Лабараторная работа №1

“Набліжэнне з дапамогай інтэрпаляцыйных мнагаскладаў”

выканаў: Богдан Уладзіслаў
ФПМІ, 2 курс, 1 група

выкладчык: Нікіфараў І. В.

БДУ, Мінск, 2016

Задача

Дадзена функцыя $f(x)=x\ln(x)-x^2\cos(x)$, адрэзак $[1,3]$ (на $[-1,1]$ функцыя не паўсюль вызначаная).
Пабудаваць графік функцыі $f(x)$, інтэрпаляцыйныя мнагасклады $P_n(x)$ у любой форме для $n=2,3,4,5$ ды іхнія графікі.
Ацаніць хібнасць раўнамернай нормы.

Пабудова інтэрпаляцыйных мнагаскладаў ды графікаў

Інтэрпаляцыйныя мнагасклады будзем будаваць з дапамогай інтэрпаляцыйнай формулы Ньютана.

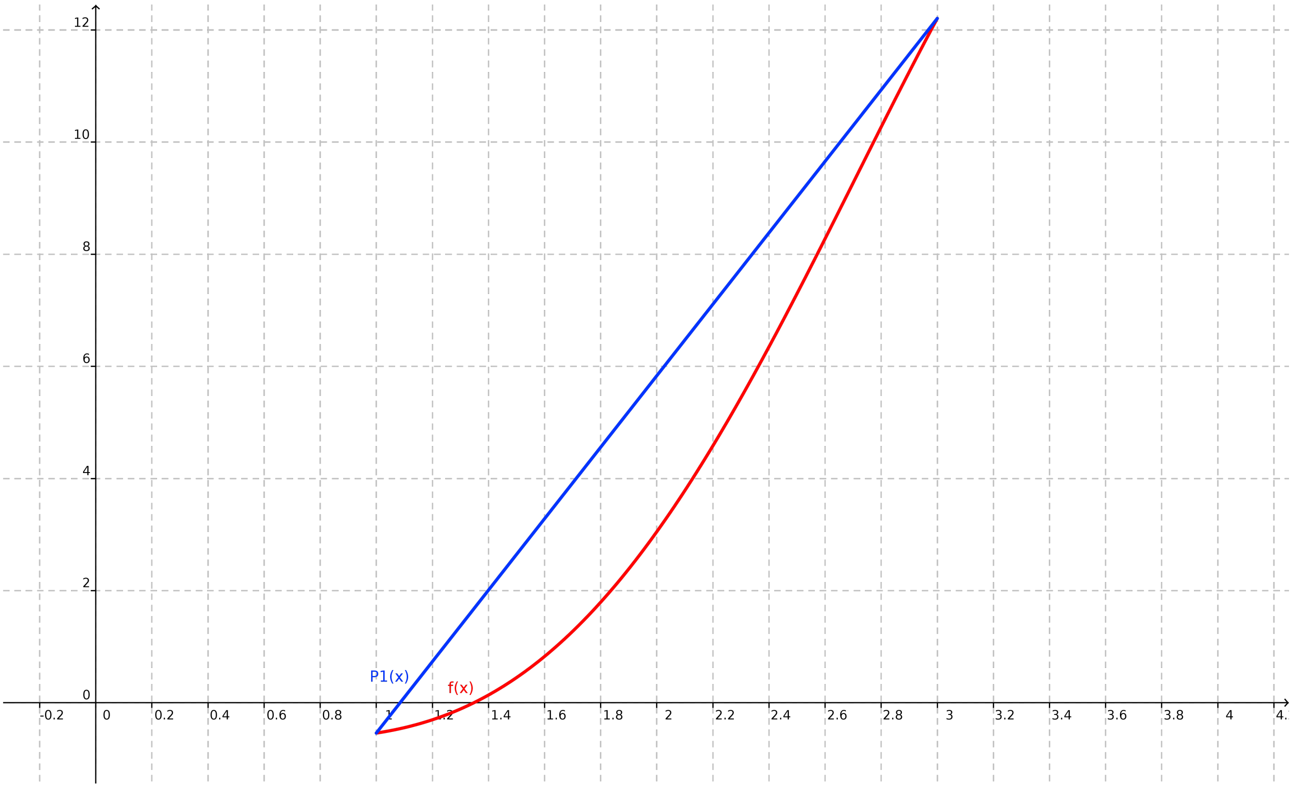
Ніжэй прыведзены код (на мове Ruby), які знаходзіць прадстаўленні $P_n(x)$.

```
# The task
func = lambda { |x| x * Math.log(x) - x**2 * Math.cos(x) }
l = 1.0
r = 3.0
n_values = [2, 3, 4, 5]

# Function to count divided difference for array of values
def get_div_diff(x, f)
    case x.length
    when 0 then 1
    when 1 then f.call x[0]
    when 2 then (f.call(x[0]) - f.call(x[1])) / (x[0] - x[1])
    else (get_div_diff(x[0..-2], f) - get_div_diff(x[1..-1], f)) / (x[0]-x[-1])
    end
end

n_values.each do |n|
    print "n = #{n}: "
    x = []
    temp = l
    n.times { x.push(temp); temp += (r - l) / (n - 1) }
    n.times do |i|
        print "(#{get_div_diff(x[0..i], func).round(5)})"
        print "*" unless i == 0
        i.times { |j| print "(x-#{x[j].round(5)})"; print "*" unless j == i-1 }
        print " + " unless i == n-1
    end
    puts
end
```

