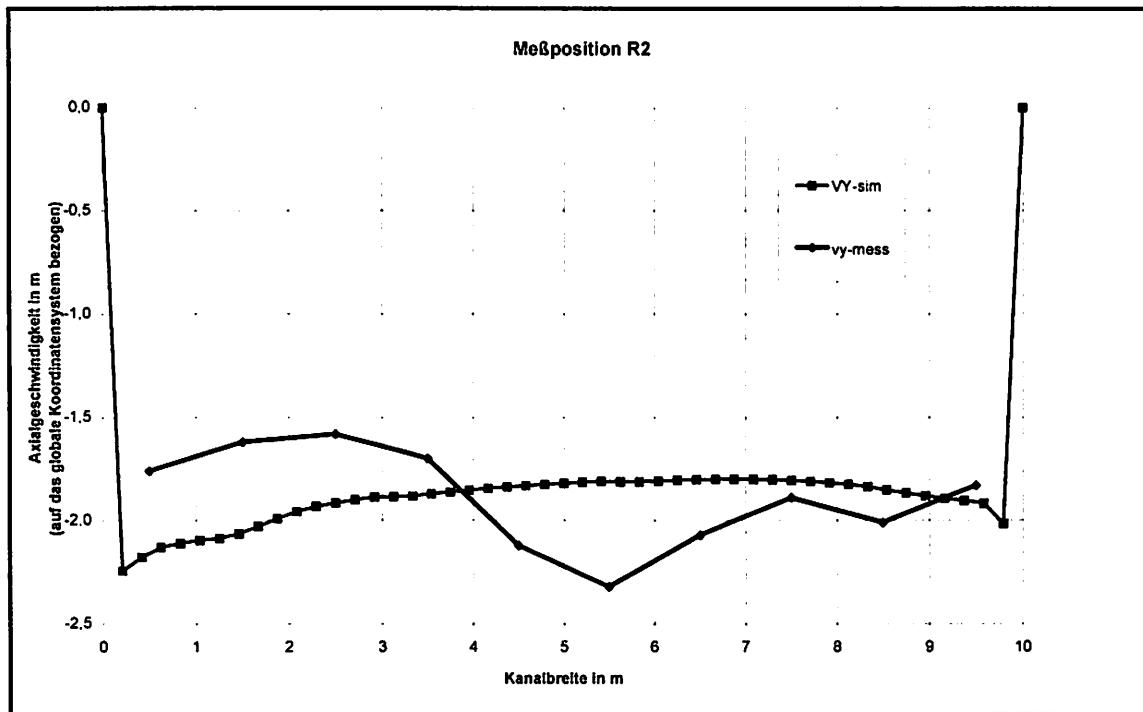


Abb. 3.22: Axiale Geschwindigkeitsprofile an Meßposition R2 bei 100% Lastfall und der Version mit Prallplatte

Das gemessene Geschwindigkeitsprofil ist nicht so ausgeglichen wie das numerisch berechnete. Bei den Messungen sind im waagerechten Rohr vor der Reaktorhaube die höheren Geschwindigkeiten an der Kanaloberseite gemessen worden. Diese lassen sich auch nach der Umlenkung auf der rechten Seite des Katalysatorrohres feststellen. Aus diesem Grund sind die gemessenen Werte auf der östlichen Seite niedriger als die berechneten. Zudem vergleichen die nach dem Prinzip der "verteilten Widerstände" (distributed resistance) nachgebildeten Katalysatoren bei der Simulation die Strömung möglicherweise.

Der zuvor vermutete geometrische Fehler an den Umlenklechen n1 und n2 bestätigt den Geschwindigkeitsverlauf in der Simulation. Bei einer Korrektur wird ein höherer Volumenstrom auf der rechten Seite und ein entsprechend niedrigerer auf der linken Seite des Katalysatorrohres erwartet.

Für eine abschließende Beurteilung der Strömungssimulation im DeNO<sub>x</sub>-Reaktor bleiben folgende Fakten festzuhalten:

- Vernachlässigte Randbedingungen wie z.B. die NH<sub>3</sub>-Eindüsung mit der Gittervorrichtung führen zu deutlichen Unterschieden zwischen Messung und numerischer Berechnung.
- Quantitative Aussagen über dreidimensionale Strömungsprobleme, die gegenüber der dritten Dimension nicht invariant sind, lassen sich mit ebenen Modellen nicht treffen. Selbst eine Fehlerabschätzung ist schwierig.
- Kleine Modelländerungen können sich bei der Strömungssimulation auf das gesamte Geschwindigkeitsbild auswirken.

Damit lässt sich die Strömungsfeldanalyse des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors mit Hilfe eines FEM-Modells abschließen. Die unterstützende Wirkung der Numerik bei der Optimierung konnte durch qualitative Geschwindigkeitsverläufe und quantitative Vergleiche gezeigt werden. Dabei lag der Schwerpunkt mehr in einer Beschreibung der Strömungsphänomene, die sich aufgrund vorliegender Geometrien im gesamten Modell ergeben. Die vorliegenden Messungen bieten demgegenüber nur quantitative Größen für einige wenige Querschnitte der Gesamtanlage. Eine vollständige Alternative zu den Messungen bietet sich mit einer zweidimensionalen Rechnung nicht.

### 3.3 Quer angeströmte turbulente Freistrahlen

Eine weitere technische Anwendung der CFD existiert im Bereich der Stickoxidreduzierung mit der Berechnung quer angeströmter Freistrahlen.

Neben dem in Kap. 3.2 vorgestellten SCR-Verfahren bei der Stickoxidreduktion von Abgasen wird aufgrund der Kosten und der konstruktiven Einfachheit in vielen Fällen das SNCR<sup>13</sup>-Verfahren angewandt. In der Abb. 3.23 ist ein Schema des SNCR-Verfahrens dargestellt.

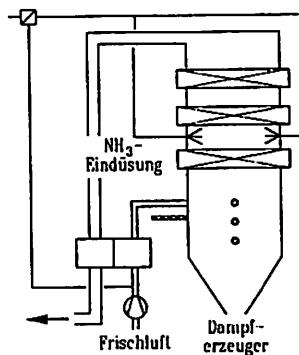


Abb. 3.23: schematische Darstellung des SNCR-Verfahrens [Wie94]

Hier wird Ammoniak mittels sog. "Lanzen" direkt in den Reaktor eingedüst. Bei einer Temperatur von etwa 1000°C werden die Stickoxide ohne Anwesenheit eines Katalysators reduziert. Das Problem bei diesem Verfahren liegt in der nötigen Vermischung von NH<sub>3</sub> und Stickoxiden im genannten Temperaturbereich. Die Anordnung und die Größe der Lanzen sowie die Volumenströme müssen für eine maximale Ausnutzung des NH<sub>3</sub> optimiert werden. Das Strömungsproblem der Eindüsung lässt sich zurückführen auf die Berechnung eines oder mehrerer quer angeströmter Freistrahlen.

Eine wichtige Größe in der Beschreibung von Freistrahlen ist die sog. Strahlachse. Anhand von Abb. 3.24 wird der Begriff der Strahlachse deutlich. In ihr findet sich, nach der in dieser Arbeit verwendeten Definition, in den Querschnitten jeweils die höchste Absolutgeschwindigkeit.

<sup>13</sup> Selectiv Non Catalytic Reduction-Verfahren

Für die Bestimmung des Strahlachsenverlaufs existieren empirische Modelle, die hinsichtlich einer Auslegung einer Anlage neben einer schnellen Abschätzung auch weiterreichende Informationen für das fliddynamische Problem bieten.

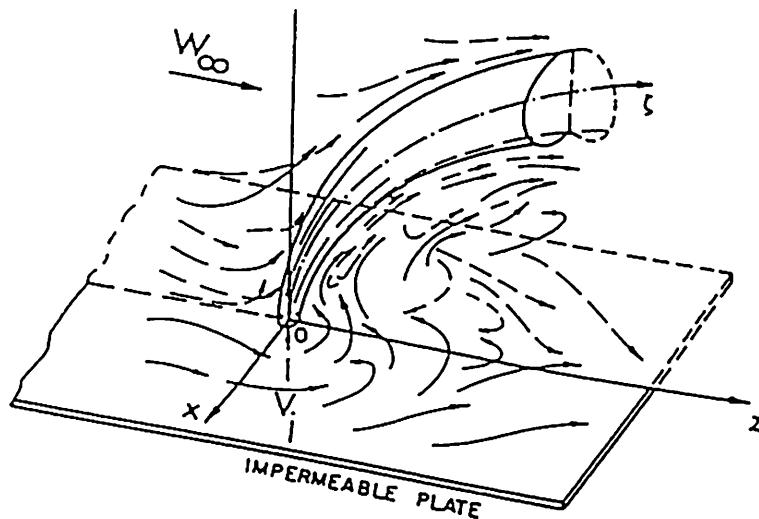


Abb. 3.24: Strahlachsenverlauf bei einem querangeströmten Freistahl [Flo92]

Ein wichtiger Parameter bei der Berechnung von Freistrahlen ist das Impulsverhältnis  $\alpha$ .  $\alpha$  wird mit Gl. 3.1 definiert:

$$\alpha = \frac{\rho_{jet} \cdot u_{jet}}{\rho_H \cdot u_H} \quad (\text{Gl. 3.1})$$

Dabei bedeuten  $u$  die Geschwindigkeit und  $\rho$  die Dichte des Fluids. Die Indizes beziehen sich auf die Hauptströmung ( $H$ ) und den Freistahl ( $jet$ ). Bei einphasigen isothermen Strömungen reduziert sich das Impulsverhältnis  $\alpha$  auf die Geschwindigkeitsverhältnisse. Für die nachfolgenden numerischen Berechnungen werden folgende Randbedingungen gewählt:

1. Das System wird unter Atmosphärendruck und isotherm betrieben.
2. Die Stoffwerte sind konstant.
3. Am Einlauf der Hauptströmung und der Düse herrschen Kolbenprofile.
4. Bei der Modellierung des runden Freistahls wird Symmetrie auf der Hälfte der Düse vorausgesetzt.
5. Am Auslauf des modellierten Gebietes wird ein Referenzdruck von Null festgelegt.

Durchgeführt werden Rechnungen mit ebenen und räumlichen Freistrahlen. Um einen möglichen Einfluß der Düse auf die Rechnung feststellen zu können, wird die Düsengeometrie explizit mitberücksichtigt. Das Gebiet für die Berechnung eines ebenen Freistrahls ist in Abb. 3.25a dargestellt. Zusätzlich ist in der Abbildung die Diskretisierung des Problems zu sehen.

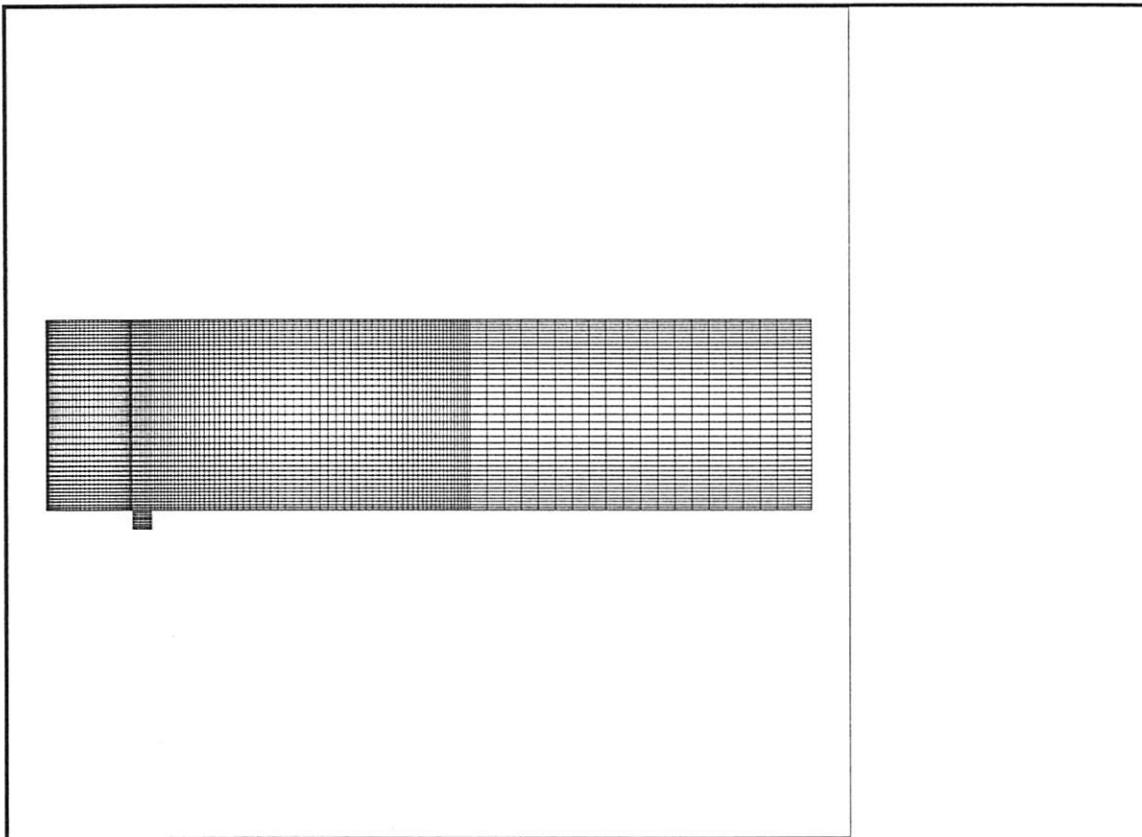


Abb. 3.25a: Vernetztes Geometriemodell eines ebenen Freistrahls

Für ein Impulsverhältnis von  $\alpha = 10$ ,  $u_{jet} = 20 \text{ m/s}$  und einem Äquivalentdüsendurchmesser von  $d = 30 \text{ mm}$  ist das Geschwindigkeitsfeld eines ebenen Freistrahls in Abb. 3.25b dargestellt.

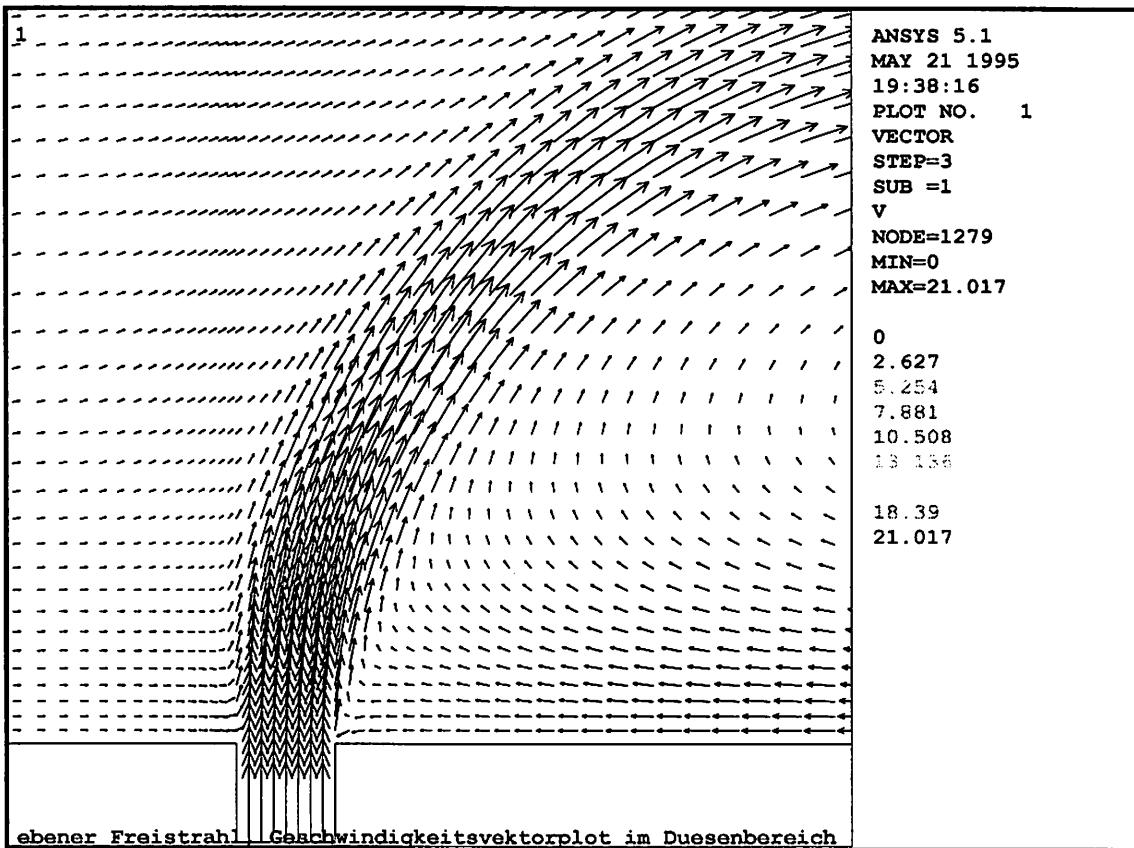


Abb. 3.25b: Geschwindigkeitsvektorplot bei einem ebenen Freistahl im Bereich des Strahleintritts,  $\alpha = 10$ ,  $u_{jet} = 20 \text{ m/s}$

Es ist der Ausschnitt im Bereich der Strahleindüsung dargestellt. Deutlich ist die Hinderniswirkung des Freistrahls für die Hauptströmung zu erkennen. Wie bei der Umströmung eines festen Körpers ist eine aufstauende Wirkung in der Anströmung und ein Rezirkulationsgebiet in der Nachlaufströmung sichtbar. Aufgrund der wirkenden Kräfte wird der Freistahl in Richtung der Hauptströmung umgelenkt. Durch die höhere Geschwindigkeit des Strahls reißt er aus den umliegenden Gebieten Fluidpartikel mit und erweitert sich dadurch allmählich. Diese Effekte bezeichnet man auch als "Entrainment". Besonders der Effekt der Erweiterung wird in Abb. 3.26 noch einmal besonders deutlich. Dort ist in einem ähnlichen Ausschnitt wie in Abb. 3.25b die Stromfunktion im Eindüsungsbereich dargestellt. Eindeutig lässt sich der sog. Potentialkern ausmachen, in dem die Düsenaustrittsgeschwindigkeit herrscht. Im weiteren Verlauf, in dem der Freistahl wie beschrieben immer mehr Fluidpartikel aus den umliegenden Gebieten mitreißt, wird seine Geschwindigkeit immer niedriger und der Strahl immer breiter.

