Лабораторные работы N 1, 2, 3 , 4
для ИУ7, 9 семестр, по курсу "Методы вычислений", 2011 г.
Поиск минимума функции одного переменного

Цель работы

На заданном отрезке $[\mathrm{a}, \mathrm{b}]$ методами

1) поразрядного поиска;

2) золотого сечения;

2) квадратичной интерполяции в сочетании с методом золотого сечения;

4) модифицированным методом Ньютона с конечно-разностной апроксимацией производных;

найти минимум (максимум) функции $y = f(x)$ с точностью по значению аргумента ± 0.01, ± 0.0001, ± 0.000001.

Установить, какая максимально возможная точность может быть достигнута каждым из методов.

Содержание отчета

В письменный отчет по каждой работе включить: описание задачи (функцию и отрезок поиска) и таблицу, содержащую результаты расчетов в виде

N	заданная точность	количество вычислений функции	x^*	$f(x^*)$

В отчете к последней работе должна быть представлена сводная таблица, в которой приведено количество вызовов функции, которое потребовалось для решения задачи каждым методом при точности ± 0.000001, и результаты вычислений, в виде

Метод	количество вычислений функции	x^*	$f(x^*)$

Задача должна быть также решена с использованием стандартной функции Matlab *fminbnd* при ± 0.000001 и результаты включены в сводную таблицу.

Программная реализация алгоритма предоставляется в виде файлов.

Требования к программной реализации

Алгоритмы должны быть реализованы средствами специализированного пакета Matlab непосредственно, без использования любых стандартных или библиотечных процедур и функции, предназначенных для решения задач минимизации или поиска корней функции.

При демонстрации работоспособности программной реализации алгоритма для точности ± 0.01 на экране должны быть изображены график функции на заданном отрезке и последовательность точек, в которых проводятся вычисления. При выполнении расчетов с большей точностью на экран допускается выводить только график и точку минимума.

Для методов, использующих метод исключения отрезков, желательно изобразить соответствующие отрезки.

Программа должна позволять менять различные параметры алгоритма: точность, стартовую точку, границы отрезка, шаг приращения для вычисления производных и т.д. Рекомендуется в головной части программы сделать соответствующий блок инициализации.

Количество вызовов минимизируемой функции следует ограничивать до минимально необходимого.

При реализации метода квадратичной интерполяции в сочетании с методом золотого сечения следует обязательно предусмотреть возможность многократного переключения между методами в процессе поиска.

Литература

1. Аттетков А.В, Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации: Учеб. для вузов/ Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 440 с.

Варианты задания

N	Функция	[a,b]
1	$y = \exp\left(\dfrac{x^4 + x^2 - x + \sqrt{5}}{5}\right) + \operatorname{sh}\left(\dfrac{(x^3 + 21x + 9)}{21x + 6}\right) - 3.0$	$[0, 1]$
2	$y = \cos\left(x^5 - x + 3 + 2^{1/3}\right) + \arctan\left(\dfrac{x^3 - 5\sqrt{2}x - 4}{\sqrt{6}x + \sqrt{3}}\right) + 1.8$	$[0, 1]$
3	$y = \sin\left(\dfrac{x^2 5 + x - 4}{5}\right) + \operatorname{ch}\left(\dfrac{x^3 + 3x^2 + 5x + 8}{3x + 9}\right) - 1.0$	$[-1, 0]$
4	$y = \operatorname{th}(5x^2 + 3x - 2) + \exp\left(\dfrac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{2x^2 + 8x + 7}\right) - 2.0$	$[-1, 0]$
5	$y = (4x^3 + 2x^2 - 4x + 2)^{\sqrt{2}} + \arcsin\left(\dfrac{1}{-x^2 + x + 5}\right) - 5.0$	$[0, 1]$
6	$y = \operatorname{ch}\left(\dfrac{3x^3 + 2x^2 - 4x + 5}{3}\right) + \operatorname{th}\left(\dfrac{x^3 - 3\sqrt{2}x - 2}{2x + \sqrt{2}}\right) - 2.5$	$[0, 1]$
7	$y = \arctan(x^3 - 5x + 1) + \left(\dfrac{x^2}{3x - 2}\right)^{\sqrt{3}}$	$[1, 2]$
8	$y = \arcsin\left(\dfrac{35x^2 - 30x + 9}{20}\right) + \cos\left(\dfrac{10x^3 + 185x^2 + 340x + 103}{50x^2 + 100x + 30}\right) + 0.5$	$[0, 1]$
9	$y = \operatorname{tg}\left(\dfrac{x^4 + 2x^2 - 2x + \sqrt{2} + 1}{8}\right) + \sin\left(\dfrac{4x^3 - 7x - 9}{20x + 28}\right)$	$[0, 1]$
10	$y = \sin\left(\dfrac{x^4 + x^3 - 3x + 3 - 30^{1/3}}{2}\right) + \operatorname{th}\left(\dfrac{4\sqrt{3}x^3 - 2x - 6\sqrt{2} + 1}{-2\sqrt{3}x^3 + x + 3\sqrt{2}}\right) + 1.2$	$[0, 1]$
11	$y = \operatorname{tg}\left(\dfrac{2x^4 - 5x + 6}{8}\right) + \arctan\left(\dfrac{7x^2 - 11x + 1 - \sqrt{2}}{-7x^2 + 11x + \sqrt{2}}\right)$	$[0, 1]$
12	$y = \exp\left(\dfrac{x^4 + 2x^3 - 5x + 6}{5}\right) + \operatorname{ch}\left(\dfrac{1}{-15x^3 + 10x + 5\sqrt{10}}\right) - 3$	$[0, 1]$
13	$y = \sin\left(\dfrac{2x^2 - x + 2(7^{1/3}) - 5}{2}\right) + \exp\left(\dfrac{x^2 + 2x + 1}{7x + 1}\right) - 1.5$	$[0, 1]$
14	$y = \cos\left(\dfrac{2x^3 - 3x + 3 + 3\sqrt{10}}{3}\right) + \arcsin\left(\dfrac{x^3 + 2x + 1}{3x + 1}\right) - 0.5$	$[0, 1]$
15	$y = \operatorname{sh}\left(\dfrac{3x^4 - x + \sqrt{17} - 3}{2}\right) + \sin\left(\dfrac{5^{1/3}x^3 - 5^{1/3}x + 1 - 2 \cdot 5^{1/3}}{-x^3 + x + 2}\right)$	$[0, 1]$

