联系方式

Name: 郑大昉
Email: dfzheng@zju.edu.cn

课件下载

请提前在学在浙大下载好课件并课前做好预习。

作业要求

1. 学在浙大上提交，在课堂讲授本章内容结束之前完成上章作业的提交，可多次或合并一次提交；
2. 作业必须书写和拍照提交，不需要抄题，但需注明章节题号；
3. 建议提交作业时先合并成单个pdf文件，若不方便也可以单页分别提交，但不能压缩。

成绩评定

1. 期末考试（统考）占总评成绩35%；
2. 期中考试（统考）占总评成绩25%；
3. 平时作业及到课率等占总评成绩20%，平时测试占总评成绩20%。

质点运动学

本章教学基本要求

1、理解运动描述的相对性，掌握参考系与坐标系的概念；理解质点模型及建立的方法和意义。

2、掌握矢径、位移、速度和加速度的概念及计算，并理解其矢量性、瞬时性、相对性；明确位移与路程、速度与速率的区别。

3、掌握运动学*二类基本问题*的求解方法。

4、熟练掌握*切向加速度*和*法向加速度*的物理意义及计算方法。

5、掌握相对运动中各种物理量的变换关系。

力学的研究对象：机械运动 —— 物体之间相对位置随时间的变化过程。

运动学 —— 描述物体的运动状态
动力学 —— 探求物体运动的原因

一、参考系与坐标系：

参考系 (定性) — 描述物体运动的参照物

运动本身的绝对性 — 运动是永恒的

运动描述的相对性 — 不同参考系得到的运动形式不同。

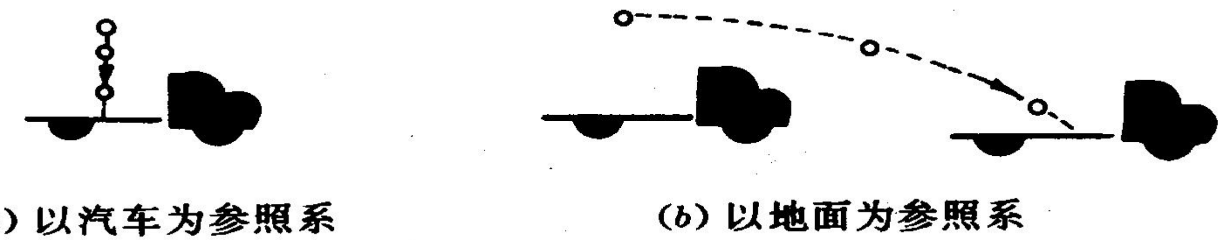


图 1.1 运动描述的相对性

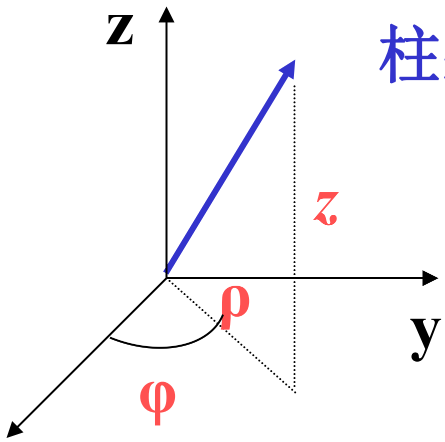
质点运动学

坐标系 (定量)—— 固定在参考系上, 用以定量描述其它物体的空间位置变化。

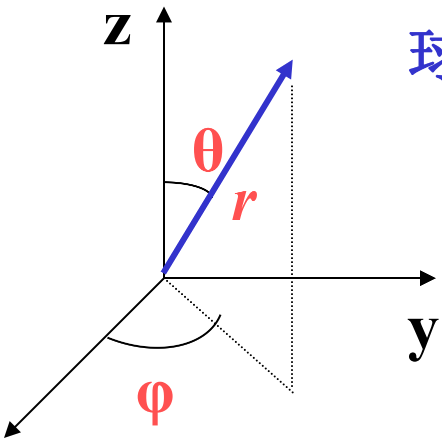
直角坐标系 (x、y、z)

柱坐标系 (ρ、φ、z) $0 \le \rho \le \infty$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $-\infty \le z \le \infty$

球坐标系 (r、θ、φ) $0 \le r \le \infty$, $0 \le \theta \le \pi$, $0 \le \varphi \le 2\pi$