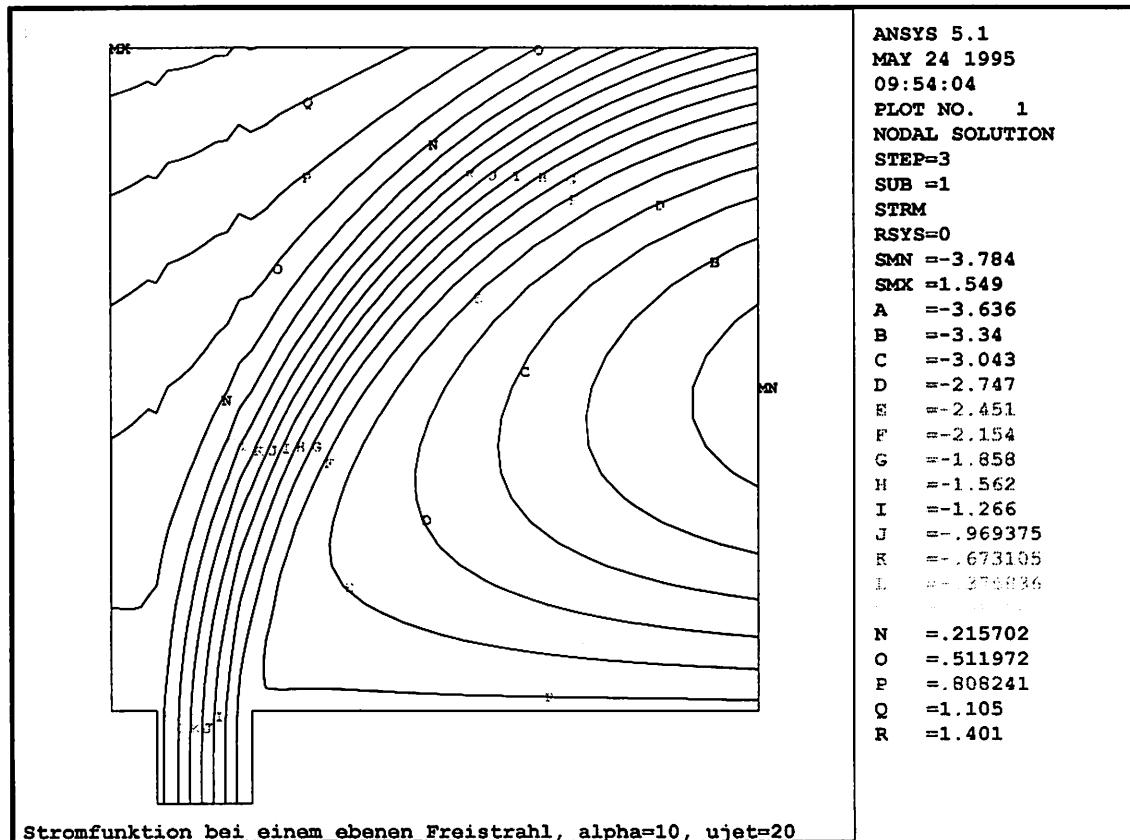


Abb. 3.26: Stromlinien bei einem ebenen Freistrahrl im Bereich des Strahleintritts,  
 $\alpha = 10$ ,  $u_{jet} = 20$  m/s

Nach der qualitativen Beschreibung wird nun überprüft, ob die Strahlachse hinsichtlich ihrer Eindringtiefe und Höhe richtig abgebildet ist. In früheren Arbeiten sind ein mathematisches Modell von Wiethoff [Wie94] und empirische Modelle wie z.B. das von Abramovich [Abr63] verglichen worden. In diesen Arbeiten zeigte sich im allgemeinen eine ähnliche Berechnung der Strahlachsen durch die beiden genannten Ansätze. Daher werden hier für eine Beurteilung der numerischen Strahlachsenberechnungen die Gleichungen von Abramovich herangezogen. Für die untersuchten Freistrahlen werden in der Abb. 3.27 die Abhängigkeiten von Höhe zur Eindringtiefe für ebene und runde Freistrahlen dargestellt.

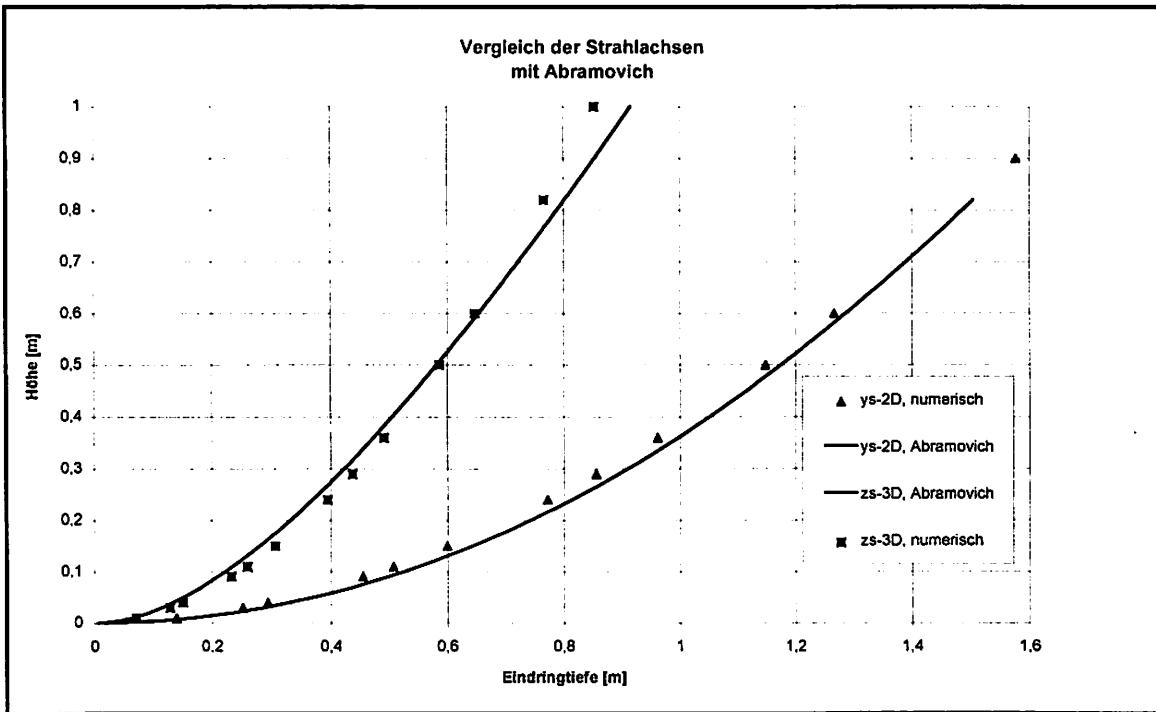


Abb. 3.27: Darstellung der numerisch berechneten und empirischen bestimmten Strahlachsenverläufe nach Abramovich, es gilt  $\alpha=10$ ,  $u_{jet} = 20 \text{ m/s}$

Die numerischen Simulationen liefern im Vergleich zu den empirischen Ansätzen ähnliche Ergebnisse. Bei höheren Eindringtiefen werden bei den numerischen Ergebnissen größere Höhen berechnet. Das gleiche Phänomen tritt auch bei [Ste91] auf und wird dort mit einem Verlassen der Gültigkeitsgrenzen der empirischen Ansätze begründet.

Da der Einfluß eines ebenen Freistrahls auf die Hauptströmung deutlich größer als bei einem runden Freistahl ist, liegen die Eindringtiefen hier bei gleichem Impulsverhältnis entsprechend höher. Das war erwartet worden, da ein ebener Freistahl einer unendlich ausgedehnten Schlitzdüse entspricht.

Nach dem Vergleich mit den Ergebnissen aus [Ste91] läßt sich feststellen, daß Ausbreitungen von Freistrahlen mit dem verwendeten Werkzeug numerisch zu beschreiben sind. Das ist insofern von Bedeutung als daß sich viele Strömungsprobleme auf einen Freistahl zurückführen lassen. Häufig beschreibt der Strömungsverlauf eines Freistrahls neben der genannten Stickoxidreduzierung auch Brennstoffeindüsungen in Motoren oder Brennkammern sowie Vermischungseffekte in chemischen Reaktoren.

Für einfache ebene oder auch ideal runde Freistrahlen ist eine aufwendige numerische Berechnung aber nicht erforderlich. Vielmehr bietet sich in diesen Fällen die Verwendung empirischer Gleichungen oder mathematischer Ansätze an. Entscheidend für die Anwendung der empirischen Gleichungen ist die Einhaltung ihrer Gültigkeitsgrenzen. Reine Freistrahlen in den geforderten Gültigkeitsbereichen sind oft nicht gegeben, da in vielen Fällen die empirischen Ansätze auf der Grundlage von geometrisch einfachen Fällen hergeleitet sind. In den meisten Ansätzen werden keine Wandeffekte berücksichtigt.

Vielfach liegt nun in technischen Anwendungen ein geometrisches "Einzelstück" für die fluiddynamische Optimierung vor. Für empirische Ansätze bedeutet die geforderte Geometrie oft ein Verlassen der Gültigkeitsgrenzen. Ein mathematisches Modell ist hinsichtlich der Gültigkeitsgrenzen für  $d$  und  $\alpha$  deutlich flexibler. Aber die Modellannahmen beschränken die Anwendung auch in diesem Fall auf ausgewählte Geometrien. Das hier exemplarisch genannte mathematische Modell von Wiethoff ist auf ein eindimensionales Problem zurückgeführt. Für stark anisotrope Modelle lassen sich daher die Ergebnisse nur grob abschätzen bzw. der Fehler des mathematischen Modells lässt nur schwer quantifizieren.

Ein solch anisotropes Modell für die industrielle Anwendung von Freistrahlen ist im folgenden zur Beschreibung der Strömungs- und Temperaturverteilung in einem Wirbelbettöfen erstellt. Die Geometrie des Problems ist der Abb. 3.28 zu entnehmen.

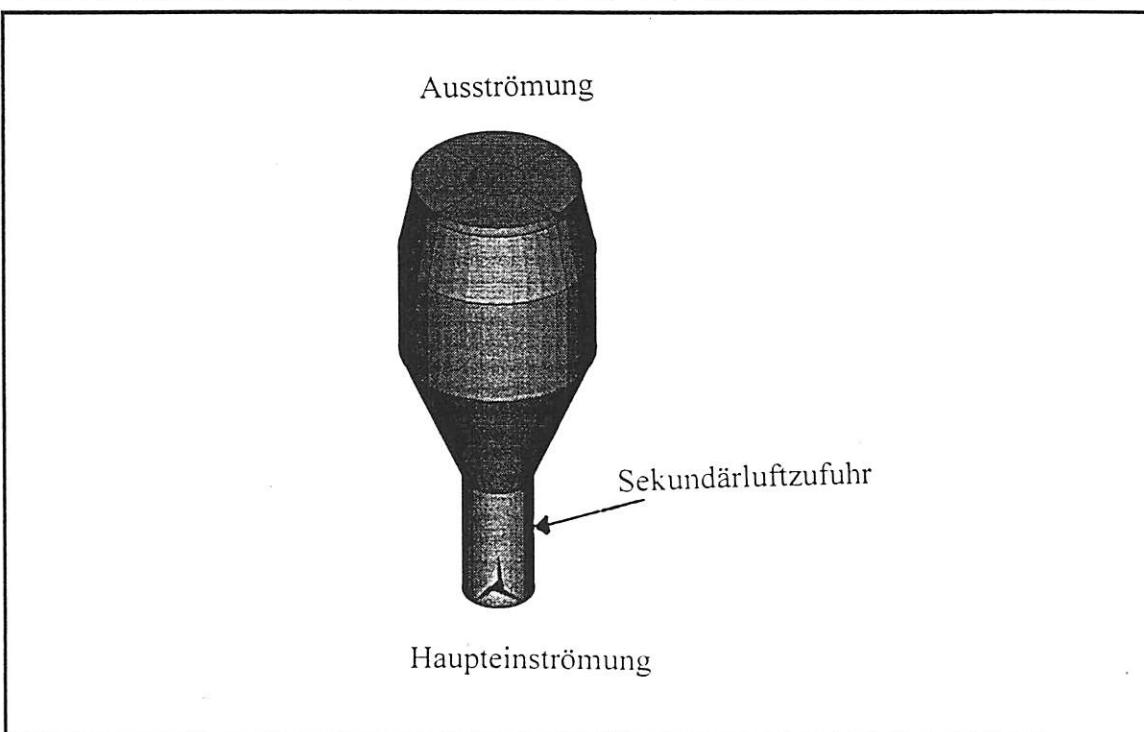


Abb. 3.28: Geometrie des Wirbelbettofens

Es wird ein Rauchgasvolumenstrom von etwa  $8000 \text{ Nm}^3/\text{h}$  zum Einlaß transportiert. Aufgrund der Temperatur von mehr als  $1250 \text{ K}$  verkleben die im Fluidstrom enthaltenden Feststoffpartikel schon nach kurzer Zeit die Wände des Ofens. Um das zu verhindern, muß der gesamte Fluidstrom möglichst schnell auf ein einheitliches unkritisches Temperaturniveau, besonders in Wandnähe, heruntergekühlt werden. Gleichzeitig soll durch den größer werdenden Querschnitt die Verweilzeit erhöht und damit ein höherer Nachverbrennungsgrad erfolgen.

Dazu wird im Einlaufgebiet ein Sekundärluftstrom von etwa  $2000 \text{ Nm}^3/\text{h}$  und einer Temperatur von etwa  $600 \text{ K}$  seitlich in den Kanal eingeführt. Das führt mit den vorliegenden Dichten und der vorgegebenen Düsengröße von  $d = 100 \text{ mm}$  bei einer Einfacheindüsung zu einem Impulsverhältnis von  $\alpha = 14$ . Ein alternatives Modell, das nun vorgestellt wird, sieht eine symmetrische Vierfacheindüsung über den gesamten Umfang des Reaktors vor. Das reduziert bei gleichbleibenden Düsendurchmesser den Wert für  $\alpha$  auf 3,5. Neben dem Impulsverhältnis ist aus fluidodynamischer Sicht der Einströmwinkel von Bedeutung. Es liegt nicht der Fall eines rein querangeströmten Freistrahls vor, da die Einströmung des Strahls um 15 Grad gegen die Hauptströmung geneigt ist. Für die Simulation gelten folgende Voraussetzungen :

1. Die Höhe der radialen Geschwindigkeitskomponente des einfließenden Hauptströmung ist nicht bekannt und wird daher vernachlässigt. Damit wird an der Einströmung eine Kolbenströmung vorgegeben.
2. Die Geometrie der Sekundärluftzufluhr wird nicht explizit berücksichtigt, da in den vorangegangenen Beispielen für die Freistrahlen kein signifikanter Einfluß festzustellen war.
3. Dichteänderungen aufgrund der Abhängigkeiten von Temperatur und Druck werden während der Rechnung über das ideale Gasgesetz berücksichtigt.
4. Die mitgeführten Feststoffpartikel müssen vernachlässigt werden.
5. Die Wände des Ofens werden adiabat angenommen.

In der Abb. 3.29 sind die Stromfunktion für das Gesamtmodell und die Geschwindigkeitsvektoren im Düsenbereich dargestellt.

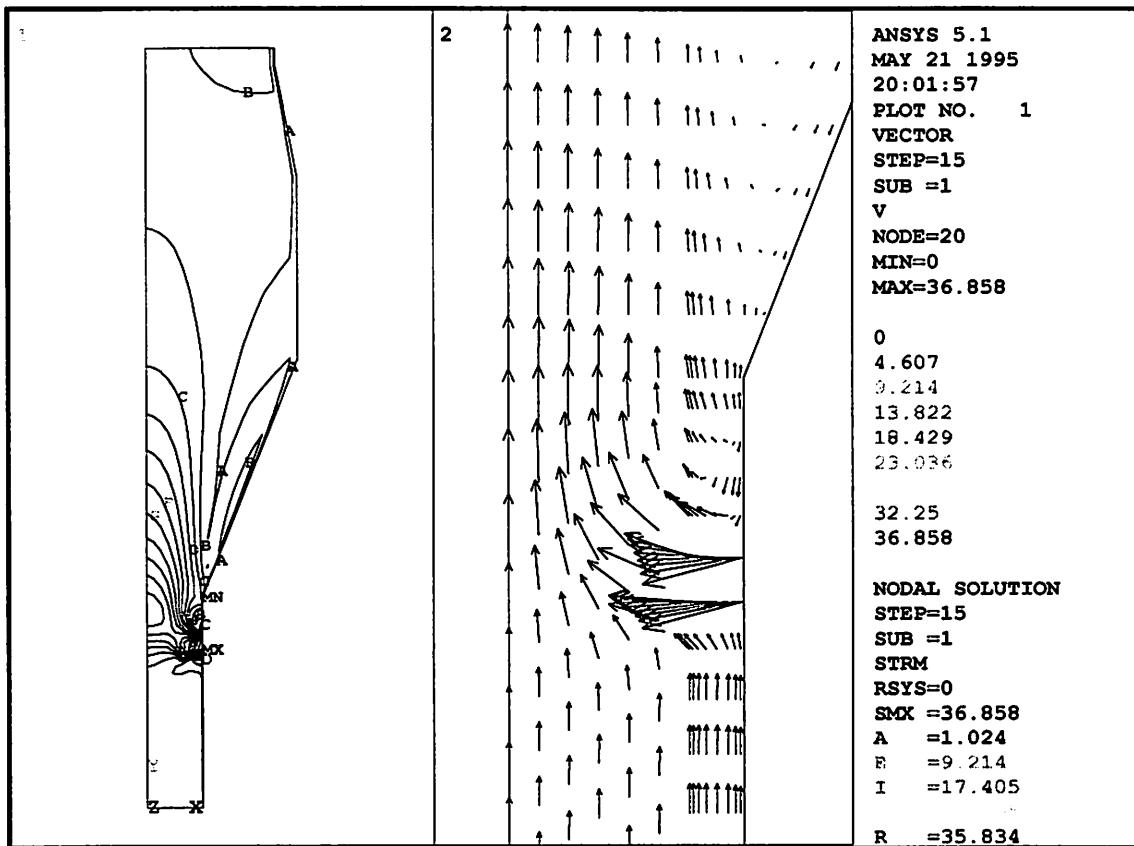


Abb. 3.29: Stromfunktion für das Gesamtgebiet (1) und Geschwindigkeitsvektorplot im Düsenbereich (2)

Deutlich sind die bei der Darstellung der Freistrahlen diskutierten Phänomene wieder zu erkennen. Durch die Stauwirkung wird die Hauptströmung abgelenkt und es kommt zu Vermischungseffekten. Modellbedingt fließen die Fluidpartikel nicht über die Kanalachse, da dort eine Symmetriebedingung vorliegt. In der Darstellung der Stromlinien ist ein Rezirkulationsgebiet an der Wand des divergierenden Ofenabschnitts zu erkennen. Durch diese Geometrie bildet sich eine diffusorähnliche Strömung aus. Aufgrund der stetigen Erweiterung des Kanal nimmt die Geschwindigkeit der Strömung ab. Gleichzeitig nimmt der Druck zu. Durch die Wandhaftung ist die Geschwindigkeit in Wandnähe sehr niedrig. Die entsprechend geringe kinetische Energie der Strömung ist in diesen Bereichen nicht in der Lage, den Druckanstieg zu überwinden. Die Folge ist eine Umkehr der Geschwindigkeit in den wandnahen Zonen bzw. ein Totwassergebiet. In diesen Bereichen ist der Wärmeaustausch wesentlich schlechter als in der Hauptströmung.

So ist in Abb. 3.30 zu sehen, daß gerade in diesen Bereichen die nötigen Vermischungseffekte unter den gegebenen Randbedingungen noch nicht ausreichen.

