

《数字图像处理》

第12讲 表示与描述

冯建江

清华大学 自动化系

2017.12.21

区域的表示与描述

- 图像分割将原始图像划分为若干区域
- 二值图的表示方式比较冗余，不如边界的表示方式紧凑（compact）
- 边界有不同的表示方式，可以精确或者近似地重建原始二值图
- **表示**是用于存储、通信任务
- 而对于识别、分类任务，需要用一些量来**描述**区域或者其边界，这些量叫描述子（descriptor）
- 描述子不适合存储、通信任务（有的信息量太少，有的太冗余），由描述子未必能重建出区域或者边界

内 容

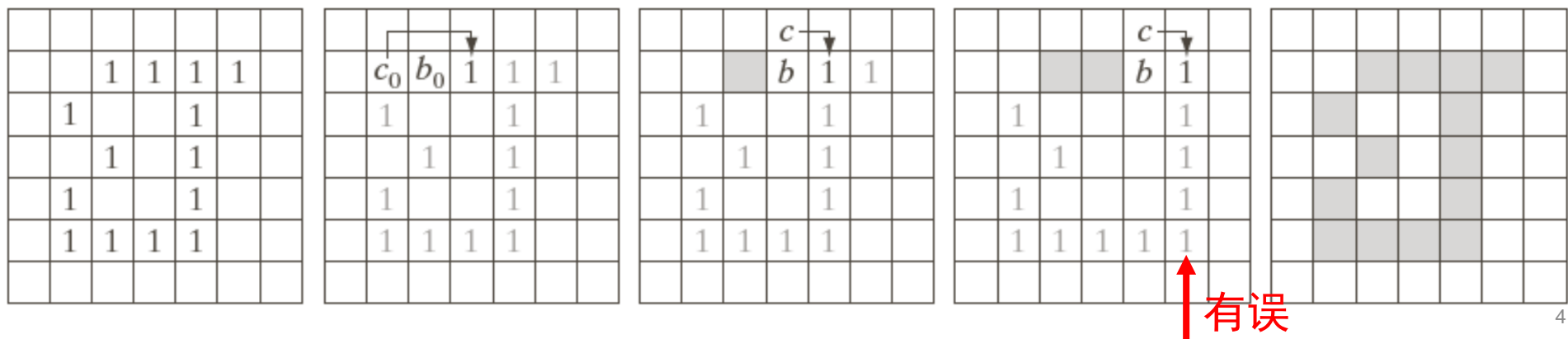
- 边界表示
- 边界描述
- 区域描述
- 基于主成分的描述

边界跟踪 (Boundary Following)

从二值图（区域二值图或边界二值图）提取区域边界叫边界跟踪，方法如下：

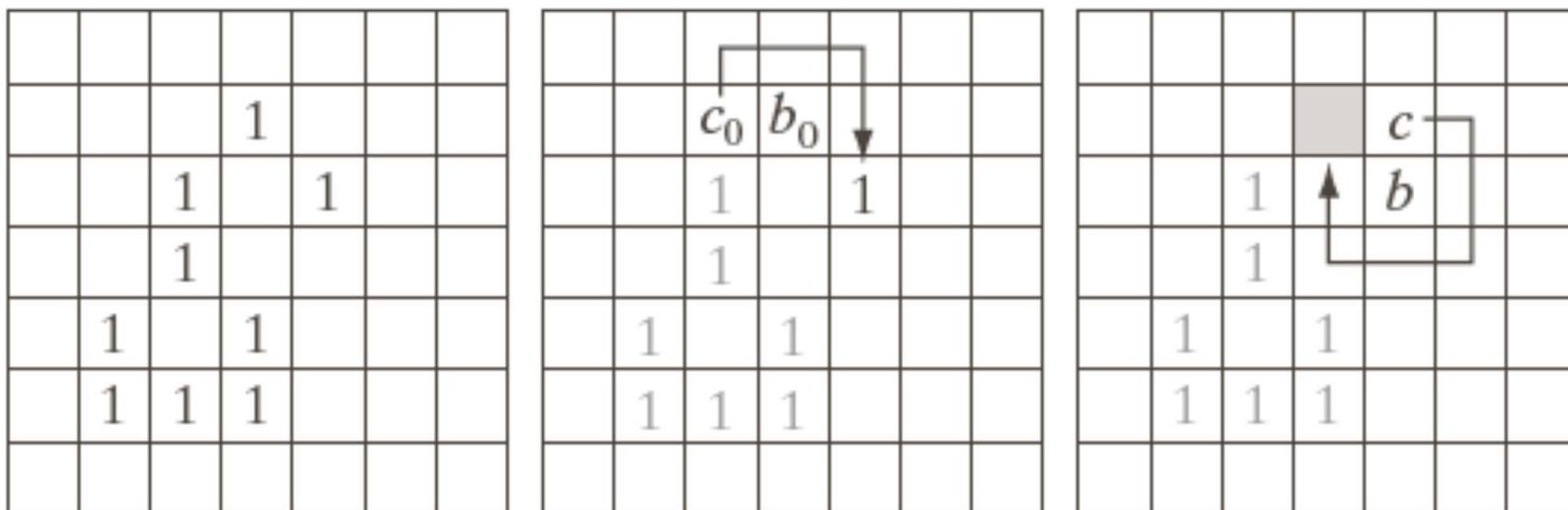
1. 最上最左的1作为起点 b ，令 c 表示 b 东北近邻，从 c 开始，顺时针检查 b_0 的8近邻 $\{n_0, n_1, \dots, n_7\}$ 。令 b_1 表示第一个1， c_1 为 b_1 的前一个点（为0）。
2. 重复执行步骤1直到连续两个边界点与开始的两个边界点相同。

起点的坐标需记录；其他边界点可以以坐标或者链码（chain code）的方式记录。



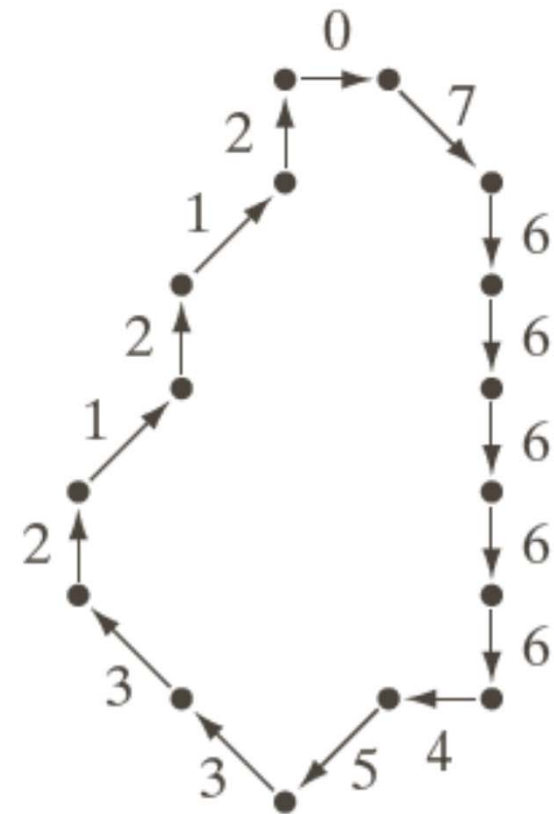
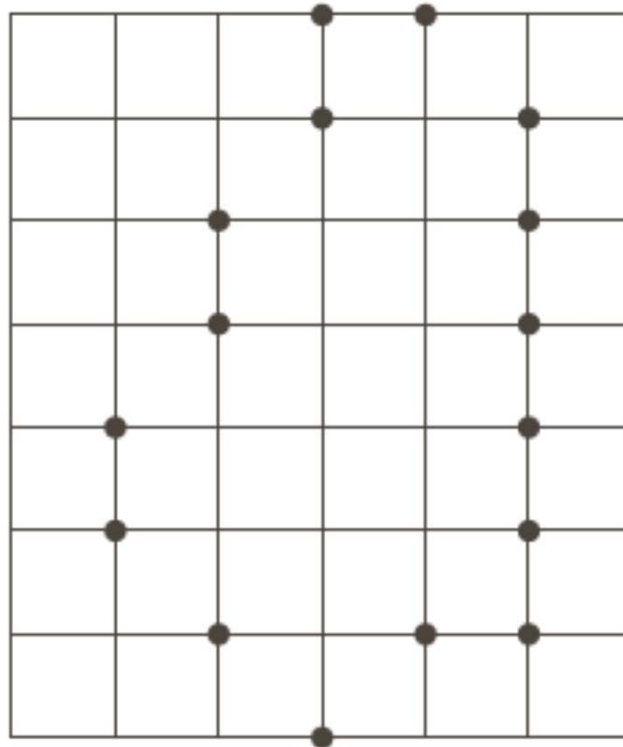
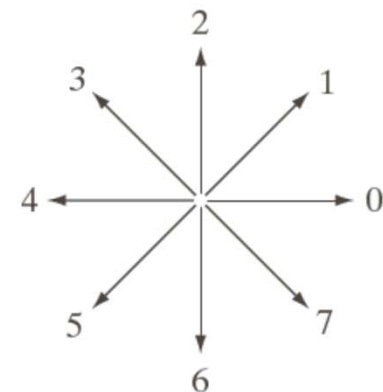
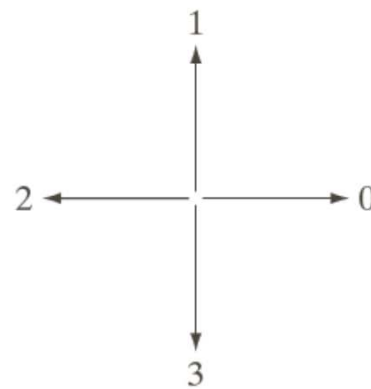
边界跟踪

终止条件为什么是和开始的两个点都要一样？



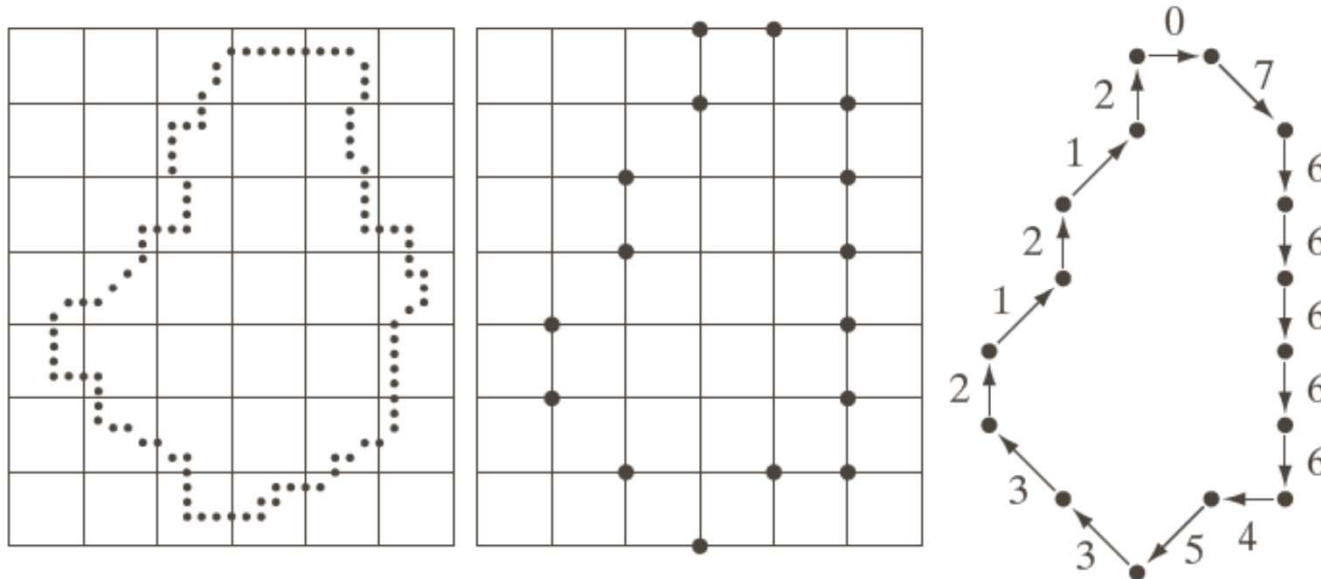
链码 (Chain Code)

- 边界点可以由链码表示
- 4连通边界用4个方向表示, 8连通边界用8个方向表示
- 原始分辨率的链码可以重建边界



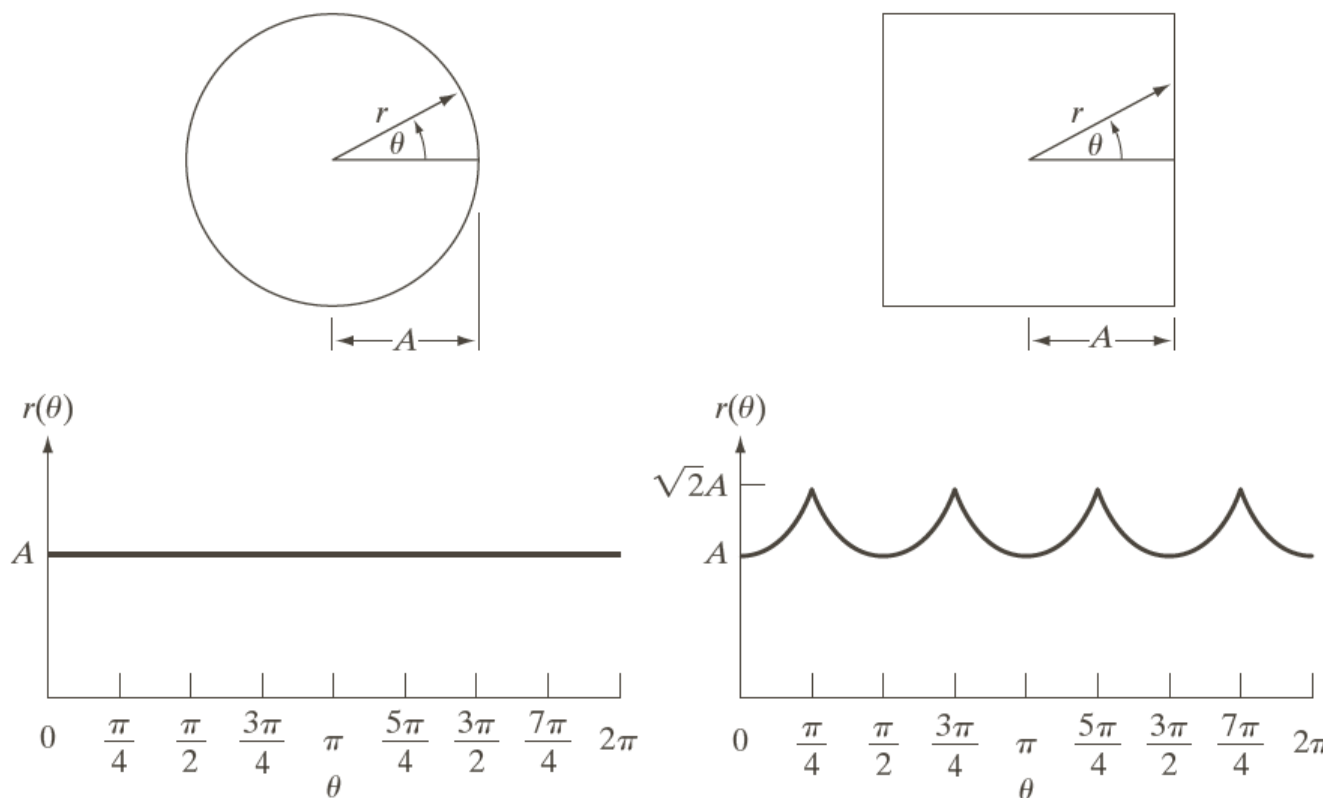
基本链码的改进

- 对于形状识别任务，希望在不同的尺度、平移和旋转下，同一类形状的链码具有不变性
- 分辨率：不同采样间隔下的链码（大间隔->链码更短、对噪声不敏感）
- 起点不变：选择使整个链码整数最小的起点作为起点
- 旋转不变：将方向转为方向的差异