柱坐标



球坐标

二、质点

物体：大小、形状、质量

质点——具有一定质量, 没有(忽略)大小和形状的理想化模型

一个物体能否看成质点由研究问题的性质和条件所决定

〔例〕地球绕太阳公转:　地球→质点

地球半径　<<　日地距离

6.4×10^3 km　　1.5×10^8 km

地球自转：　地球≠质点

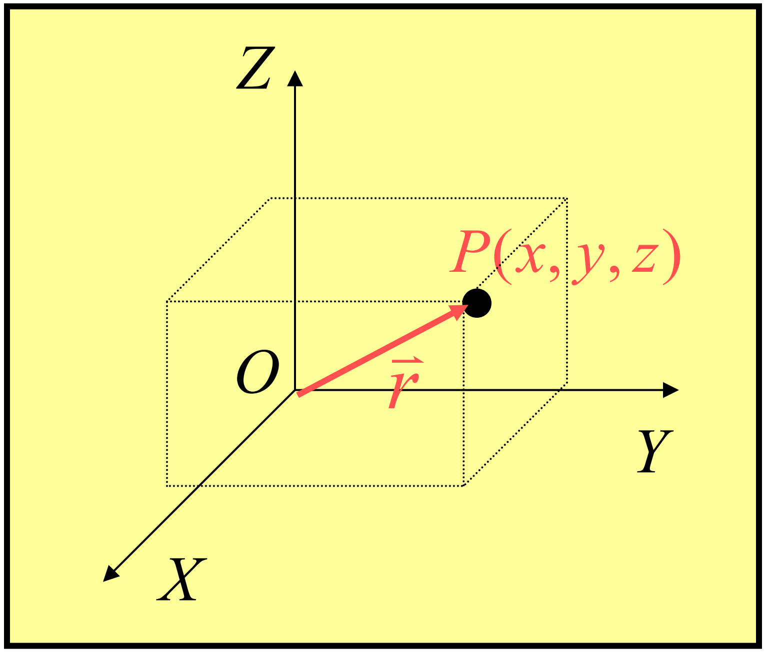
两种情形下的物体运动时可看成质点:

- 本身相对于参考物很小
- 平动的物体 (代表点)

三、描述质点运动的物理量

1.位矢

位矢(位置矢量) — 质点的位置表示



矢量 (大小、方向) $\vec{r} = OP$

直角坐标 $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

大小 ： $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

方向 ：(方向余弦)

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

2. 运动方程

质点位置随时间的变化

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k}$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$ 轨道的参数方程

消去 $t \Rightarrow$ 轨道方程

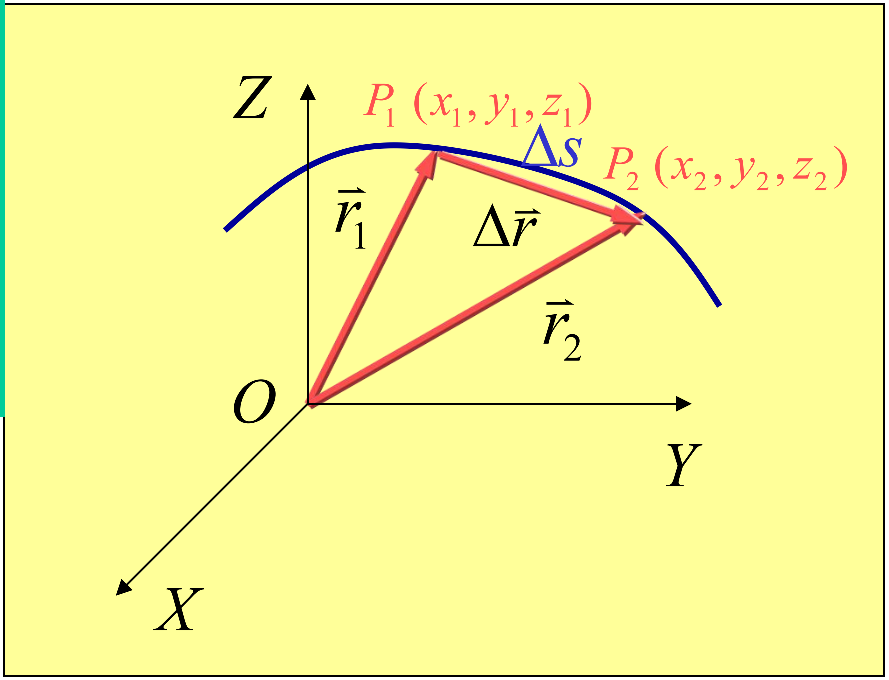
3.位移（质点位置的移动）

t ： P_1 点 $\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t)$

$t+\Delta t$ ： P_2 点 $\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t+\Delta t)$