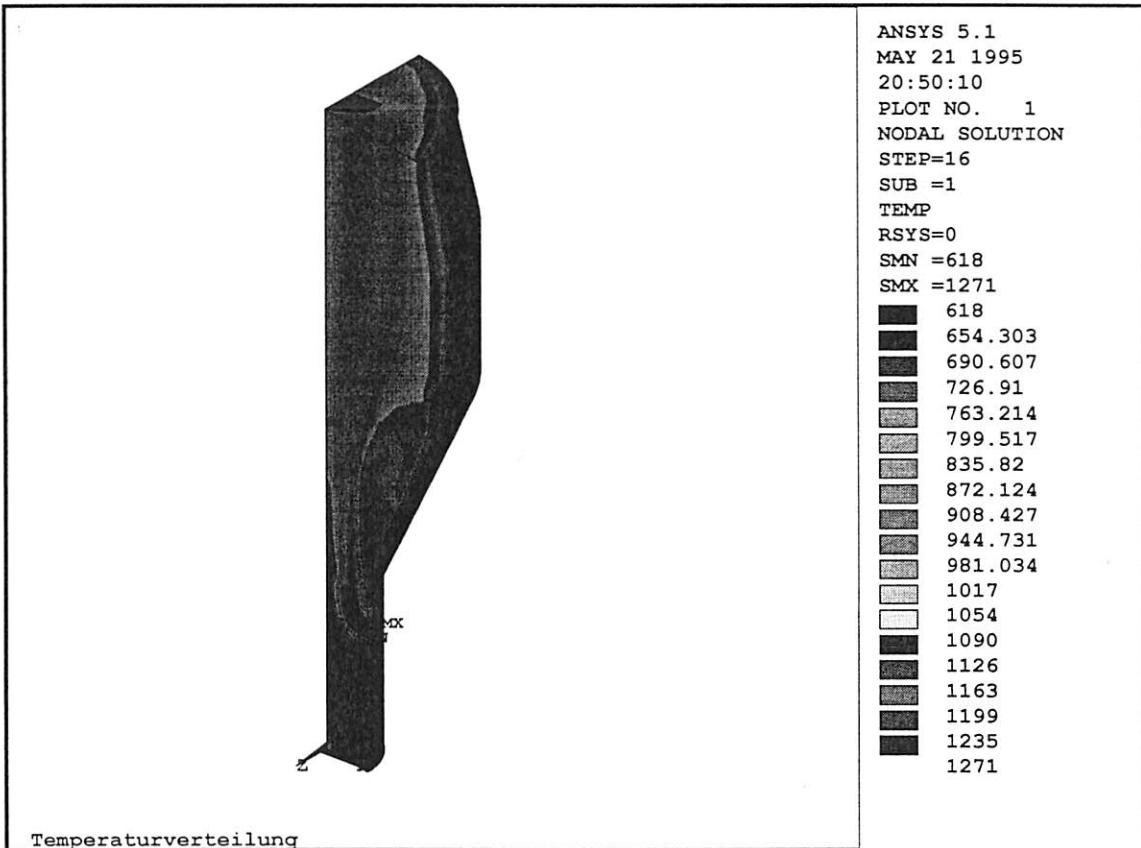


Abb. 3.30: Temperaturverteilung im Wirbelbettöfen in K

Die Eintrittstemperatur der Hauptströmung herrscht bis fast zur Einströmung des Kühlstrahls. Über die gesamte Länge des Modells liegt stets die niedrigste Temperatur im Strahlachsenverlauf des Freistrahls vor. Durch das große Totwassergebiet über die Länge des divergierenden Anlagenteils wird das kühлere Medium nur unzureichend mit den äußereren Schichten vermischt. Besonders die Gebiete, die den Düsen um  $45^\circ$  versetzt liegen, weisen die heißesten Wandzonen auf. Für die  $0^\circ$ - und  $45^\circ$ -Fasern sind die Fluidtemperaturen für den Austritt aus dem Ofen in Abb. 3.31 dargestellt.

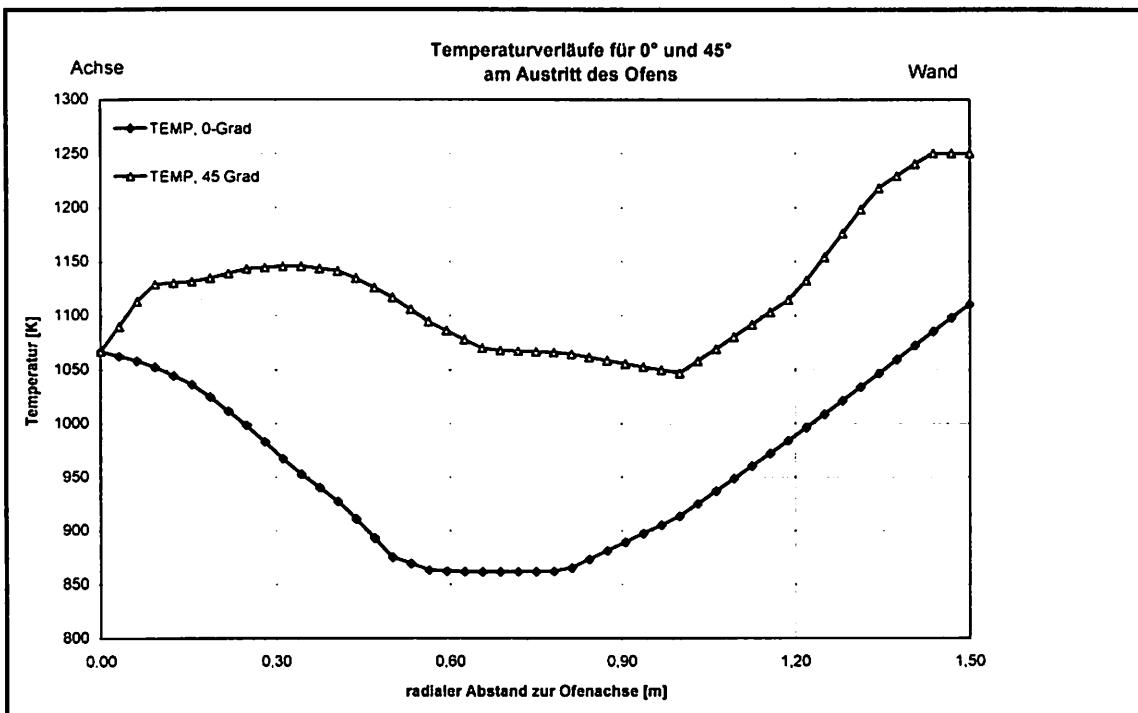


Abb. 3.31: Temperaturen am Auslaß des Ofens bei  $0^\circ$  und  $45^\circ$

Die Temperaturen für die  $0^\circ$ -Faser liegen durchweg mindestens 100 K niedriger, als die um  $45^\circ$  versetzten Bereiche. Der Einfluß der Eindüsung ist vor allen Dingen in den mittleren Abschnitten des Ofens zu spüren. Für eine Eindringtiefe des Strahls bis zur Achsmitte reicht das Impulsverhältnis nicht aus und für eine gute Vermischung in den Randbezirken ist  $\alpha$  wahrscheinlich zu hoch. Für eine weitere Beurteilung der Temperatur und Geschwindigkeitsfelder sind die folgenden Randbedingungen zu berücksichtigen:

1. Die radiale Geschwindigkeitskomponente der Hauptströmung ist nicht berücksichtigt worden. Wird eine solche Geschwindigkeitskomponente überlagert, würden sich zum einen die Temperaturen über den Umfang vergleichmäßigen. Zum anderen wird dann aufgrund der höheren Dichte der kälteren Partikel eine stärkere Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Wände erwartet. Dadurch würde die Quervermischung in den einzelnen Querschnitten erhöht.
2. Eine Erhöhung der Düsenzahl bei insgesamt gleicher Kühlmenge und Düsengröße würde eine gleichmäßigere Temperaturverteilung über den Umfang nach sich ziehen. Ob aber gleichzeitig durch die Verringerung des Impulsverhältnisses eine bessere Vermischung im Bereich des divergierenden Ofenabschnitts erfolgt, müßte mit weiteren Rechnungen überprüft werden.

3. Der Winkel der Eindüsung könnte in zweifacher Hinsicht variiert werden. Zum einen führt ein steilerer Anstellwinkel in Bezug auf die Hauptströmung zu einer verbesserten Vermischung. Das führt aber gleichzeitig zu einem deutlich erhöhten Druckstau. Zum anderen könnte durch die Eindüsung eine Umfangskomponente mit in die Einströmung hineingebracht werden, so daß ein erhöhter Anteil des Strahls direkt an der Wand bliebe und die tangentiale Geschwindigkeitskomponente erhöhte. Die letztgenannte Option macht nur Sinn bei Kenntnis des Haupteinströmprofils.

In jedem Fall bietet das vorliegende Ergebnis einen Ansatzpunkt für eine weitergehende Optimierung des Impulsverhältnisses und des Einströmwinkels für die Sekundärluft. Eventuell ist eine Anpassung des mathematischen Modells von Wiethoff für das spezielle Problem soweit möglich, daß das numerische Ergebnis nachvollzogen werden kann und auf dieser Basis weitere Optimierungen vorgenommen werden können. Bei größerem Zeitaufwand bietet sich die Erweiterung der Geometrie um den stromaufwärtsliegenden Bereich an, um die radiale Komponente der Haupteinströmung mitberücksichtigen zu können.

Für die numerische Berechnung der Freistrahlpromblematik können folgende Schlüsse gezogen werden, die auch auf andere Strömungsprobleme zutreffen:

Liegen verifizierte empirische oder mathematische Modelle für ein Problem vor, ist es i.d.R. zu aufwendig, eine CFD-Rechnung durchzuführen. Für Sonderkonstruktionen und Einzelfälle ist es sinnvoll, numerische Simulationen durchzuführen, um alternative Ansätze zu modifizieren bzw. ihren Fehler abzuschätzen. Auch eine Vermessung der Strömungsfelder ist in vielen Fällen eine Alternative zu mathematischen sowie empirischen und halbempirischen Ansätzen. In diesen Fällen muß jedoch entweder eine Realanlage für den Zeitraum der Messungen stillgelegt werden oder ein entsprechendes Modell für die spätere Maßstabsübertragung konstruiert werden.

Nach der Berechnung der Temperatur- und Strömungsverteilung in einem Ofen, die als Startmodell für eine weitere Optimierung angesehen werden kann, folgt in Kap. 3.4 die Beschreibung des turbulenten Wärmeübergangs in einem wandbeheizten Rohr.

### 3.4 Turbulenter Wärmeübergang in einem wandbeheizten Rohr

Neben der reinen Strömungssimulation ist insbesondere der konvektive Wärmetransport von Interesse. In vielen technischen Anwendungen, so zum Beispiel in der Strömung durch einen Wirbelbettöfen (beschrieben in Kap. 3.3) oder bei der Kühlung von wärmeproduzierenden Festkörpern (Kap. 4) beeinflußt die Temperatur die Strömung. Zumindest wird in vielen Fällen eine Strömungsoptimierung nicht nur hinsichtlich eines möglichst geringen Druckverlustes oder einer gleichmäßigen Strömung, sondern auch in Bezug auf einen guten Wärmeübergang vorgenommen. Da keine konkreten Meßdaten für die genannten Probleme vorliegen, wird als klassischer Fall für einen Wärmeübertrager eine Rohrströmung berechnet. Anhand dieses Problems läßt sich die Qualität der bisher berechneten und noch folgenden Wärmeübergangsprobleme abschätzen. Da der Abgleich der Koeffizienten im  $k$ - $\epsilon$ -Modell für einfache Strömungen wie z.B. genau dieser Rohrströmung vorgenommen wurde, werden gute bis sehr gute Übereinstimmungen mit vorhandenen empirischen Modellen erwartet.

Die Einlauflänge läßt sich bei turbulenten Rohrströmungen gut abschätzen. Außerdem handelt es sich bei dem Geschwindigkeitsprofil um eine wohldefinierte Verteilung, die einfach zu überprüfen ist. Nicht zuletzt existieren aufwendige experimentelle Untersuchungen für den turbulenten Wärmetransport im Bereich der Rohrströmung, so daß eine empirische Formel der Form

$$\text{Nu} = C \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Pr}^n \quad (\text{Gl. 3.2})$$

bei erzwungener Konvektion zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  vorliegt. Nu, Re und Pr bedeuten die in Kapitel 1 vorgestellten Kennzahlen Nußelt, Reynolds und Prandtl und die Variablen C, m und n sind empirisch bestimmte Koeffizienten.

Nötig zur Beschreibung dieses axialsymmetrischen Problems ist ein zweidimensionaler Ausschnitt von der Achse bis zur Wand, der bei der Rechnung entlang der Rohrachse rotiert wird.

Für die numerische Simulation des Wärmeübergangs werden die folgenden fluidodynamischen und thermischen Annahmen getroffen:

1. Es gilt Wandhaftung an der Rohrwand.
2. Im Rohrmittelpunkt liegt eine axiale Symmetriebedingung vor, d.h. es wird dort eine radiale Geschwindigkeitskomponente von Null angenommen. Für die weiteren Knotengrößen gelten an dieser Linie Neumann-Bedingungen.
3. Der Druck am Rohrausgang wird als Referenz mit Null festgelegt.
4. Für die Wand und das eintretende Fluid gelten konstante Temperaturen von 323 K und 293 K. Damit wird der übergehende Wärmestrom mit der Lauflänge des Rohres geringer.
5. Es werden keine Stoffwertänderungen im gegebenen Temperaturinterwall zugelassen, da Temperaturdifferenzen größer als 30 K nicht erwartet werden.
6. Es wird der stationäre Vorgang untersucht.

Nach Brauer [Bra71] ist bei turbulenten Rohrströmungen in ideal glatten Rohren die Einlauflänge keine Funktion der Re-Zahl mehr. So ist für die vollständige Ausbildung des Strömungsprofils ein Verhältnis von  $L/d = 50$  nötig. Dabei ist L die Länge und d der Durchmesser des Rohres.

Das Rohr wird mit einer Geschwindigkeit von 0,034 m/s durchströmt, so daß mit der Geometrie von  $L = 300$  m und  $d = 3$  m eine schwach turbulente Strömung mit  $Re_d = 2600$  vorliegt. Die Formulierung des Problems mit dieser Re-Zahl ist für die implementierten Wandgesetze und das verwendete Turbulenzmodell gleichermaßen interessant, da das ursprüngliche eingeschränkte Standard k- $\epsilon$ -Modell bei dem verwendeten Werkzeug durch den Einsatz von universellen Wandgesetzen auf niederturbulente Bereiche erweitert wurde. In Kap. 2 wurde darauf hingewiesen, daß auch eine genauere Modellierung in Form der Low-Re-Number Modelle möglich ist. Ein solches Modell steht nicht zur Verfügung. Die Modelle mit universellen Wandgesetzen bekommen in der Regel bei Strömungen Probleme, die in der Nähe des Umschlagpunktes von laminarer zu turbulenter Strömung liegen [Bre95]. In Abb. 3.32 ist der Temperaturverlauf für die genannten Randbedingungen der Rohrströmung dargestellt. Für eine bessere Darstellung ist der Durchmesser der Rohres im Verhältnis zu seiner Länge um den Faktor 20 gestreckt.

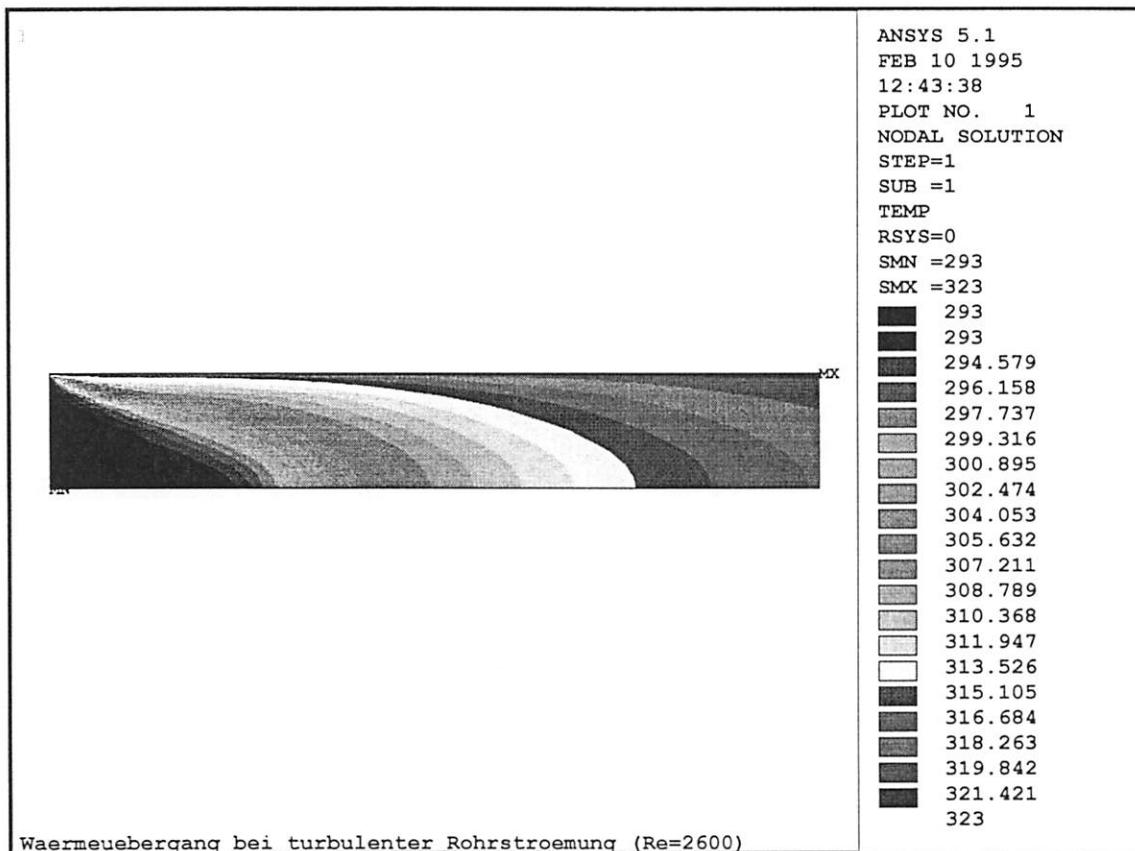


Abb. 3.32: Temperaturverlauf in einem wandbeheizten Rohr, konstante Wandtemperatur, radiale Ausdehnung 20-fach gestreckt

Neben dem Anteil durch Wärmeleitung ist der konvektive Wärmetransport in Fließrichtung zu erkennen. Erwartungsgemäß liegt das Temperaturminimum entsprechend der Fluideintrittstemperatur bei 293 K und das Maximum entsprechend der Wandheizung bei 323 K. Da eine Wandheizung angenommen wurde, liegen die niedrigsten Temperaturen im jeweiligen Querschnitt auf der Rohrachse. Temperaturminimum und -maximum werden erwartungsgemäß am Rohreintritt auf der Achse sowie am Rohraustritt in Wandnähe berechnet.

In erster Linie sollen hier allerdings ortsabhängige Wärmeübergangszahlen bestimmt werden. Zu überprüfen sind die Ergebnisse mit vielfach verifizierten empirischen Lösungsansätzen. Da nur bei korrekter Berechnung des Strömungsfeldes der Wärmeübergang richtig bestimmt werden kann, wird jenes zunächst überprüft. Dieses geschieht durch die Auftragung der Axialgeschwindigkeit in der Rohrachse. Nach der vollständigen Ausbildung des Strömungsprofils bzw. einer Annäherung des Wertes bis auf  $\pm 1\%$  des Wertes nach unendlich langer Einströmung darf sich bei stationärer Betrachtung keine Schwankung der Geschwindigkeit mehr ergeben.

