

# 第一章-误差

luojunxun

2023 年 3 月 14 日

## 种类

(模型误差): 数学模型本身存在的误差 (比如在运动方程中忽略了空气阻力, 这就造成模型与真实值不符)

(观测误差): 在观测数据的时候产生的误差

(数据误差): 数据可能由先前的数据计算得到, 在这个计算的过程中可能产生误差

(舍入误差): 计算机运算得到的近似值和精确值之间的误差 (由于计算机计算无穷项的时候只计算了前面有限项, 后面的无穷项被舍弃了)

(绝对误差): 近似值和精确值的差

(相对误差): 绝对误差和精确值的比

(相对误差限): 相对误差最大的限度 ( $3.1415 < \pi < 3.1416, \rightarrow |\frac{\hat{x}-\pi}{\pi}| \leq$

$|\frac{3.14-3.1415}{3.1415}| \leq 0.0006$ ) 也就是用一个数控制住相对误差

(有效数字): 注意保留有效数字要对下一项做四舍五入

## 近似计算的注意点

(误差传播):

用微分表示绝对误差  $dx = \hat{x} - x, dy = \hat{y} - y \rightarrow \hat{x}\hat{y} - xy = d(xy) = xdy + ydx$ (以此类推)

且有相对误差界  $d_r x = \left| \frac{dx}{x} \right| = |d \ln |x||$

近似计算:

1. 避免两个相近的数相减:  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$
2. 防止大数吃掉小数
3. 简化计算步骤: 比如使用秦九韶算法
4. 避免用绝对值小的数去除绝对值大的数, 防止数据溢出
5. 用数值计算稳定的计算公式
6. 用更有效的计算方法: 计算  $\ln 2$

$\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \dots$  取  $x=1$  即可, 但是这个级数收敛很慢

$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \dots\right)$  取  $x = \frac{1}{3}$  收敛很快