

DUITSE TANKS



Tijdens de Tweede Wereldoorlog leverden de geallieerden constant inspanningen om de omvang van de Duitse productie te bepalen. Ze deden dat op twee verschillende manieren: door middel van spionage en statistische schattingen. In heel wat gevallen bleek de statistische benadering een stuk accurater dan inlichtingen die op meer conventionele manier verkregen werden. Dat was bijvoorbeeld het geval voor hun schattingen van de productie van *Panzerkampfwagen V* tanks (beter bekend als de *Panther*) vlak voor *D-day*.



De geallieerde commandoposten dachten eerst dat de *Panther* tanks die ze in Italië gespot hadden — met hun schuine bepantsering, lange 75mm KwK/L70 kanonnen en brede rupsbanden — slechts in kleine aantallen zouden opduiken in het noorden van Frankrijk, net zoals de *Tiger I* tanks die in Tunesië waren opgedoken. Daardoor was het Amerikaanse leger ervan overtuigd dat hun *M4 Sherman* tanks goed zouden blijven presteren, net zoals ze gedaan hadden tegen de *Panzer III* en *Panzer IV* tanks in Noord-Afrika en Sicilië. Kort voor *D-day* begonnen ze echter geruchten op te vangen dat er grote aantallen *Panther* tanks zouden ingezet worden.

Om na te gaan of de geruchten gegrondig waren, probeerden de geallieerden het aantal geproduceerde tanks te schatten. Hiervoor maakten ze gebruik van de serienummers op overmeesterde en vernielde tanks. De meest geschikte serienummers bleken die van de versnellingsbakken te zijn, omdat ze toegekend waren in twee ononderbroken reeksen. De serienummers van het chassis, de motor en de rupsbanden werden ook gebruikt, hoewel schattingen op basis daarvan een heel stuk complexer bleken te zijn. Verschillende andere onderdelen werden gebruikt om de analyses te verifiëren.

Volgens conventionele schattingen van de geallieerde inlichtingendiensten, produceerden de Duitsers tussen juni 1940 en september 1942 ongeveer 1.400 *Panther* tanks per maand. Op basis van een statistische analyse van

de serienummers op de versnellingsbakken van de tanks die ze hadden kunnen onderscheppen, werd het aantal geproduceerde tanks geschat op 256 per maand, wat nog steeds aanzienlijk hoger was dan wat ze initieel vermoedden.

In documenten die de geallieerden na de oorlog in beslag namen uit het ministerie van Albert Speer, vonden ze de exacte productiecijfers. Bleek dat de Duitsers in die periode van drie jaar gemiddeld 255 tanks per maand geproduceerd hadden. Onderstaande tabel toont meer gedetailleerde productiecijfers en schattingen van de geallieerden.

MAAND	STATISTISCHE SCHATTING	SCHATTING DOOR SPIONAGE	DUITSE PRODUCTIECIJFERS
juni 1940	169	1.000	122
juni 1941	244	1.550	271
augustus 1942	327	1.550	342

De statistische benadering toonde zich dus een heel stuk betrouwbaarder dan conventionele spionage, en de term **probleem van Duitse tanks** (*German tank problem*) werd algemeen aangenomen als omschrijving voor dit soort statistische problemen.

Opgave

Veronderstel dat Duitse tanks bij productie opeenvolgend genummerd worden met $1, 2, 3, \dots, t$, waarbij t het totaal aantal geproduceerde tanks is dat we proberen te achterhalen. Veronderstel nu ook dat we vijf serienummers van tanks hebben kunnen onderscheppen: 21, 35, 42, 60 en 89. Daarmee kunnen we het aantal geproduceerde tanks t vrij nauwkeurig schatten aan de hand van de volgende formule:

$$t \approx \frac{(n+1)m}{n} - 1$$

Hierbij staat n voor het aantal geobserveerde serienummers (hier $n = 5$) en m voor het grootste serienummer dat werd waargenomen (hier $m = 89$). Aan de hand van bovenstaande formule bekomen we voor de voorbeeldreeks dan een schatting van $t = 105,8$. Daardoor kunnen we het aantal tanks die de Duitsers tot nu toe geproduceerd hebben schatten op 106.

Invoer

De eerste regel bevat het aantal testgevallen t . Daarna volgt de omschrijving van t testgevallen. Elk testgeval wordt omschreven door een reeks natuurlijke getallen, elk op een afzonderlijke regel. Alle getallen uit de reeks zijn

verschillend van elkaar. De reeks wordt afgesloten door een negatief geheel getal. Deze getallen stellen de serienummers voor van Duitse tanks die door de geallieerden overmeesterd of vernield werden.

VOORBEELDINVOER

1
60
21
89
42
35
-1

Uitvoer

Per testgeval dien je één regel uit te schrijven. Deze regel bestaat uit

- de index van het testgeval, startend vanaf 1;
- één enkele spatie;
- schatting van het aantal geproduceerde tanks op basis van de gegeven reeks van serienummers en bovenstaande schattingsformule; deze schatting moet afgerond worden tot het dichtsbijzijnde natuurlijke getal

VOORBEELDUITVOER

1 106

Epiloog

Dezelfde formule werd ook gebruikt voor niet-militaire toepassingen. Bijvoorbeeld om te schatten hoeveel Commodore 64 computers er in totaal geproduceerd werden. Het resultaat daarvan (12.5 miljoen) ligt tegen de ondergrens van de verschillende schattingen die op het Internet circuleren.