In Abb. 3.33 ist die axiale Geschwindigkeit auf der Rohrachse vom Einlauf bis zum Auslauf dargestellt. Bei einem Rohrdurchmesser von  $d = 3 \text{ m}$  muß die Einlauflänge für eine turbulente Rohrströmung nach der eben genannten Regel bei  $L/d = 50$  und damit bei  $150 \text{ m}$  beendet sein.

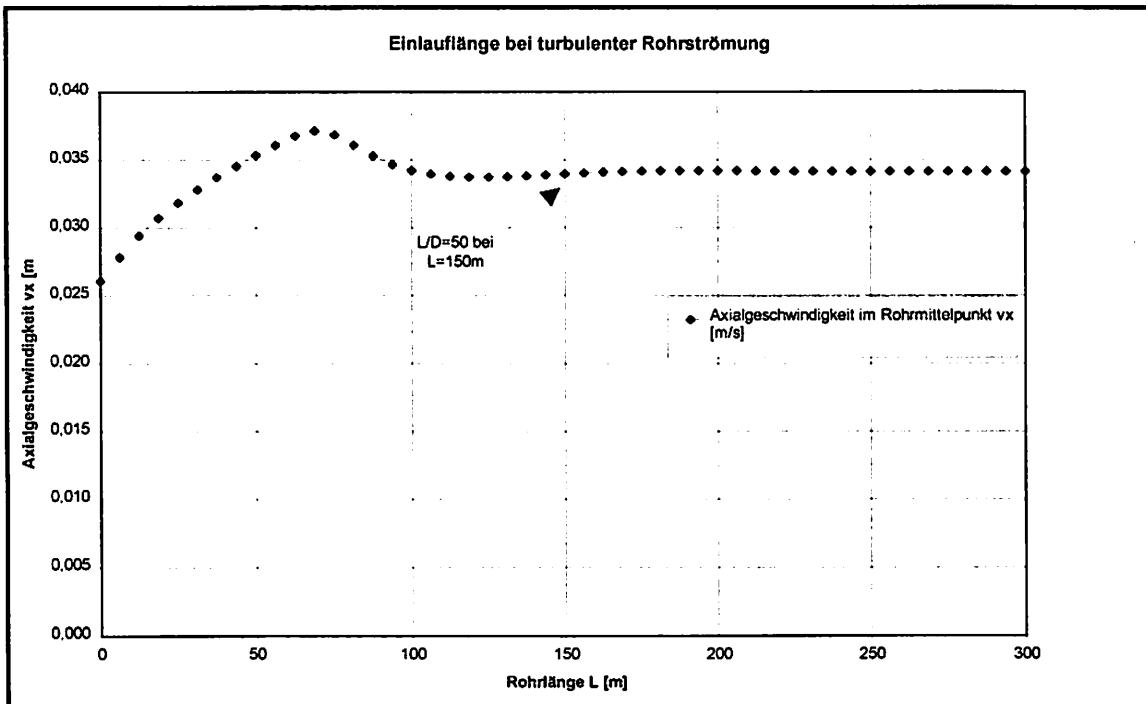


Abb. 3.33: Einlauflänge bei turbulenter Rohrströmung,  $d = 3 \text{ m}$

Der Wert kann durch die numerische Berechnung voll bestätigt werden. Nach der Einlaufströmung ändert sich der Wert der Axialgeschwindigkeit nach einer Rohrlänge von  $150 \text{ m}$  nicht mehr und bleibt bis zum Rohrende konstant. Abzulesen ist an dieser Darstellung die Erhöhung der Geschwindigkeit bis auf ein Maximum, da aus der größer werdenden Grenzschicht Fluidpartikel in die Mitte des Rohres gedrängt werden. An der Stelle, an der sich die Grenzschichten auf der Achse treffen, vereinheitlicht sich das Profil innerhalb eines Übergangsbereichs und verändert sich ab da nicht mehr.

Nach einer Abschätzung der fluidynamischen Berechnung kann nun die wärmetechnische Berechnung beurteilt werden. Dies geschieht über einen Vergleich empirisch bestimmter und durch Simulation berechneter Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$ . Dieser Vergleich ist in zweierlei Hinsicht sehr wichtig. Kann für das gegebene Beispiel die empirische Gleichung bestätigt werden, liegt man bei Gültigkeit des  $k-\varepsilon$ -Modells mit einer Simulation tatsächlich im Bereich der exakten Werte. Auf der anderen Seite erfolgt der entscheidende Wärmeübergang in den Bereichen der Temperatur- und Geschwindigkeitsgrenzschicht.

Es ist also die Frage, ob mit den implementierten Wandgesetzen die hinreichend nachgewiesenen empirischen Ansätze nachvollzogen werden können.

Für den turbulenten Wärmeübergang in einem Rohr existiert nach Hausen [Ste71] eine empirische Berechnungsformel zur Bestimmung der mittleren Nußelt-Zahl  $Nu_m$ . Mit Hilfe von  $Nu_m$  ist man in der Lage, mittels Gl. 3.3 auf  $\alpha_m$  zu schließen.

$$Nu_m \equiv \frac{\alpha_m \cdot d}{\lambda_{st}} = 0.037 \cdot (Re^{3/4} - 180) \cdot Pr^{0.42} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{d}{L} \right)^{2/3} \right] \quad (\text{Gl. 3.3})$$

- d - Rohrdurchmesser als charakteristisches Längenmaß  
 $\lambda_{st}$  - Wärmeleitungscoefficient des Fluids bei Stoffbezugstemperatur. Die Stoffbezugstemperatur ist in diesem Fall das arithmetische Mittel von Eintritts- und Austrittstemperatur des Fluids  
L - Länge des Rohres  
Pr - Prandtl-Zahl

Die Gültigkeitsgrenzen der Gleichung liegen in den Bereichen von  $2300 \leq Re_d \leq 10^6$ ,  $0,6 \leq Pr \leq 500$  und  $1 \leq L/d \leq \infty$ . Bei der empirischen Bestimmung und bei der Simulation wird von gemittelten und konstanten Stoffwerten ausgegangen. Die Temperatur, bei der die Stoffdaten bestimmt werden, ist die Stoffbezugstemperatur  $T_{st}$ . In Abb. 3.34 sind die Ergebnisse von numerischer Berechnung und empirischer Gleichung für  $Nu_m$  und  $\alpha_m$  bzw.  $\alpha_x$  gegenüber gestellt.

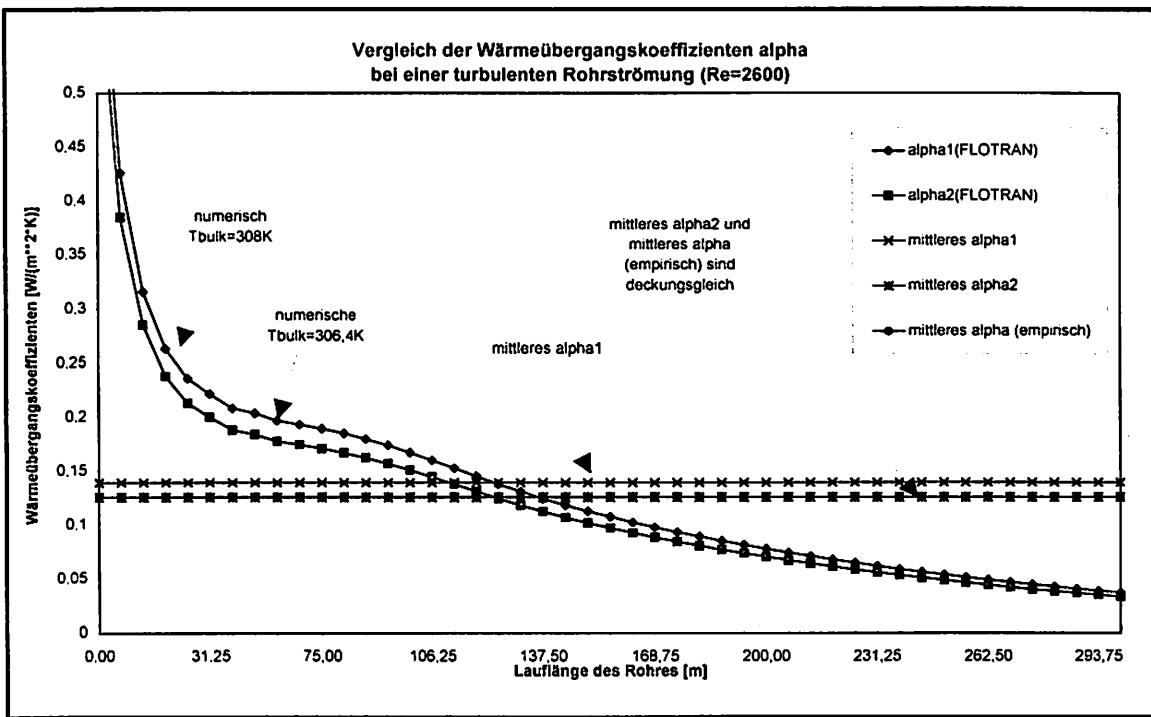


Abb. 3.34: Darstellung empirischer und numerisch bestimmter Wärmeübergangszahlen bei turbulentem Wärmeübergang in einem Rohr

Im Gegensatz zur empirischen Formel wird in der numerischen Rechnung ein ortsabhängiges  $\alpha_x$  bestimmt. Dabei gilt es zu beachten, daß ein Wärmeübergangskoeffizient nicht eine absolute Größe darstellt, sondern eine Funktion der Geometrie, der Stoffwerte und einer definierten Temperaturdifferenz ist. Für eine definierte Temperaturdifferenz ist die Eingabe einer Bulktemperatur  $T_{bulk}$  erforderlich. In der Technik wird in der Regel die über den jeweiligen Querschnitt gemittelte Temperatur als  $T_{bulk}$  bezeichnet. Für die Rechnung wird vereinfachend der Mittelwert zwischen der Fluideingangstemperatur  $T_f$  und der konstanten Wandtemperatur  $T_w$  als  $T_{bulk}$  gewählt, da zu Beginn der Analyse noch keine mittlere Austrittstemperatur zur Verfügung steht. Die Vorgehensweise, eine mit der Lauflänge variable  $T_{bulk}$  festzulegen ist programmtechnisch nicht möglich.

Mit der aufgegebenen Wandtemperatur bildet sich in Abhängigkeit der Strömung eine Wärmestromdichte  $q$  aus.  $\alpha$  wird programmintern aus der übergehenden Wärmestromdichte  $q$  und der Temperaturdifferenz  $\Delta T = (T - T_{bulk})$  nach der Newtonschen Abkühlungsgleichung bestimmt.

$$q = \alpha \cdot \Delta T \quad (\text{Gl. 3.4})$$

Abb. 3.34 zeigt einen hohen Wärmeübergangskoeffizienten zu Beginn des Rohres, der erwartungsgemäß nach einem Wurzelgesetz abnimmt.

Um die numerischen Werte mit dem empirischen Mittelwert nach der Gleichung von Hausen vergleichen zu können, wird eine integrale Mittelung über die Rohrlänge vorgenommen. Der numerisch ermittelte Wert stimmt danach in der Größenordnung mit dem empirisch ermittelten  $\alpha_m$  überein. Absolut gesehen weicht der Wert allerdings fast 20% ab. Daher wird eine Korrektur der Bulktemperatur in folgender Weise vorgenommen. Nach der Bestimmung der mittleren Austrittsgeschwindigkeit  $\bar{v}_x$  nach der Vorschrift:

$$\bar{v}_x = \frac{1}{A} \int_A v_x \cdot dA \quad (\text{Gl. 3.5})$$

wobei A die Querschnittsfläche am Rohrausgang und  $v_x$  die Fluidaxialgeschwindigkeit bedeuten, wird die mittlere Ausgangstemperatur  $T_m$  mit Gl. 3.6 berechnet.

$$T_m = \frac{1}{\bar{v}_x \cdot A} \cdot \int_A v_x \cdot T(r) \cdot dA \quad (\text{Gl. 3.6})$$

$T(r)$  ist in Gl 3.6 die radiale Temperaturverteilung. Mit  $T_m$  liegt nun eine neue Bulktemperatur vor. Mit  $T_m$  wird nun eine neue Stoffbezugstemperatur  $T_{st}$  definiert. Da der übertragende Wärmestrom sich natürlich nicht ändert, korrigiert sich nach Gl. 3.4  $\alpha_x$  bzw.  $\alpha_m$  um den Betrag nach unten, um den sich die charakteristische Temperaturdifferenz erhöht (Die Differenz wird aufgrund der nun niedrigeren  $T_{st}$  größer).

Mit dem berechneten  $\alpha_m$  läßt sich eine vollständige Übereinstimmung mit der empirischen Gleichung nach Hausen feststellen.

Damit kann im Bereich der Wärmeübertragung für dieses strömungsmechanisch gesehen einfache Modell eine positive Bilanz gezogen werden. Das erhöht das Vertrauen in andere Rechnungen, in denen das Temperaturfeld ebensfalls bestimmt wurde. Zu nennen sind dort im speziellen die Berechnungen im Wirbellbettöfen (Kap. 3.) und die im Kap. 4 folgenden Berechnungen zur Fluidkühlung thermisch belasteter Bauteile.

Es bleibt anzumerken, daß die Wahl der Bulktemperatur für den Wärmeübergang letztendlich zwar keine Rolle spielt, aber bei konkreten Zahlenwerten sehr schnell zu einer Skepsis gegenüber den berechneten Werten führen kann. Unabhängiger ist da sicherlich eine Bestimmung des Wärmeflusses in Abhängigkeit der Eingangsparameter. Der Wärmefluß wiederum ist bei praktischen Versuchen nur schwer meßbar.

Sehr wichtig und nicht zu vergessen ist der Wert des normierten Wandabstandes  $y_w^+$ . Trotz niedriger Werte von  $y_w^+$  in Größenordnungen von weniger als 3, wird der Wärmeübergang korrekt berechnet. Im allgemeinen reagieren die implementierten Wandgesetze sehr sensibel auf unzureichende Vernetzungskriterien. Eine zu hohe Netzdichte ist in diesem Fall aber nicht negativ aufgefallen.



## **4 Spezielle Problemstellungen der Fluidkühlung thermisch belasteter Bauteile**

Nach den vorangegangenen Anwendungsmöglichkeiten der numerischen Simulation im Bereich von Strömungen und Wärmeaustauschvorgängen in vornehmlich anlagentechnisch und großanlagentechnisch genutzten Bereichen wird in diesem Kapitel auf die Problematik thermisch belasteter Bauteile eingegangen. Insbesondere dem sogenannten "electronic cooling", der Fluidkühlung bei wärmeerzeugenden elektronischen Bauteilen wird dabei besonders Rechnung getragen. Aufbauend auf dem sich einstellenden Strömungsfeld werden die thermischen Wechselwirkungen zwischen Fluid und Festkörper bei wechselnden Randbedingungen untersucht. Hauptziel der Untersuchungen ist eine möglichst realitätsnahe Beschreibung von Strömungszuständen und Wärmeübergangsphänomenen und die darauf aufbauende Formulierung der Randbedingungen für ein gegebenes Problem.

## 4.1 Strömung durch einen Rechteckkanal mit zwei eingebauten Wärmequellen

### 4.1.1 Zweidimensionale Simulation einer Bauteilekühlung

Zu Beginn wird eine zweidimensionale Geometrie generiert, die nur die Fluidgebiete enthält. An den Stellen, an denen später wärmeproduzierende Festkörper vorgesehen sind, wird zunächst mittels eines konstanten Wärmestroms Energie in das System geführt. In Abb. 4.1 ist das FEM-Modell für die numerische Simulation dargestellt. Zusätzlich miteingezeichnet ist der Pfad, der für den später vorgenommenen quantitativen Vergleich der verschiedenen Modelle ausgewertet wird.

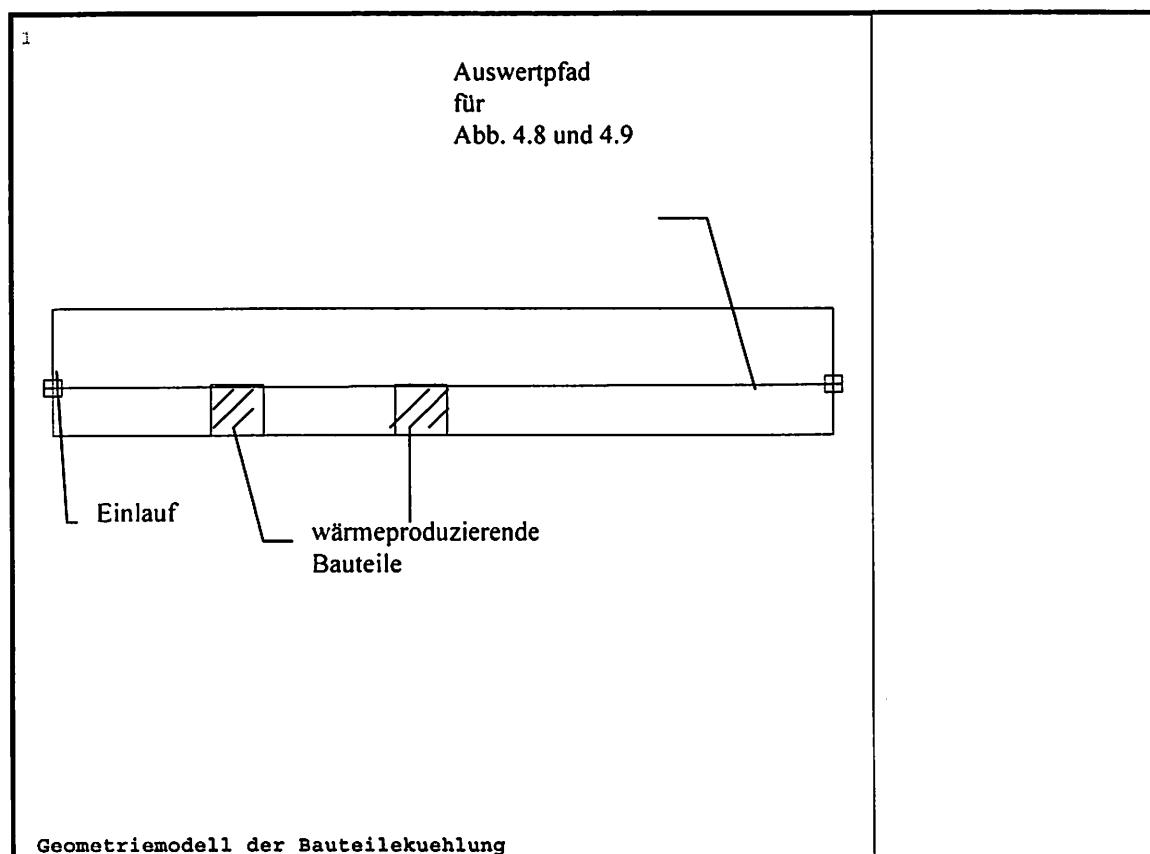


Abb. 4.1: Zweidimensionales Geometriemodell des Rechteckkanals

Als Randbedingung für das gerechnete Beispiel werden folgende Annahmen getroffen:

1. Am linken Rand, entsprechend der Einströmung, wird ein kolbenförmiges Geschwindigkeitsprofil formuliert.
2. Die Fluideintrittstemperatur beträgt 293 K.
3. Am Austritt des Kanals, entsprechend der rechten Linie, wird ein Referenzdruck von Null festgelegt.
4. An den Wänden gilt die Haftbedingung.
5. Die Wände sind adiabat.
6. Die Stoffwerte sind im betrachteten Temperaturintervall konstant.
7. Zur analytischen Abschätzung wird von einer rechteckigen Struktur des Kanals ausgegangen.
8. Es wird eine Gesamtverlustleistung von 0,4 Watt pro Wärmequelle angenommen.