签名 (Signature)

- 签名是边界的一维表示，有多种定义
- 一种常见的定义：从中点做各个角度 θ 的射线，记录射线与边界第一个交点到中点的距离 r
- 如果边界的形状复杂，签名未必能精确重建边界

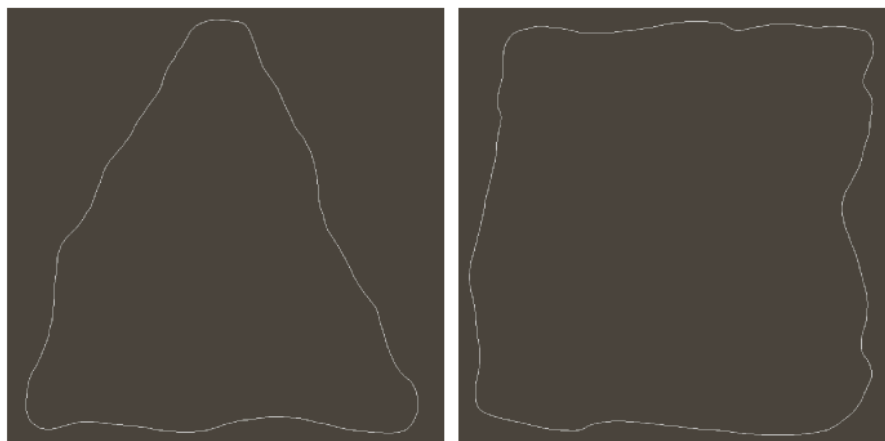


不同形状的签名

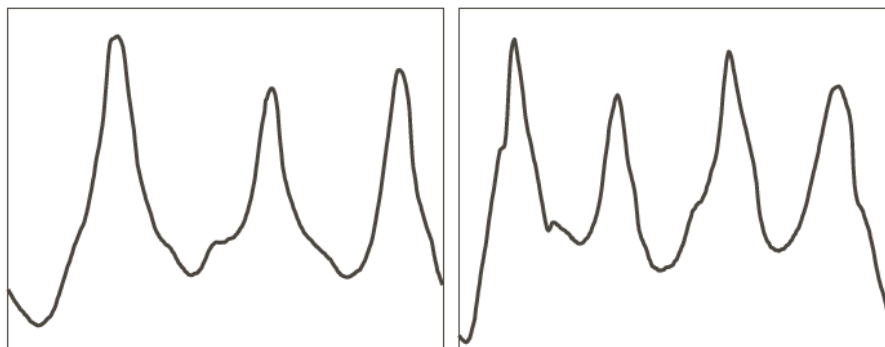
区域



边界



签名



签名的不变性

- 对于识别问题，希望签名对于旋转、缩放具有不变性
- 旋转不变性：选择有特征的点作为起点，例如距离中心最远的点、特征轴上距离中心最远的点、链码的起点选择方法
- 缩放不变性：将最小、最大值线性缩放到 $[0,1]$ ，或者归一化均值和方差

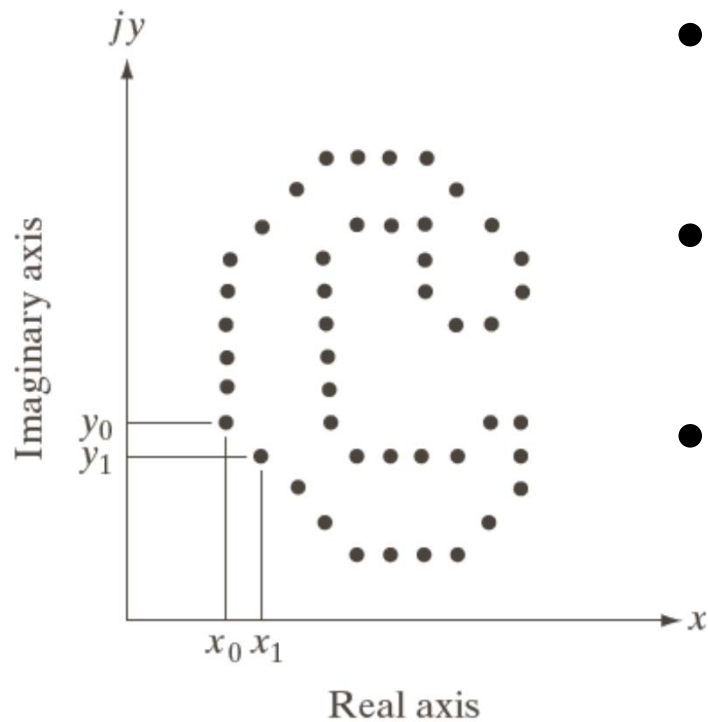
内 容

- 边界表示
- 边界描述
- 区域描述
- 基于主成分的描述

简单描述子 (descriptor)

- 边界长度：链码中竖直和水平方向数+对角方向数的 $\sqrt{2}$ 倍
- 直径：距离最远两个点之间的距离
- 主轴 (major axis)：距离最远两个点的连线
- 次轴 (minor axis)：垂直于主轴
- 基本矩形 (basic rectangle)：长和宽沿着主轴和次轴方向，将边界包含在内的最小矩形
- 曲率：边界上点 p 的曲率反应方向的变化
- 逆时针顺序的边界点，曲率 > 0 ，点 p 处边界为凸的；曲率 < 0 ，点 p 处边界为凹的

傅里叶描述子



- 边界由 K 个逆时针排列的点组成 $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{K-1}, y_{K-1})\}$
- 第 k 个坐标点可表示为复数 $s(k) = x_k + jy_k$
- $s(k)$ 的一维离散傅里叶变换（傅里叶描述子）：

$$a(u) = \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j2\pi uk/K}$$

- 从 $a(u)$ 可重建 $s(k)$ ：

$$s(k) = \frac{1}{K} \sum_{u=0}^{K-1} a(u) e^{j2\pi uk/K}$$

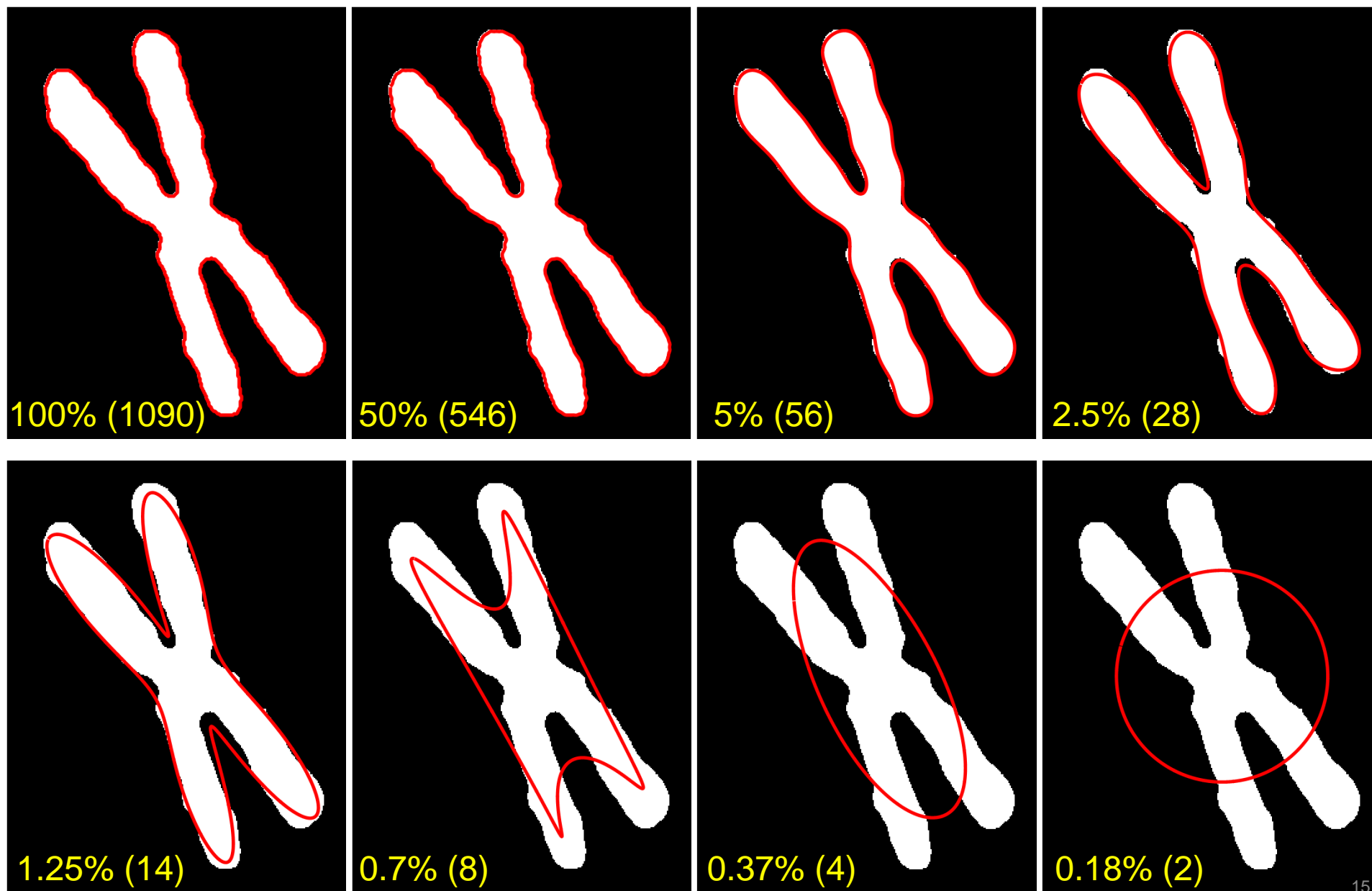
傅里叶描述子

- 如果仅用前 P 个系数（这里 $P < K$ ），傅里叶逆变换的重建结果为

$$\hat{s}(k) = \frac{1}{K} \sum_{u=0}^{P-1} a(u) e^{j2\pi uk/K}$$

- 高频成分反应局部细节，低频成分对应全局形状
- 忽略高频成分使边界平滑

傅里叶描述子的例子

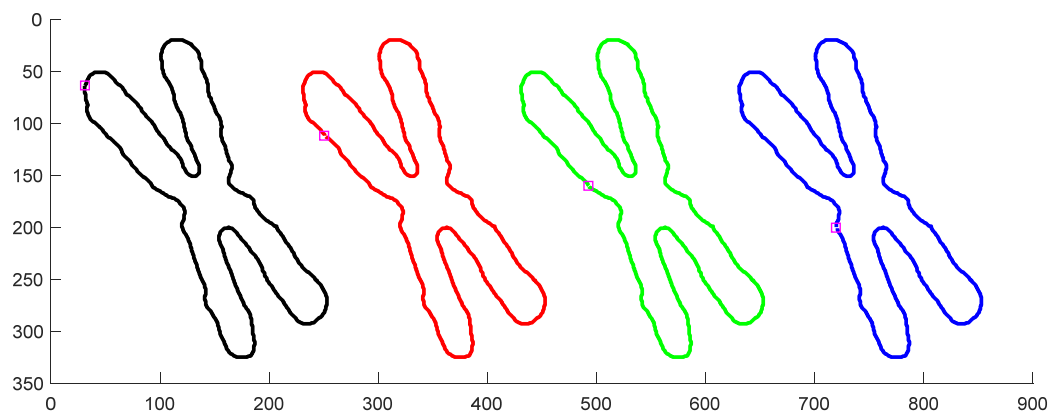
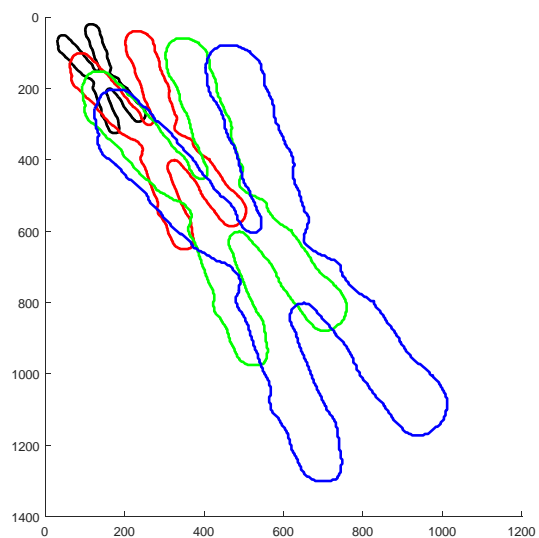
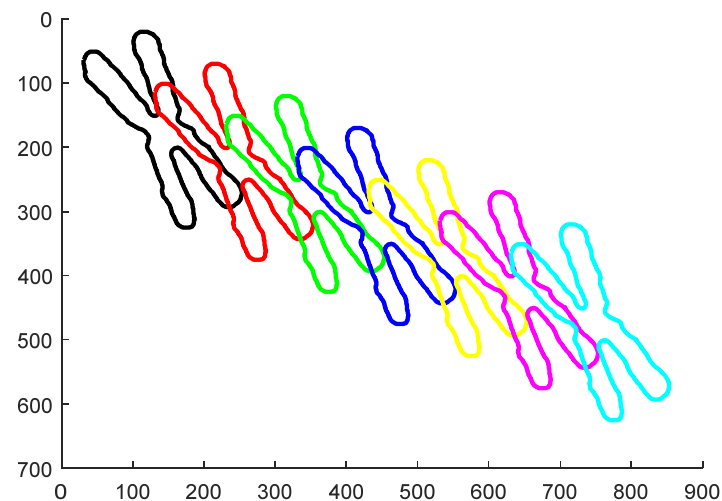
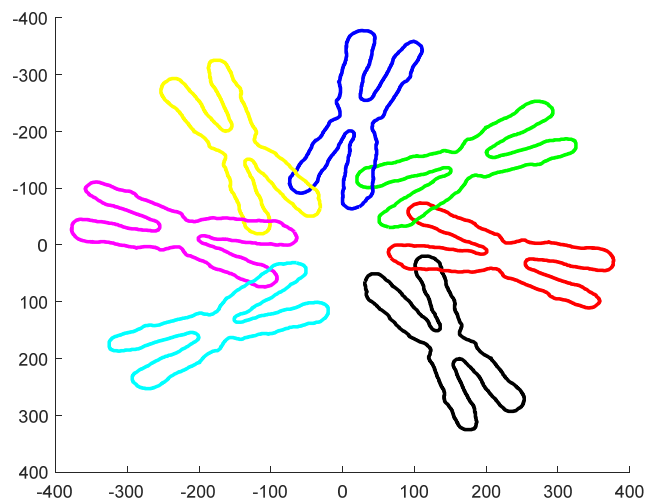


傅里叶描述子的属性

Transformation	Boundary	Fourier Descriptor
Identity	$s(k)$	$a(u)$
Rotation	$s_r(k) = s(k)e^{j\theta}$	$a_r(u) = a(u)e^{j\theta}$
Translation	$s_t(k) = s(k) + \Delta_{xy}$	$a_t(u) = a(u) + \Delta_{xy}\delta(u)$
Scaling	$s_s(k) = \alpha s(k)$	$a_s(u) = \alpha a(u)$
Starting point	$s_p(k) = s(k - k_0)$	$a_p(u) = a(u)e^{-j2\pi k_0 u/K}$

- 对边界施加变换，分析描述子的变化，但描述子不便于观察
- 下面通过对描述子施加变换，来观察边界在空间域的变化

傅里叶描述子的属性



frdescp_prop.m

矩 (Moment)

- 数学和统计中的矩都可以用来描述边界
- 数学：一维离散函数 $f(x)$ 的 n 阶中心矩

$$\mu_n(x) = \sum_{x=a}^b (f(x) - m)^n$$

其中 m 为一阶矩，定义域为 $[a, b]$

- 统计：离散随机变量 x 的 n 阶矩

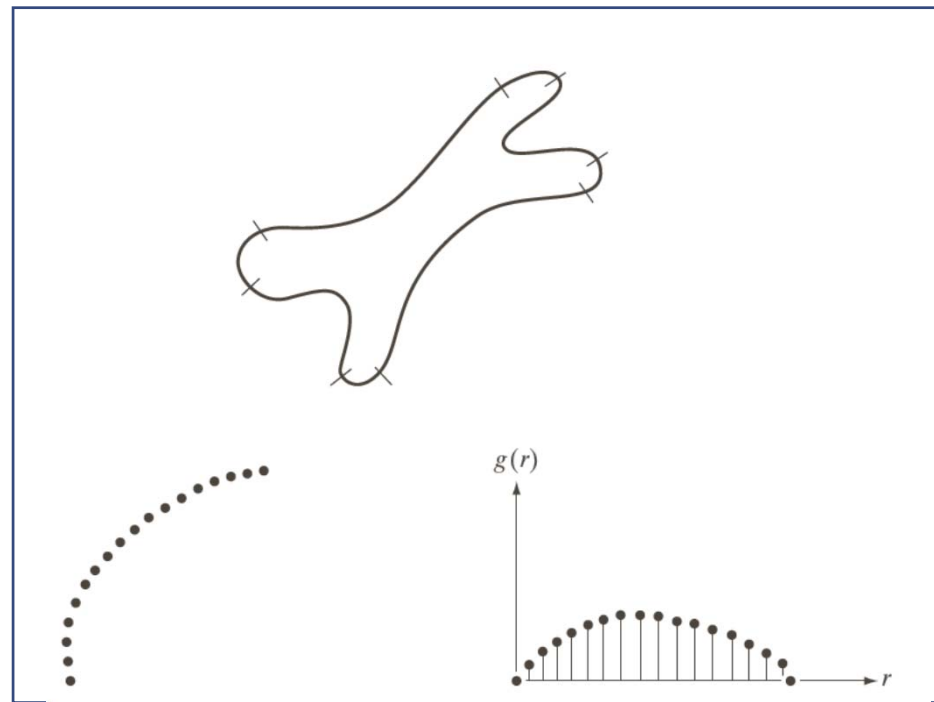
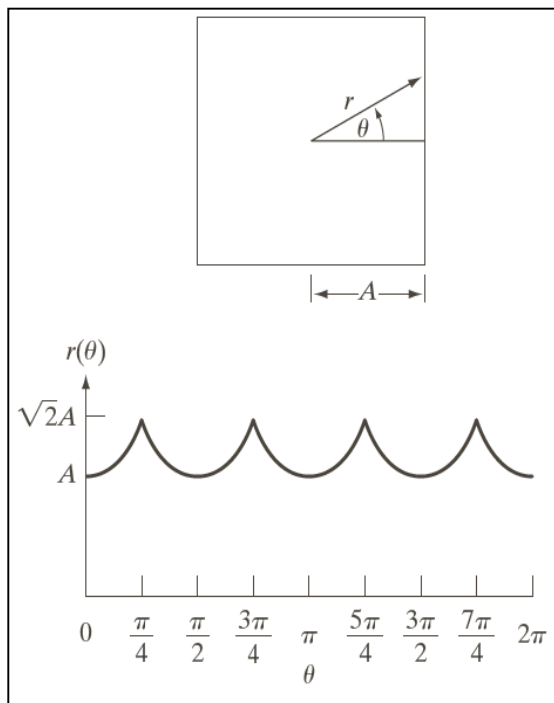
$$\mu_n(x) = \sum_{i=0}^{k-1} (x_i - m)^n p(x_i)$$

其中 x 共 k 个值， $p(x_i)$ 为概率分布， m 为一阶矩（期望）

边界的矩

需将边界转化为一维函数：

- 简单边界：边界签名为一维函数
- 复杂边界：将边界在某些特殊点（大曲率点）处分段，转化为多个一维函数



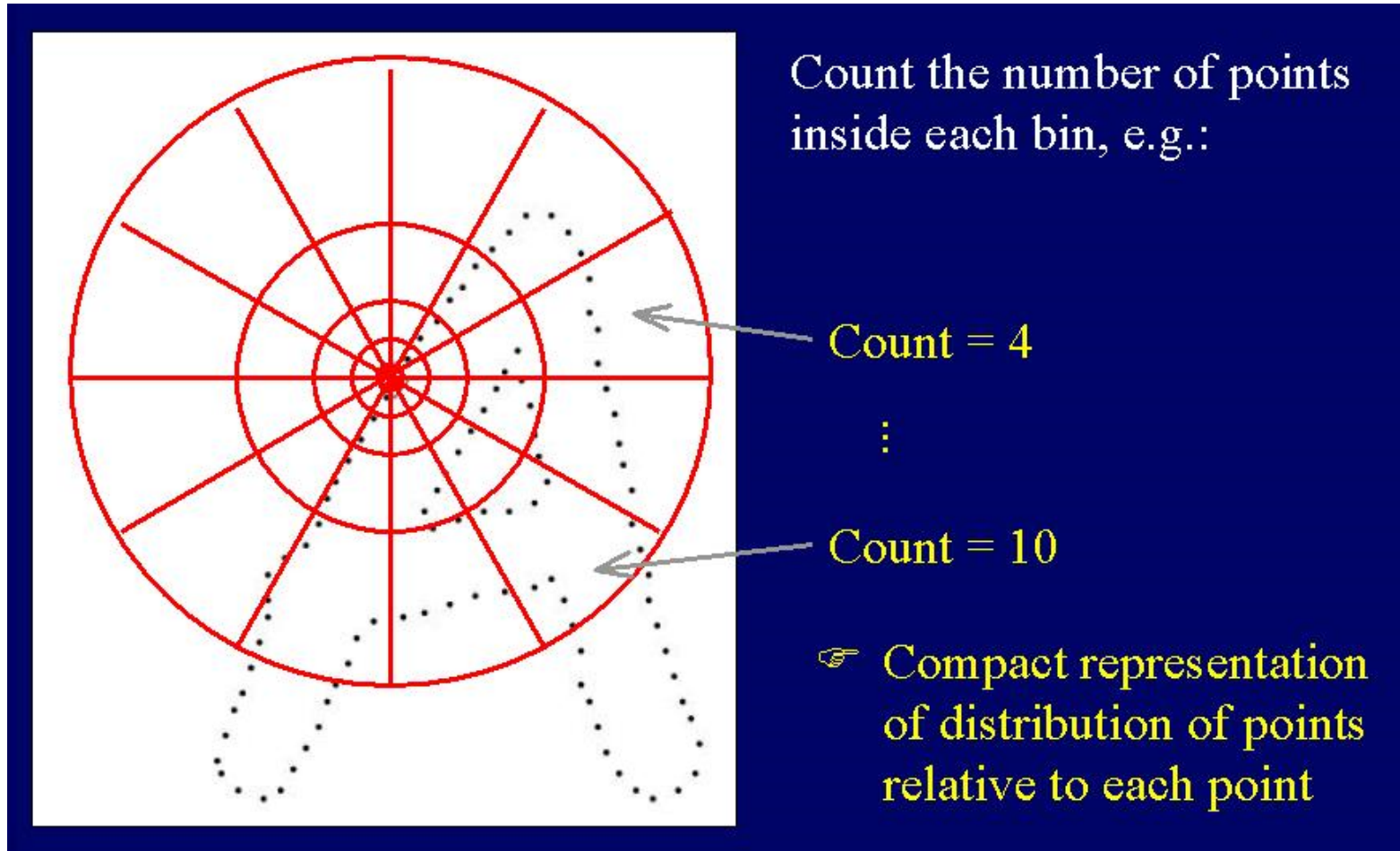
边界的矩

将边界转化为一维函数后，

- 可直接计算数学矩
- 或者将函数值视为随机变量，求其概率分布 $p(x_i)$ ，然后计算统计矩
- 或者将函数转为概率分布（归一化曲线下的面积），然后计算统计矩

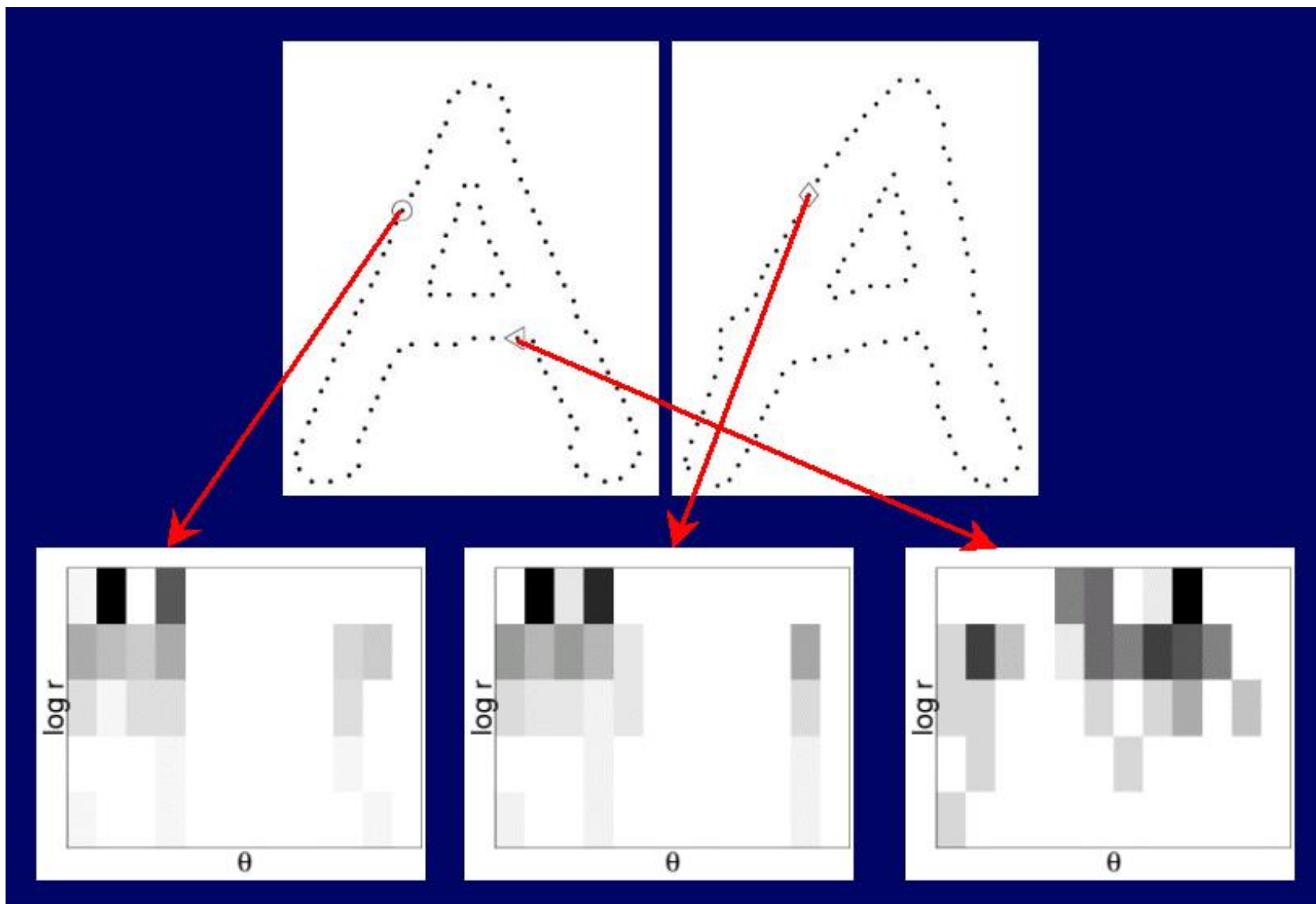
形状上下文 (Shape Context)

一种描述能力强、非常冗余的形状描述子



Serge Belongie, Jitendra Malik, and Jan Puzicha. "Shape matching and object recognition using shape contexts." IEEE T-PAMI 2002.

形状上下文



Demo

内 容

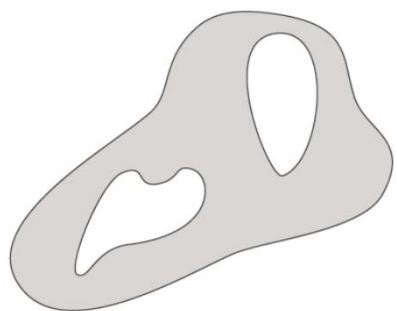
- 边界表示
- 边界描述
- 区域描述
- 基于主成分的描述

简单描述子

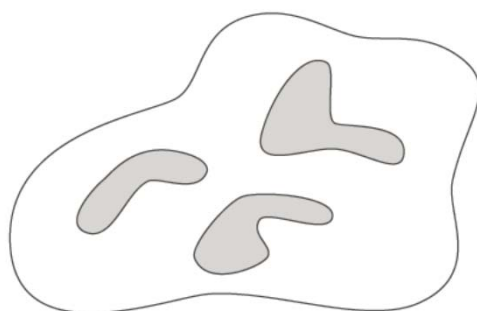
- 面积：区域内像素数
- 周长：区域边界的长度
- Compactness: $\text{周长}^2 / \text{面积}$
- Circularity ratio: $\text{区域面积} / \text{等周长圆面积}$
- 许多描述子可由MATLAB的regionprops函数计算

拓扑描述子 (Topological Descriptor)

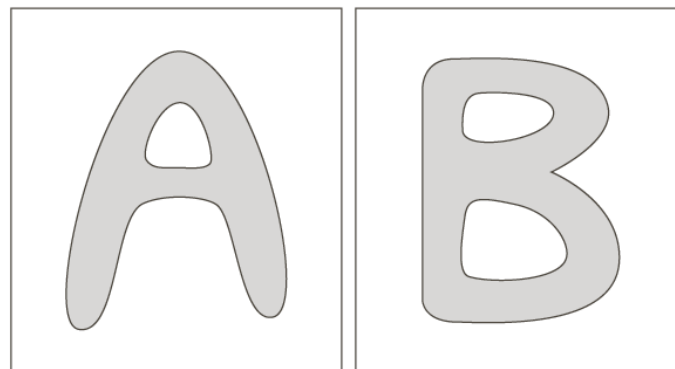
拓扑描述子不受图像的变形影响



洞数
(2)



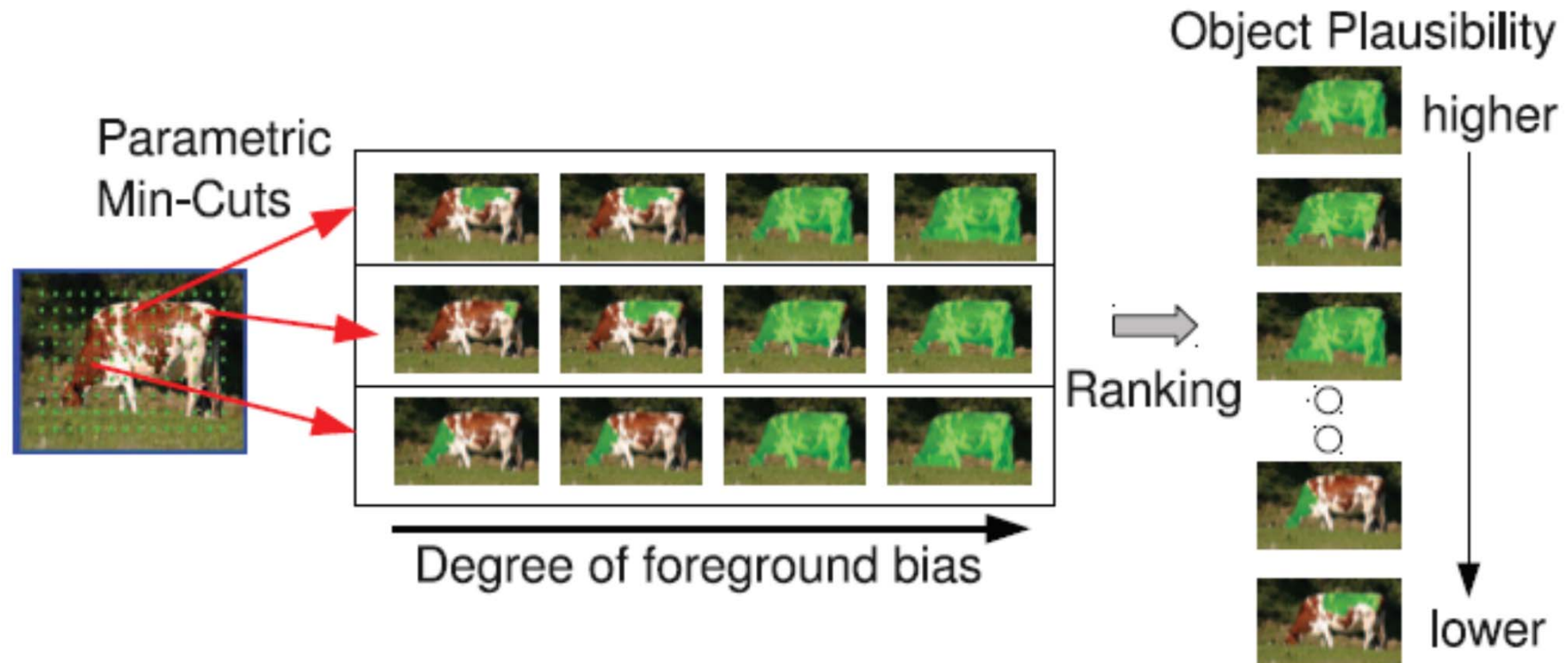
连通成分数
(3)



欧拉数=连通成分数-洞数
(0, -1)

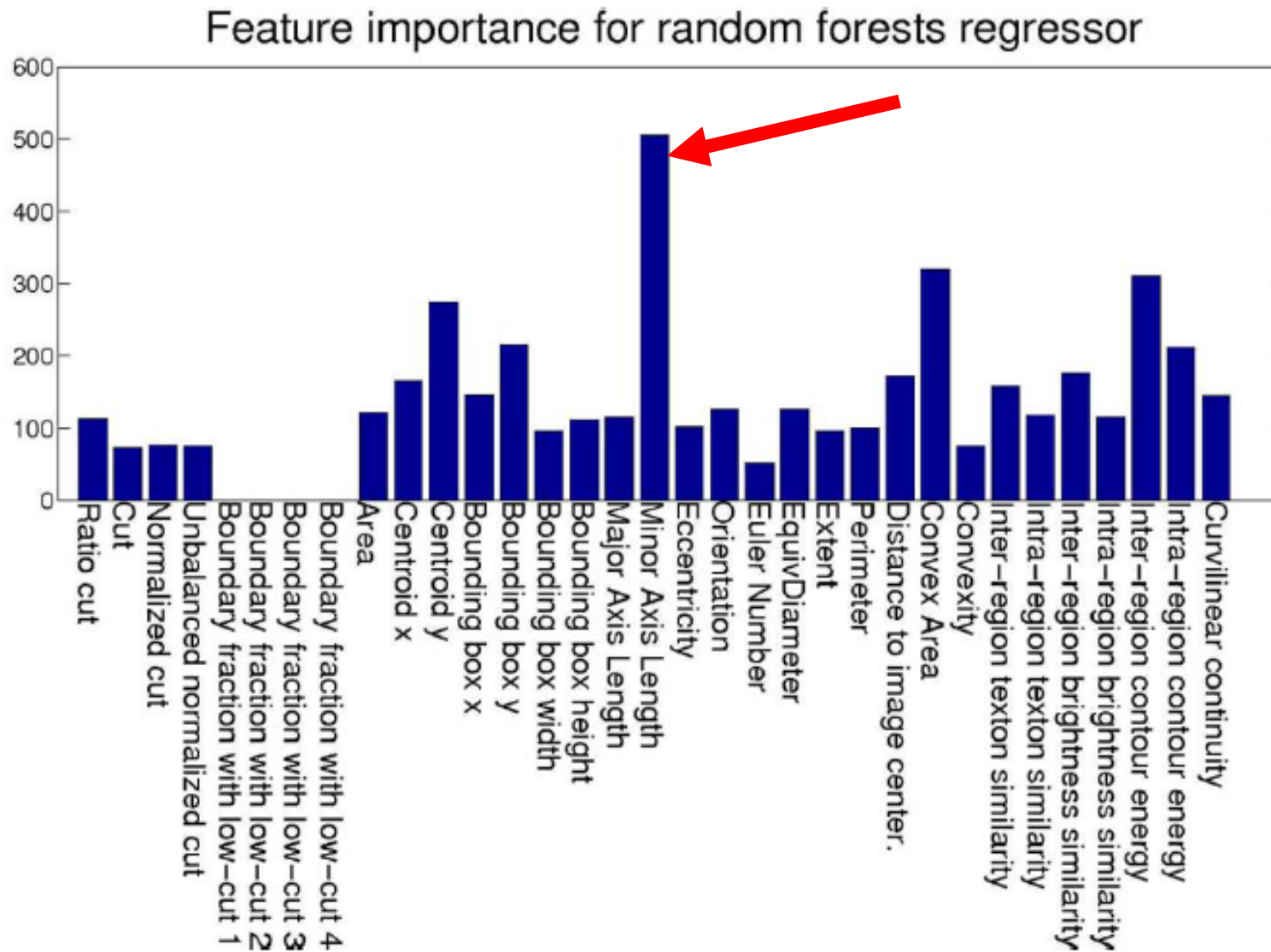
CPMC物体分割

- CPMC方法是一种经典的物体分割方法
- 使用许多区域描述子作为特征，随机森林作为回归器，计算各候选区域是物体的可能性



Carreira, Joao, and Cristian Sminchisescu. "CPMC: Automatic object segmentation using constrained parametric min-cuts." IEEE T-PAMI 2012.

CPMC物体分割



纹理描述子 (Texture Descriptors)

下面介绍几种纹理描述子：

1. 基于灰度直方图的纹理度量
2. 灰度共生矩阵
3. 梯度直方图
4. 谱方法
5. 矩不变量

基于灰度直方图的纹理度量

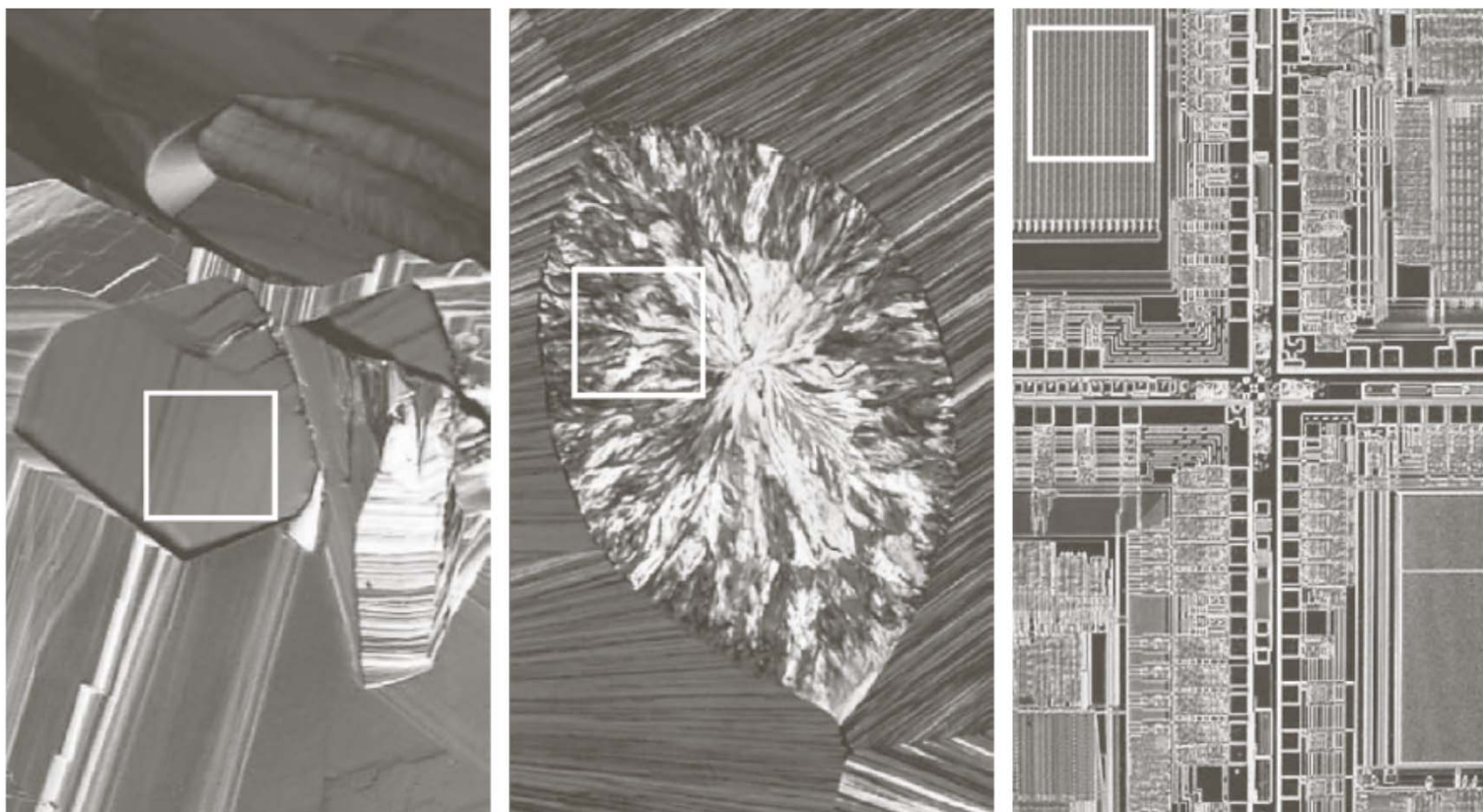
- 图像归一化灰度直方图的统计矩
- 令随机变量 z 表示图像灰度
- 归一化灰度直方图: $p(z_i), i = 0, 1, \dots, L - 1$
- n 阶中心矩:

$$\mu_n(z) = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^n p(z_i), \text{ 其中 } m \text{ 为均值}$$

$$\mu_0 = 1, \mu_1 = 0, \mu_2 \text{ 即方差}$$

- $R(z) = 1 - \frac{1}{1 + \mu_2 / (L-1)^2}$, 除以 $(L-1)^2$ 为归一化
- 均匀度: $U(z) = \sum_{i=0}^{L-1} p^2(z_i)$
- 熵: $e(z) = - \sum_{i=0}^{L-1} p(z_i) \log_2 p(z_i)$

纹理度量的例子



Texture	Mean	Standard deviation	R (normalized)	Third moment	Uniformity	Entropy
Smooth	82.64	11.79	0.002	-0.105	0.026	5.434
Coarse	143.56	74.63	0.079	-0.151	0.005	7.783
Regular	99.72	33.73	0.017	0.750	0.013	6.674

灰度共生矩阵 (Gray-level Co-occurrence Matrix)

- 直方图没有考虑像素的相对位置，对纹理描述能力弱
- 算子 Q 表示2个像素的相对位置，图像 f 有 L 个灰度级
- 灰度共生矩阵 G 的元素 g_{ij} ： 相对位置 Q 的像素对中、值为 z_i 和 z_j 的个数

							1	2	0	0	0	1	1	0
	1	1	7	5	3	2	0	0	0	0	1	1	0	0
Q:	5	1	6	1	2	5	0	1	0	1	0	0	0	0
水平	8	8	6	8	1	2	0	0	1	0	1	0	0	0
相邻	4	3	4	5	5	1	2	0	1	0	1	0	0	0
像素	8	7	8	7	6	2	1	3	0	0	0	0	0	1
	7	8	6	2	6	2	0	0	0	0	1	1	0	2
							1	0	0	0	0	2	2	1

假设灰度值[1,8]

图像 f

共生矩阵 G

灰度共生矩阵

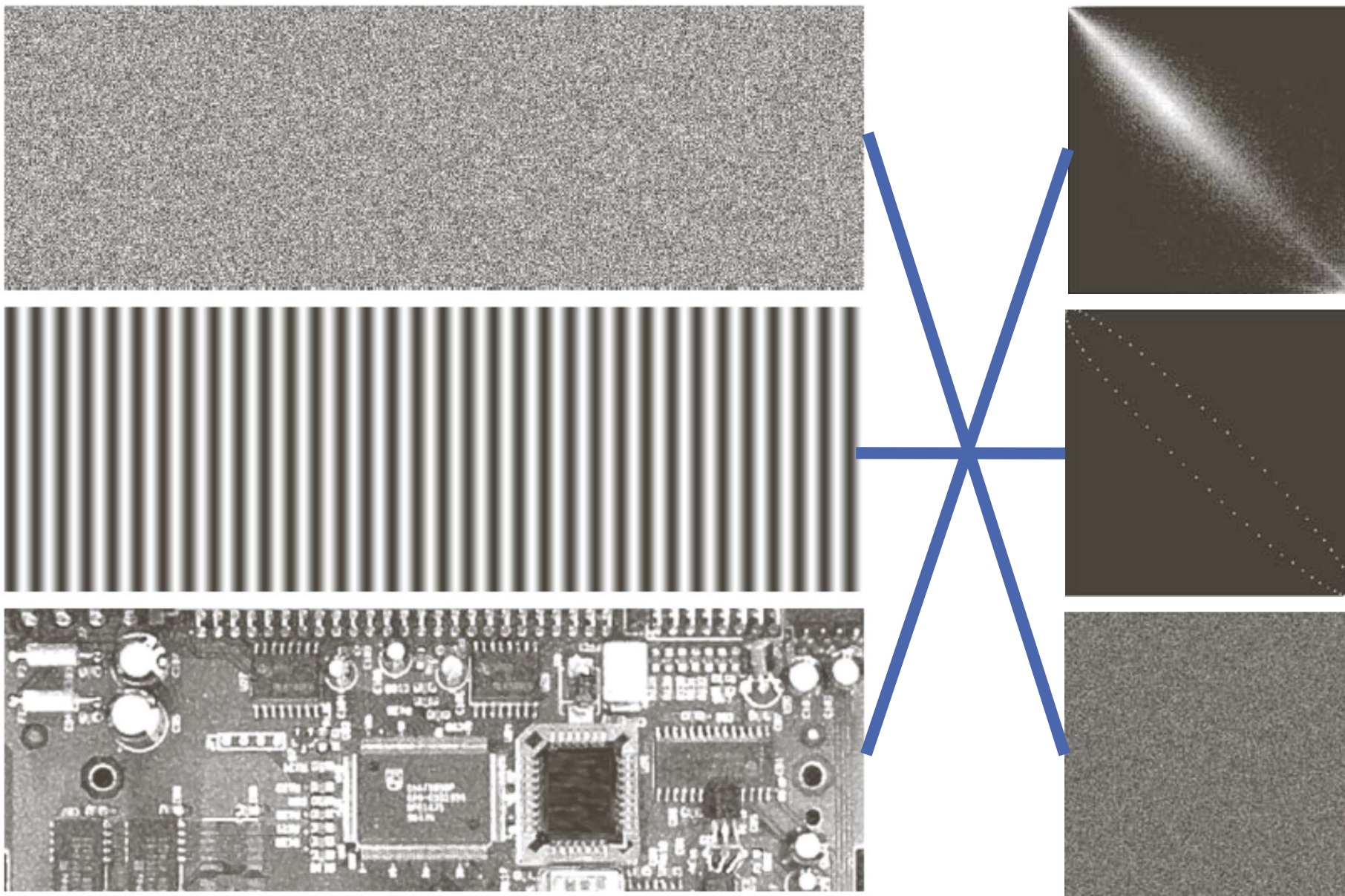
Q: 右下 相邻 像素							3	0	0	0	0	2	0	0
	1	1	7	5	3	2	0	1	0	0	0	0	0	0
	5	1	6	1	2	5	0	0	0	0	1	0	0	1
	8	8	6	8	1	2	0	0	0	0	0	0	2	0
	4	3	4	5	5	1	0	2	0	0	0	1	0	1
	8	7	8	7	6	2	0	1	0	0	1	0	0	1
	7	8	6	2	6	2	1	0	0	0	0	2	0	0
							0	1	1	1	1	0	0	1

假设灰度值[1,8]

图像 f

共生矩阵 G

哪幅图像的共生矩阵?



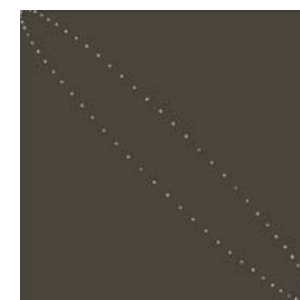
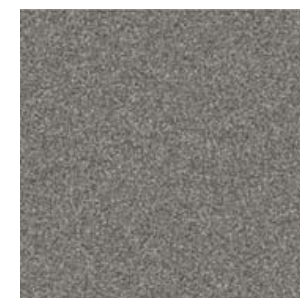
灰度共生矩阵的描述子

- 归一化灰度共生矩阵: $p_{ij} = \frac{g_{ij}}{n}$, n 为 G 的总和
- 基于归一化灰度共生矩阵, 定义如下描述子
 1. 最大概率: $\max(p_{ij})$
 2. 相关系数 (Correlation) :

$$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{(i - m_r)(j - m_c)p_{ij}}{\sigma_r \sigma_c}$$

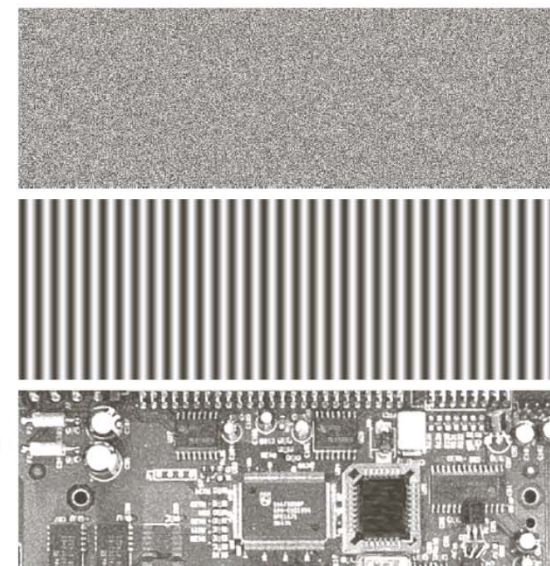
$$m_r = \sum_{i=1}^K i \sum_{j=1}^K p_{ij}$$

$$m_c = \sum_{j=1}^K j \sum_{i=1}^K p_{ij}$$



灰度共生矩阵的描述子

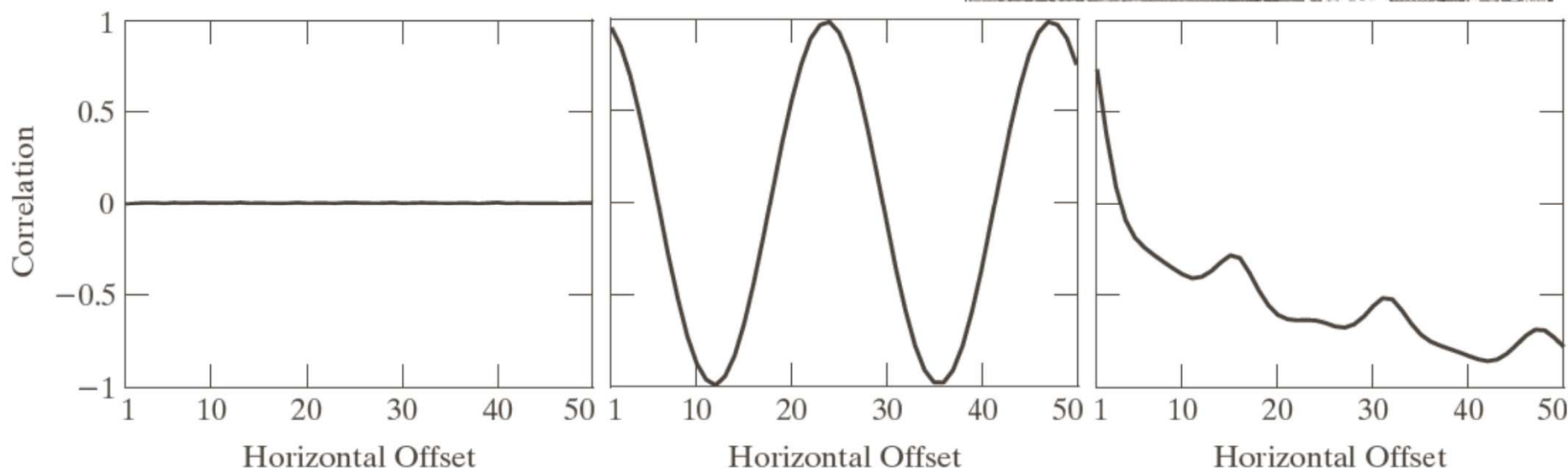
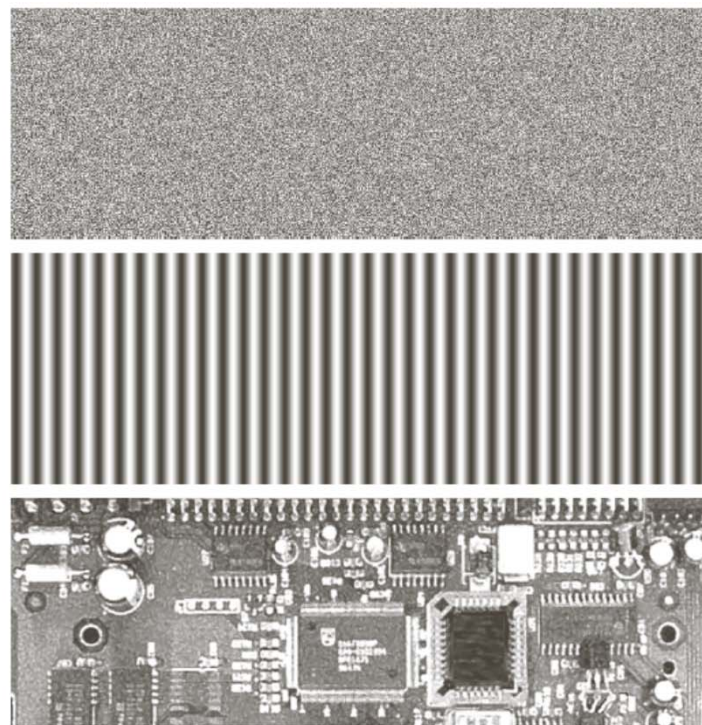
- 对比度 (contrast) : $\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K (i - j)^2 p_{ij}$
- 均匀性 (uniformity) : $\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_{ij}^2$
- 齐次性 (homogeneity) : $\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{p_{ij}}{1 + |i - j|}$
- 熵 (entropy) : $-\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_{ij} \log_2 p_{ij}$



Normalized Co-occurrence Matrix	Descriptor					
	Max Probability	Correlation	Contrast	Uniformity	Homogeneity	Entropy
G_1/n_1	0.00006	-0.0005	10838	0.00002	0.0366	15.75
G_2/n_2	0.01500	0.9650	570	0.01230	0.0824	6.43
G_3/n_3	0.06860	0.8798	1356	0.00480	0.2048	13.58

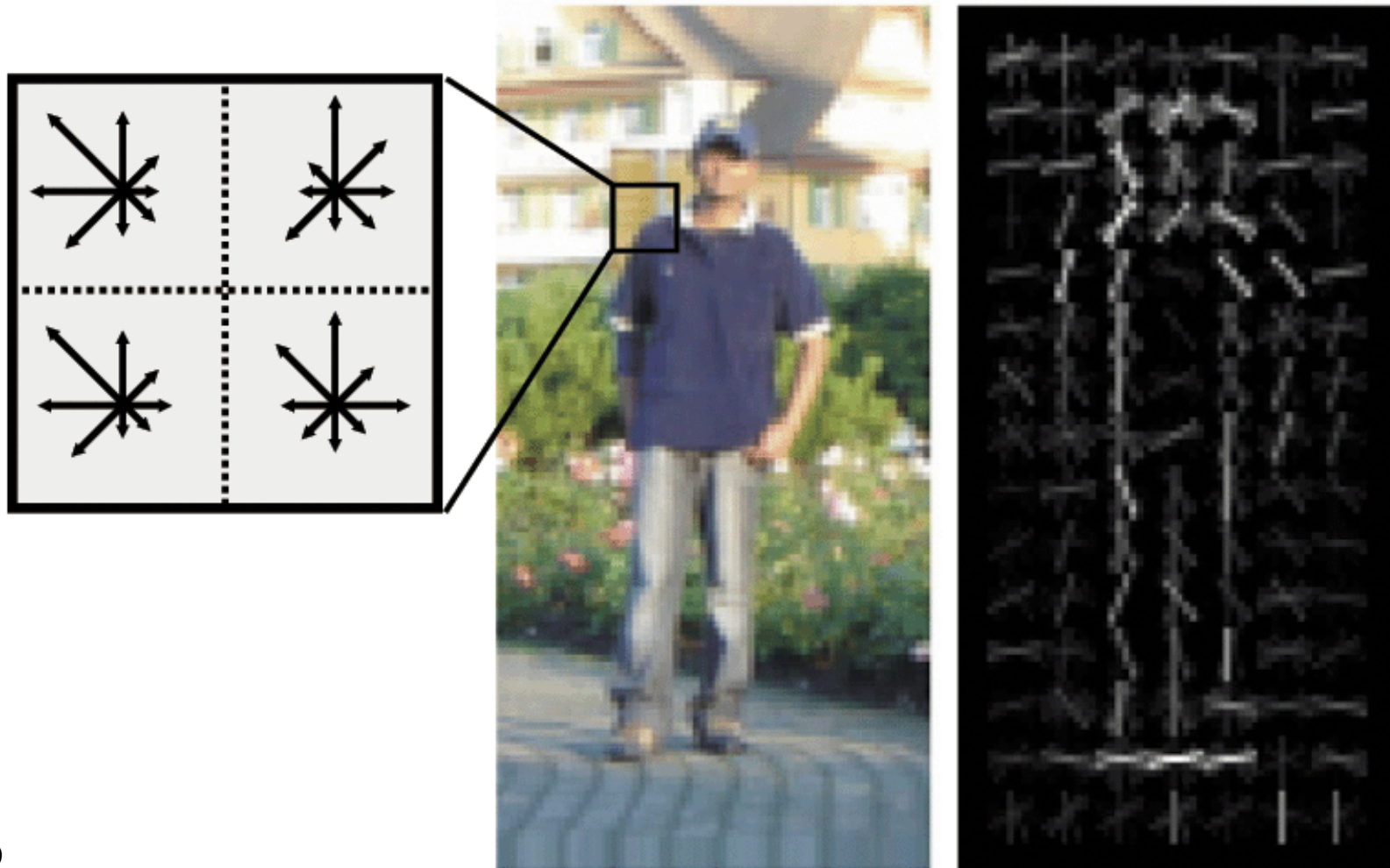
不同偏移灰度共生矩阵的相关值

- 为自动发现重复性图案，尝试不同 Q 算子，分别计算相关值
- 例如，水平方向的两个像素，改变距离
- 为了提高效率，对原始灰度进行量化，减小矩阵大小（ $256 \times 256 \rightarrow 8 \times 8$ ）



Histogram of Oriented Gradients (HoG)

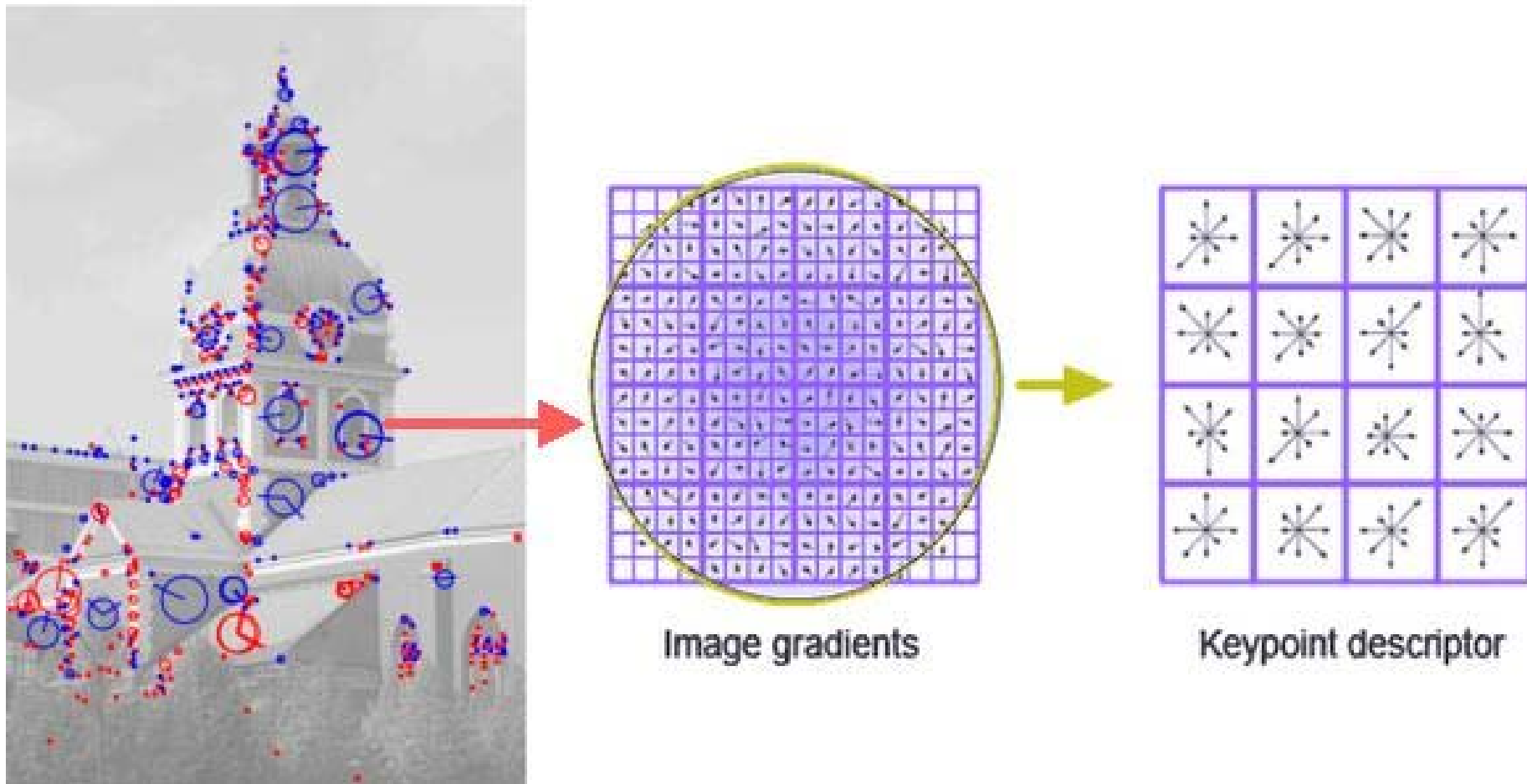
分块统计梯度方向的直方图



demo

Navneet Dalal and Bill Triggs. "Histograms of oriented gradients for human detection." *CVPR* 2005.

Scale-Invariant Feature Transform (SIFT)



demo

David G Lowe. "Distinctive image features from scale-invariant keypoints." *IJCV* 2004.

谱方法 (Spectral Approach)

傅里叶幅度谱的特点：

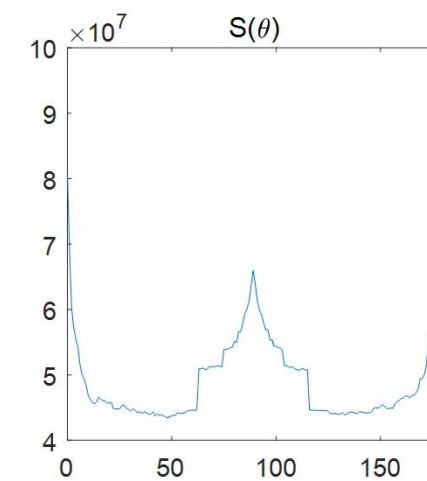
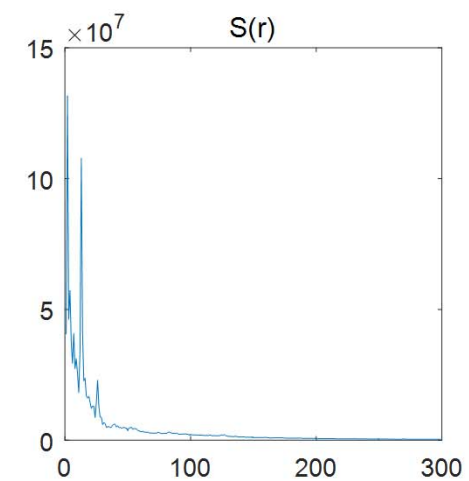
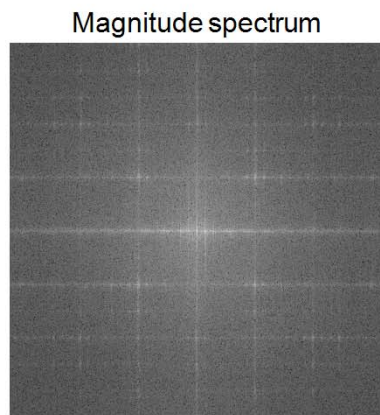
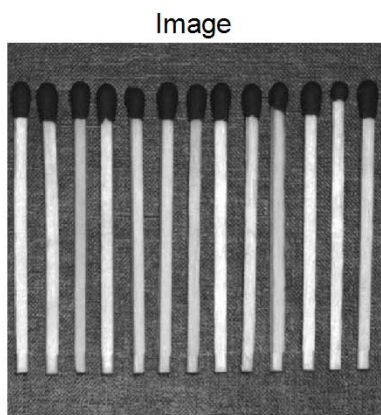
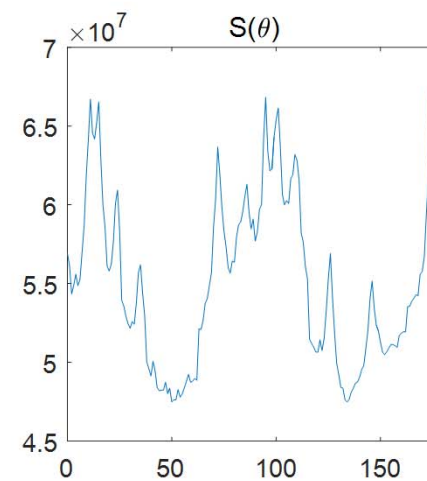
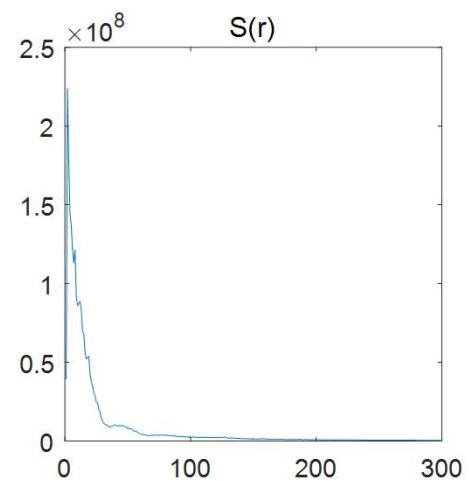
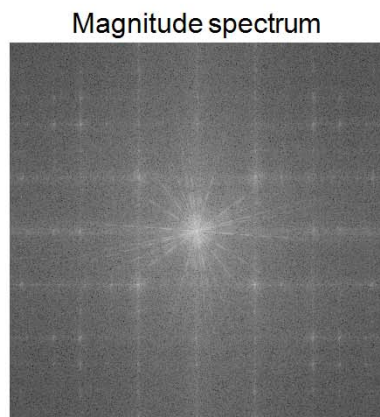
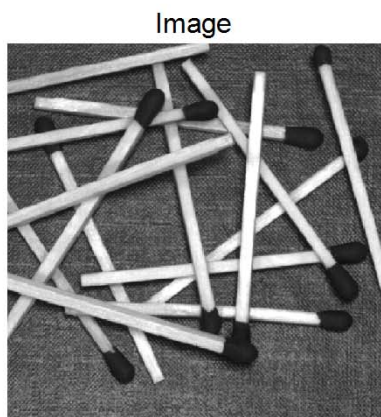
1. 峰值点的角度反应了纹理主要成分的方向
2. 峰值点到原点的距离反应纹理主要成分的周期

为便于估计纹理的方向和周期，使用极坐标形式的幅度谱 $S(r, \theta)$

对 θ 或者 r 积分（求和）

$$S(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S(r, \theta)$$
$$S(\theta) = \sum_{r=1}^{R_0} S(r, \theta)$$

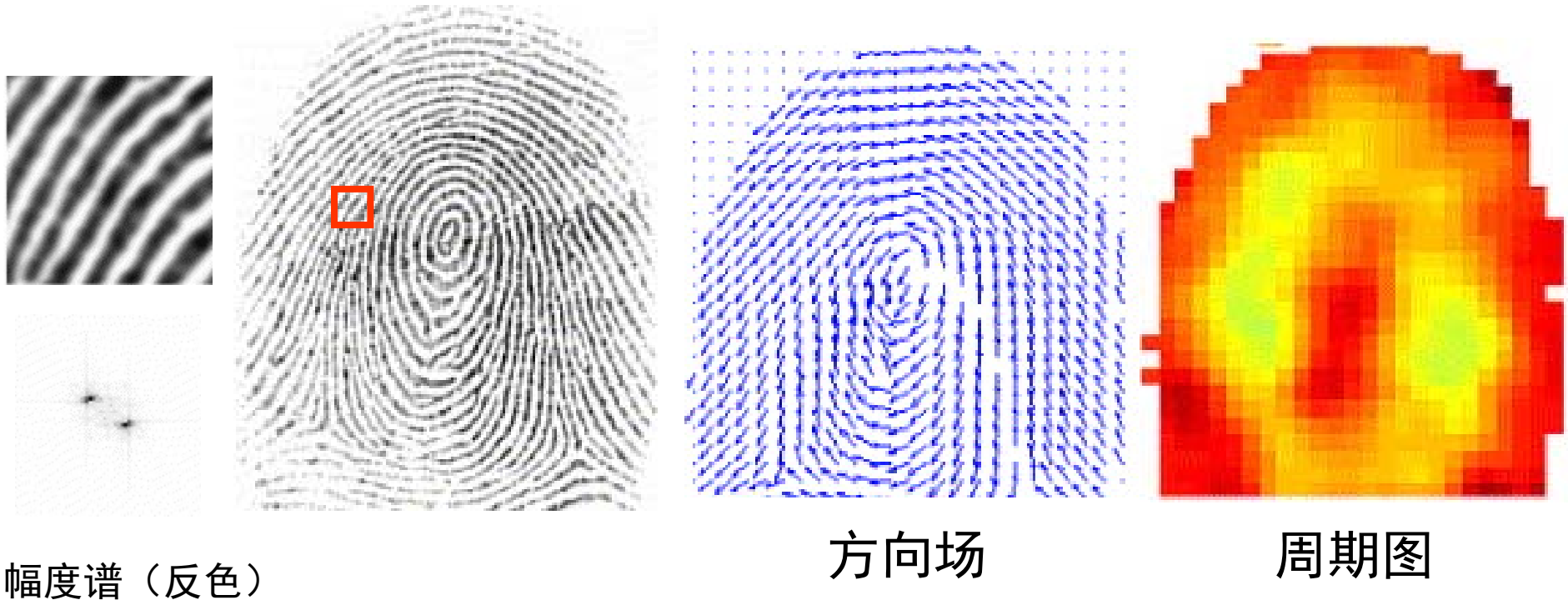
谱方法例子



specxture_test.m

谱方法例子

利用短时傅里叶变换（STFT）估计指纹局部方向和周期



Sharat Chikkerur, Alexander N. Cartwright, and Venu Govindaraju. "Fingerprint enhancement using STFT analysis." *Pattern Recognition* 2007.

矩不变量 (Moment Invariants)

- 灰度/二值数字图像 $f(x, y)$ 的矩不变量是基于矩定义的
- $f(x, y)$ 的 $(p + q)$ 阶矩:

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^p y^q f(x, y)$$

其中, 图像尺寸为 $M \times N$, p 和 q 为非负整数

- $f(x, y)$ 的 $(p + q)$ 阶中心矩:

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$$

其中, $\bar{x} = m_{10}/m_{00}$, $\bar{y} = m_{01}/m_{00}$

- $f(x, y)$ 的归一化中心矩 $\eta_{pq} = \mu_{pq} / \mu_{00}^\gamma$, $\gamma = 1 + (p + q)/2$

矩不变量

基于归一化中心矩，Hu提出7个对平移、缩放、旋转、镜像不变的量（称为Hu矩不变量）

$$I_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$I_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$I_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$I_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$I_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$$

$$I_6 = (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})$$

$$I_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$$

M. K. Hu, "Visual Pattern Recognition by Moment Invariants", IRE Trans. Information Theory, 1962

内 容

- 边界表示
- 边界描述
- 区域描述
- 基于主成分的描述

基于主成分的描述

- 在许多图像处理、分析任务中，对象灰度（纹理、表观appearance）、边界（轮廓、形状）、以及运动场等可视为随机向量
- 例如，人脸灰度，人脸轮廓，指纹方向场，心脏运动场...
- 主成分分析（Principal Component Analysis, PCA）是研究随机向量统计规律的技术

主成分分析

- n 维随机向量 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]$

- 均值向量 (Mean vector)

$$\mathbf{m}_x = E\{\mathbf{x}\}$$

- 协方差矩阵 (Covariance matrix)

$$\mathbf{C}_x = E\{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_x)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_x)^T\}$$

- \mathbf{C}_x 中元素 c_{ij} 和 c_{ji} 是随机变量 x_i 和 x_j 的协方差
 $E\{(x_i - m_i)(x_j - m_j)\}$

- \mathbf{C}_x 对角线元素 c_{ii} 是随机变量 x_i 的方差

- \mathbf{C}_x 是实对称矩阵

主成分分析

- 将实对称矩阵对角化，将对角阵的特征值降序排列， $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$

$$\mathbf{C}_y = \mathbf{A}\mathbf{C}_x\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

- 其中矩阵 \mathbf{A} 的第 i 行是对应于 λ_i 的特征向量
- Karhunen-Loève变换（KL变换）

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{m}_x)$$

- 由于 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^{-1}$

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \mathbf{m}_x$$

主成分分析

- 如果只用 \mathbf{A}^T 的前 k 个特征向量（相当于只用 \mathbf{y} 的前 k 个系数）重建 \mathbf{x} ，得到其近似值 $\hat{\mathbf{x}}$
- $\hat{\mathbf{x}}$ 与 \mathbf{x} 的均方误差 $e_{\text{ms}} = \sum_{j=k+1}^n \lambda_j$
- 既然特征值是降序排列，KL变换是最优的变换（从均方误差的角度）
- 主成分分析的名字，源自重建只用了 k 个最大特征值对应的特征向量
- 类似于利用傅里叶变换的低频系数重建原始信号
- 由于其变换矩阵没有傅里叶变换的对称性，无快速算法，在对速度要求高的应用（如音视频编解码）中应用相对较少

人脸灰度主成分分析

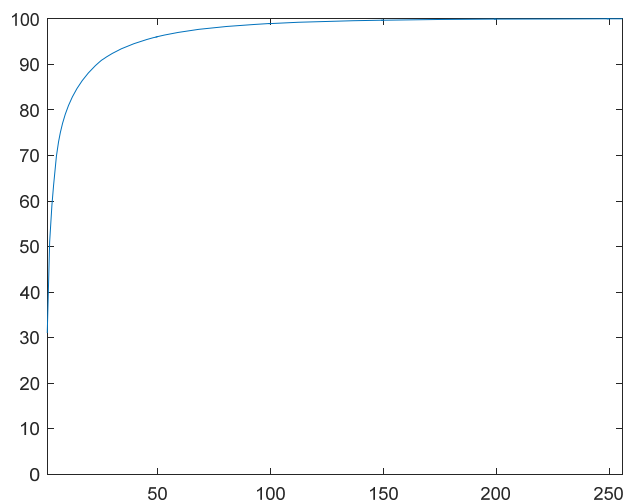


FERET人脸库

人脸灰度主成分分析



平均脸



累计能量占比

(前 k 个特征值之和除以所有特征值之和)

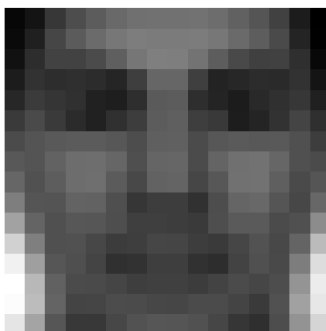
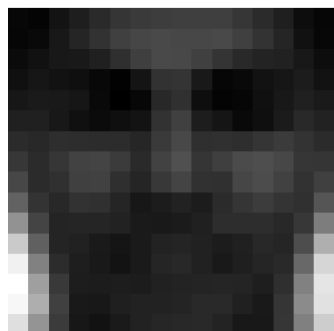


前16个主成分

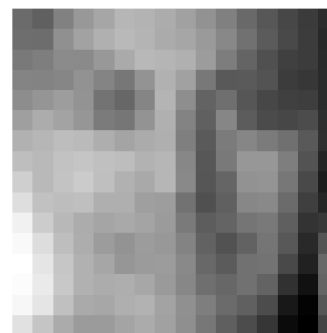
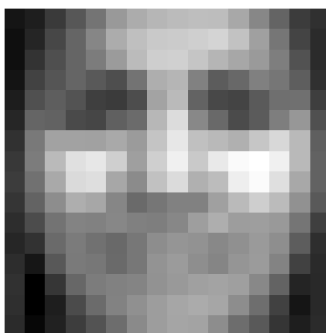
eigenface_demo.m

人脸灰度主成分分析

正系数



负系数



主成分1

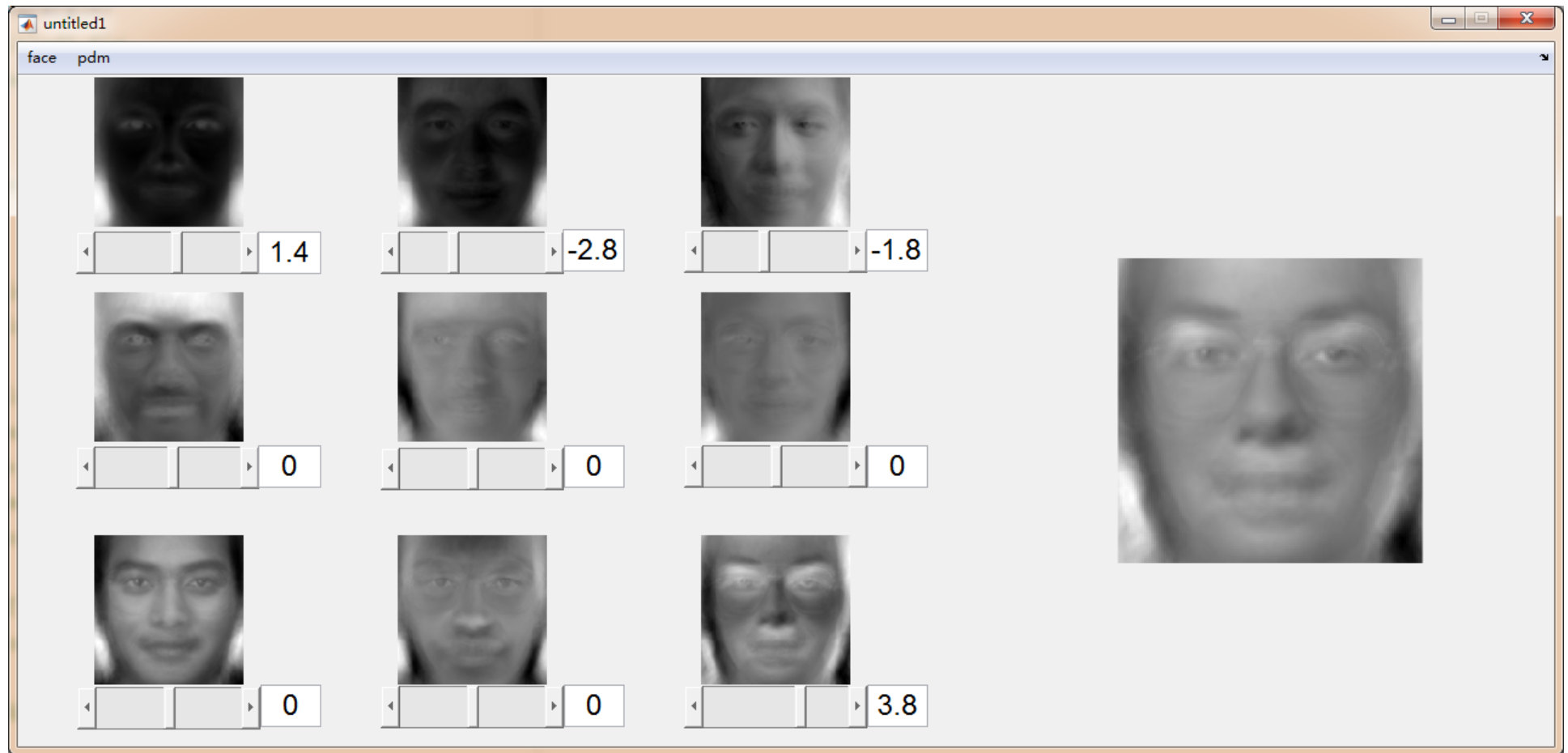
主成分2

主成分3

增加系数的逼近程度



调节系数的合成效果



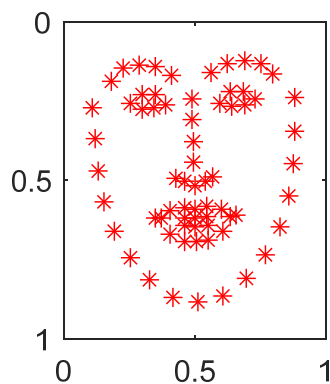
人脸关键点主成分分析

利用主成分分析研究某类物体（例如人脸）形状统计特性，建立点分布模型（Point Distribution Model）

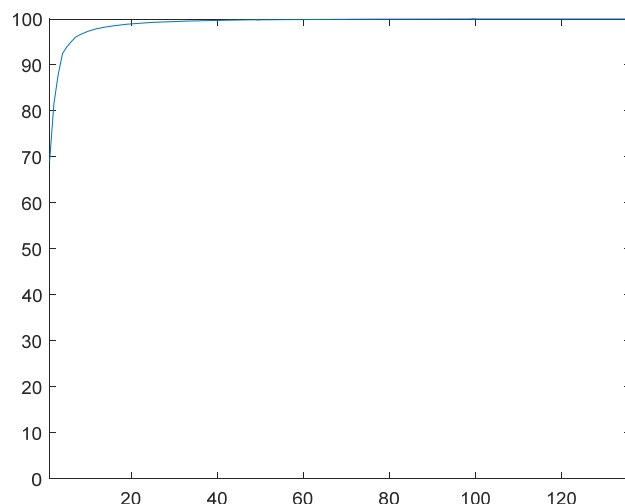


LFPW人脸库

人脸关键点主成分分析

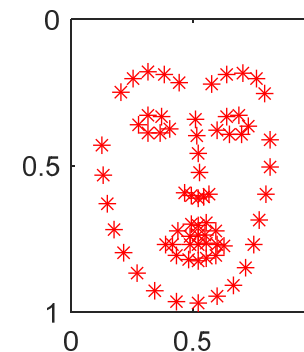
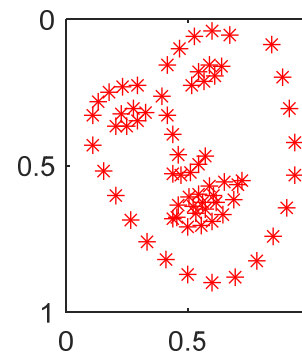
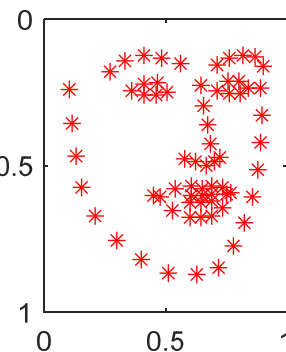


平均脸

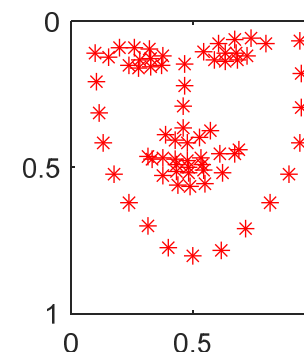
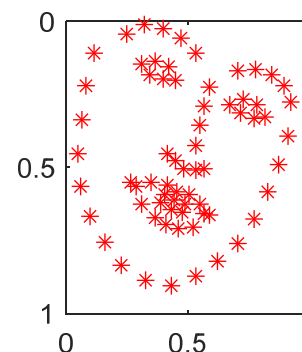
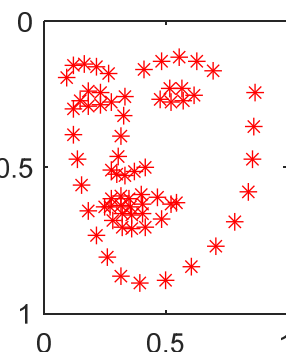


累计能量占比

正系数



负系数

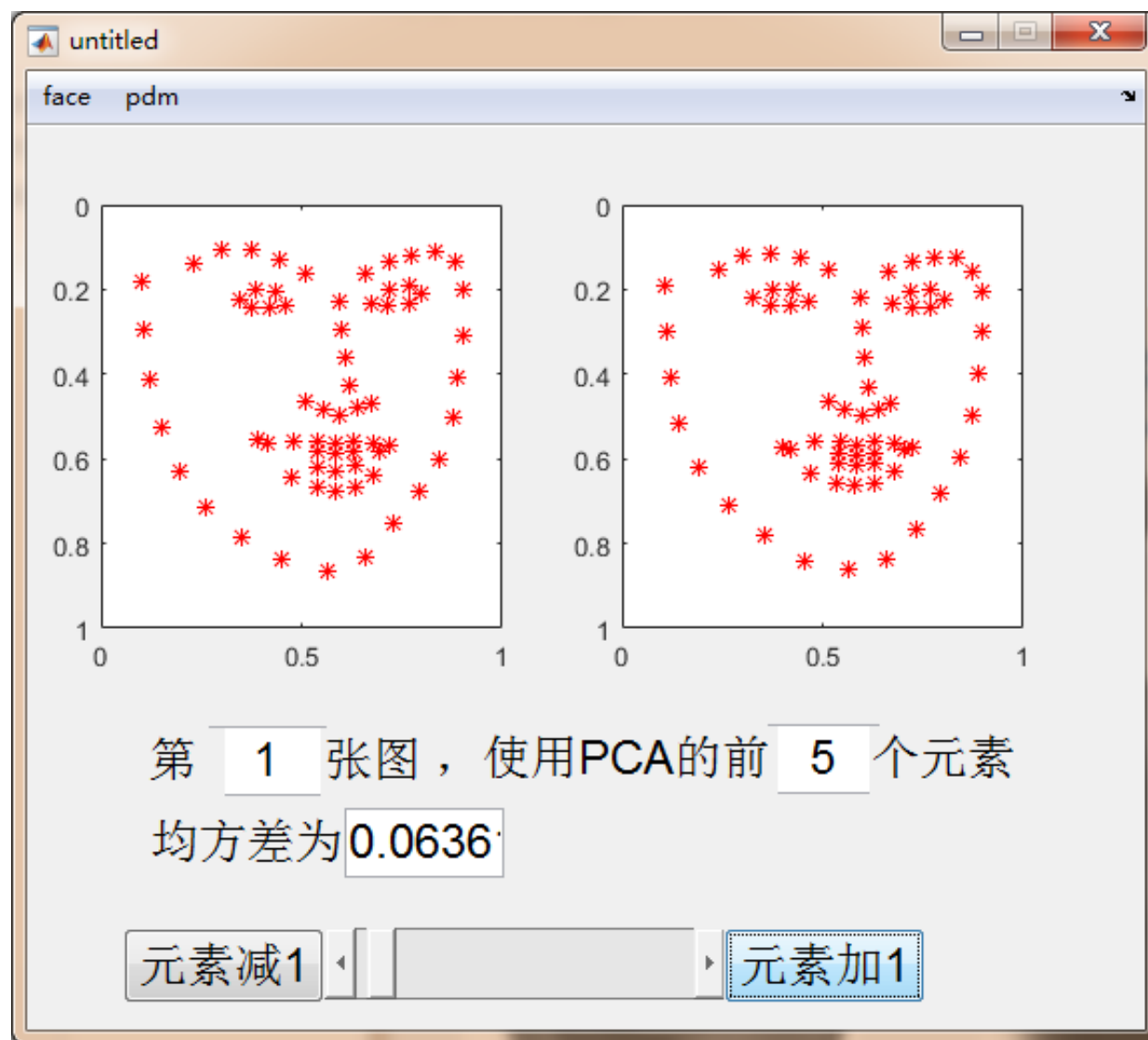


主成分1

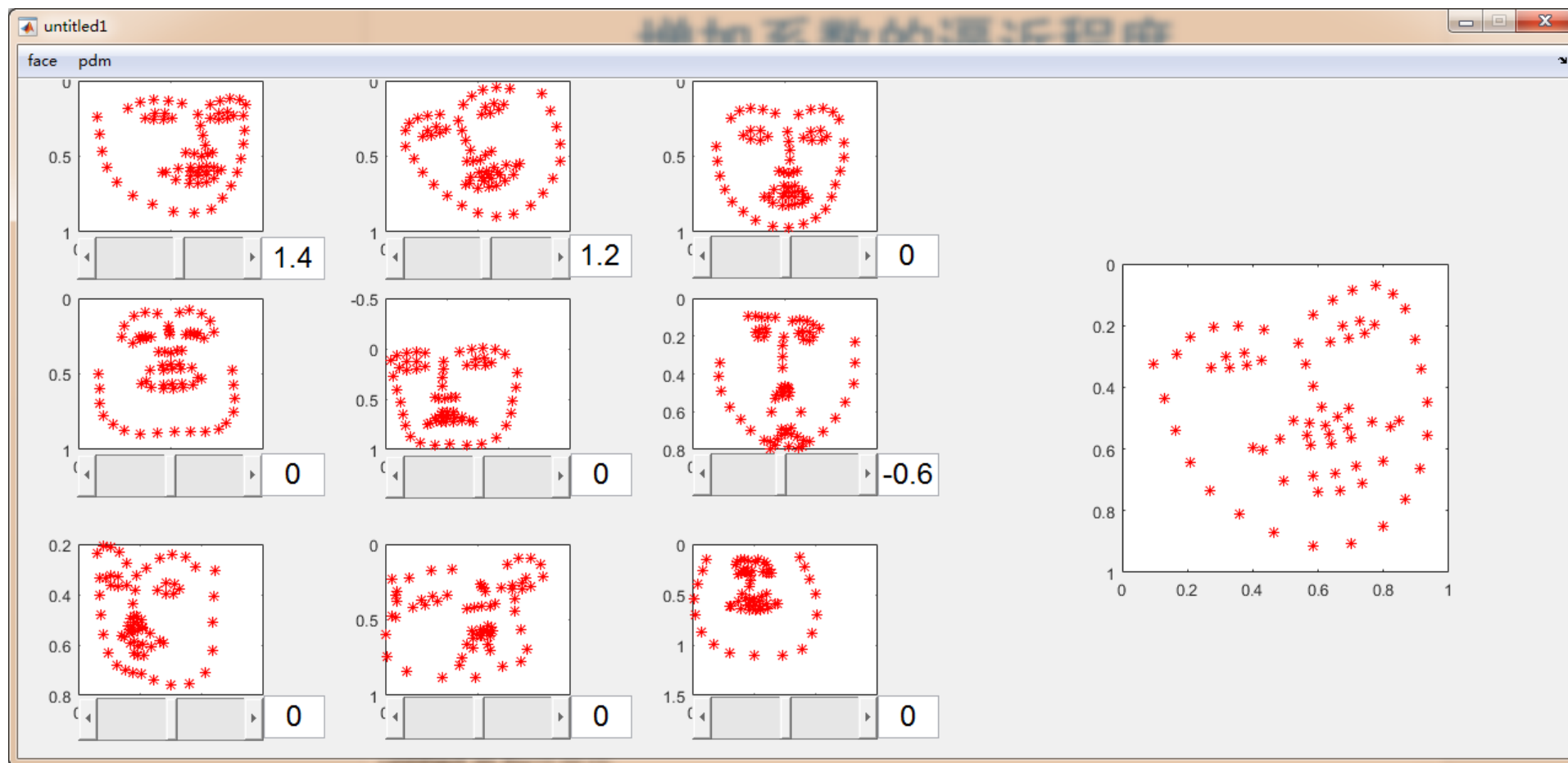
主成分2

主成分3

增加系数的逼近程度

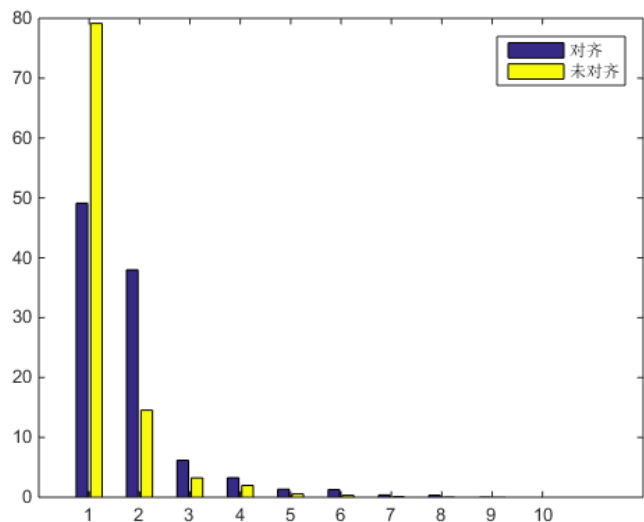


调节系数的合成效果

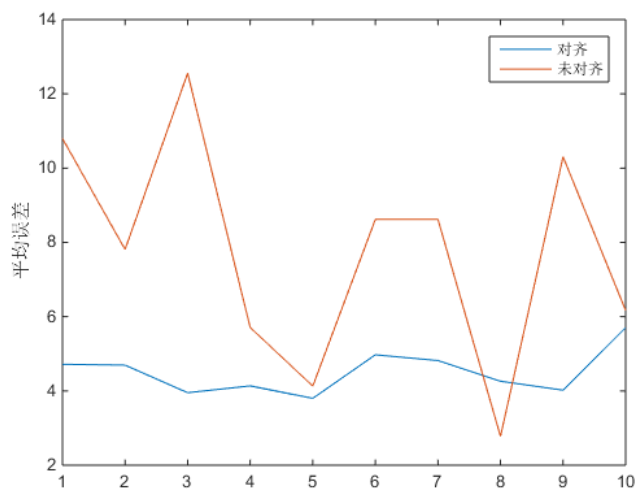


untitled1.m by 许展玮

形状对齐

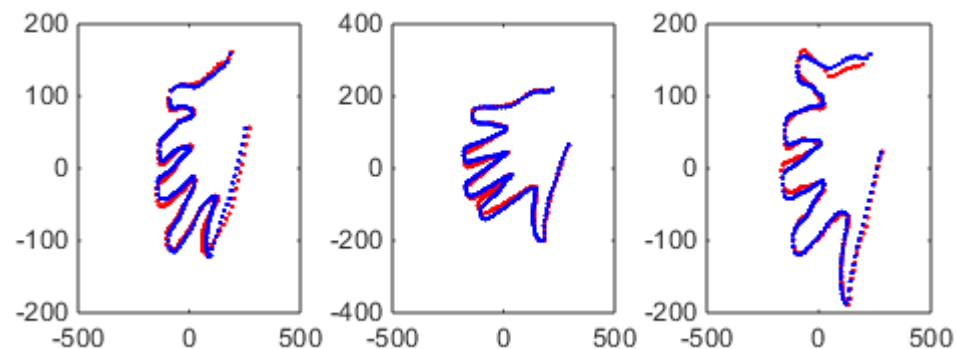


各主成分能量占比

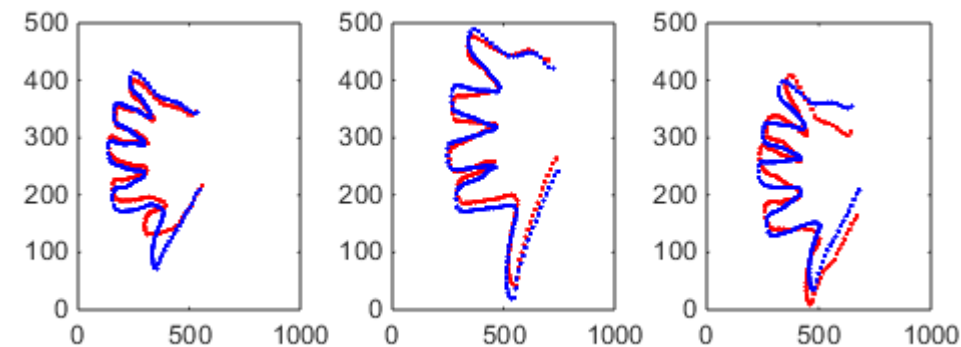


各图像与重建图像平均误差

对齐

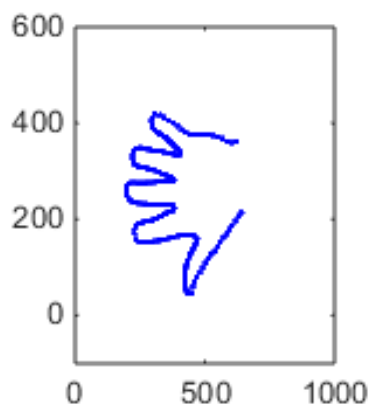


未对齐

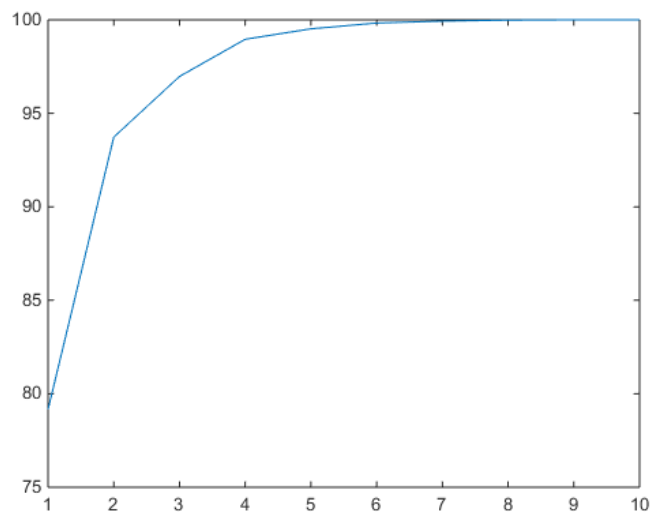


原始图像与
利用前两个主成分重建图像

形状对齐- 未对齐

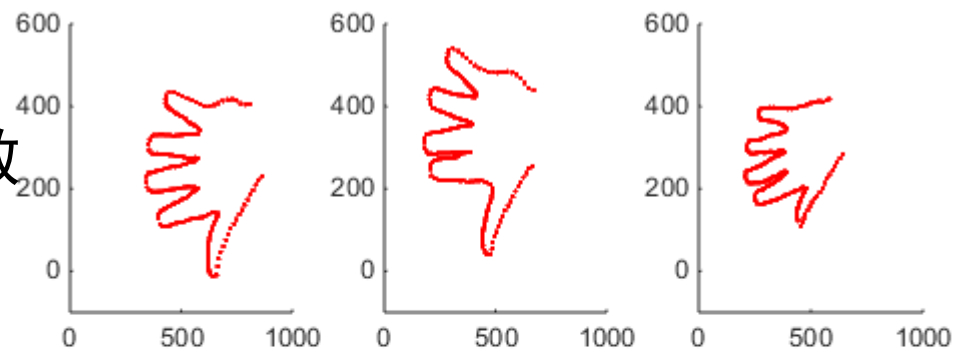


平均手

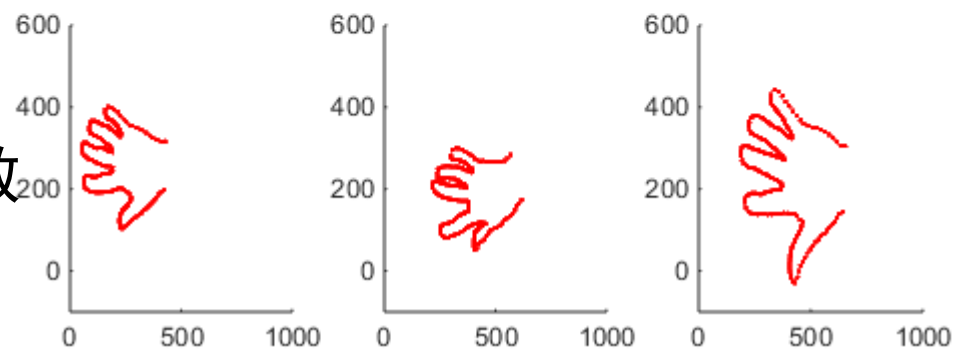


累计能量占比

正系数



负系数



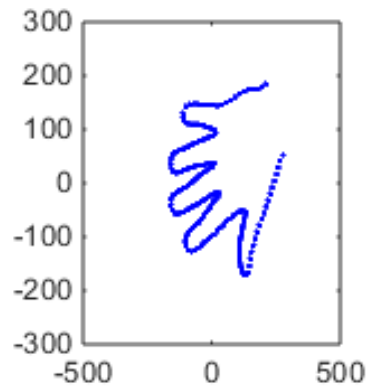
主成分1

主成分2

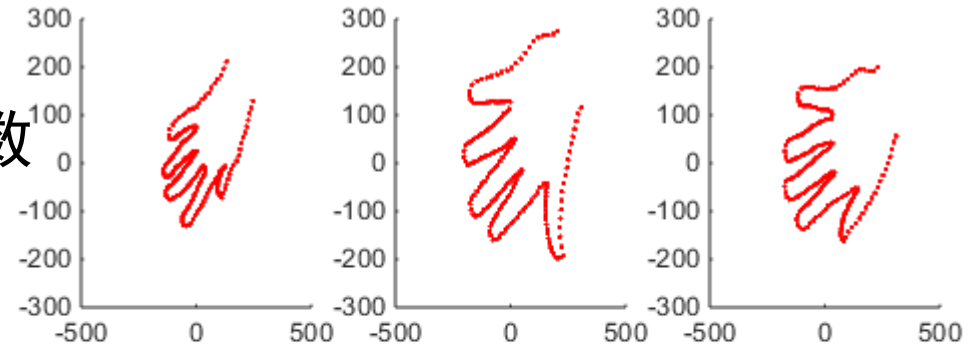
主成分3

ASM_2D_example.m

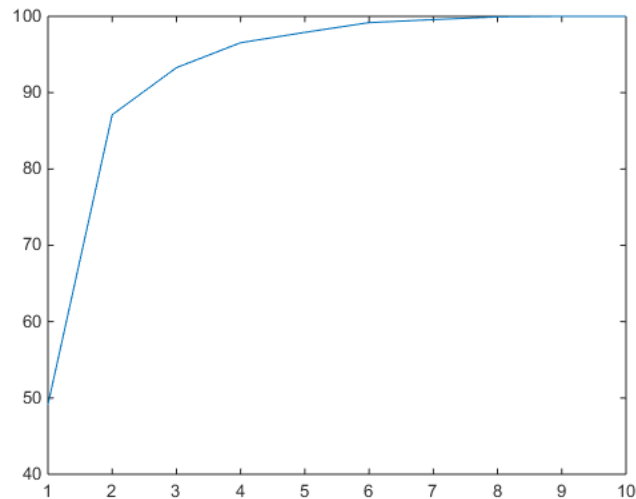
形状对齐



正系数

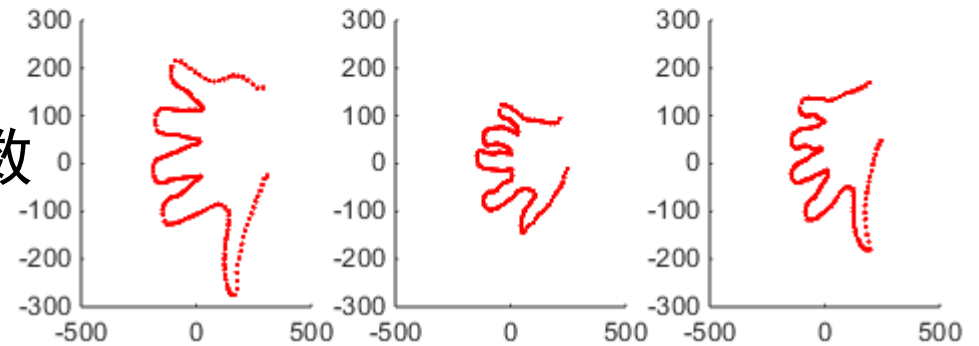


平均手



累计能量占比

负系数



主成分1

主成分2

主成分3

ASM_2D_example.m

作业分享

- 下次课用两小节时间，请作业做得比较好、有代表性的同学用PPT做分享
- 每人报告时间不超过5分钟，其他人可以提问

分享作业的名单

● 小作业3（第1题）

1、李石宇 2015011421

● 小作业5

2、李奇钟 2014011653

3、张芙作 2015011397

● 小作业6

4、许昕 2015011503

5、邢浩 2015011521

6、陆冰钰 2015011530

● 小作业7

7、张佳莉 2015011408

8、祁文浩 2015011519

● 综合作业1

9、陆逸文 2015011443

10、孙映雪 2015011459

11、赵德昌 2015011467

12、李阔 2015011476

● 综合作业2

13、刘琳钰 2015011410

14、叶沁媛 2015011469

● 综合作业3

15、杜昱博 2015011414

16、汪瑜 2015011456