1. 设$\phi(s)=1-p(1-s)^{\beta}$为ξ的生成函数，这里$0<p<1,0<\beta<1.$
计算灭绝概率.

2. 令$p_0=1/3$，$p_1=1/6$，$p_2=1/2$. 假设第0代从3个独立平行的祖先开始，仍然用Z_n表示第n代后代的个数.

(1) 求EZ_{30}?

(2) 求最终灭绝概率$\lim_{n\to\infty}P(Z_n=0)$?

(3) 求$P(Z_6=2|Z_5=2)$?

(4) $P($存在n使得$Z_n=0\,|\,Z_0=3,Z_1=2,Z_3=2)$.

以下总假设$\mathrm{B} = (B(t), t \geq 0)$为标准Brown运动.

3. 假设$h : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$是严格增连续函数，$h(0) = 0$，当$t \to \infty$时，$h(t) \to \infty$. 定义

$$X(t) = \left(\frac{t}{h(t)}\right)^{-1/2} B(t).$$

(1) 计算$EB(h(t))$和方差$Var(B(h(t)))$;

(2) 证明：对每一个$t \geq 0$，$B(h(t)) \stackrel{d}{=} X(t)$;

(3) 作为过程而言，$(B(h(t)), t \geq 0)$ 与$(X(t), t \geq 0)$同分布吗?

也就是具有相同的有限维分布吗?

以下假设$\{B(t);t\geq 0\}$是标准布朗运动.

4. 设$\beta\neq 0$, 令$X(t)=e^{-\beta t}B(e^{2\beta t})$.

1. 计算$\{X(t);t\geq 0\}$的均值函数和自相关函数;
2. 证明$\{X(t);t\geq 0\}$是严平稳的正态过程.

5. 证明：

$$E\left(B(t)|B(s)\right)=\begin{cases}B(s), & s\leq t;\\ \frac{t}{s}B(s), & s>t.\end{cases}$$

6. 令$X(t)=B(t+1)-B(t)$.

1. 计算$\{X(t);t\geq 0\}$的均值函数和自相关函数;
2. 证明$\{X(t);t\geq 0\}$是严平稳过程.