Ist bei den nachfolgenden Rechnungen zu den Randbedingungen nichts weiteres gesagt, werden immer die Punkte 1. - 7. vorausgesetzt.

Zunächst wird die Verlustleistung in einen linienbezogenen konstanten Wärmefluß umgerechnet. Um den Einfluß der Durchflußrate auf die Kühlung zu beurteilen, werden verschiedene Volumenströme realisiert. Daraus ergibt sich, daß laminare und turbulente Rechnungen nötig werden. Für das laminare Modell wird eine Einströmgeschwindigkeit von 0,03 m/s angesetzt. Damit liegt für das Problem eine auf den Kanalquerschnitt bezogene Re-Zahl von  $Re = 100$  vor. Zunächst wird die fluiddynamische Rechnung aufgrund der konstant angenommenen Stoffwerte entkoppelt von dem Temperaturfeld vorgenommen. Abb. 4.2 zeigt den Strömungsverlauf für die Kühlung bei laminarer Strömung.

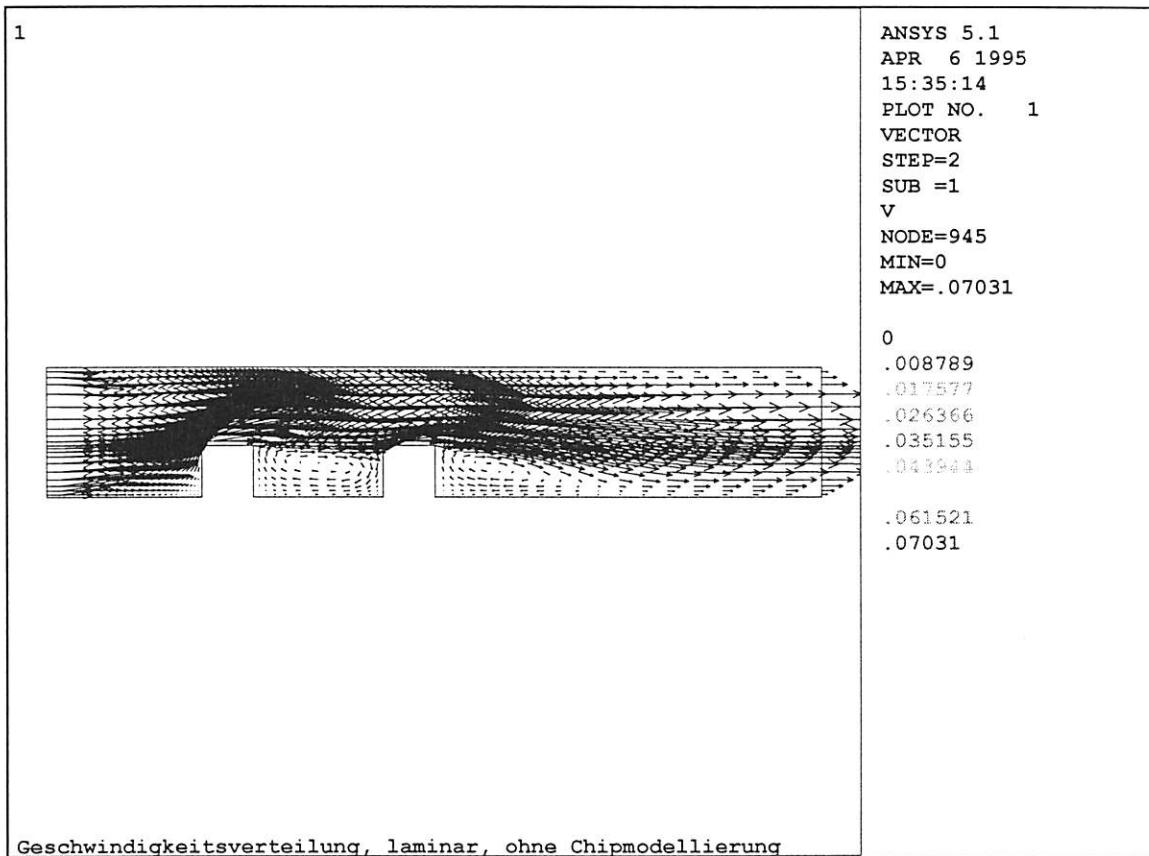


Abb. 4.2: Geschwindigkeitsfeld bei laminarer Strömung (ohne Festkörpermodellierung)

Durch die Querschnittsverminderung an den Stellen, an denen die Ausschnitte aus dem Fluidegebiet vorgenommen wurden, wird die Strömung beschleunigt. Jeweils hinter den beiden Festkörpergebieten sind durch die unstetigen Erweiterungen zwei ausgeprägte Rezirkulationsgebiete zu erkennen. Besonders diese Gebiete sind bei Untersuchungen von Abkühlungsvorgängen von Interesse. Hinter dem Wiederanlegepunkt des zweiten Rückstromgebietes bildet sich schnell wieder das typische laminare Parabelprofil aus. Eine Berechnung mit berücksichtigtem Festkörpergebiet ergibt für das Geschwindigkeitsfeld das erwartete identische Ergebnis. Quantitative Angaben dazu werden später in Abb. 4.7 vorgenommen.

Beurteilt werden soll bei dieser Simulation aber in erster Linie die Abhängigkeit des Temperaturfeldes von den thermischen Randbedingungen. Für das laminare Modell, bei dem die Wärmeaufgabe mittels einer konstanten Wärmeflußrate erfolgt, ist die Temperaturverteilung in Abb. 4.3 dargestellt.

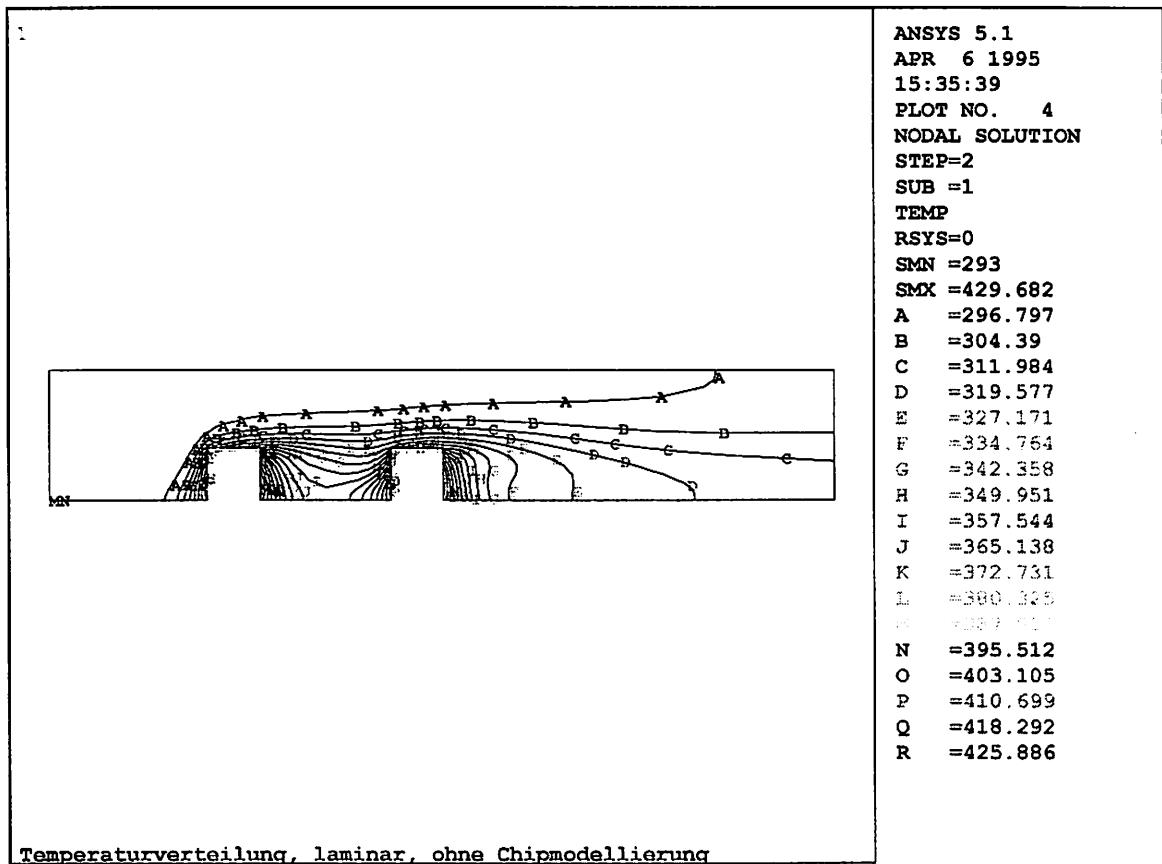


Abb. 4.3: Temperaturverteilung bei laminarer Strömung (ohne Festkörpermodellierung)

Besonders zwei Teilergebnisse sind auffällig. Zum einen wird die vor der Simulation mit Hilfe einer Wärmebilanz analytisch abgeschätzte mittlere Austrittstemperatur von etwa 307 K hier ermittelt, aber mit einer maximalen Fluidtemperatur von fast 430 K wird bei diesem Ergebnis ein schlechter Wärmeübergang berechnet. Zum anderen tritt die Maximaltemperatur nicht, wie vorher vermutet, an der hinteren Wärmequelle, sondern direkt hinter der vorderen Wärmequelle auf. Die Ursachen für dieses Ergebnis liegen an der Voraussetzung eines konstant aufgeprägten Wärmeflusses. Diese Annahme entspricht nicht der realen Wärmeflußverteilung entlang der Oberfläche. Wird in einem Festkörper Energie dissipiert, wird sie in der Regel nicht konstant über die gesamte Oberfläche abgegeben. Vielmehr wird an den Stellen der höchsten Temperaturgradienten auch die größte Wärme übertragen. Außerdem kann eine Wärmeleitung innerhalb des Festkörpers hier nicht berücksichtigt werden. Für den Wärmefluß bedeuten diese Einschränkungen variable Werte über die Oberfläche und besonders in Bereichen niedriger Strömungsgeschwindigkeiten mit geringen Temperaturgradienten deutlich kleinere Flüsse als im Durchschnitt.

Vergleichend zu Abb. 4.3 ist nun in der Abb. 4.4 die Temperaturverteilung im Modellgebiet unter Berücksichtigung der wärmefreisetzenenden Festkörpergebiete aufgetragen. Es wird eine konstante volumenbezogene Wärmeverlustrate angenommen. Auch diese Annahme ist nur bedingt richtig, aber die entscheidenden Effekte einer sich selbst regulierenden Wärmeflußrate über die Oberfläche sowie Wärmeleitung innerhalb des Festkörpers können hiermit berücksichtigt werden.

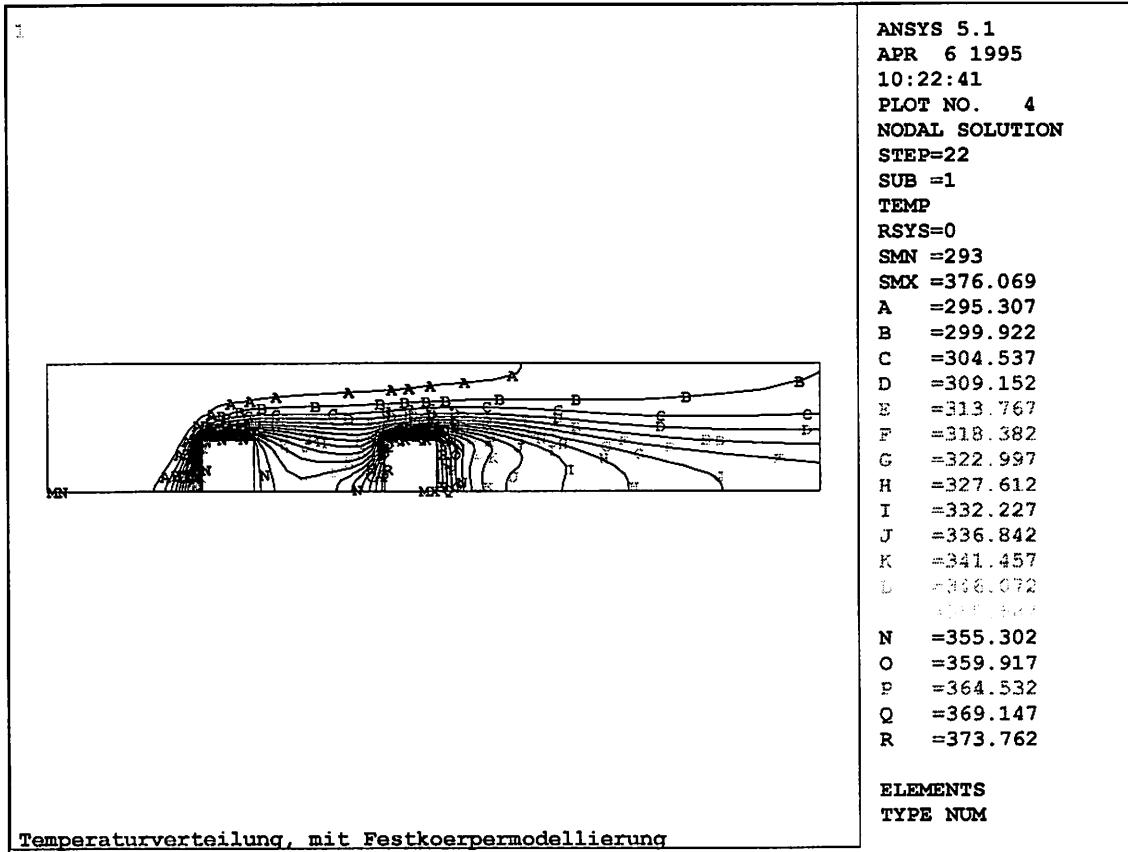


Abb. 4.4: Temperaturverteilung bei laminarer Strömung (mit Festkörpermodellierung)

Die Maximaltemperatur des Fluids ist mit etwa 377 K um mehr als 50 K geringer als beim Modell ohne Festkörper. Die maximale Temperatur im Fluid tritt auch nicht mehr im Totwassergebiet zwischen den beiden Festkörpern, sondern hinter dem zweiten auf. Der größte Anteil der freiwerdenden Energie der Quellen wird in diesem Fall an der Oberseite der Festkörper übertragen, so daß der sich einstellende Wärmefluß an den Seiten der Bauteile deutlich geringer ist. Trotzdem stellen sich wiederum in diesen Bereichen aufgrund der niedrigen Fluidgeschwindigkeiten die Temperaturmaxima ein. In diesem Fall stimmt die qualitative Abschätzung mit dem berechneten Ergebnis überein, so daß das absolute Temperaturmaximum im zweiten Festkörper bzw. im Lee-Gebiet hinter dem zweiten Festkörper liegt.

Aufgrund fehlender Meßdaten, empirischer oder analytischer Ansätze werden die Ergebnisse mit dem anderen kommerziellen CFD-Programm FIDAP<sup>14</sup>, verglichen. Wichtig für die praktische Anwendung sind hier die Auswirkungen verschiedener numerischer Lösungsalgorithmen. Da es in der Rechnung zunächst einmal nur um den laminaren Fall geht, kann über das Turbulenzmodell noch nichts näheres gesagt werden. Das in FIDAP berechnete Temperaturfeld für das laminare Modell ist in Abb. 4.5 vorgestellt.

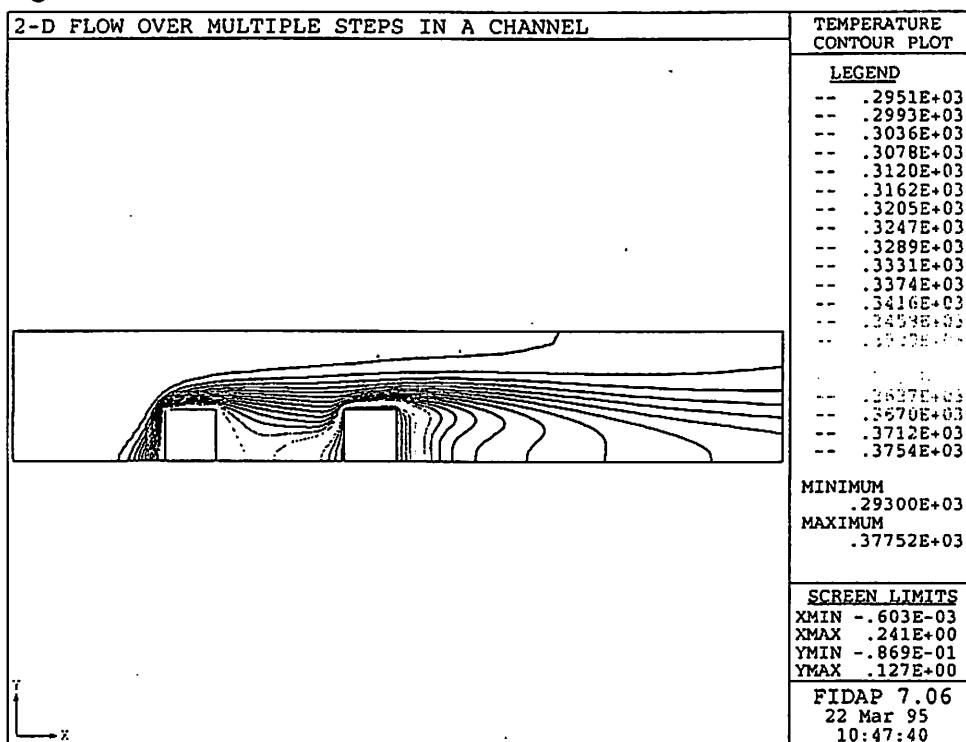


Abb. 4.5: Temperaturverteilung bei FIDAP (laminare Strömung mit Festkörpermodellierung)<sup>15</sup>

Qualitativ sind die Ergebnisse beider Simulationen identisch. In den Absolutbeträgen ergeben sich allerdings Unterschiede. Besonders in der Berechnung der Temperaturverteilung im Bauteil ergeben sich Unterschiede von bis zu 12 K absolut. Das ist unter der Annahme gleicher Randbedingungen nicht sofort einsichtig und muß überprüft werden.

Die Abweichungen können auf mehreren Ursachen beruhen. Für dieses Beispiel liegen identischen Vernetzungen, Randbedingungen und Ansatzfunktionen für die Elemente vor, so daß hier nicht die Ursache der verschiedenen Ergebnisse liegen kann.

<sup>14</sup> FIDAP ist das "general purpose" CFD-Programm der Firma Fluid Dynamics International.

<sup>15</sup> Die Vergleichsrechnungen wurden freundlicherweise von Herrn S. Messner von der HSG -IMIT in Villingen - Schwenningen durchgeführt.