位移 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$= (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$



位移 $\Delta\vec{r}$: 物体位置的变化 矢量

路程 ΔS : 物体经历的路程 标量

注意: 曲线 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta S$, $\lim\limits_{\Delta t \to 0} |\Delta\vec{r}| = \Delta S$ 或 $|d\vec{r}| = dS$

4. 速度与速率

速度 — 位移随时间的变化率

平均速度 $\overline{\mathrm{v}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

(瞬时)速度 $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

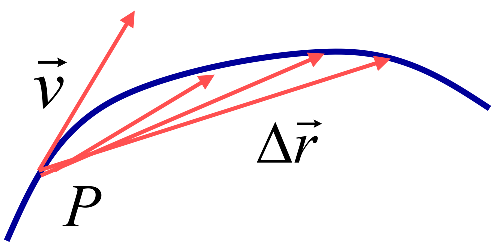
速率 —速度的大小

速率 $v = |\vec{v}| = \left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right| = \dfrac{ds}{dt}$ 单位：米/秒 (m/s)

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$= v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



$\Delta t \to 0$ $\Delta r \to P$点的切线方向

速度方向: 轨道曲线的切线方向

5. 加速度

加速度 — 速度随时间的变化率

平均加速度 $= \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

(瞬时)加速度 $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

直角坐标系中的表示：

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

大小： $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

方向：速度曲线的切线方向

单位： 米/秒^2 （ m/s^2 ）

四、运动学的二类基本问题

已知运动方程 $x = x(t) \xrightarrow{\text{微分}} v_x = \dfrac{dx(t)}{dt}$； $a_x = \dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$

已知速度或加速度及初 始条件 $\xrightarrow{\text{积分}}$ 运动方程

1、匀加速运动 （ $\vec{a} =$ 常量 ）

（已知 $\vec{a}$ 及初始条件 $t_0 = 0$ 时 $\vec{r}_0$，$\vec{v}_0$ ）

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad d\vec{v} = \vec{a}dt \qquad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \vec{a}\int_{t_0}^{t} dt \qquad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad d\vec{r} = \vec{v}dt \qquad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} [\vec{v}_0 + \vec{a}\,t]dt$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\,t + \frac{1}{2}\vec{a}\;t^2$$

〔例〕一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为：$a = 4 + 3x^2$ 。若质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

解： 设质点在任一位置 x 处速度为 v，则

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{vdv}{dx} = 4 + 3x^2$$

由初始条件 $\int_0^v v\,dv = \int_0^x (4 + 3x^2)\,dx$

$$v = \sqrt{8x + 2x^3}$$

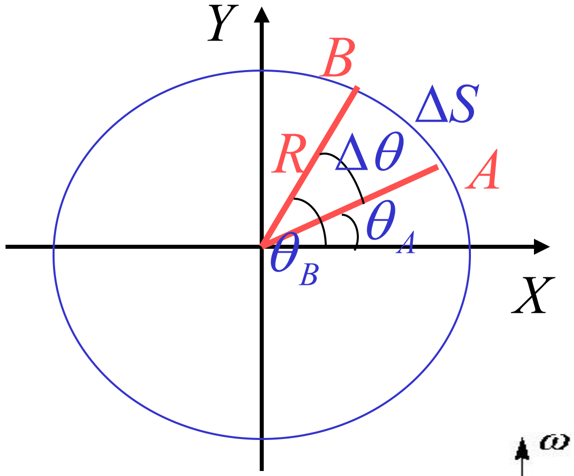
若已知：$a = -kv^2$ (SI)， 且质点在初始时刻的速度为v_0，求其在任意时刻的速度。

解： $a = \frac{dv}{dt} = -kv^2$ 由初始条件

$$\int_{v_0}^{v} \frac{1}{v^2} dv = \int_0^t -kdt \qquad \therefore \quad v = \frac{v_0}{1 + kv_0 t}$$

2、圆周运动的角量描述

(1)匀速圆周运动



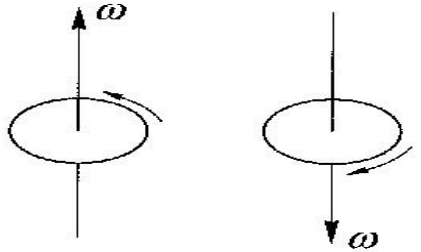
角位置 θ

角位移 $\Delta\theta = \theta_B - \theta_A$

角速度 (角位移随时间的变化率)

