一、一商船试图逃避海盗追逐。记t时刻商船和海盗的位置分别为$(x_a(t), y_a(t))$与$(x_b(t), y_b(t))$，商船和海盗的速度分别为$v_a(t)$与$v_b(t)$，航向与 x 轴正向夹角分别为$\alpha(t)$与$\beta(t)$。在零时刻商船位于$(0,0)$处，海盗位于(x_0, y_0)处，其中$x_0 \geq 0, y_0 \leq 0$。商船始终在第一象限内（含坐标轴正向）行驶，海盗可观测到商船的位置并随时调整航向。记$r(t)$为t时刻商船和海盗的距离，$\theta(t)$为t时刻连接商船和海盗的直线与 x 轴正向的夹角。

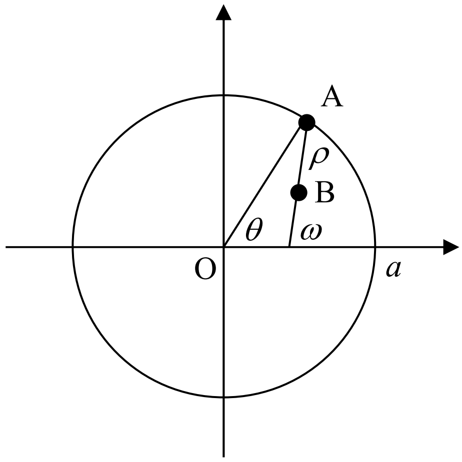
（1）试写出$x_a(t), y_a(t), x_b(t), y_b(t)$所满足的微分方程；

（2）为使$r(t)$减小最快，海盗应选择怎样的航向；

（3）若$v_a(t) \equiv v_a, v_b(t) \equiv \lambda v_a$，其中$\lambda$为参数，且海盗采用（2）中航向，试写出$r(t)$和$\theta(t)$所满足的微分方程；

（4）若$\alpha(t) \equiv 0$，且海盗采用（2）中航向，试写出$r(t)$和$\theta(t)$的关系，并在$\lambda = 1$时求出$r(t)$和$\theta(t)$。

二、物体A沿圆心为O， 半径为a的圆周逆时针作匀速运动。零时刻物体B位于O点，在此后的任意时刻，均沿着连接物体A和物体B当前所在位置的直线方向向物体A运动，速率不变，直至到达圆周。相同时间内物体B移动的距离为物体A的n倍。设O点坐标为$(0,0)$，零时刻物体A的位置为$(a,0)$。记t时刻物体B所在位置的坐标为(x, y)，连接物体A当前所在位置与O的直线与x轴正向的夹角为θ，物体A和物体B的距离为ρ，连接物体A和物体B当前所在位置的直线与x轴正向夹角为ω。（参见右图）



（1）求$\dfrac{dx}{d\theta}$与$\dfrac{dy}{d\theta}$（以ω为参数）；

（2）试写出物体B的运动轨迹在(x, y)处的切线方程和法线方程（必要时可以ω, θ, ρ为参数）；

（3）将ω和ρ视作θ的函数，试写出ω和ρ满足的微分方程（组）（不含其他参数）。