

## **AULA 29/09/2020**

### **Ver Texto de apoio pág. 6-7**

Em Análise Numérica pretendemos ter o conhecimento dos erros cometidos ao trabalhar com determinada precisão, sendo necessário fazer uma análise dos resultados obtidos. Estes nunca serão só um único valor mas um conjunto de valores ou resultados para o mesmo problema, consoante a precisão e também a ferramenta utilizada para a resolução de um dado problema.

#### **Implementar a aplicação do Sr. Ingénio:**

A aplicação tem uma entrega inicial no ano 0 no valor de  $(e-1)$ , sendo “e” o número de Nepper;

- Ao fim de 1 ano vai buscar o capital existente, multiplica pelo número do ano (1) e subtrai um euro para despesas administrativas;
- Ao fim de 2 anos vai buscar o capital existente, multiplica pelo número do ano (2) e subtrai um euro para despesas administrativas;
- Ao fim de 3 anos vai buscar o capital existente, multiplica pelo número do ano (3) e subtrai um euro para despesas administrativas;
- ...
- Ao fim de 25 anos vai buscar o capital existente, multiplica pelo número do ano (25) e subtrai um euro para despesas administrativas. Ao fim de 25 anos o Sr. Ingénio faz o resgate da aplicação (olhar para os resultados ao fim de 25 anos).

#### **Desenvolver a aplicação:**

1. Primeiro numa folha de cálculo (Excel) – devem fazer o seguinte previamente: FILE/OPTIONS/ADVANCED/SET PRECISION AS DISPLAYED (selecionar). Repetir o cálculo com diferentes casas decimais em cada coluna.
2. Linguagem de programação à escolha, variando variar a precisão de cálculo.

#### **Resultado Folha de Cálculo:**

Olhar para as duas últimas colunas do Excel – com 14 e com 15 casas decimais – os resultados são exatamente iguais, quer isto dizer que a precisão máxima do excel é de 14 casas decimais. Temos um cálculo instável devido a erros de arredondamento nos dados iniciais e nos dados intermédios - Propagação dos erros.