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

单位：弧度/秒 (rad/s)



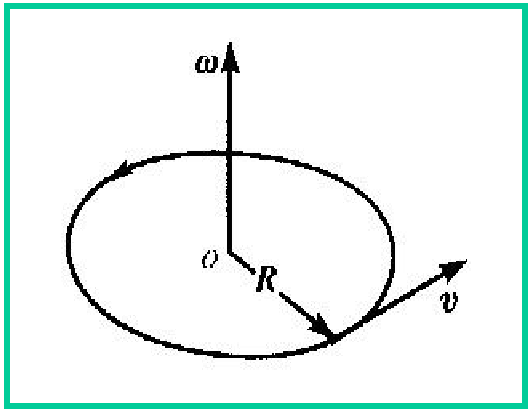
角速度矢量 $\vec{\omega}$

大小：$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

方向：与转动方向成右手螺旋 关系

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dS}{dt} = \frac{v}{R}$$

$v = R\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$



(2) 变速圆周运动

$$\omega = \omega(t)$$

角加速度 (角速度随时间的变化率)

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$ 单位：弧度/秒^2 (rad/s^2)

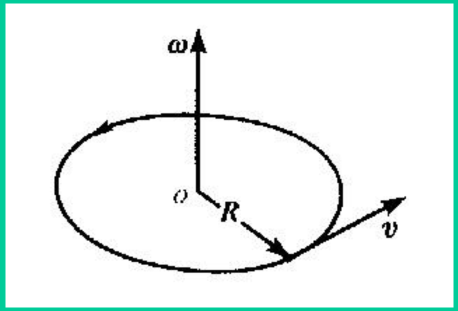
$$v = R\omega \qquad dv = Rd\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\beta \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

角加速度矢量 $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \times \vec{R} \qquad \vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$= \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})$$



圆周运动的角量描述只需一个独立坐标变量θ

圆周运动的角量描述 ← 比较 → 直线运动

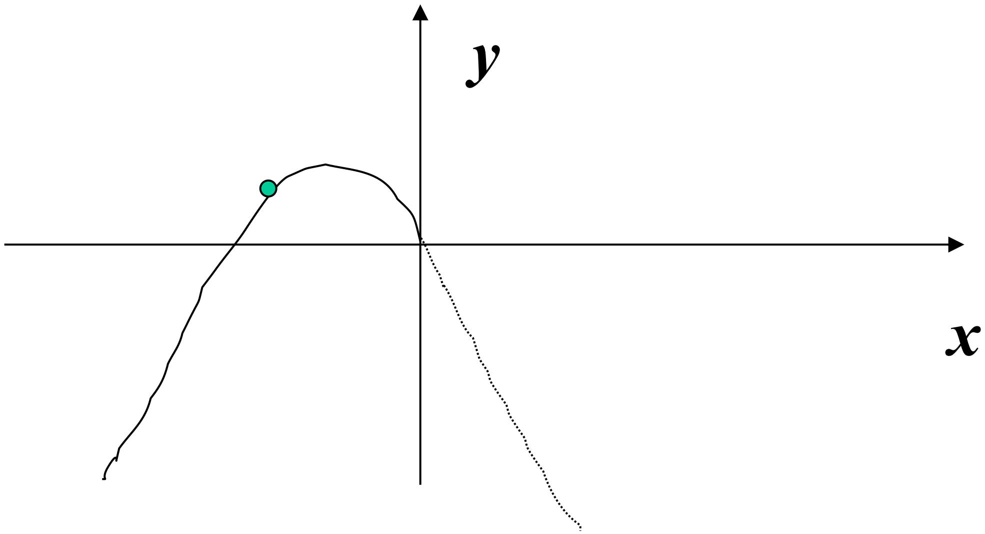
圆周运动的角量描述		直线运动	
角位置	θ	位置	x
角位移	$\Delta\theta$	位移	Δx
角速度	$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$	速度	$v = \dfrac{dx}{dt}$
角加速度	$\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$	加速度	$a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$
匀速圆周运动	$\theta = \theta_0 + \omega t$	匀速直线运动	$x = x_0 + v t$
匀加速圆周运动	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\beta t^2$	匀加速直线运动	$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}a t^2$
	(角运动方程)		(运动方程)