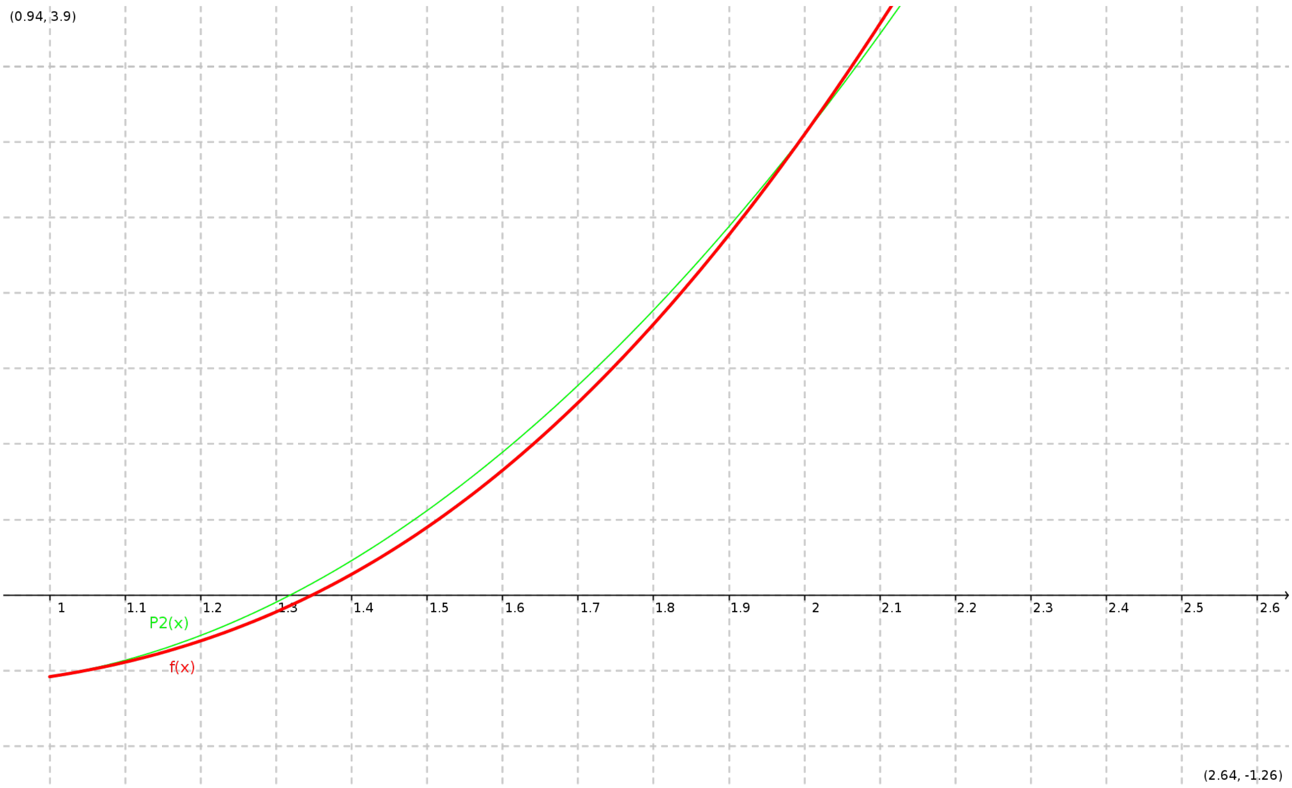
Дадзеная праграма выводзіць наступнае:

n = 2: (-0.5403) + (6.37304)*(x-1.0)
n = 3: (-0.5403) + (3.59118)*(x-1.0) + (2.78185)*(x-1.0)*(x-2.0)
n = 4: (-0.5403) + (2.48637)*(x-1.0) + (3.33334)*(x-1.0)*(x-1.66667) + (-0.62751)*(x-1.0)*(x-1.66667)*(x-2.33333)
n = 5: (-0.5403) + (1.97868)*(x-1.0) + (3.225)*(x-1.0)*(x-1.5) + (0.04353)*(x-1.0)*(x-1.5)*(x-2.0) + (-0.67793)*(x-1.0)*(x-1.5)*(x-2.0)*(x-2.5)

