P177.

1.(2): $\begin{cases} x'(t)=1-\cos t \\ y'(t)=\sin t \\ z'(t)=2\cos\frac{t}{2} \end{cases}$ 切向量 $\vec{v}=(1,1,\sqrt{2})$. $P(\frac{\pi}{2}-1,1,2\sqrt{2})$

切线方程 $x-\frac{\pi}{2}+1=y-1=\frac{z-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

法平面 $x-\frac{\pi}{2}+1+y-1+\sqrt{2}(z-2\sqrt{2})=0$. 即 $x+y+\sqrt{2}z-\frac{\pi}{2}-4=0$

(3): $\frac{\partial(F,G)}{\partial(y,z)}\Big|_{P_0}=\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2y & 2z\end{pmatrix}\Big|(1,-2,1)=\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ -4 & 2\end{pmatrix}=6$

$\frac{\partial(F,G)}{\partial(x,z)}\Big|_{P_0}=\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2x & 2z\end{pmatrix}\Big|_P=\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=0$

$\frac{\partial(F,G)}{\partial(x,y)}\Big|_P=\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2x & 2y\end{pmatrix}\Big|_P=\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & -4\end{pmatrix}=-6$

切线 $\begin{cases} x+z=2 \\ y=-2 \end{cases}$ 法平面: $6(x-1)-6(z-1)=0$ 即 $x=z$

4.

(1): $F(x,y,z)=2x^4+3y^3-z$.

法线向量函数为 $\vec{n}=(8x^3,9y^2,-1)$. 故 $\vec{n}_0=(64,9,-1)$

法线方程 $\frac{x-2}{64}=\frac{y-1}{9}=\frac{z-35}{-1}$

切平面方程 $64(x-2)+9(y-1)-(z-35)=0$ 即 $64x+9y-z-102=0$

(2) 法向量函数 $\vec{n}(x,y,z)=(\frac{1}{z}e^{\frac{x}{z}},\frac{1}{z}e^{\frac{y}{z}},-\frac{x}{z^2}e^{\frac{x}{z}}-\frac{y}{z^2}e^{\frac{y}{z}})$

$\vec{n}(P)=(2,2,-4\ln 2)$

切线 $\frac{x-\ln 2}{2}=\frac{y-\ln 2}{2}=\frac{z-1}{-4\ln 2}$ 即 $2x-2\ln 2=2y-2\ln 2=\frac{z-1}{-\ln 2}$

切平面 $2(x-\ln 2)+2(y-\ln 2)-4\ln 2(z-1)=0$

即 $x+y-z\ln 4=0$

(3) ∵ 法向量方程

$\vec{n}(x,y,z) = (6uv^2-6u^2v,\ 3v^2-3u^2,\ 2v-2u)$

故 $\vec{n}(p) = (0,3,2)$. $P(1,1,1)$.

法线方程 $\begin{cases} y=z+1 \\ x=0 \end{cases}$ 切平面方程 $3(y-1)+2(z-1)=0$ 即 $3y+2z-5=0$.

8. 法向量函数 $\vec{n}(x,y,z) = (2x,\ -2y,\ -3)$. $\vec{v} = (2,1,2)$

令 $\vec{n}\cdot\vec{v}=0$ 有 $y=2x-3$

切平面方程为 $2x_0(x-x_0)-2(2x_0-3)(y-(2x_0-3))-3(z+x_0^2-4x_0+3)=0$

过 $A(0,0,-1)$. $\Rightarrow x_0=2$. 代入上式

得: $4x-2y-3z-3=0$

9. $\vec{n}(x,y,z) = (4x,\ 6y,\ 2z)$ $\vec{n}(p) = (4,6,2)$.

$\vec{v} = (\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}})$

$\frac{\partial u}{\partial n} = (\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z})|_p \cdot \vec{v} = (\frac{6}{\sqrt{14}}, \frac{8}{\sqrt{14}}, -\sqrt{14})(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}})$

$$= \frac{6}{7} + \frac{12}{7} - 1 = \frac{11}{7}$$

故 $\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{11}{7}$

15. 假取一点 $P(x_0,y_0,z_0)$.

不妨设 $F(x) = x^k+y^k+z^k$

$\vec{n}(x,y,z) = (kx^{k-1}, ky^{k-1}, kz^{k-1})$. 切平面 $kx_0^{k-1}(x-x_0)+ky_0^{k-1}(y-y_0)+kz_0^{k-1}(z-z_0)=0$

过 $(0,0,0)$. 因为 $k(x^k+y^k+z^k)=0$ 过 $(0,0,0)$.

故切平面都过原点.