AULA 19/10/2020 Métodos Numéricos – Sistemas de equações não lineares – Lecture Notes

Métodos iterativos:

1. Método de Newton (ou da tangente)
2. Método de Picard Peano
3. Método Gauss-Seidel

Sistema de equações não lineares a resolver pela implementação dos três métodos numéricos:

$$\begin{cases} 2x^2 - xy - 5x + 1 = 0 \\ x + 3\ln(x) - y^2 \quad = 0 \end{cases}$$

Admita um erro de 10^{-5} para a solução. Utilize como critério de paragem o módulo da diferença entre dois valores consecutivos de (x,y) menor ou igual ao erro admissível, ou seja:

$$|x_{n+1} - x_n| \leq erro$$

<u>**e**</u>

$$|y_{n+1} - y_n| \leq erro$$

Necessário um *guess* para x_0 e um *guess* para y_0. Use como guess $x_0 = 4$ e $y_0 = 4$.

Trabalhar com pelo menos 5 casas decimais.

1. MÉTODO DE NEWTON

Ver fórmula de recorrência página 70.

Condição de convergência - determinante do Jacobiano diferente de zero: J (xn, yn) $\neq$ 0

2. MÉTODO DE PICARD-PEANO

Necessário aplicar a metodologia a cada uma das equações do sistema (Reescrever cada equação dos sistema na forma $x = g_1(x,y)$ e $y = g_2(x,y)$):

$$\begin{cases} x_{n+1} = g1(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = g2(x_n, y_n) \end{cases}$$

Necessário verificar as condições de convergência, no *guess* dado $(x_0, y_0) = (4, 4)$ para cada uma das derivadas parciais dos sistema:

$$\left|\frac{\partial g1(x,y)}{\partial x}\right| \leq 1, \ \underline{\mathbf{e}} \ \left|\frac{\partial g1(x,y)}{\partial y}\right| \leq 1 \ \underline{\mathbf{e}} \ \left|\frac{\partial g2(x,y)}{\partial x}\right| \leq 1 \ \underline{\mathbf{e}} \ \left|\frac{\partial g2(x,y)}{\partial y}\right| \leq 1$$

Caso não verifique as condições de convergência é necessário reescrever $g_1(x_n,y_n)$ e $g_2(x_n,y_n)$ e testar as condições de convergência no *guess* dado.

3. MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL

Método exatamente igual ao Método de Picard-Peano, só com a "nuance" que, assim que em dada iteração, for calculado o valor de uma das incógnitas, esta deve ser usada na mesma iteração, ou seja, o valor encontrado para ***x* na 1ª equação entra na 2ª equação** de forma que a convergência do método seja acelerada.

$$\begin{cases} x_{n+1} = g1(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = g2(x_{n+1}, y_n) \end{cases}$$