# Lebesgue 可测集与 Lebesgue 测度

luojunxun

2023 年 4 月 3 日

集合 E 可测从而补集可测

任意区间是可测的, 且区间的测度就是区间的长度

**Lemma 2.3.2:**$\{E_n\}_{n\geq 1}$ **是一列不交的可测集, 则** $\bigcup\limits_{n} E_n \in \Omega$ $(\Omega, m)$ 空间中有限个元的并和交都是可测的; 可数个可测集的交和并也是可测集; 集合做差也封闭

实轴上的所有开集 (闭集) 可测

*($G_\delta-$ 型集):*$G = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} G_n; G_n \overset{open}{R}$
*($F_\sigma-$ 型集):*$F = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} F_n; F_n \overset{closed}{R}$

可测集测度的可数可加性:$\{E_n\}_{n\geq 1} \subset \Omega$ 且两两不交的时候:$m(\bigcup\limits_{n=1}^{\infty} E_n) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} m(E_n)$

*(定理 2.3.6):* 集合序列满足 1.$\{E_n\}$ 单增或者 2.$\{E_n\}$ 单减并且 $m(\{E_n\}) < \infty$: 就有测度的极限等于极限的测度 i.e. $\lim\limits_{n\to\infty} m(E_n) = m(\lim\limits_{n\to\infty} E_n)$