Nombre:

Exámen de Sistemas Dinámicos y Realimentación[1].

1. Dado el sistema lineal

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$
$$y = Cx,$$

$x \in \mathbb{R}^3; y, u \in \mathbb{R}$

con,

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   a) (1 punto) Dicutir analíticamente la estabilidad del sistema

   b) (1 punto) Comprueba que el sistema es controlable y diseña un sistema de estabilización por realimentación de estados de modo que los autovalores estén situados en $[-1, -1, -1, -1]$. Compara gráficamente la respuesta del sistema en lazo abierto con la del sistema realimentado, suponiendo una entrada nula y condiciones iniciales $x_1 = -1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 2$, $x_4 = 1$.

   c) (1.5 puntos) Comprueba que no es posible emplear control integral para situar a la vez las variables x_1 y x_4 en posiciones arbitrarias. Demuestra que sí es posible situar arbitrariamente la variable x_3. Añade al sistema de control diseñado en el apartado (1*b*) control integral, coloca el autovalor de la acción integral en -1 y emplealo para desplazar la variable x_3 una distancia $x_3 = -4$ de su posición de equilibrio. Muestra gráficamente los resultados

   d) (1.5 puntos) Diseña un estimador de modo que sus autovalores estén desplazados cuatro unidades hacia a la izquierda respecto a los polos del sistema controlado diseñado en el apartado (1*b*). Emplea el estimador para realimentar y controlar el sistema. Repite el calculo realizado en el apartado (1*c*) pero llevando ahora $x_3 = 4$. Considera nulas las condiciones iniciales del estimador $\hat{x}_i = 0$.

2. Dado el sistema,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\sin(x_1) - 2x_2 \end{aligned} \tag{1}$$

$x_1, x_2 \in \mathbb{R}^{\smile}$

   a) (1 punto) Obtener los puntos de equilibrio del sistema. Linealizar en torno a ellos y discutir su estabilidad.

   b) (2 puntos) Emplea el criterio de estabilidad de Lyapunov para estudiar la estabilidad del sistema no lineal. Puedes usar para ello la siguiente función candidata:

$$V = 1 - \cos(x_1) + \frac{x_2^2}{2}$$

   c) (2 puntos) Resuelve numéricamente la ecuación (1), Para distintos valores de las condiciones iniciales, y obtén un diagrama de fases del sistema. Comprueba que los resultados son coherentes con el análisis realizado en los apartados anteriores.

[1]Las respuestas pueden subirse al Campus Virtual en un *live script*, pdf o similar, incluyendo los códigos utilizados. Si alguien prefiere entregar las explicaciones y deducciones en papel, también puede hacerlo.

12 de junio de 2024