Título Sr. Inglês												
Instruções:												
Para reproduzir o exemplo, não se esqueça de ativar a opção de "Arredondar como apresentado"												
Menu: Ferramentas > Opções > Cálculo												
Use a função E(XP) para calcular o valor de x (Número De Negativo)												
Valor do capital acumulado em função do número de anos e do número de depósitos anuais feitos em células												
Anos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00	1.700E+00
1	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01	7.800E-01
2	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01	4.360E-01
3	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01	3.080E-01
4	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01	2.330E-01
5	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01
6	-4.000E-02	1.700E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01
7	-1.280E-01	2.330E-01	1.700E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01
8	-5.140E-01	8.900E-01	4.360E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01	1.600E-01
9	-1.023E-02	6.7040E+00	-5.1389E-01	1.7210E-01	9.9584000E-02	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01
10	-1.023E-02	6.6040E+00	6.53600E+00	7.28000E-01	4.9600000E-02	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01	1.0470400E-01
11	-1.129E-04	7.2544E+02	-7.28980E-01	6.937000E+00	-1.0457600E+00	1.51744000E-01	7.91940000E-02	9.16680000E-02	9.027220000E-02	9.027220000E-02	9.027220000E-02	9.027220000E-02
12	-1.288E-05	8.7043E+02	6.7570E+02	0.225200E+01	-1.3949200E+01	0.2052000E-01	1.024760000E-01	0.326936000E-02	0.2798344000E-02	0.263443456000E-02	0.263443456000E-02	0.263443456000E-02
13	-1.719E-06	1.039E+03	-1.039E+03	1.062600E+03	-1.773896E+03	8.62706400E+00	-2.707877600E+00	3.375300000E-01	8.245960000E-02	7.62248472000E-02	7.62248472000E-02	7.62248472000E-02
14	-2.457E-07	1.584E+06	-1.584E+06	1.495472E+04	-2.4879398E+03	1.94408896E+02	-3.99476844E+01	1.543275200E-01	6.74820000000E-02	7.988708950000E-02	7.988708950000E-02	7.988708950000E-02
15	-3.088E-08	2.378E+07	-2.378E+07	2.24398E+06	-3.727587E+04	2.0951044E+02	-6.0032296E+02	5.382780000E+01	1.949318000E+00	7.23892000000E-02	1.380083480000E-01	7.2622630397796E-02
16	-4.889E-09	3.889E+08	-3.889E+08	3.82978E+06	-6.954629E+05	3.2247059E+04	-5.60444739E+03	8.509323900E+02	2.0539624800E+01	-8.84177400000E-01	1.289707503000E+00	1.678620639000E-01
17	-1.000E-11	6.463E+09	-6.463E+09	6.10487E+07	-1.022524E+07	5.4898209E+05	-1.6279260E+05	1.49677653E+04	3.3895641280E+02	-1.60377693600E+01	1.851726873600E+01	1.7523554687376E+00
18	-1.689E-12	1.814E+11	-1.814E+11	1.096509E+09	-1.8220543E+09	9.8857683E+06	-2.9365790E+06	2.622077630E+05	6.103944888E+03	-2.695502869488E+02	3.5867908172480E+02	3.05633984327770E+01
19	-3.430E-12	2.229E+12	-2.22424E+12	2.088E+10	-3.487002E+10	1.07408687E+08	-5.50480330E+07	4.989468834E+06	1.804342958E+05	-6.563007490702E+03	6.6870028007702E+03	5.79447570388283E+02
20	-6.863E-10	4.427E+13	-4.4488E+12	4.173425E+11	-6.3270064E+10	3.74899704E+09	-1.78812370E+09	9.963802988E+07	2.32048889998E+06	-1.30957480002E+05	1.32370787843E+05	1.8939914067052E+04
21	-1.448E-08	9.284E+16	-9.3419E+15	8.764186E+12	-1.453998E+12	7.8738070E+10	-2.34500509E+10	2.08247191E+09	4.69796259429E+07	-2.71117129044E+06	2.7979778891238E+06	2.43429979529469E+05
22	-3.179E-07	2.0429E+18	-2.05520E+18	1.9282E+14	-3.585789E+13	1.72303420E+12	-5.6567170E+11	4.68338526E+10	1.0715649994E+09	-5.08485771390E+07	6.955494330724E+07	5.9554954840332E+06
23	-7.299E-06	4.6599E+17	-4.7268E+16	4.434670E+15	-7.3972300E+14	3.98367884E+13	-1.18872497E+13	1.098763200E+12	2.480259940E+10	-1.86405291259E+09	1.487763255980E+09	1.2379548647910E+08
24	-1.759E-05	1.1279E+19	-1.12457E+18	1.064323E+17	-1.7097360E+16	9.58032520E+14	-2.84813802E+14	2.540037034E+13	5.323278474E+11	-2.89623699370E+10	3.397963310777E+10	2.9527009449598E+09
25	-4.379E-04	2.888E+20	-2.8836E+19	2.68009E+18	-4.4183420E+17	2.3802073E+16	-7.12034700E+15	6.352579560E+14	1.48095548688E+13	-7.0495974804E+11	8.434656295284E+11	7.39057327389465E+10

