AULA 13/10/2020 Métodos Numéricos - Zeros reais de uma função real – Lecture Notes

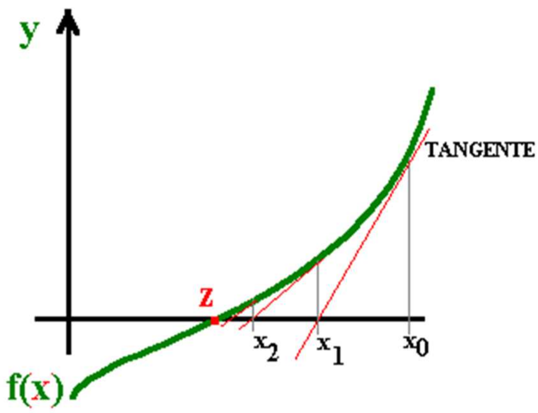
Métodos NÃO intervalares: Método de Newton (ou da tangente) e Método de Picard Peano.

1. MÉTODO DE NEWTON OU DA TANGENTE

- Não é um método intervalar (risco de afastar do zero da função, pode divergir em vez de convergir);
- Parte apenas de um valor inicial: "guess" (x_0) que deverá ser escolhido pelo operador (com bom senso!);
- Fórmula de recorrência:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

- Quando funciona bem é um método excelente mas tem muitas limitações;
- Tem como inconveniente a necessidade de verificar, a cada iteração, se a derivada é diferente de zero (denominador da fórmula de recorrência);
- Em termos geométricos consiste em substituir o gráfico da função pela tangente ao ponto considerado, usando o zero desta como nova aproximação à raíz;

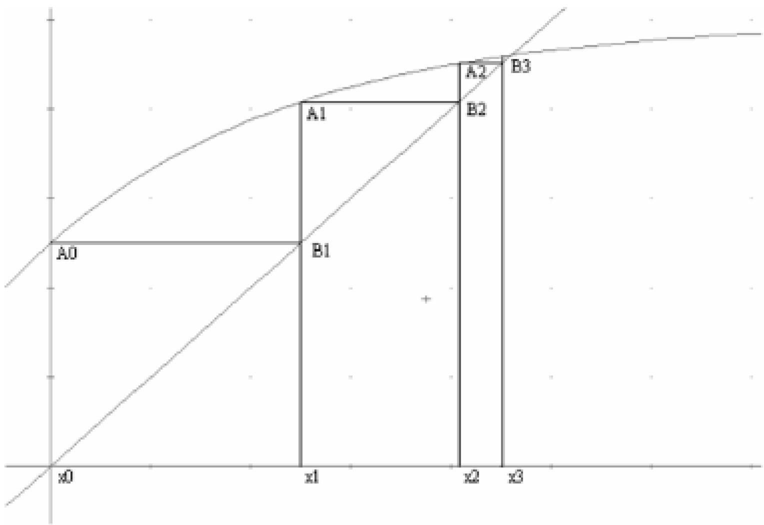


- Condição necessária, mas não suficiente, de convergência $f'(x_n) \neq 0$;
- Critério de paragem: necessário verificar as condições de convergência a cada iteração;
- Escolha do *guess*: bom senso, deve escolher um *guess* próximo da raíz. Se com o *guess* escolhido o método não for convergente então escolher novo *guess*.

2. MÉTODO DE PICARD-PEANO

Enquanto no Método de Newton, o método consiste em substituir o gráfico da função pela tangente ao ponto considerado, usando o zero desta como nova aproximação à raíz, o Método de Picard-Peano é completamente diferente:

- Supondo uma função f(x) = 0, e por não saber resolvê-la, analiticamente podemos transformar esta função de forma a que x = g(x);



- O zero da função original é dado pela intersecção de y = x (reta) com a função x = g(x) (curva).
- Condição de convergência **|g´(x$_0$)|< 1**, apenas é necessário verificar no *guess* (x_0).

Exercícios a desenvolver na aula de 13/10/2020:

- F1(x) = 2^(sqrt(x))-10x+1 = 0
- F2(x) = cotg(x)*sin(3x)-x+1 = 0
- F3(x) = x-2ln(x)-5 = 0

Implementar o Método de Newton e Método de Picard-Peano, usar as mesmas funções do Método da Bissecção e da Corda.

Admitir um erro para a solução encontrada de 10^{-4}. Trabalhar com pelo menos 5 casas decimais.

Comparar as diferentes soluções obtidas com cada método, no que diz respeito a convergência, precisão e rapidez de cada método.