1.设顾客到达系统的时间间隔独立同服从参数为p的几何分布. 各个顾客服务时间独立同服从参数为μ的几何分布, 且与顾客到达过程独立.这里$0 < p, \mu < 1$.

系统中只有一个服务员. 用X_n表示n时系统里的顾客数.

则$\{X_n\}$是时齐的Markov链.

(i)写出$\{X_n\}$的一步转移概率;

(ii)$\{X_n\}$正常返当且仅当p和μ满足什么条件;

(iii)求出正常返时$\{X_n\}$的平稳分布.

2.顾客按速率为1的齐次泊松过程到达，每个顾客接受服务时间独立同分布.只有一个服务员.顾客到达时服务员空着就接受服务，否则排队等待.第一个到达的顾客称为第0代.对非负整数i，在第i代顾客服务过程中到达的顾客称为第$i+1$代.令Z_i表示第i代顾客数，则$\{Z_n;n\geq 0\}$是分支过程.第一个顾客服务时间T具有分布律$P(T=1)=P(T=2)=1/2$.计算：

(1)Z_1的分布律；

(2)Z_1的生成函数$\phi(t)=E(t^{Z_1}),0\leq t\leq 1$.

(3)在$Z_1=2$的条件下，Z_2的分布律.

3. 假设$E\xi=\mu$，$Var(\xi)=\sigma^2>0$. 令$\mathbf{Z}=(Z_n,n\ge 0)$是分枝过程，证明：

$$E(Z_nZ_m)=\mu^{n-m}EZ_m^2,\quad m\le n.$$

(提示:先考虑关于Z_m取条件期望,再取期望,也就是

$$E(Z_nZ_m)=E[E(Z_nZ_m\mid Z_m)]$$

4.设$\phi(s)=1-p(1-s)^{\beta}$为ξ的生成函数，这里$0<p<1,0<\beta<1$.

（1）计算ξ的分布律，（提示：$P(\xi=k)=\dfrac{\phi^{(k)}(0)}{k!}$)

（2）计算$\phi_n(s)$.

♦课本上习题五:4, 7