

1: 设  $\{N(t), t \geq 0\}$  是参数为  $\lambda$  的泊松过程,

(1) 计算  $E(S_1 S_2 \cdots S_{N(t)})$ .

注意这里  $N(t) = 0$  时, 令  $S_1 S_2 \cdots S_{N(t)} = 1$ .

(2) 设  $0 < s < t$ .

计算  $E(S_1 + S_2 + S_3 \mid N(s) = 2, N(t) = 3)$ .

2. 保险理赔按速率  $\lambda$  的泊松过程到达. 设各人理赔金额独立同分布 (且独立于此泊松过程), 具有均值为  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  的分布  $G$ . 以  $S_i$  和  $C_i$  分别表示第  $i$  次理赔的时间和金额. 采用贴现算法, 即  $t$  时刻的 1 元相当于 0 时刻的  $e^{-\alpha t}$  元. 则到  $t$  为止总理赔的贴现价值为

$$D(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} e^{-\alpha S_i} C_i,$$

计算  $E(D^2(t))$ .

3. 设  $\{N(t); t \geq 0\}$  是强度函数  $\lambda(t) = 1 + t$  的非齐次泊松过程. 计算:

(1)  $P(N(1) = N(2) = 2)$ ;

(2)  $P(N(s) = m \mid N(t) = n)$ ,

这里  $0 < s < t, m \leq n$  且  $m, n$  是非负整数;

(3)  $P(S_2 \leq 3 \mid N(1) = 1)$ , 这里  $S_2$  是第 2 个事件发生时刻

做下面的 11 题

- (1) 求他钓鱼时间  $X$  的分布函数;
- (2) 求他钓到鱼的数目  $Y$  的分布律;

(3) 求  $E(Y)$ ;

(4) 若他钓了 2.5 h 还没结束, 求他还需钓 1 h 以上的概率?

11. 某人有两个邮箱, A 邮箱和 B 邮箱. 用  $N_1(t)$  和  $N_2(t)$  分别表示  $(0, t]$  内这两个邮箱收到的邮件数目. 设  $\{N_1(t); t \geq 0\}$  和  $\{N_2(t); t \geq 0\}$  是相互独立的泊松过程, 强度分别为 2 和 3, 且每封邮件独立地以概率 0.1 为垃圾邮件. 计算:

- (1) 在  $(0, 1]$  内 A 邮箱没有收到邮件, B 邮箱收到 1 封邮件的概率;
- (2) 在  $(0, 1]$  内共收到 2 封邮件的概率;
- (3) 在  $(0, 2]$  内此人收到 1 封垃圾邮件, 2 封有用邮件的概率;
- (4) 第 2 封垃圾邮件在  $(1, 2]$  内收到的概率.

12. 以  $N(t)$  表示  $(0, t]$  内到达某保险公司理赔的顾客数. 设  $\{N(t); t \geq 0\}$  是强度为 10 的泊松过程, 这些顾客的理赔钱数 (单位: 元) 相互独立且都服从  $U(1000, 10000)$ . 用  $W_i$  表示第  $i$  个顾客到达的时刻, 计算:

- (1)  $P(N(1) = 1, N(4) > 1)$ ;
- (2)  $P(3 < W_3 \leq 4 | W_1 = 1, W_2 = 2)$ ;
- (3) 第一个理赔钱数超过 5500 元的顾客在  $(0, t]$  内到达的概率.

13. 某个车间使用一台机器, 一旦坏掉, 马上换上新的同种机器. 假设这些机器的寿命都服从均值为 30 天的指数分布, 且相互独立.

- (1) 求前 30 天用坏 1 台机器, 且前 90 天用坏 3 台机器的概率;
- (2) 求第 1 台机器在第 31 天到第 60 天之间用坏的概率;
- (3) 已知前 60 天共用坏 4 台机器, 求第二台机器在第 31 天到第 60 天之间用坏的概率.

14. 某人在钓鱼, 他只可能钓到鲫鱼或鳊鱼. 他钓到鲫鱼的规律服从强度为 2 条/h 的泊松过程, 钓到鳊鱼的规律服从强度为 1 条/h 的泊松过程, 且这两个过程相互独立. 假设每条鱼的质量 (单位: kg) 独立同分布, 且服从  $(0, 2)$  上均匀分布.

- (1) 计算此人在 1 h 内钓到 2 条鱼的概率;
- (2) 计算此人在 1 h 内钓到 4 条鱼, 其中 2 条不足 1 kg 的概率;
- (3) 计算此人在第 1 h 内和第 2 h 内各钓到 1 条鱼, 且都是重达 1 kg 以上鲫鱼的概率;
- (4) 若已知他在 2 h 内钓到两条鱼, 求这两条都是重达 1 kg 以上鲫鱼的概率.

15. 设  $\{N(t); t \geq 0\}$  是强度为  $\lambda(t) = t$  的非齐次泊松过程. 求: