$P_{t_0}(S)$