习题

1. 令$N(t)$表示某只股票在时间$(0,t]$ 跳跃的次数. 假设$\{N(t);t \geq 0\}$ 是参数为为$\lambda=2$的齐次泊松过程. 令S_n为第n次跳跃的时刻. 计算

   (1) $P(N(1)=1,N(2)=2,N(3.5)=4)$;

   (2)$P(N(3.5)=4|N(1)=1,N(2)=2)$;

   (3)$P(N(2)=2|N(3.5)=4,N(4)=4)$;

   (4) $P(S_3<2|N(4)=4)$.

   (5) $E(N(1)N(2)N(3))$.

2 设$N=\{N(t);t\geq 0\}$ 是参数为$\lambda>0$的泊松过程, $P(T_0=1)=P(T_0=-1)=0.5$, T_0 与N 独立. 对$t\geq 0$, 令$T(t)=T_0(-1)^{N(t)}$.

   (1) 求$ET(t)$ 和$Cov(T(s),T(t))$;

   (2)令$X(t)=\int_0^t T(s)\,ds$, 求$EX(t)$ 和$Cov(X(s),X(t)$.

3 设$\{N(t);t\geq 0\}$是参数为$\lambda>0$的齐次泊松过程, S_n 为第n 个事件发生的时刻(特别地, $S_0=0$). 固定$t>0$, 令

$$\begin{aligned} A_t &= t-S_{N(t)}, \\ B_t &= S_{N(t)+1}-t, \\ L_t &= S_{N(t)+1}-S_{N(t)}. \end{aligned}$$

   (1)证明A_t 和B_t独立, 并求它们的分布函数;

   (2) 计算L_t的密度函数.