U. PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

AULA - MÉTODOS NUMÉRICOS – OPTIMIZAÇÃO MULTIDIMENSIONAL – QUÁDRICA E GRADIENTE

1. OPTIMIZAÇÃO MULTIDIMENSIONAL – MÉTODO DA QUÁDRICA

- Este método **não usa *h* directamente**;
- Funciona muito bem na vizinhança do mínimo quando o passo é muito pequeno;
- Necessário calcular o gradiente da função;
- Calcular a inversa da Matriz Hessiana (H^{-1});

$$\text{(Gradiente) } \nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \\ \frac{\partial f}{y} \end{bmatrix}$$

$$\text{(Hessiana) H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}$$

- O ponto seguinte é dado por:

$$X_{n+1} = X_n - H^{-1}.\nabla$$

- Se o ponto não converge, ou seja, se o valor da função no ponto seguinte aumenta em vez de diminuir, devemos mudar o ponto inicial.
- Como paragem podemos adotar uma tolerância para o erro, como no método anterior.

Exercício 1: Pesquise um mínimo pelo Método da Quádrica, adoptando o seguinte valor para o ponto inicial $(x_0, y_0) = (1,1)$:

$$f(x,y) = y^2 - 2xy - 6y + 2x^2 + 12 + \cos(4x)$$

OPTIMIZAÇÃO MULTIDIMENSIONAL – MÉTODO DO LEVENBERG-MARQUARDT (LM)

- Combinação dos dois métodos no mesmo passo.
- O ponto seguinte é calculado por:

$$X_{n+1} = X_n - h_{L.M.}$$

em que, $h_{L.M.}$ – passo de Levenberg-Marquardt:

$$h_{L.M.} = H^{-1}\,\nabla + \lambda\nabla$$

λ - lambda, é um parâmetro a adoptar (pelo utilizador) mediante a evolução do método, segundo a lógica, pela observação dos valores da função:

- Começa-se com um valor elevado de λ (igual ao método do Gradiente), e **continuamos a diminuir o valor de λ enquanto os novos valores calculados conduzirem a valores decrescentes** da função objectivo.

- Porém, **de cada vez que cada novo ponto seja mal sucedido** (isto é, conduza ao aumento da função, **o ponto é ignorado mas não é cancelado, continua-se o processo, em que o valor de λ é incrementado** e faz-se nova tentativa.

Exercício 2: Pesquise um mínimo pelo Método de Levenberg-Marquardt, adoptando o seguinte valor para o ponto inicial $(x_0, y_0) = (0,0)$

$$f(x,y) = (x + 1)^2 + (y - 4)^2$$

– Como paragem podemos adotar uma tolerância para o erro, como no método anterior.