Examen CN

5 iunie 2024

Setul 1

Problema 1 *Să se determine o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_0^\infty e^{-t} f(t)\,\mathrm{d}t = A_1 f(0) + A_2 f'(0) + A_3 f(t_3) + A_4 f(t_4) + R(f)$$

care să aibă grad maxim de exactitate.

Problema 2 *Fie ecuaţia $f(x) = 0$, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, $f \in C^3[a, b]$ şi α o rădăcină simplă a ei.*

(a) *Să se arate că*

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\sqrt{f'(x_k)^2 - f(x_k) f''(x_k)}}$$

generează un şir care converge cubic.

(b) *Scrieţi o funcţie care implementează metoda în MATLAB.*

(c) *Rezolvaţi ecuaţia în $\mathbb{R}$ $xe^x - 1 = 0$, folosind funcţia de la punctul (b).*

Setul 2

Problema 3 *Să se determine o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_{-1}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t = A_1 f(-1) + A_2 f'(-1) + A_3 f(t_3) + A_4 f(t_4) + R(f)$$

care să aibă grad maxim de exactitate.

Problema 4 *Fie ecuaţia* $f(x) = 0,\ f : [a,b] \to \mathbb{R},\ f \in C^3[a,b]$ *şi* α *o rădăcină simplă a ei.*

(a) *Să se arate că*

$$x_{k+1} = x_k - 2\frac{f(x_k)}{f'(x_k)\left(1 + \sqrt{1 - \frac{2f(x_k)f''(x_k)}{f'(x_k)^2}}\right)}$$

generează un şir care converge cubic.

(b) *Scrieţi o funcţie care implementează metoda în MATLAB.*

(c) *Rezolvaţi ecuaţia în* $\mathbb{R}$ $e^x - x^2 = 0$, *folosind funcţia de la punctul (b).*