Ein weiterer Grund für abweichende Ergebnisse kann die jeweilige Implementierung der Bilanzgleichungen in die Programme sowie deren Standardlösungseinstellungen sein. Da auch hier gleiche Voraussetzungen für die Berechnung vorliegen, muß zu diesem Zeitpunkt die Klärung der unterschiedlichen Ergebnisse offen bleiben.

In den Annahmen für die Randbedingungen, mit der das zweidimensionale Problem bisher gerechnet wurde, stecken immer noch Näherungen, die entscheidenden Einfluß auf die Lösung besitzen können. Bei der geringen Durchflußrate und den vorher nicht in dieser Höhe erwarteten Temperaturgradienten sind der Einfluß der Naturkonvektion sowie signifikante Stoffwertänderungen und die Randeffekte in einem dreidimensionalen Modell zu überprüfen. Bevor im nächsten Abschnitt auf den Einfluß der Randeffekte eingegangen wird, soll hier zunächst die Dichteabhängigkeit des Fluids von Druck und Temperatur mit in die Rechnung einbezogen werden. Die Dichteänderung erfolgt bei gasförmigen Fluiden über eine Umrechnung mit dem idealen Gasgesetz. Die Berechnung von Strömungs- und Wärmefeld muß in diesem Fall gekoppelt vorgenommen werden.

Um den Einfluß der Naturkonvektion auf das Problem abschätzen zu können, werden die ermittelten Festkörpertemperaturen als Randbedingung auf das gleiche Problem mit jetzt aber ruhendem Fluid übertragen. Das Ergebnis ist eine reine Naturkonvektion. Dabei sind die maximal auftretenden Geschwindigkeiten mit  $10^{-5}$  m/s um einen Faktor 100 geringer als vorher bei der geschwindigkeitsangeregten Strömung.

Das legt nahe, die zunächst angenommenen konstanten Stoffwerte und die entkoppelte Berechnung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld weiterhin so festzulegen, da diese Vereinfachungen offensichtlich hier keinen Einfluß auf das Ergebnis haben.

Um beurteilen zu können, ob Randeffekte bei dreidimensionalen Problemen einen signifikanten Einfluß auf die Lösung zeigen, wird nun eine räumliche Abbildung der zuvor untersuchten Geometrien formuliert.

#### 4.1.2 Dreidimensionale Modellierung einer Bauteilekühlung

Ein quantitativer Vergleich der berechneten Werte für das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld wird nach der Beschreibung der Ergebnisse des dreidimensionalen Modells durchgeführt.

Das ursprüngliche zweidimensionale Problem wird durch eine Erweiterung der Geometrie in die dritte Koordinatenrichtung ausgedehnt. Damit wird zusätzlich die Möglichkeit einer seitlichen Umströmung der Bauteile berücksichtigt. Das Fluidegebiet schließt an den "Seiten" nicht mit den Bauteilen ab. Aufgrund der bisherigen Ergebnisse wird mit konstanten Stoffwerten gerechnet. Es wird der laminare Fall betrachtet. Wie in Abb. 4.6 zu sehen, ist die Maximaltemperatur bei gleichbleibender Verlustleistung etwa 30 K niedriger.

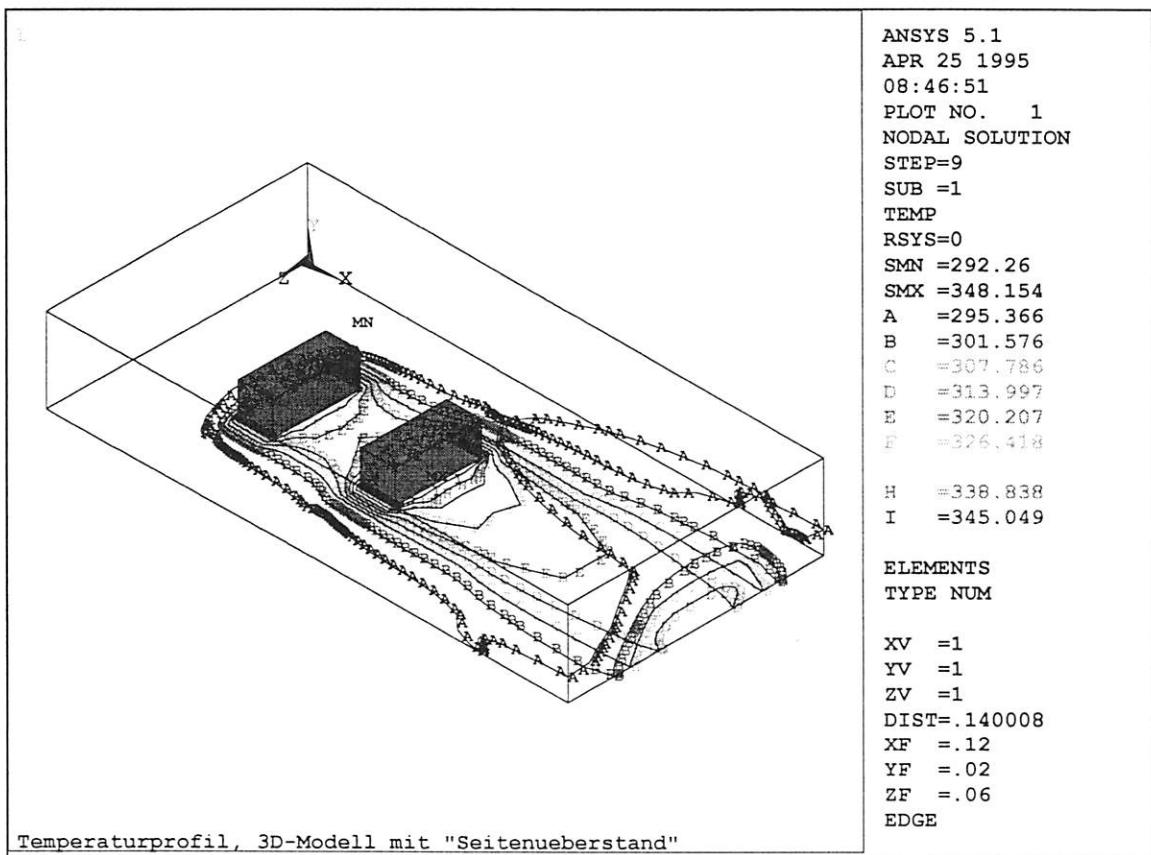


Abb. 4.6: Temperaturfeld bei dreidimensionaler Chipkühlung, laminare Strömung

Die Maximaltemperatur tritt an der gleichen Stelle wie in der zweidimensionalen Geometrie im zweiten Festkörper in der Mitte auf. Das absolute Maximum liegt dabei in der Symmetriechse der Geometrie. Das war erwartet, da in der Mitte die Randeffekte der Strömung am wenigsten wirksam sind. Ein zweidimensionaler Ausschnitt in Abb. 4.7 entlang der Mittelfaser zeigt die qualitative Übereinstimmung von zwei- und dreidimensionaler Rechnung (vgl. dazu zusätzlich Abb. 4.4).

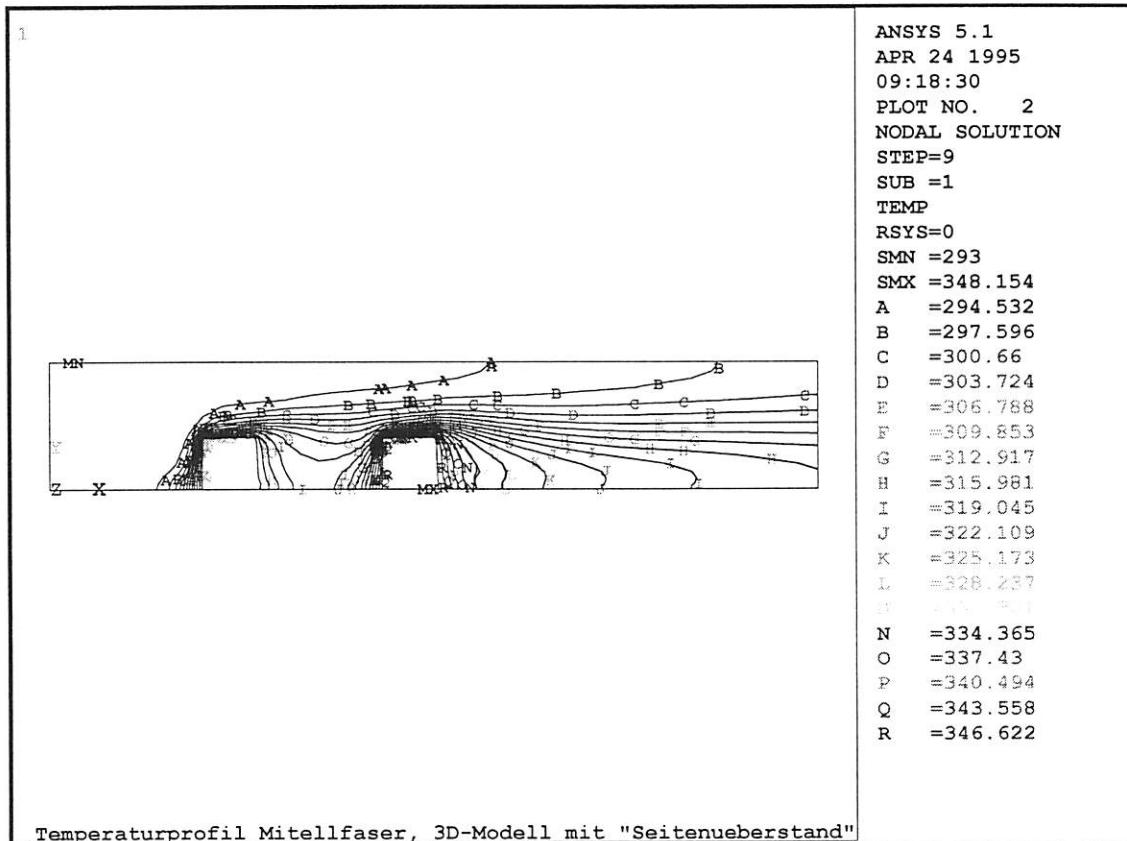


Abb. 4.7: Temperaturverlauf entlang der Mittelfaser beim dreidimensionalen Modell, laminare Rechnung

Für einen quantitativen Vergleich sind in den Abb. 4.8 und 4.9 die Temperatur und die Axialgeschwindigkeit entlang des in Abb. 4.1 eingezeichneten Pfades graphisch dargestellt. Verglichen werden die numerischen Ergebnisse der laminaren Rechnungen.

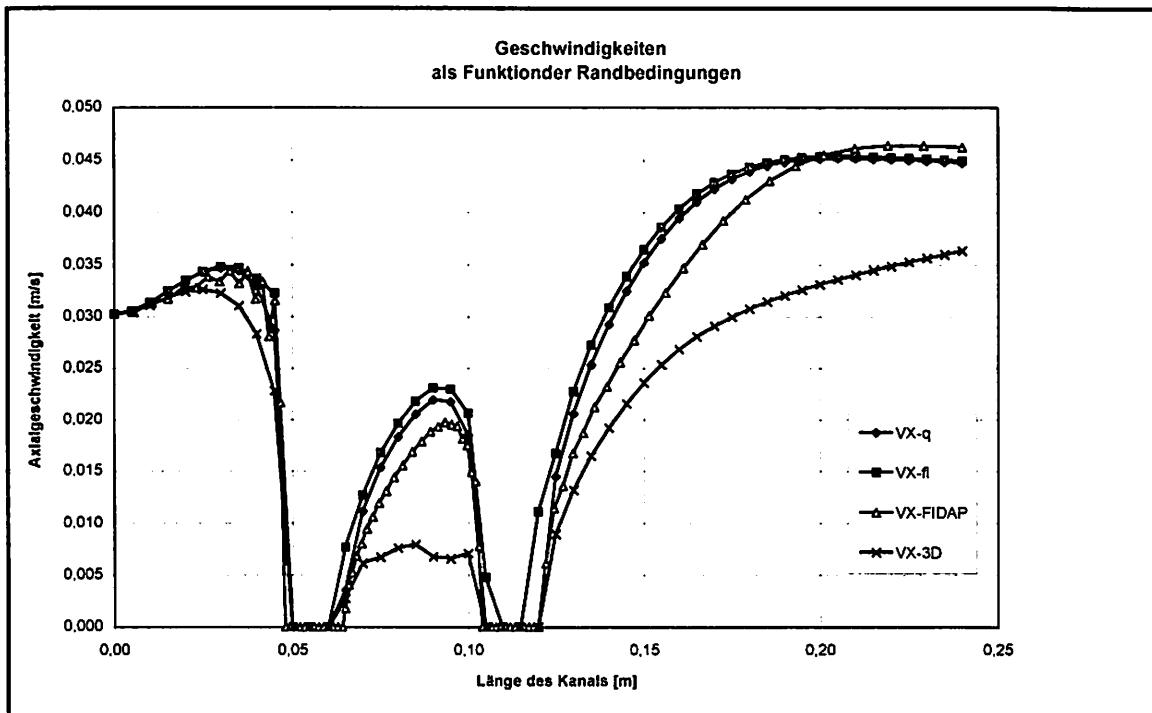


Abb. 4.8: Axialgeschwindigkeiten für den Pfad nach Abb. 4.1

Die Geschwindigkeiten für die zweidimensionalen Modelle mit (Index q für Quellterm) und ohne (Index fl für Wärmeflußterm) Berücksichtigung der Festkörper werden von FLOTTRAN für den Einlauf und den Auslauf nahezu identisch berechnet. Unterschiede in den direkten Nachläufen hinter den Festkörpern weisen auf numerische Probleme der Rechnung hin, die nicht modellspezifisch, sondern werkzeugspezifisch sind. Dazu sei an dieser Stelle angemerkt, daß der Wiederanlegepunkt der Strömung hinter dem zweiten Bauteil nicht konstant an einem Ort bestimmt wurde. Nach Auskonvergieren der Lösung, das vorher mit einem konstanten wiederkehrenden Residuum definiert wurde, liegt die Schwankungsbreite bei der Bestimmung des Wiederanlegepunktes bei etwa 30% der Ausdehnung der beiden Festkörper. Das deutet auf die in Kap. 2 näher eingegangenen Probleme der implementierten Wandgesetze hin, eine Umkehr der Geschwindigkeitsvektoren in Wandnähe richtig zu beschreiben.

Die zu Vergleichszwecken herangezogenen Ergebnisse des CFD-Programms FIDAP, das ebenfalls die Festkörper mit berücksichtigt, ergibt eine etwas andere Temperaturverteilung. Besonders im Gebiet zwischen den Bauteilen ist der Geschwindigkeitsverlauf zwar qualitativ gleich, wird aber niedriger berechnet. Im Nachlauf wird ein längerer Einfluß der Chipüberströmung deutlich. Ohne Berücksichtigung des leicht schwingenden Ergebnisses im Vorlauf hätte das auf einen stärker gedämpften und damit vergleichmäßigen Lösungsalgorithmus hingedeutet. So sind die Ergebnisse von Vor- und Nachlauf in diesem Punkt entgegenlaufend.

Insgesamt stimmen die Geschwindigkeitsverläufe der verschiedenen zweidimensionalen Modelle nicht so gut überein, als das man bei der Verwendung verschiedener Werkzeuge von reproduzierbaren Ergebnissen sprechen kann. Ein Abweichung von maximal 20% ist zu hoch.

Werden die Einflüsse der dreidimensionalen Strömung berücksichtigt, ändern sich die Geschwindigkeiten deutlich. Besonders jeweils hinter den eingebauten Bauteilen sind signifikante Unterschiede vorhanden. Da das Fluid beim räumlichen Modell die Möglichkeit einer seitlichen Umströmung der Hindernisse besitzt und sie nicht axial überströmen muß, wird in dieser Richtung hinter den Einbauten die Geschwindigkeit geringer. Das führt entlang der Symmetriearchse zu einem geringeren Volumenstrom bzw. einer geringeren Geschwindigkeit zwischen den Festkörpern und im Nachlauf.

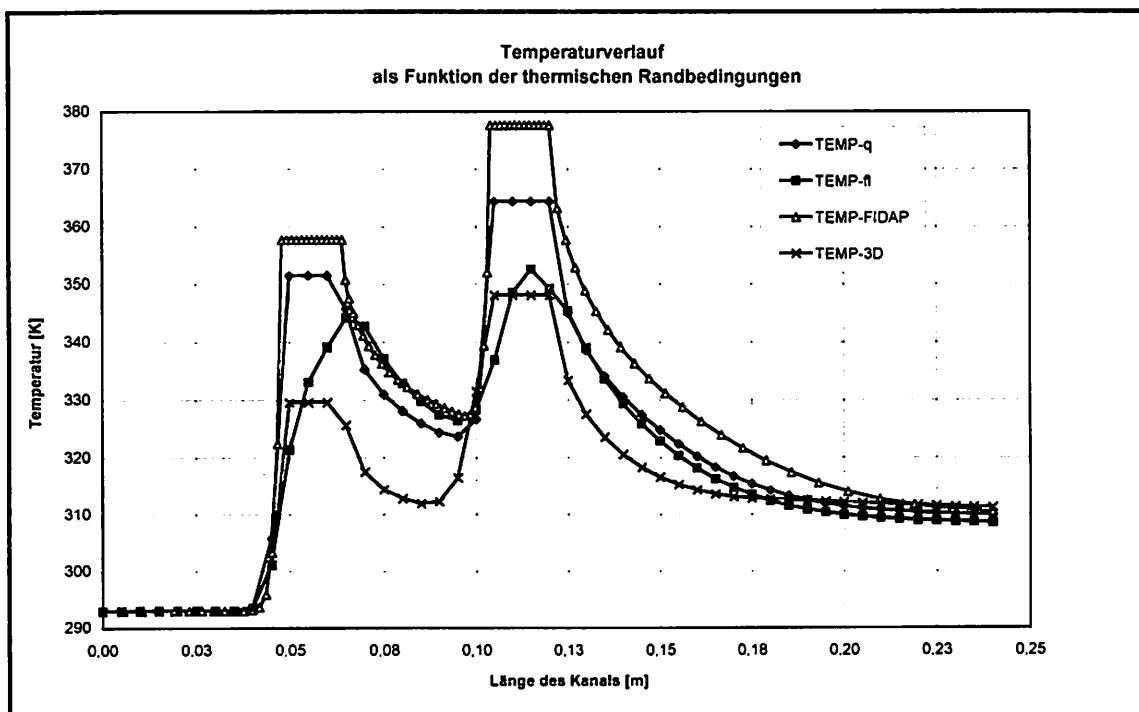


Abb. 4.9: Temperaturverläufe für den Pfad nach Abb. 4.1

Da das Temperaturfeld stark vom Strömungsfeld abhängt, ergeben sich auch dort einige Unterschiede. Das Modell mit konstantem Wärmefluß zeigt starke Differenzen bei den berechneten Temperaturen entlang der eingebrachten Strömungshindernisse. Durch die gemittelten Wärmeflüsse wird in den Bereichen hoher Strömungsgeschwindigkeit zu wenig und in den übrigen Bereichen zu viel Wärme ins Fluid übertragen. Besonders in dieser Darstellung wird der Einfluß der Randbedingungen deutlich.