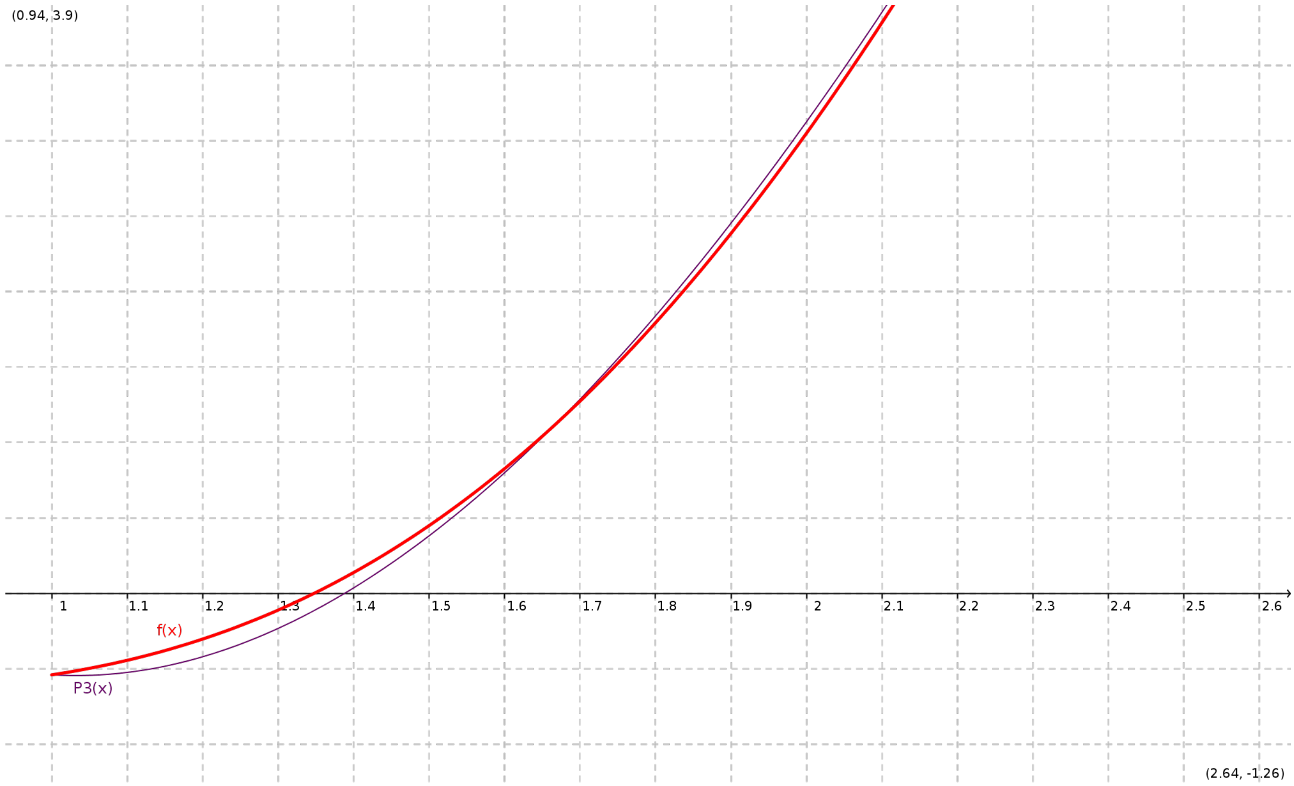
Пабудуем графікі $f(x)$ і кожнага з $P_n(x)$ і прааналізуем іх:



