1. 用定义计算下列定积分：

(1) $\int_0^1 (ax+b)\,dx$；　　　　(2) $\int_0^1 a^x\,dx\,(a>0)$.

解：(1). 令 $h=\frac{1}{n}$. $x_i=ih$. $f(x_i)=(iah+b)$.

$$\int_0^1 (ax+b)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\cdot\Delta x_i=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a}{n}i+b\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a}{n^2}\frac{n(n+1)}{2}\right)+b=\frac{a}{2}+b$$

(2). 同(1). $$\int_0^1 a^x\,dx=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a^{\frac{i}{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}a^{\frac{1}{n}}\frac{1-a}{1-a^{\frac{1}{n}}}=(1-a)\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{n}+\frac{1}{n(1-a^{\frac{1}{n}})}\right)$$

$$=(1-a)\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{1-a^x}=(1-a)\frac{1}{-\ln a}=\frac{a-1}{\ln a}$$