Obwohl die numerisch bestimmte Maximaltemperatur der Festkörper mit FLOTRAN und FIDAP bei der Aufgabe eines volumenspezifisch konstanten Wärmeverlustes nur etwa 2 K differieren, ist der Ort verschieden bestimmt. Insbesondere weichen nach Abb. 4.9 die Temperaturen im Bereich der Oberfläche etwa 15 K voneinander ab. Die im Nachlauf bestimmten Temperaturdifferenzen röhren daher weniger von unterschiedlich berechneten Vermischungseffekten her als vielmehr von der Temperaturverteilung in den Festkörpern. Rein qualitativ ist die Bestimmung der Höchsttemperatur im Lee-Gebiet hinter dem zweiten Festkörper (FLOTRAN) mehr erwartet worden als die Bestimmung der Maximaltemperatur an der Oberfläche der Festkörper (FIDAP). Das alleine gibt aber keinen endgültigen Aufschluß über die Qualität der verschiedenen Werkzeuge.

Durch den hohen Wärmefluß an den Kopfenden bei der dreidimensionalen Analyse ist der qualitative Verlauf der Temperatur vergleichbar. Die Absolutwerte verschieben sich aufgrund der genannten Effekte um etwa 25 - 30 K.

Um einen Gesamtüberblick über die Ergebnisse der Chipkühlung zu erhalten, sind in Tab. 4.1 die Festkörpertemperaturen der verschiedenen Modellvarianten aufgelistet. Berücksichtigt werden auch turbulente Modellierungen, auf die vorher im Text nicht näher eingegangen wurde. Ausgangspunkt für die turbulenten Rechnungen ist ein erhöhter Fluidmassenstrom, so daß sich bei einer Einströmgeschwindigkeit von 15 m/s eine Re-Zahl von 50.000 ergibt. Für die CFD-Rechnung ist dadurch die Verwendung des  $k-\epsilon$ -Modells zur Turbulenzmodellierung nötig.

Modell	Randbedingung	Strömungsform	$T_{\max}$ [K]
2-D	entkoppelt Wärmefluß	$v_{\text{ein}} = 0,03 \text{ m/s}$ $Re=100$	430
2-D	entkoppelt Wärmequelle	$v_{\text{ein}} = 0,03 \text{ m/s}$ $Re=100$	376
2-D FIDAP	entkoppelt Wärmequelle	$v_{\text{ein}} = 0,03 \text{ m/s}$ $Re=100$	377
2-D	gekoppelt (variable Dichte) Wärmequelle	$v_{\text{ein}} = 0,03 \text{ m/s}$ $Re=100$	375
3-D	entkoppelt Wärmequelle	$v_{\text{ein}} = 0,03 \text{ m/s}$ $Re=100$	348
2-D	entkoppelt Wärmefluß	$v_{\text{ein}} = 15 \text{ m/s}$ $Re=50000$	331
2-D	entkoppelt Wärmequelle	$V_{\text{ein}} = 15 \text{ m/s}$ $Re=50000$	315

Tab. 4.1: Maximaltemperaturen im Modellgebiet bei verschiedenen Randbedingungen

Zu den bisher nicht näher erläuterten Simulationen mit deutlich erhöhten Fluideintrittsraten ist folgendes anzumerken:

Trotz einer Re-Zahl von 50.000 und einer entsprechenden Fluideintrittsgeschwindigkeit von 15 m/s liegt die maximal auftretende Temperatur beim Modell mit Wärmequelle bei fast 315 K, also immer noch fast 23 K über der Fluideintrittstemperatur. Erwartet wurde aufgrund des 500-fachen Volumenstroms ein niedrigerer Wert, da die mittlere Austrittstemperatur hier nur 0,03 K über der Eingangstemperatur liegt. Für die Annahme eines konstanten Wärmeflusses ergeben sich sogar Höchsttemperaturen von etwa 330 K, also noch einmal gut 15 K mehr.

Für die Modellierung der Chipkühlung sowie der anderen vorher durchgeföhrten numerischen Berechnungen lassen sich demnach folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- Bei konjugiertem Wärmeübergang sollten unbedingt die Festkörpergebiete mitmodelliert werden, um eine möglichst reale Annahme der thermischen Randbedingungen zu gewährleisten.
- Eine einfache Erhöhung der Durchflußrate führt nicht immer zum Erfolg der Kühlung. Für die Optimierung sind vielmehr Einbauten oder eine Variation der Anordnungen vorzusehen.

Neben den Temperaturfeld- und Strömungsfeldberechnungen wird häufig ein anschließender Festigkeitsnachweis nötig. Hier lassen sich nun mit Hilfe der FEM der Einfluß der Temperatur und der Strömung auf das Bauteil beurteilen. In Kapitel 4.2 wird daher kurz auf die Bestimmung temperatur-, druck und reibungsinduzierter Spannungen mit ANSYS und FLOTRAN eingegangen.

## 4.2 Thermische Wechselwirkungen zwischen Fluid und Festkörper

Aufgrund der Berechnung von Geschwindigkeitsfeld und Temperaturverteilung wirken auf die Festkörper mehrere Kräfte. Die im Bauteil vorliegenden Temperaturen führen zu temperaturinduzierten Spannungen. Zusätzlich können durch das Fluid auf den Festkörper normal zur Oberfläche Druckspannungen und tangential zur Oberfläche Reibungsspannungen wirken.

Für eine Beschreibung dieser Phänomene soll es im Rahmen dieser Arbeit darum gehen, die prinzipielle Vorgehensweise bei der Berechnung dieser Spannungen zu beschreiben. Als Beispiel für ein solches Problems wird auf die in Kap. 4.1 vorgestellte Bauteilekühlung zurückgegriffen. Zusätzlich zu den in Kap. 4.1 vorgestellten Berechnungen wird hier für einen Realitätsbezug eine Aufnahme für die Bauteile (z.B. eine Platine) mitberücksichtigt. Es gelten ansonsten die weiter vorher in Kap. 4.1 genannten Randbedingungen für den laminaren Fall.

Bevor direkt auf die Möglichkeiten der strukturmechanischen Berechnung eingegangen wird, seien die Ergebnisse der fluiddynamischen Berechnung genannt. Das Strömungsfeld ändert sich aufgrund der zusätzlichen Platine erwartungsgemäß nicht. Wie in Abb. 4.10 zu sehen, wird nun über Wärmeleitung von den wärmeerzeugenden Festkörpern ein Teil der Energie an die Platine abgegeben. Bevor diese Energie dem Fluid zugeführt wird, wird sie wiederum durch Wärmeleitung innerhalb der Platine stromaufwärts und -abwärts transportiert. An der Oberfläche der Festkörper wird sie dann an das Fluid abgegeben.

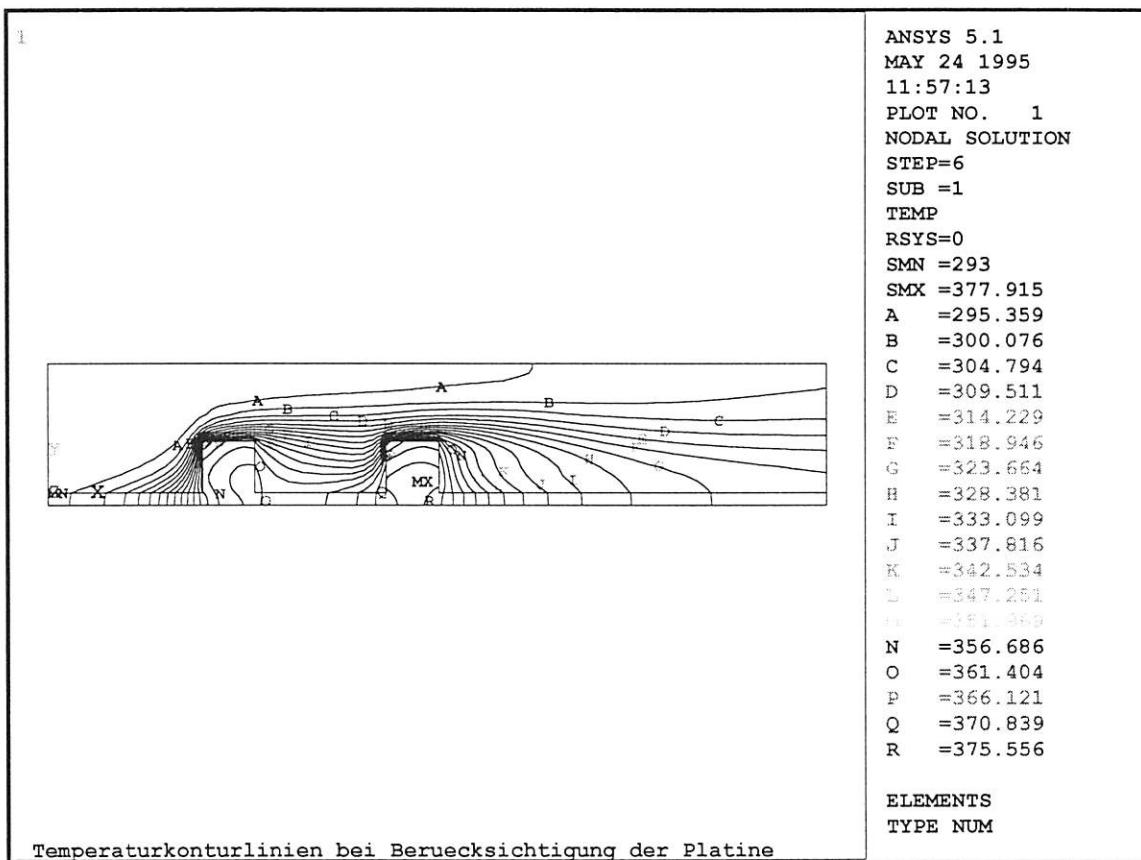


Abb. 4.10: Temperaturfeld bei laminarer Strömung (mit Berücksichtigung der Platine)

Dieser vorher unberücksichtigt gebliebene Mechanismus führt zu einer insgesamt besseren Ableitung der Wärme aus den Festkörpern. Das unterstreicht die Forderung nach einer möglichst genauen Beschreibung der thermischen Randbedingungen. Die Temperaturverteilung im Festkörper selber ist deutlicher ausgeprägt als vorher ohne Berücksichtigung der Platine. Lagen vorher über dem gesamten Bauteil Temperaturdifferenzen von maximal 2 K vor (vgl. dazu Abb. 4.4), so treten nun Abweichungen von etwa 30 K auf. Wichtig ist das Ergebnis, daß die maximale Temperatur mit 377 K ebenso hoch ist wie zuvor.

Die Temperaturverteilung in den Bauteilen führt aufgrund der Wärmeausdehnungskoeffizienten zu Verformungen. Die Druck- und Scherspannungen, die das Fluid auf die Festkörper ausübt, sind bei Problemen in dieser Größenordnung zu vernachlässigen. Wichtiger werden sie z.B. in Rohrleitungen von großtechnischen Anlagen.

Die Ausdehnungen der Festkörper induzieren je nach vorliegenden Einspannungsarten Wärmespannungen. Für eine einseitige vollständige Einspannung auf der linken Seite der Platine und eine horizontale Einspannung auf der rechten Seite, sind in Abb. 4.11 die Verformungen der Festkörpergebiete vergleichend zur ursprünglichen Form dargestellt.

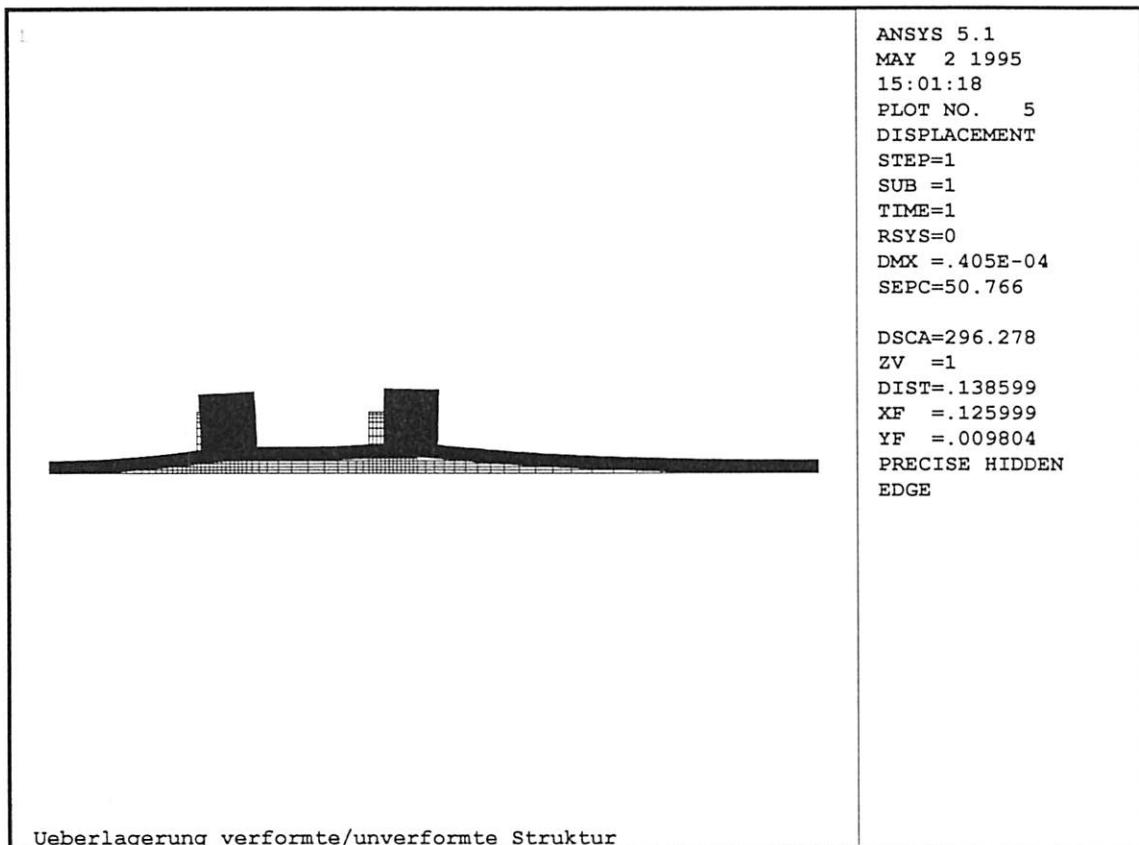


Abb. 4.11: Verformung von Bauteilen infolge Temperatureinwirkung

Für eine Interpretation der Ergebnisse sei folgendes angemerkt:

Die Materialauswahl erfolgte exemplarisch, um ein typisches Problem der elektronischen Aufbau- und Verbindungstechnik nachzubilden und den Effekt der temperaturinduzierten Spannungen aufgrund thermischer Kopplung von Fluid und Festkörper zu simulieren. Für die relevanten Stoffdaten Elastizitätsmodule, Querkontraktionszahlen und die thermischen Ausdehnungskoeffizienten wurden Stoffdaten aus dem Bereich der Halbleitertechnik verwendet.

Aufgrund der Ausdehnung verformt sich der Festkörper. Werden jetzt verschiedene Werkstoffe mit unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten verwendet, kommt es zu temperaturinduzierten Spannungen an den Übergängen. Diese sind als Vergleichsspannungen in der Abb. 4.12 sichtbar gemacht.

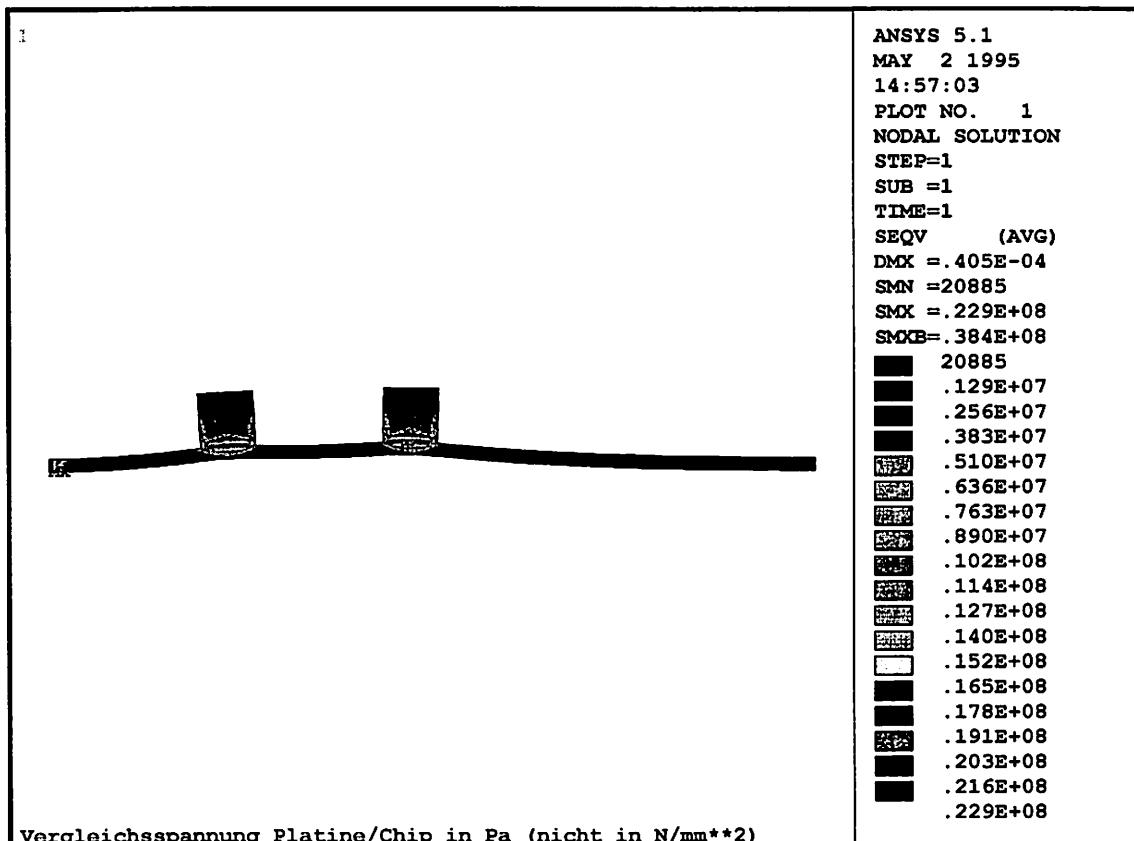


Abb. 4.12: Vergleichsspannung in einem Festkörper aufgrund temperaturinduzierter Spannungen

Durch die auftretenden Maximalspannungen an der Grenze zwischen den verschiedenen Festkörpern kann es zu einer Ablösung des Bauteils von der Platine kommen.

Durch die kurze Beschreibung der gekoppelten Analyse von Fluidmechanik und Strukturmechanik wird noch einmal deutlich, wie wichtig die Kenntnis des Strömungsfeldes für ein physikalisches Problem ist. Mit Hilfe der numerischen Strömungssimulation ist ein Weg aufgezeigt, der die komplexe Struktur einer Strömung mehr zu verstehen und analysieren hilft.

## 5      **Zusammenfassung und Ausblick**

In dieser Arbeit wurden eine Reihe von numerischen Simulationen im Bereich der Strömungsmechanik durchgeführt. Die Berechnungen hatten dabei mehrere Ansprüche. Ein Ziel war die Verifizierung der numerischen Ergebnisse durch meßtechnische Daten und empirische Ansätze. Schwerpunkte lagen dabei in der Beurteilung der Fähigkeiten des Werkzeugs, physikalische Eigenschaften von Strömungen darzustellen.