N	Функция	[a,b]
16	$y = \ln(2x^5 - 7x + \sqrt{11}) + \mathrm{sh}\left(\dfrac{-4x^2 - 4x + 3 - 4\sqrt{2}}{3x^2 + 3x + 3\sqrt{2}}\right) - 1.0$	$[-1, 0]$
17	$y = \cos\left(\dfrac{3x^5 - 10x + 10^{1/3} - 2 - 10\sqrt{2}}{10}\right) + \arctan\left(\dfrac{10x^5 - 10\sqrt{5}x^4 + 10x^3 + 3x^2 - 3\sqrt{5}x + 1}{2x^2 - 2\sqrt{5}x + 2}\right)$	$[-1, 0]$
18	$y = \sin\left(\dfrac{-x^4 - 4x^3 - 8x^2 - 7x + 1}{\sqrt{11}}\right) + \lg\left(\dfrac{4x^5 - 4\sqrt{10}x^4 + 8x^3 + 5x^2 - 5\sqrt{10}x + 9}{x^2 - \sqrt{10}x + 2}\right) - 1.0$	$[-1, 0]$
19	$y = \mathrm{tg}\left(\dfrac{-3x^2 - 5^{1/3}x + 3 + \ln(2)}{\sqrt{19}}\right) + \ln\left(\dfrac{-\sqrt{2}x^4 - \sqrt{6}x^3 + 4x + 4\sqrt{3} - 1}{x + \sqrt{3}}\right) - 2.2$	$[-1, 0]$
20	$y = \mathrm{sh}\left(\dfrac{\sqrt{13}x^3 - 9x - 5 - \sqrt{17}}{10}\right) + \mathrm{tg}\left(\dfrac{x^2 + x + 2^{1/3}}{3x - 5}\right) + 0.6$	$[-1, 0]$
21	$y = \left(\dfrac{\sqrt{3}x^3 - 2x + 5}{7 + \sqrt{7}}\right)^{\lg(3)} + \arcsin\left(\dfrac{x^2 + x + \sqrt{3}}{2x - 2}\right)$	$[-1, 0]$
22	$y = \lg\left(-\sqrt{3}x^4 - x^2 + 5x + 1\right) + \mathrm{th}\left(\dfrac{-x^5 - 2x^4 - x^3 + 3x^2 + 6x + 3 - \sqrt{5}}{x^2 + 2x + 1}\right) - 1.0$	$[0, 1]$
23	$y = \mathrm{sh}\left(\dfrac{-2x^2 - \sqrt{10}x + 1}{4}\right) + \left(\dfrac{x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{7})x + 1 - \sqrt{5}}{\sqrt{7}x - \sqrt{5}}\right)^{\ln(2)} - 1.2$	$[-1, 0]$
24	$y = \mathrm{tg}\left(\dfrac{3x^5 - 14x + 3^{1/3} - 16}{20}\right) + \sin\left(\dfrac{1}{2x^2 + x + \sqrt{5}}\right)$	$[-1, 0]$
25	$y = \arcsin\left(\dfrac{-\sqrt{2}x^2 + 5x + \sqrt{7} - 15}{10}\right) + \cos\left(\dfrac{-x^3 + x^2 + x - 2}{x + 1}\right) + 0.5$	$[-1, 0]$
26	$y = \sin\left(\dfrac{-\sqrt{11}x^4 - x^2 + 10x + 3 - \sqrt{7}}{10}\right) + \mathrm{th}\left(\dfrac{-x^4 - 5^{1/3}x^3 + 3x + 3 \cdot 5^{1/3} - 2}{2x + 2 \cdot 5^{1/3}}\right) - 1.0$	$[0, 1]$
27	$y = \mathrm{tg}\left(\dfrac{\sqrt{5}x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + (3\sqrt{5} - 6)x - 4 - \sqrt{5}}{16}\right) + {} + \arctan\left(\dfrac{-\sqrt{5}x^4 - 5\sqrt{2}x^3 + 4x + 4\sqrt{10} - 2}{x + \sqrt{10}}\right) - 0.5$	$[0, 1]$
28	$y = \ln\left(-x^4 - x^2 + \sqrt{30}x + 1\right) + \lg\left(\dfrac{-x^4 - 3^{1/3}x^3 + 5x + 5 \cdot 3^{1/3} - 3}{x + 3^{1/3}}\right) - 0.6$	$[0, 1]$
29	$y = \sin\left(\dfrac{-2x^2 + 3x + 3^{1/3}}{2}\right) + \ln\left(\dfrac{-x^4 - x^3 + 5x + 4}{x + 1}\right) - 2.1$	$[0, 1]$
30	$y = \arcsin\left(\dfrac{x^5 - 100^{1/3}x + \sqrt{2} - 7}{7}\right) + \cos\left(\dfrac{4x^5 - 5\sqrt{5}x^4 + 5x^3 - 1}{3x^2 - 15x + 3\sqrt{2}}\right) - 0.5$	$[-1, 0]$