例：一质点运动轨迹为抛物线

$$x = -t^2 (SI)$$

$$y = -t^4 + 2t^2 (SI)$$

===> $y = -x^2 - 2x$



求：x= -4m时（t>0）粒子的速度、速率、加速度。

分析：x= -4m时，t=2s

解：
$$v_x = \frac{dx}{dt}\Big|_{t=2} = -2t\,\Big|_{t=2} = -4m/s$$
$$v_y = \frac{dy}{dt}\Big|_{t=2} = (-4t^3 + 4t)\Big|_{t=2} = -24m/s$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 4\sqrt{37}m/s$$
$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = (-4\vec{i} - 24\vec{j})m/s$$
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\Big|_{t=2} = -2m/s^2$$
$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}\Big|_{t=2} = (-12t^2 + 4)\Big|_{t=2} = -44m/s^2$$
$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = (-2\vec{i} - 44\vec{j})m/s^2$$

区别位移和路程，瞬时速度和瞬时速率，平均速度和平均速率；　时刻和时间。

〔例〕. 一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处，其速度的大小为

A. $\dfrac{dr}{dt}$，　B. $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$，　C. $\dfrac{d|\vec{r}|}{dt}$，　D. $\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$

D

五、平面曲线运动——切向加速度和法向加速度

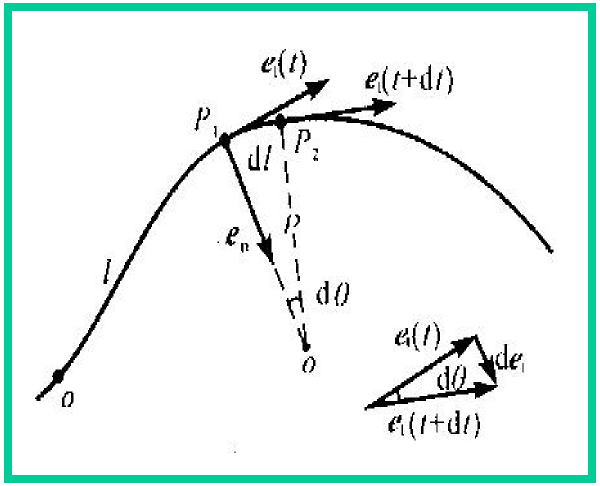
平面曲线——在无穷小范围内可看成曲率半径为ρ的圆周曲线

$$\Delta\vec{v}=\Delta\vec{v}_n+\Delta\vec{v}_t \qquad \vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t$$

法向加速度（指向曲率中心） $\vec{a}_n=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}$ $\quad a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$ 改变速度方向

切问加速度（指向$\vec{v}$的方向） $\vec{a}_t=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}_t}{\Delta t}$ $\quad a_t=\dfrac{dv}{dt}$ 改变速度大小

自然坐标系



法向单位矢量 $\vec{e}_n(t)$ 切向单位矢量 $\vec{e}_t(t)$

$$\vec{v}=v\,\vec{e}_t \qquad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}(v\vec{e}_t)=\frac{dv}{dt}\vec{e}_t+v\frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

$$\because\ \frac{d\vec{e}_t}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\,\vec{e}_n=\frac{d\theta}{dl}\frac{dl}{dt}\,\vec{e}_n=\frac{1}{\rho}v\ \vec{e}_n$$

$$\therefore\ \vec{a}=\frac{dv}{dt}\,\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\,\vec{e}_n$$

〔注意点〕

切向加速度 $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ 反映速度大小(速率)的变化

法向加速度 $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ 反映速度方向的变化

$a_n = 0$，$a_t \neq 0$ 为变速直线运动

$a_t = 0$，$a_n \neq 0$ 为匀速圆周运动

已知运动方程求 a_t、a_n 时，关键是先求出任一时刻的速率 v

〔例〕 一汽车沿半径为 50m 的圆形公路行驶，任一时刻汽车经过的路程 $s = 10 + 10t - 0.5t^2$ (SI)。求 $t = 5$s 时，汽车的速率以及切向加速度、法向加速度和总加速度的大小。

解：
$$v = \frac{ds}{dt} = 10 - t$$

$t = 5\,\text{s}$ 时：

$$v = 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 0.5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 1.1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

〔例〕　已知 $\vec{r}=2t^2\vec{i}+3t\vec{j}$，求$t=1s$时$a_n$、$a_t$、$\rho=?$

解一：

$$\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=4\vec{i}$$

$$\vec{v}=4t\vec{i}+3\vec{j}, \qquad v=\sqrt{16t^2+9}$$

$$a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{16t^2+9}}32t\bigg|_{t=1}=\frac{16}{5}\mathrm{m/s^2}$$

