

浙江大学 2023 - 2024 学年秋冬学期

《组合优化》课程专项练习（在线问题下界）

姓名：_____学号：_____所属院系：_____

一、考虑背包问题的在线形式。背包容量事先已知，物品一个个相继出现，物品出现后方知其价值和大小。具体地，第 j 个物品在第 $j-1$ 个物品是否放入背包已被确定后才出现，且此前已作出的前 $j-1$ 个物品是否被放入背包的决定不可更改。试证明，即使所有物品大小都相同，任意在线算法的竞争比都不为有限常数。

二、考虑下面的可拒绝在线排序问题。现有两台同型机和若干工件，工件 J_j 的加工时间 $p_j \equiv 1$ ，罚值 $w_j \leq 1, j=1, \dots, n$ 。任一工件既可以在两台机器中的任一台上加工，也可以被拒绝加工。工件一个个相继出现，工件出现后方知其罚值，第 j 个工件仅在第 $j-1$ 个工件是否加工及在哪台机器上加工已被确定后才出现，且此前已作出的前 $j-1$ 个工件是否加工及在哪台机器上加工的决定不可更改。记最后所得的关于所有被加工工件的排序的 makespan 为 C ，所有被拒绝工件的罚值之和为 W ，目标函数为极小化 $C+W$ 。试给出该在线问题的一个下界。

三、一同学欲在两天时间内将总额为 100 单位的 A 货币兑换成 B 货币。假设两种货币的汇率 α 在 $[1, k]$ 之间波动，汇率为 α 表示每单位的 A 货币可兑换 α 单位的 B 货币。每天兑换的数量可为任意数值，但兑换时不知道次日的汇率。目标为兑得的 B 货币数量尽可能多。试给出该问题的一个下界。

四、某航班经济舱共有 $N=150$ 个舱位，航空公司为其确定了两种票价，高价位 $f_1=500$ 元和低价位 $f_2=400$ 元。顾客向航空公司提出其中一种价位的购票意愿，航空公司可以按顾客希望的价位售出机票，也可以拒绝顾客的购票要求。当所有舱位全部售出后，之后顾客的购票请求全被拒绝。假设顾客的购票需求在线到达，航空公司在决定是否售票给当前顾客时不知道以后顾客的购票意愿。现航空公司需制定一种策略（算法），目标为使航空公司的实际票款收益尽可能大。试给出该问题的一个下界。