

一、某种硬币单枚质量为 $W$ 克。现有 $N$ 堆该种硬币，依次标记为 $1, 2, \dots, N$ 。其中可能有若干堆，每堆均是伪币。所有伪币质量均相同，且不为 $W$ 。伪币所在堆的指标集记为 $I$ 。为求出 $I$ ，现用一可精确测得质量的电子秤称量两次。第一次从每堆硬币中各取1枚，称得总质量为 $M_1$ 克，第二次从第 $i$ 堆硬币中取 $p^i$ 枚， $i=1, 2, \dots, N$ ，称得总质量为 $M_2$ 克，这里 $p$ 为正整数（假设每堆硬币数量足够多）。

（1）试给出 $M_1, M_2$ 和 $W$ 的某个函数，其值仅与 $I$ 和 $p$ 有关，而与伪币的质量无关；

（2）为能用上述方法通过两次称量求出指标集 $I$ ， $p$ 应满足什么条件？试给出某个满足条件的 $p$ 值；并说明若取 $p=2$ ，可能无法用上述方法通过两次称量求出 $I$ 。

二、在杭州迎接第19届亚洲运动会时， $n$ 名同学正在老师的带领下与亚运会吉祥物“江南忆”做游戏。游戏开始前，同学可以商定在游戏中采取的策略，但游戏进行过程中，同学之间不能互相交流。游戏开始时，老师在每位同学的背后贴上印有三个吉祥物“琮琮”、“宸宸”和“莲莲”之一的图案，不同同学背后的图案可以不同。每个同学不能看到自己背后的图案，但能看到除他自己外所有其他同学的图案。

（1）现老师要求所有同学分站为3列。每列所有同学背后的图案均完全相同时，视为“成功”。试给出一种策略，使成功的可能性尽可能大；

（2）现老师要求每位同学同时在纸上画出自己背后的图案。一位同学所画的图案与自己背后的图案相同时视为该同学“成功”。试给出一种策略，使该策略能确保成功的同学数量尽可能多。