Es wurde anhand der Zylinderumströmung festgestellt, daß die Art der Diskretisierung des Problems eine entscheidende Einflußgröße für das Ergebnis ist. Die vorliegenden Meßwerte konnten mit den gewählten Modellen insgesamt nur befriedigend nachvollzogen werden. Mit einer höheren Netzdichte bei der "Spinnennetzstruktur" lässt sich eine bessere Übereinstimmung zwischen den Meßwerten und den vorgestellten numerischen Rechnungen erzielen. Dennoch wurde eine Schwäche des verwendeten Werkzeugs FLOTTRAN deutlich. Störungen in Strömungen werden zu weit stromabwärts transportiert. Dies wurde mit einer Schwäche des implementierten  $k-\epsilon$ -Modells für die Turbulenzmodellierung und der Verwendung der Streamline-Upwind-Methode begründet.

Die Simulation des DeNO<sub>x</sub>-Reaktors hat gezeigt, daß bei einem signifikanten Einfluß der dritten Koordinate eine zweidimensionale Problembehandlung keine quantitativen Aussagen zuläßt. Die quantitativen Vergleiche brachten keine eindeutige Übereinstimmung mit den zur Verfügung stehenden Meßwerten. Begründet wurde dies mit nicht exakt nachgebildeten Randbedingungen und in der fehlenden Grundlage, das Problem zweidimensional abbilden zu dürfen. Trotzdem konnte auch mit der ebenen Geometrie das grundsätzliche Verständnis für die Strömung durch den DeNO<sub>x</sub>-Reaktor gefördert werden.

Die Berechnung quer angeströmter Freistrahlen konnte sehr gut mit empirischen Gleichungen von Abramovich nachvollzogen werden. Eine mögliche technische Anwendung der Freistrahlen wurde in Form eines Wirbelbettfens gezeigt. Das Ergebnis dieser Berechnung kann als Startwert für die weitere Optimierung von Größe, Zahl und Anordnung der Düsen sowie dem Impulsverhältnis zwischen der Hauptströmung und dem Freistahl dienen, da empirische Ansätze und mathematische Modelle für das vorgestellte Problem bisher nicht vorliegen. Gerade bei dieser Aufgabenstellung zeigte sich die unterstützende Hilfe durch eine numerische Strömungssimulation.

Im Bereich der Berechnung von thermischen Problemen konnte durch die numerische Strömungssimulation des turbulenten Wärmeübergangs in einem Rohr der empirische Ansatz von Hausen verifiziert werden. Im Vergleich zum empirischen Modell ist mit der numerischen Simulation eine Berechnung von ortsabhängigen Wärmeübergangszahlen möglich. Für die in der Technik häufig angewendete Maßnahme einer ortsabhängigen Bezugstemperatur findet sich bei FLOTTRAN allerdings keine Möglichkeit. Vielmehr ist die Festlegung einer global geltenden Bulktemperatur nötig.

Ein weiterer Schwerpunkt der Arbeit lag darin, festzustellen, inwiefern die CFD auf thermisch gekoppelte Probleme zwischen Fluid und Festkörper anzuwenden ist.

Dazu wurde anhand eines geometrischen Modells der Einfluß thermischer Randbedingungen auf die Berechnungen untersucht. Als thermische Randbedingungen wurden Wärmeflüsse und volumenspezifische Wärmequellen in gleichen Größenordnungen vorgegeben. Als Ergebnis dieser Untersuchungen bleibt festzuhalten, daß ungenau gewählte Randbedingungen, wie z.B. die konstant verteilte Wärmeflußdichte über die Oberfläche eines Festkörpers zu völlig falschen Ergebnissen führen können. Die Reduzierung räumlicher Strukturen auf ebene Probleme ergab auch hier einen nicht zu vernachlässigenden Effekt.

Für einen Ausblick auf den zukünftigen Einsatz der CFD bei technischen Problemen können letztendlich folgende Fakten herausgehoben werden:

Schon seit vielen Jahren ist die FEM im Bereich der Strukturmechanik ein leistungsfähiges und flexibles Werkzeug für Industrie, Forschung und Lehre. Durch die Verfügbarkeit von leistungsfähigen Rechnern befindet sich auch die numerische Strömungsmechanik mit Hilfe der FEM, FDM und der FVM immer weiter auf dem Vormarsch.

Neben der Forschung werden Produkt- und Verfahrensentwicklungen aus finanzieller Sicht sehr vielschichtig betrachtet. Wesentliche Punkte sind die Entwicklungszeit und

die Entwicklungskosten. Wie auch in dieser Arbeit nachzuvollziehen, erschließt die CFD den Anwendern Einblicke in physikalische Phänomene und unterstützt die durchgeführten praktischen Versuche. Die Entwicklungszeiten für Produkte und Verfahren können dadurch herabgesetzt werden. Die Innovationszeit, also die Zeit von der Idee bis zur Inbetriebnahme bzw. der Fertigung kann durch das Zusammenspiel von Messung und Simulation gesenkt werden.

Bei der Anwendung der CFD sind aber einige grundlegende Dinge zu beachten. Geometrische Vereinfachungen sowie ungenau formulierte Randbedingungen wirken sich in der Strömungsmechanik auf das gesamte Feld aus und verfälschen dadurch die Ergebnisse. Das kann die Verfahrensentwicklung in eine falsche Richtung lenken. Wird aber das gesamte Feld abgebildet, ist die CFD-Modellierung zum einen sehr aufwendig und zum anderen sind die implementierten Turbulenzmodelle oft nicht in der Lage, das Strömungsbild wiederzugeben.



## 6 Literaturverzeichnis

- [Abr63] Abramovich, G. N., *The Theory of Turbulent Jets*, MIT Press, Cambridge Mass, 1963
- [ASM91] ASME HTD-Vol. 171, *HEAT TRANSFER IN ELECTRONIC EQUIPMENT*, 1991
- [Bau89] Bauer, H., Anwendung der Methode der Finiten Elemente in der Strömungsmechanik, Vorlesungsskript der FH Aalen, Stand 1989
- [Ber95] Bergins, C., Zum Einfluß scherinduzierter Strukturen auf die Zylinderumströmung, Studienarbeit am Lehrstuhl Energieprozeßtechnik und Strömungsmechanik des Fachbereichs Chemietechnik, Universität Dortmund, 1995
- [Bew92] Bewersdorff, H.W., Vorlesungsskript Turbulente Strömungen, Stand SS 92, Universität Dortmund, 1992
- [Bou77] Boussinesq, J., *Theorie de l'écoulement tourbillant*, Mem. Acad. Sci., 23:46, 1877
- [Brau71] Brauer, H., *GRUNDLAGEN DER EINPHASEN- UND MEHRPHASENSTRÖMUNGEN*, Verlag Sauerländer, Aarau und Frankfurt am Main, 1971
- [Bre95] Dr. Brenner, Balcke-Dürr AG Ratingen, persönliche Mitteilung

- [Bro82] Brooks, A. N., Hughes, T. J. R., Streamline Upwind / Petrov-Galerkin Formulations For Convection Dominated Flows With Particular Emphasis On The Incompressible Navier-Stokes-Equations, Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering, Vol.32, pp.199 - 259, 1982
- [Bäu94] Bäumer, V., Turbulenzmodelle für industrielle Anwendungen, Vortrag CAD FEM User's Meeting, Miesbach, 1994
- [Chu78] Chung, T.J., Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, Mc Graw Hill, New York, 1978
- [Eck88] Eck, B., Technische Strömungslehre Band1: Grundlagen, Springer Verlag, Berlin, 1988
- [FID91] Harotunian, V., Turbulent Flows with FIDAP, Seminar Notes, FLUID DYNAMICS INTERNATIONAL, INC 1991
- [Flo94] ANSYS, Inc., FLOTTRAN User's Guide Revision 5.1, 1994
- [Göh92] Göhner, U., Strömungsberechnungen mit ANSYS und FLOTTRAN, CAD FEM Seminarunterlagen 16.9.-17.9.1992
- [Hie92] Hiegemann, M., Flow Model Tests for DENOX-Plant, Final Report, Universität Dortmund Lehrstuhl für Energieprozeßtechnik, Dec. 1992
- [Hie95] Hiegemann, M., persönliche Mitteilung
- [Imb93] Imbruch, M.: Turbulenzmodelle und ihre Eignung für numerische Simulationen, Studienarbeit am Lehrstuhl für Energieprozeßtechnik im Fachbereich Chemietechnik der Universität Dortmund, 1993
- [Lau72] Launder, B. E., Spalding, D. B., Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London / New York, 1972
- [Lau79] Launder, B. E., Morse, A., Numerical Prediction of Axisymmetric Free Shear Flows with a Second-Order Reynolds-Stress Closure, Turbulent Shear Flows 1., Springer Verlag, Heidelberg, 1979
- [Pat80] Patanker, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Mc Graw-Hill Company; Heidelberg, 1980
- [Sch89] Schade, H., Kunz, E.: Strömungslehre, Walter de Gruyter, Berlin, 1989

- [Sch91] Schwarz, H.R., Methode der Finiten Elemente, B.G. Teubner, Stuttgart, 1991
- [Spa83] Spalding, D.B., Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion - selected works of Prof. D. Brian Spalding et. al., Pergamon Press, New York, 1983
- [Ste71] Stelzer, F., Wärmeübertragung und Strömung, Thiemic Verlag, Stuttgart, 1971
- [Ste91] Stecken, B., Numerische Simulation querangeströmter Freistrahlen, Studienarbeit am Lehrstuhl für Energieprozeßtechnik an der Universität Dortmund, 1991
- [Str91] Strauß, K., Strömungsmechanik - Eine Einführung für Verfahrensingenieure, Verlag Weinheim 1991
- [Tru80] Truckenbrodt, E., Fluidodynamik Band 2, Springer Verlag, Heidelberg, 1980
- [VDI88] VDI-Wärmeatlas, Berechnungblätter für den Wärmeübergang, VDI Verlag Düsseldorf, 5.Auflage, 1988
- [VKI93] Launder, B.E et. al., INTRODUCTION TO THE MODELING OF TURBULENCE, lecture series 1993-02, von Karman Institute for Fluid Dynamics
- [Whi74] White, F.M., Viscous Fluid Flow, Mc Graw Hill, Inc., New York, 1974
- [Wie94] Wiethoff, M., Eine phänomenologische Beschreibung der Strömungseigenschaften turbulenter Freistrahlen mit Berücksichtigung technischer Anwendungen, Forschungsberichte VDI Reihe 7 Nr. 242, Düsseldorf, VDI - Verlag 1994
- [Zie84] Zienkiewicz, O., Methode der Finiten Elemente, Hanser Verlag, München und Wien, 1984



## 7 Anhang

In diesem Kapitel wird anhand einer typischen Eingabedatei die Vorgehensweise bei der Generierung eines FEM-Modells zur numerischen Strömungssimulation mit FLOTTRAN gezeigt. Berücksichtigt sind neben der Strömungssimulation auch Wärmefeldberechnungen und eine Übergabe der thermischen und fluiddynamischen Randbedingungen von FLOTTRAN zu ANSYS, um eine Strukturmechanikanalyse durchführen zu können. Es wird eine entkoppelte Analyse ohne Berücksichtigung von Stoffwertänderungen durchgeführt. Die Strömungssimulation gliedert sich allgemein in drei Abschnitte:

1. Im Preprocessor wird die Geometrie erzeugt und mit den entsprechenden Elementen wird anschließend das Modell vernetzt.
2. In der sogenannten Solutionsphase werden die Randbedingungen für das gegebene Problem festgelegt. Mit einbezogen sind sowohl die Wahl der Lösungsalgorithmen als auch der Materialdaten.
3. Im Postprocessor werden die Ergebnisse, die in Form von Massendaten vorliegen, in geeigneter Weise ausgewertet.

\*\*\*\*\*  
Für eine einfache Handhabung des Programms ist es möglich, zunächst über Variablenzuweisung später benötigte Geometrie- und Materialdaten festzulegen.  
\*\*\*\*\*

1. Geometriedaten:

lplatte=100  
hpla=2  
.....weiter geometrische Variablen

2. Materialdaten:

- Fluid:

rhofl=1000 ! Dichte  
muefl= $10^{-3}$  ! dynamische Viskosität  
cepefl=4200 ! isobare Wärmekapazität  
lambdafl=9 ! Wärmeleitung

- Solid:

rhos=2700  
lambdas=200  
cepes=1000

3. Randbedingungen und Lastgrößen:

uein=10 ! Eintrittsgeschwindigkeit des Fluids  
tempfl=298 ! Temperatur des Fluids am Eingang  
temps=313 ! Temperatur des Festkörpers  
Qverlust=1000 ! auftretende Verlustleistung  
qvol=Qverlust/Volumen ! Umrechnung auf volumenspezifischen Wärmeverlust  
! ("Volumen" ist dabei ebenfalls eine Variable, die vorher  
! definiert werden muß)

\*\*\*\*\*

**I.) Preprocessor**

\*\*\*\*\*

```
/prep7          ! Start des Preprocessors  
et,1,141       ! Festlegung des Fluidelementtyps für zweidimensionale  
                ! Analysen  
rect,0,1,0,1    ! Generierung der Geometrie  
....weitere Geometriebefehle  
  
eshape,2       ! Festlegung der Vernezung auf Viereckelemente  
  
lesi,...        ! Vernetzungseinteilungen  
  
ames,all        ! Vernetzung aller Flächen mit dem gewählten Elementtyp  
  
fini           ! beendet den Preprocessor
```

\*\*\*\*\*

**II) Solutionphase**

\*\*\*\*\*

```
/solu          ! startet die Solutionphase
```

(Nun folgen zunächst häufig benötigte FLOTTRAN-spezifische Eingaben. Jede dieser Eingaben ist nach dem Schema "flda,name,value,label" aufgebaut. )

```
FLDATA1,solu,flow,1   !Einschaltung der Impulsgleichungen  
FLDATA1,solu,turb,1  !Einschaltung des k-ε-Modells  
  
FLDATA2,iter,exec,200 !Anzahl der Iterationsschritte wird auf 100 begrenzt
```

FLDATA3,term,pres,1e-8      !Abbruchkriterium für Maximalwert der Residuen für den  
                                !Druck liegt bei  $10^{-8}$

FLDATA5,outp,yplu,1      !schaltet die Option ein, daß der dimensionslose  
                                !Wandabstand  $Y^+$  angezeigt werden kann

FLDATA8,nomi,dens,rhofl      !hier werden die vorher definierten Variablen für die  
                                !Materialdaten zugewiesen zugewiesen

FLDATA8,nomi,cond,lambdafl

FLDATA8,nomi,spht,cepefl

FLDATA14,temp,nomi,tempfl      !legt als Referenztemperatur die Eingangstemperatur des  
                                !Fluids fest

FLDATA25,relx,pres,0.3      ! Relaxationsparameter für den Druck wird auf 0,3 gesetzt

FLDATA25,relx,evis,0.1      ! entsprechend die effektive Viskosität ( $\mu_t + \mu_{lam}$ ) auf 0,1

FLDATA26,stab,visc,0      ! legt die künstliche Viskosität mit 0 fest

(Nach den FLOTTRAN-spezifischen Daten werden noch die Materialdaten der  
Festkörper benötigt.)

mp,kxx,2,lambdas      !Den Elementen mit der Typnummer 2 wird hier die  
                                !Wärmeleitfähigkeit zugewiesen. Die Typnummer 1 ist dem Fluid  
                                !vorbehalten. Nummern größer 1 werden automatisch als Solids  
                                !erkannt.

mp,c,2,cepes,

mp,dens,rhos

(Es folgen die Festlegungen zu den Modellrandbedingungen.)

nsel,s,loc,x	! durch entsprechende Selektionsbefehle werden die Randknoten ! selektiert und ihnen danach bestimmte Ränder zugewiesen
d,all,vx,uein	! legt für die selektierten Knoten eine ! Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung mit dem Wert ! "uein" !fest
d,all,vy,0	
d,all,pres,0	! definiert ein Druckniveau von 0 an die entsprechenden Knoten
alls	! selektiert alle verfügbaren Komponenten für die folgende ! Rechnung
solve	! startet den Rechnungslauf

(Nach Konvergenz der fluiddynamischen Berechnungen werden die Imouilsgleichungen ausgeschaltet und die Energiegleichung wird eingeschaltet.)

flda,solu,flow,0	
flda,solu,turb,0	
flda,solu,temp,1	
FLDATA18,meth,temp,3	! Temperaturberechnung mit dem Preconditioning-conjugate-- ! residual (PCCR) Gleichungslöser, während der Arbeit stellt ! sich dieser Gleichungslöser in Verbindung mit der Erhöhung ! der Suchvektorenanzahl als das effektivste Mittel heraus, ! Temperaturfelder zu berechnen
flda,srch,temp,20	! erhöht die Anzahl der Suchvektoren für die Variable !"Temperatur" vom Standartwert "1" auf "20"
flda,relx,temp,1	! da hier das Temperaturfeld entkoppelt berechnet wird, kann der ! Relaxationsparameter aus "1" gesetzt werden
flda,term,temp,10 <sup>-10</sup>	! Abbruchkriterium für Residuen der Energiegleichung
d,all,tempwert	! die Temperaturrandbedingungen müssen bei einer entkoppelten ! Rechnung nach der fluiddynamischen Rechnung erfolgen
bfe,all,hgen.,qvol	! definiert einen volumenspezifischen Wärmeverlust für ! die selektierten Elemente
alls	
solve	! startet die Berechnung für die Temperaturfeldanalyse
fini	! beendet die Solutionphase

\*\*\*\*\*

### III) Postprocessor

\*\*\*\*\*

/post1	! startet den Postprocessor
set,2	! liest die Ergebnisse des zweiten Berechnungsschritts ein, ! also hier die Ergebnisse für das Temperaturfeld
plns,temp	! gibt die Temperaturlösungen in Form eines Plots aus
.....weitere Auswertungen	

\*\*\*\*\*

### IV) Zusatz (Übergabe der Ergebnisse nach ANSYS)

\*\*\*\*\*

fini	! verläßt den Postprocessor
/prep7	! ruft den Preprocessor auf
asel,s,...	! selektiert die Fluidgebiete
aclear,all	! hebt die Vernetzung bei den selektierten Gebieten auf
adel,all,,1	! vernichtet die Fluidgeometrie
alls	! selektiert die verbliebenen Gebiete (die Solids)
etchg	! wechselt von Fluidelement 141 zum Solidelement 42
mp,ex,2.E_modul	! für die Strukturmechanikanalyse werden zusätzlich der ! E-Modul..
mp,alpx,2,alpha	! ..und der Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha$ benötigt
fini	
/solu	
ldread.pres,....,file,rfl	
ldread.temp,....,file,rfl	! liest als Randbedingungen die Knotenlösungen ! für den Druck und die Temperatur ein, die in der ! Datei "file.rfl" gespeichert sind

Anhang

nsel,s,node..	! Knoten für strukturmechanische ! Randbedingungen selektieren ! legt ein Lager in x-Richtung an
d.all,ux,0	
... weitere Einspannungen	
alls	
solve	
fini	
/post1	
set,last	! liest den letzten Ergebnissatz ein
plns,s,eqv	! stellt die über die Elemente gemittelten ! Spannungen nach der ! Vergleichsspannungshypothese dar
fini	
/cle	! beendet die Analyse
/exit	! beendet das Programm

