

安全观演问题

选择位置要求

- (c1) 观众距舞台中心距离至少为 L ;
- (c2) 观众与先到观众距离不小于 r ;
- (c3) 观众不会被先到观众所阻挡, 即任一先到观众到该观众与舞台连线的距离不小于 p ;
- (c4) 观众选择符合要求的距舞台最近的位置。

选择位置方式

有引导: 指定每个观众的符合要求的位置;

无引导: 观众自行选择符合要求的位置。

观众 A_i 位置为 P_i , 与舞台中心 O 的距离为观演距离 i , 观众总人数为 n 。

情形 1. 选择位置要求满足 (c1), (c2), (c4)。

(1) 给出有引导情况下, d_n 的上界及相应的每个观众的位置。对给定的 n , 求 d_n 的最小值;

(2) 改进无引导情况下, d_n 的上界 (目前上界为 $d_n \leq \sqrt{(n-1)r^2 + L^2}$);

(3) 改进 d_n 的下界 (目前下界为 $d_n \geq \left(\frac{\sqrt{n}}{2} - \frac{1}{2}\right)r$)。

(注: 有引导的上界不大于无引导的上界。由于有引导的位置选择是一种特殊的无引导位置选择, 只需考虑无引导情形下的下界。有引导的下界需针对特定的算法。)

情形 2. 观众位置满足 (c1), (c2), (c3), (c4)。

(1) 给出观众寻找符合要求位置的具体做法, 分析其复杂度;

(2) 改进存在可行位置的观众人数 N 的上界 (目前上界为 $n \leq \left(\frac{\pi r}{p}\right)^2 + \frac{2\pi L}{p}$);

(3) 给出有引导情况下, 存在可行位置的观众人数 N 的下界及相应的每个观众的位置, 对给定的 n , 求 d_n 的最小值;

(4) 给出无引导情况下, 存在可行位置的观众人数 N 的上界。对给定的 n , 给出 d_n 的上界与下界估计。