

Exámen de Sistemas Dinámicos y Realimentación¹.

Tres naves Atreides, dos de escolta y una de transporte de *melange* comienzan la maniobra para formar un convoy rumbo a Arrakis. Las tres han saltado desde el hiperspacio con velocidades diferentes y en puntos diferentes de una línea de tracking hacia el planeta (ver figura), y sus dinámicas pueden representar de acuerdo con las siguientes ecuaciones,

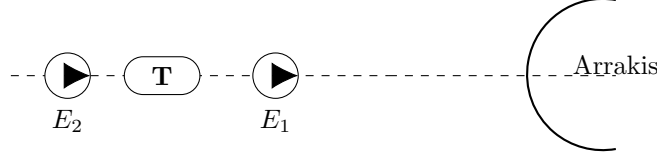


Figura 1: Naves escoltas E_1 y E_2 , y nave de transporte T, sobre la línea de tracking, formando un convoy.

Naves de escolta E_1 y E_2

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{Ei} \\ \dot{v}_{Ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{Ei} \\ v_{Ei} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_{Ei}, \quad i \in \{1, 2\} \quad (1)$$

Nave de transporte,

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_T \\ \dot{v}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_T \\ v_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} u_T \quad (2)$$

Para formar un comboy las tres nave deben viajar hacia Arrakis a la misma velocidad, y equidistantes entre ellas, de modo que la nave de transporte viaje en el centro.

El comboy se forma de modo automático. Para ello, se emplea un modelo conjunto en el que las dos primeras variables de estado, representan las distancias entre las naves sobre la línea de tracking: $d_1 = r_{E1} - r_T$, $d_2 = r_T - r_{E2}$.

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{v}_{E1} \\ \dot{v}_T \\ \dot{v}_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ v_{E1} \\ v_T \\ v_{E2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{E1} \\ u_T \\ u_{E2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

1. (**2 puntos**) Discute la estabilidad del sistema representado por la ecuación 3. Comprueba si el sistema es controlable.
2. Una posible maniobra para iniciar el comboy, es llevar a cabo un rendezvous: detener las tres naves en un mismo punto. Calcula una matriz de ganancias K que estabilice por realimentación de estados el sistema representado en la ecuación 3.

Suponiendo que las posiciones de entrada en la línea de tracking han sido, $r_{E1} = 10uid$, $r_{E2} = 20uid$ y $r_T = 15uid$ y que han entrado con velocidades $r_{E1} = 9vid$, $r_{E2} = 9vid$ y $r_T = 2vid$. Calcula la evolución de las variables de estado de la ecuación 3 y comprueba gráficamente que se produce el rendezvous.

Calcula una matriz de ganancias adecuada K que estabilice el sistema definido en el ejercicio anterior.

¹Las respuestas pueden subirse al Campus Virtual en un *live script*, pdf o similar, incluyendo los códigos utilizados. Si alguien prefiere entregar las explicaciones y deducciones en papel, también puede hacerlo.

3. **(2 puntos)** Partiendo del valor de K calculado, Estima la distancia de Arrakis a la que se ha producido en rendezvous. Pista: crea un sistema apilando adecuadamente las ecuaciones 1 y 2. Calcula una matriz auxiliar K_{aux} , de modo que $K \cdot K_{aux}$ te permita realimentar directamente los estados del sistema apilado.
4. **(2 puntos)** Un rendezvous es una maniobra muy expuesta, sobre todo porque se ha informado de la proximidad de naves Harkonen. El comandante de la expedición propone añadir control integral sobre las variables d_1 , d_2 y v_T . Construye las matrices ampliadas necesarias para ello y comprueba que el sistema resultante sigue siendo controlable.
¿Se podría haber aplicado control integral a cualquiera de las otras dos naves? Razona la respuesta analizando la controlabilidad.
5. **(2 puntos)** Recalcula la matriz de ganancias K para aplicar control integral. Comprueba que el sistema funciona correctamente de modo que se forme un convoy con las naves separadas por una distancia $d_1 = d_2 = 7$ y una velocidad de valor 4.
6. **(2 puntos)** Obtén y representa gráficamente las posiciones y velocidades de las tres naves, durante un tiempo $t = 5$
7. Un ataque Harkonen ha estropeado los sensores de velocidad a bordo de las tres naves. Demuestra que todavía es posible obtenerlas, a partir de las posiciones, empleando un observador de Luenberger.
8. **(2 puntos)** Diseña un sistema de control por realimentación de estados estimados que permite formar el convoy sin medidas de la velocidad. Emplea las mismas ganancias de los ejercicios anteriores para el control y coloca los polos del observador en $\lambda_{obs} = [-5, -5, -5, -2, -2, -2]$.
9. **(2 puntos)** Vuelve a obtener y representar gráficamente las posiciones y velocidades de las naves empleando ahora el observador que has diseñado.