**Conclusão sobre os resultados que vão obter:**

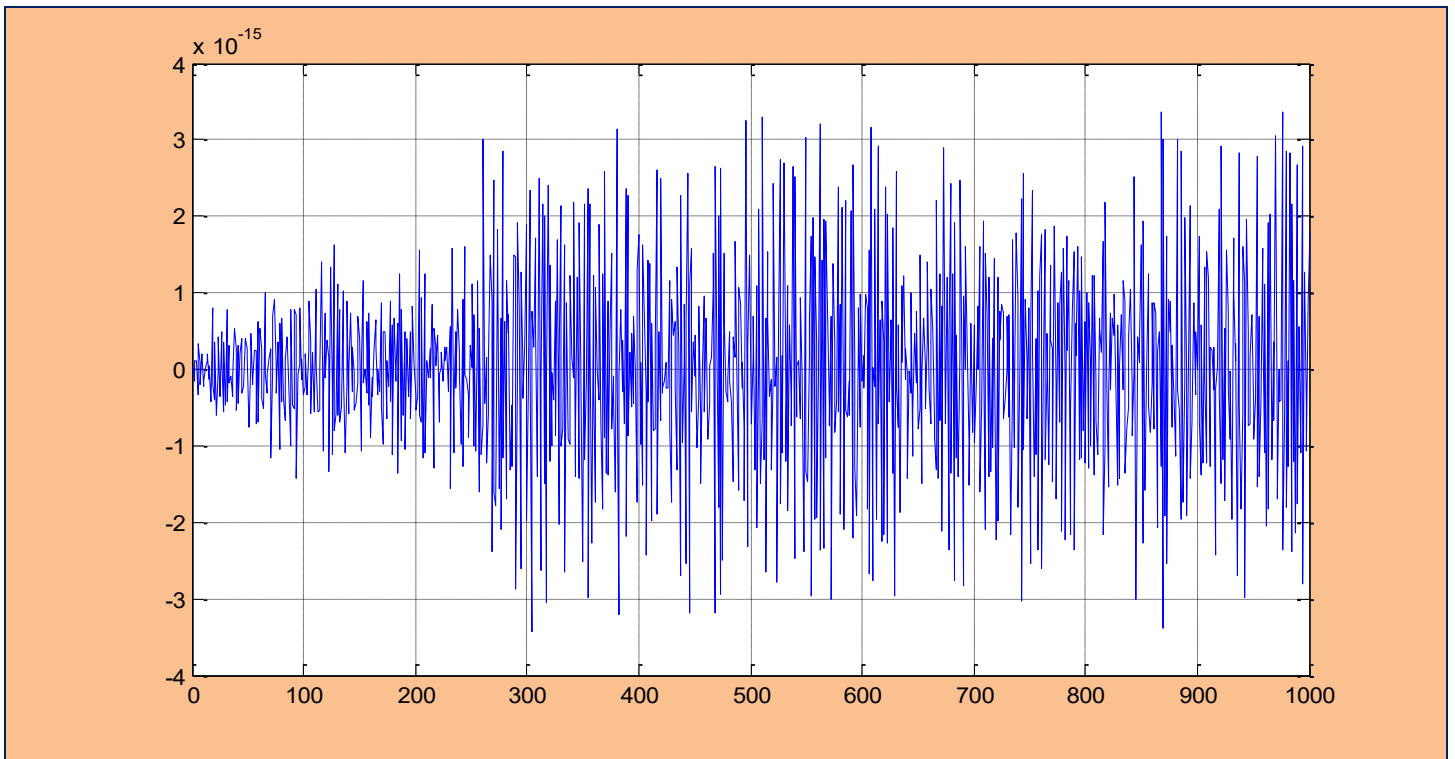
Uma vez cometidos os erros de arredondamento vai contaminar os dados nas operações seguintes através da propagação do erro. Existem mecanismos para diminuir os efeitos perversos do arredondamento, porém, a dificuldade surge na previsão de onde e como o arredondamento vai criar problemas. Os enormes encadeamentos de cálculos característicos da computação digital automática podem levar a acumulação sucessivas e substanciais desses erros.

“Mesmo erros de arredondamento muito pequenos, quando acumulados ao longo de processos de cálculo complexos, podem ter efeitos extremamente perversos, dando origem a perdas de precisão inesperadas,sem qualquer comum medida com as causas que lhes deram origem. Este facto, nem sempre devidamente apreciado pelos principiantes, é, no entanto, de importância fundamental, e a falta do seu reconhecimento expresso é causa frequente de muitas confusões e de graves acidentes”.

**Ver Texto de apoio pág. 27-28; 31-32**

- Transformação de expressões.
- Seguir o desenvolvimento do exercício no texto.
- Devem obter resultados semelhantes ao que consta no texto para que possam concluir o mesmo.

Ex. 11.16 - Podem fazer no Maxima ou Matlab, por exemplo.



Cálculo da condição Pág. 31 (ex.11.18). Podem fazer no Maxima