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\frac{12}{5}\mathrm{m/s^2}$$

$$\rho=\frac{v^2}{a_n}=\frac{125}{12}m$$

〔例〕 已知 $\vec{r}=2t^2\vec{i}+3t\vec{j}$，求$t=1s$时$a_n$、$a_t$、$\rho=?$

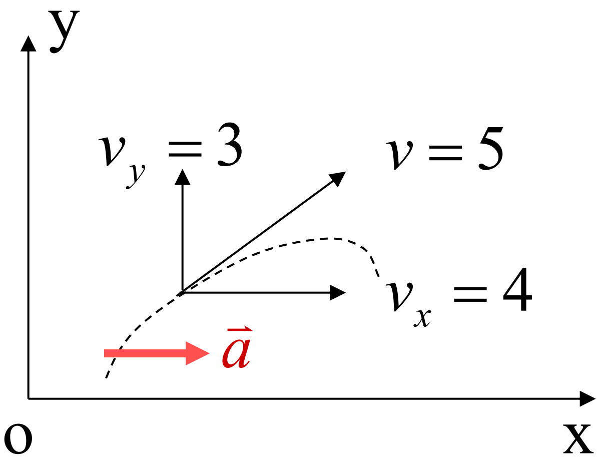
解二：

$$\vec{a}=\frac{d^2r}{dt^2}=4\vec{i} \qquad \vec{v}=4t\vec{i}+3\vec{j}$$

$$a_t=a\cos\theta=4\times\frac{4}{5}=\frac{16}{5}\mathrm{m/s^2}$$

$$a_n=a\sin\theta=4\times\frac{3}{5}=\frac{12}{5}\mathrm{m/s^2}$$

$$\rho=\frac{v^2}{a_n}=\frac{125}{12}m$$



六、相对运动

运动描述的相对性:

同一参考系,不同坐标系 —— 运动方程不同(轨道曲线相同)

不同参照系 —— 轨道曲线不同

静止坐标系、运动坐标系:

静止坐标系 —— 固定在基准参考系上的坐标系

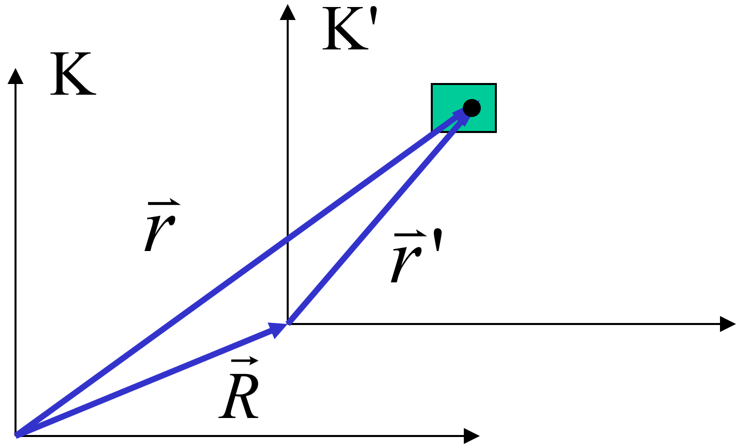
运动坐标系 —— 固定在相对于静止坐标系运动的参照系上的坐标系

绝对运动、相对运动、牵连运动:

绝对运动 —— 物体相对于静止坐标系的运动

相对运动 —— 物体相对于运动坐标系的运动

牵连运动 —— 运动坐标系相对于静止坐标系的运动



绝对运动 $\vec{r}$

相对运动 $\vec{r}\,'$

牵连运动 $\vec{R}$， u， a_i

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{R} \qquad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}\,'}{dt} + \frac{d\vec{R}}{dt}$$

绝对速度 $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ 绝对加速度 $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

相对速度 $\vec{v}' = \dfrac{d\vec{r}'}{dt}$ 相对加速度 $\vec{a}' = \dfrac{d\vec{v}'}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}'}{dt^2}$

牵连速度 $\vec{u} = \dfrac{d\vec{R}}{dt}$ 牵连加速度 $\vec{a}_i = \dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{R}}{dt^2}$

