1. 设$\xi_1, \xi_2, \cdots$独立同分布，$\xi_i \sim U(0,1)$，对$0 \le t \le 1$定义

$$X(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{\{\xi_i \le t\}},$$

其中 $1_{\{\xi_i \le t\}} = \begin{cases} 1, & 若\ \xi_i \le t \\ 0, & 其它. \end{cases}$

求 $EX(t)$，$Cov(X(s), X(t))$.

2. 令$\{Z_n;\ n \in \mathbb{Z}\}$是两两不相关随机变量序列，$EZ_n = 0$，$Var\, Z_n = 1$. 令

$$X_n = \sum_{i=0}^{r} \alpha_i Z_{n-i},\quad n \in \mathbb{Z}.$$

这里$r \ge 1$，$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_r$常数.

求 EX_n 和 $Cov(X_n, X_m)$.

(2) 计算$(X(1), X(2))$的联合分布律

3. 设$X(t) = At + (1-|A|)B$，$t \ge 0$，这里A和B独立同分布，$P(A=0) = P(A=1) = P(A=-1) = \dfrac{1}{3}$.

(1) 写出$\{X(t)\}$的所有样本函数；

(2) 计算$P(X(1)=1)$，$P(X(2)=1)$和$P(X(1)=1, X(2)=1)$.

4. 设$Z(t) = AXt + 1 - A$，$t \ge 0$，这里A和X相互独立，$P(A=0) = P(A=1) = \dfrac{1}{2}$，$X \sim N(1,1)$.

(1) 计算$P(Z(1)<1)$，$P(Z(2)<2)$，$P(Z(1)<1, Z(2)<2)$；

(2) 计算$\mu_Z(t)$，$R_Z(s,t) = E[Z(s)Z(t)]$，这里$\mu_Z(t) = E[Z(t)]$.

5. 独立重复地掷一颗均匀的骰子，用Z_n表示前n次中掷出6点的次数.

(1) 计算$P(Z_2=1, Z_5=3, Z_7=5)$；

(2) 求$P(Z_{18000} > 2900)$的近似值；

(3) 若掷骰子一直到恰好出现20次6点为止，问需掷多于180次的概率近似为多少？