数学建模 浙江大学

- 一、某地从零时起开始持续降雪,单位时间内降雪量为一定值。现有一条宽度为常数W的直线型道路,扫雪车从道路尽头出发,沿道路行进清除积雪。假设扫雪车能清除所经过路面上的所有积雪,且每小时能清除的积雪量为常数K。
- (1)一台扫雪车自降雪一段时间后出发,它第一个小时经过的距离为第二个小时经过的距离的两倍,求扫雪车出发的时间。
  - (2) 两台扫雪车分别从 $t_1$ 时和 $t_2$ 时出发,求两台车相遇的时间和地点。
- 二、从赤道上某处地面向下释放一个小球,设想小球在地球重力的作用下钻入地下,并自动在其将经过的路径上形成一光滑的管道。假设地球为一半径为R的均匀球体,以时间Q为周期匀速自转。在过赤道的平面上,以地球球心为原点建立直角坐标系,t时刻小球的位置可表示为r(t) $\vec{\mathbf{u}}(t)$ ,其中 $\vec{\mathbf{u}}(t)$ =( $\cos\theta(t)$ , $\sin\theta(t)$ )。记 $\vec{\mathbf{n}}(t)$ =( $-\sin\theta(t)$ , $\cos\theta(t)$ )。
- (1) 试给出t时刻小球的速度和加速度的表达式(用 $r, \theta, \vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{n}}$ 表示);
- (2) 若离地心距离为r处的重力加速度为f(r),试给出r(t)和 $\theta(t)$ 满足的微分方程及其初值:
- (3) 若假设 f(r) = -kr, 其中 k 为常数。试求 r(t) 或  $r(\theta)$ 。