（经典物理）

伽利略变换：

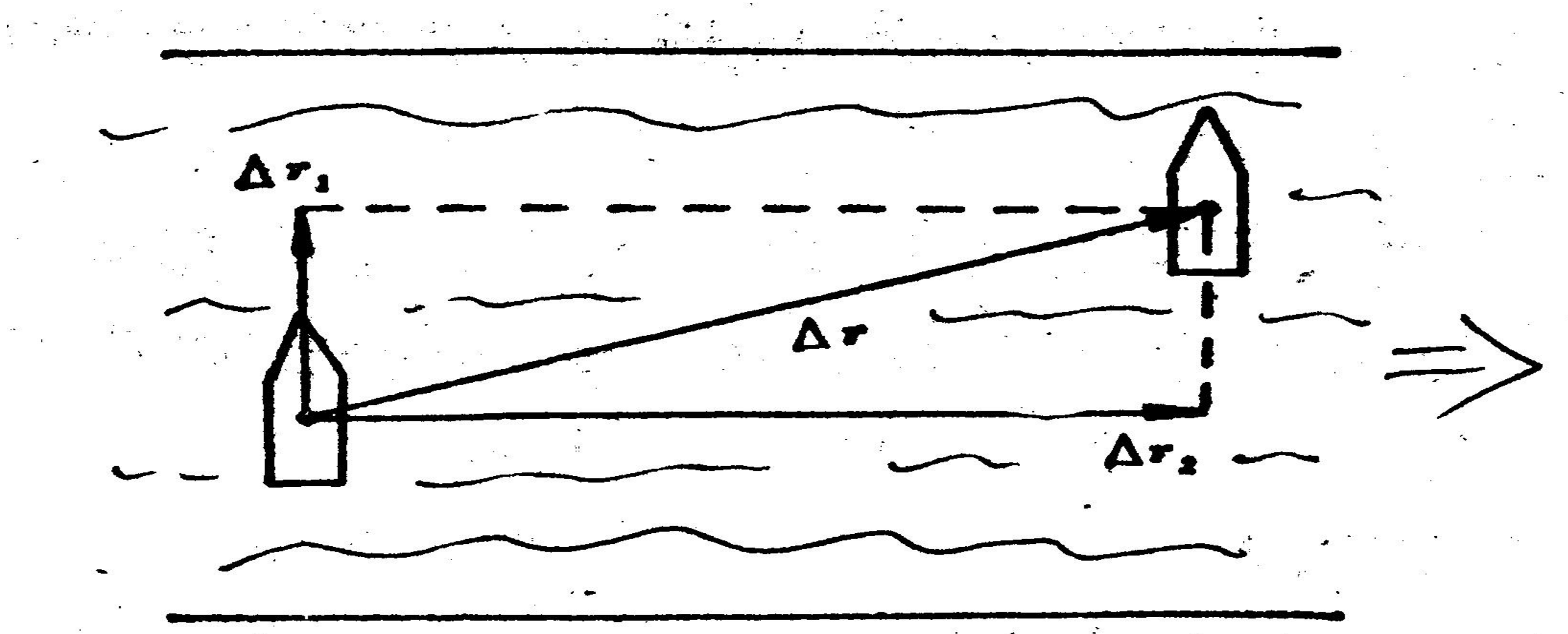
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_i$$

变换涉及不同参考系

即有 $\vec{F}_{A对B} = \vec{F}_{A对C} + \vec{F}_{C对B}$

质点运动学



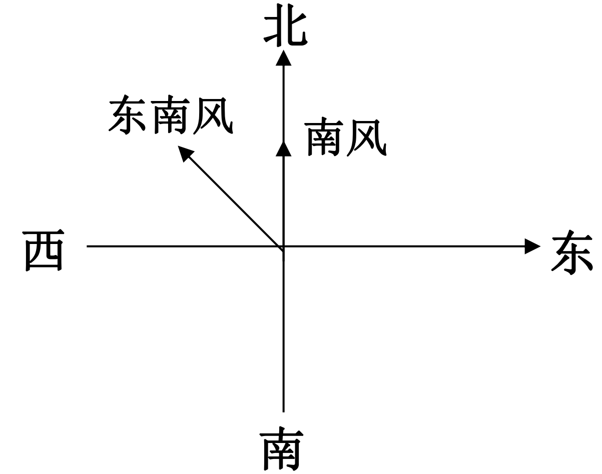
$$\Delta\vec{r}_{船对地} = \Delta\vec{r}_{1\,船对水} + \Delta\vec{r}_{2\,水对地}$$

$$\vec{v}_{船对地} = \vec{v}_{1\,船对水} + \vec{v}_{2\,水对地}$$

$$\vec{a}_{船对地} = \vec{a}_{1\,船对水} + \vec{a}_{2\,水对地}$$

〔例〕骑车向东行，车以10m/s时，人觉得是南风,车以15m/s时，人觉得是东南风,求风速.