Графікі функцый $f(x)=x\ln(x)-x^2\cos(x)$ *і* $P_1(x)=-0.5403+6.37304(x-1)$

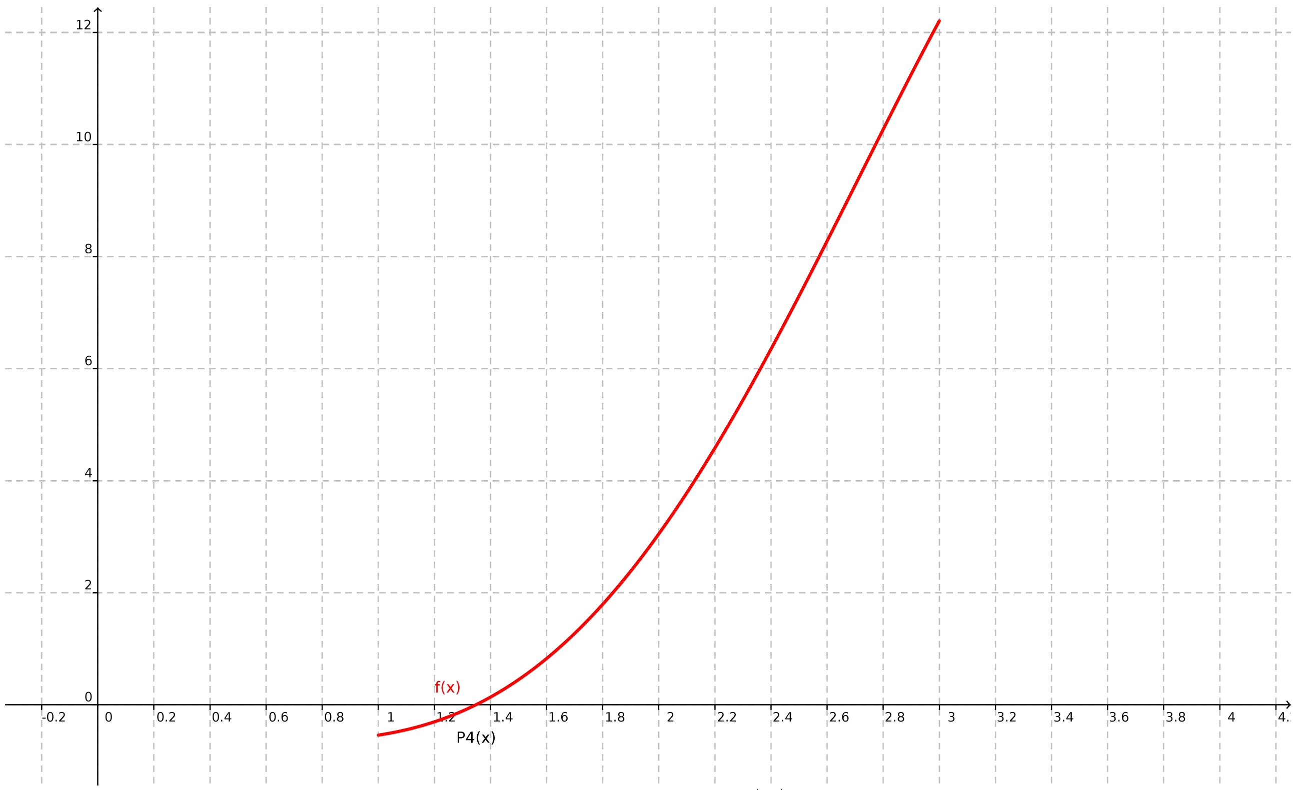


Графікі функцый $f(x)$ *і* $P_2(x)=-0.5403+3.59118(x-1)+2.78185(x-1)(x-2)$ *(тут і далей – не ўвесь інтэрвал* $[1,3]$ *для дэманстрацыі набліжэння графікаў)*



Графікі функцый $f(x)$ *і*

$$P_3(x)=-0.5403+2.49(x-1)+3.33(x-1)(x-1.67)+(-0.62751)(x-1)(x-1.67)(x-2.33)$$



Графікі функцый $f(x)$ *і*

$$P_4(x)=-0.5403+1.98(x-1)+3.23(x-1)(x-1.5)+0.04(x-1)(x-1.5)(x-2)+$$
$$+(-0.68)(x-1)(x-1.5)(x-2)(x-2.5)$$

(візуальна сліліся паміж сабой)

Ацэнка хібнасці

Скарыстаем формулу $|f(x)-P_{n-1}(x)|\leqslant\frac{1}{4n}M_n h^n$, дзе:

M – максімум модуля вытворнай парадка n ,

$h=\frac{b-a}{n-1}=\frac{2}{n-1}$, бо падлікі вядуцца на ітэрвале $[a,b]=[1,3]$.

Асобна падлічыўшы вытворныя адпаведных парадкаў і знайшоўшы іх максімумы на $[1,3]$ атрымліваем значэнні:

$M_2=7.28571, M_3=6.47622, M_4=1.21156, M_5=28.0734$

Адсюль атрымліваем ацэнкі хібнасцяў:

$|f(x)-P_1(x)|\leqslant 3.64286$

$|f(x)-P_2(x)|\leqslant 0.539685$

$|f(x)-P_3(x)|\leqslant 0.0149575$

$|f(x)-P_4(x)|\leqslant 0.0438647$