解一：设 $\vec{v}_{风对地}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}$



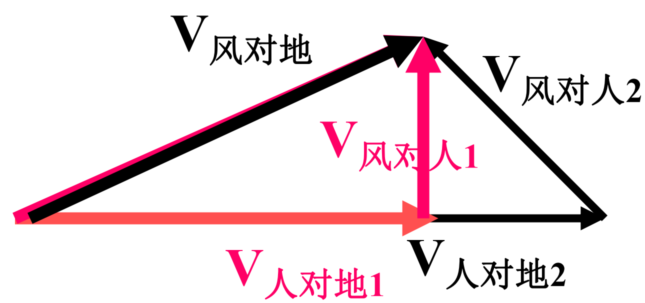
$\because \quad \vec{v}_{风对地}=\vec{v}_{风对人}+\vec{v}_{人对地}$

即有 $\begin{cases} v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=v_{风对人1}\vec{j}+10\vec{i} & (1) \\ v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=\vec{v}_{风对人2}+15\vec{i} & (2) \end{cases}$

由(1)知 $v_x=10m/s$，代入(2)得 $-5\vec{i}+v_y\vec{j}=\vec{v}_{风对人2}$ 为东南风

$\therefore v_y=5m/s, \quad \therefore \vec{v}_{风对地}=(10\vec{i}+5\vec{j})m/s$

解二： 由右图知

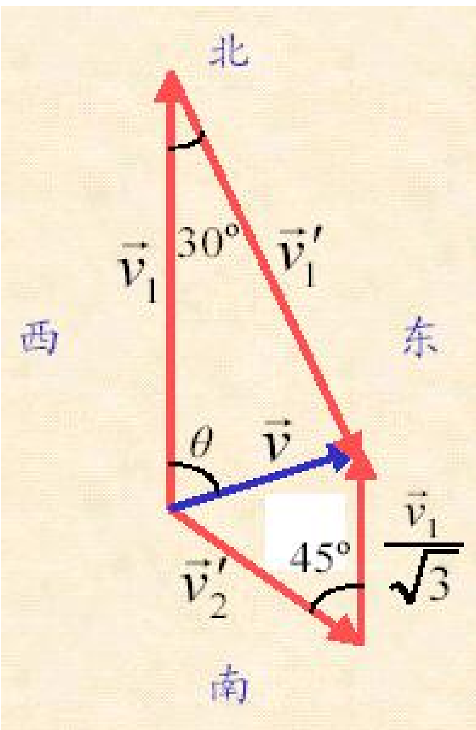


$V_{风对人1}=V_{人对地2}-V_{人对地1}=15-10=5m/s$

故有 $\vec{v}_{风对地}=(10\vec{i}+5\vec{j})m/s$

〔例〕有一飞机由南向北飞, 相对地面的速度为 $\vec{v}_1$ 。这时安装在飞机上的风向仪显示, 风由西北吹来, 与飞机成 30° 角。当飞机速度变为 $\vec{v}_2=\vec{v}_1/\sqrt{3}$ 时, 风由正西北吹来, 求相对地面的风速。

解： 运动物体 — 风， 静止坐标系 — 地面， 运动坐标系 — 飞机



已知 ：相对速度 $\vec{v}_1'$ (西北 30°) 牵连 速度 $\vec{u}_1=\vec{v}_1$ (正北)

$\vec{v}_2'$ (正西北) $\vec{u}_2=\vec{v}_2=\dfrac{\vec{v}_1}{\sqrt{3}}$

求 ： $\vec{v}\,(v\,,\theta\,)$ $\vec{v}=\vec{v}_1'+\vec{v}_1$ $\vec{v}=\vec{v}_2'+\dfrac{\vec{v}_1}{\sqrt{3}}$

$$\begin{cases} \dfrac{v}{\sin 30^\circ}=\dfrac{v_1}{\sin(180^\circ-30^\circ-\theta)}=\dfrac{v_1}{\sin(30^\circ+\theta)} \\[2ex] \dfrac{v}{\sin 45^\circ}=\dfrac{v_1/\sqrt{3}}{\sin(180^\circ-45^\circ-\theta)}=\dfrac{v_1}{\sqrt{3}\sin(45^\circ+\theta)} \end{cases}$$

解方程得： $\theta=90^\circ$ (相对于地面为正西风) 风速 $v=\dfrac{v_1}{\sqrt{3}}$

作业：

1-6

1-7

1-8

1-17

1-18

1-20