Stand: 6.1.2014
Autor: Dr. Ulrich Berntien

Inhalt

Aufstellen von Formeln für die
• Umrechnung Sinterfaktor ↔ Sinterschrumpfung
• Umrechnung Fehler Sinterschurmpfung → Fehler Sinterfaktor
• Auswirkung Fehler Sinterfaktor auf Länge von Objekten
• Auswirkung Fehler Sinterschrumpfung auf Länge von Objekten

Sinterfaktor und Sinterschrumpfung

Berechnung Sinterfaktor aus der Prüfvorschrift Q-10-VAZ-15-2000

$$\frac{Höhe_{vor\_Sinterung}}{Höhe_{nach\_Sinterung}} = Sinterfaktor \tag{1}$$

Berechnung Sinterschrumpfung aus der Prüfvorschrift Q-10-VAZ-15-2000 ohne den Faktor 100 für die Umrechnung in Prozent.

$$\frac{Höhe_{vor\_Sinterung} - Höhe_{nach\_Sinterung}}{Höhe_{vor\_Sinterung}} = Sinterschrumpfung \tag{2}$$

Sinterfaktor und Sinterschrumpfung lassen sich umrechnen.
Aus den Gleichungen **(1)** und **(2)** folgen die Umrechnungsformeln.

$$Sinterschrumpfung = \frac{Sinterfaktor - 1}{Sinterfaktor} \tag{3}$$

$$Sinterfaktor = \frac{1}{-Sinterschrumpfung + 1} \tag{4}$$

Zahlenbeispiel für einen typischen Sinterfaktor von Crypton.

$$Sinterfaktor = 1.10000000$$
$$Sinterschrumpfung = 0.09090909 \tag{5}$$

Auswirkung Fehler im Sinterfaktor auf die Länge eines Objekts

Ziel ist eine Formel für den Längenfehler eines Objekts ausgelöst durch einen Abweichung des wahren Sinterfaktors vom aufgedruckten Sinterfaktor.

Soll ein Objekt der Länge L hergestellt werden, muss ein Objekt der Länge L_v gefräst werden, damit der Sinterschrumpfung ausgeglichen wird. Berechnet wird die Länge L_v über den aufgedrukten Sinterfaktor F.

$$L_v = L\,F \tag{6}$$

Beim Sintern schrumpft das Objekt von der Länge L_v auf die Länge L_n bestimmt durch den wahren Sinterfaktors F_w. Dieser Schrumpf kann abweichen von dem aufgedruckten Sinterschrumpfung. Ursache können eine Schwankung des Sinterfaktors zwischen den Rohlingen einer Charge sein und Schwankungen innerhalb eines Rohlings.

Der relativer Fehler des Sinterfaktors wird mit ε_F bezeichnet.

$$F_w = F\left(1 + \varepsilon_F\right) \qquad \textbf{(7)}$$

$$L_n = \frac{L_v}{F_w} \qquad \textbf{(8)}$$

Einsetzen von **(6)**.

$$L_n = \frac{L F}{F_w} \qquad \textbf{(9)}$$

Einsetzen von **(7)**.

$$L_n = \frac{L}{1 + \varepsilon_F} \qquad \textbf{(10)}$$

Der absolute Fehler Δ_L der Länge.

$$L_n = L + \Delta_L \qquad \textbf{(11)}$$

Auflösen nach dem Fehler; einsetzen von **(10)**.

$$\Delta_L = \frac{L}{1 + \varepsilon_F} - L$$

$$\Delta_L = \frac{L\,\varepsilon_F}{-\varepsilon_F - 1} \qquad \textbf{(12)}$$

Der relativer ε_L der Länge.

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta_L}{L} \qquad \textbf{(13)}$$

Gleichung **(12)** einsetzen.

$$\varepsilon_L = \frac{\varepsilon_F}{-\varepsilon_F - 1} \qquad \textbf{(14)}$$

Der relativer Fehler muss deutlich kleiner als 1 sein, damit das Objekt brauchbar ist. Für Überschlagsrechnungen ist eine Näherungsformel über die Taylorentwicklung möglich.

$$\varepsilon_L = -\varepsilon_F + O\left(\varepsilon_F^2\right) \qquad \textbf{(15)}$$

In linearer Näherung ist der relative Fehler der Länge gleich dem relativen Fehler des Sinterfaktors.

Zahlenbeispiele für die exakte Auswirkung des relativen Fehlers des Sinterfaktors auf die Länge.

$$\varepsilon_F = 0.01000000,\ \varepsilon_L = -0.00990099$$

$$\varepsilon_F = 0.05000000,\ \varepsilon_L = -0.04761905$$

$$\varepsilon_F = 0.10000000,\ \varepsilon_L = -0.09090909$$

$$\varepsilon_F = 0.20000000,\ \varepsilon_L = -0.16666667 \qquad \textbf{(16)}$$

Die 1ineare Näherung ist bis zu einem relativen Fehler von 10% brauchbar.

Umrechnung Fehler Sinterschrumpfung zu Fehler Sinterfaktor

Der Sinterfaktor kann aus dem Sinterschrumpfung berechnet werden, siehe Gleichung **(4)**.
Ziel ist eine Formel für die Berechnung des Fehlers im Sinterfaktor, wenn der Fehler im Sinterschrumpfung gegeben ist.

Sinterfaktor F berechnet sich aus Sinterschrumpfung S nach **(4)**.

$$F = \frac{1}{-S + 1} \tag{17}$$

Der Sinterschrumpfung S hat einen relativen Fehler ε_S. Der Sinterfaktor hat einen relativen Fehler ε_F.

$$F\left(1 + \varepsilon_F\right) = \frac{1}{-S\left(1 + \varepsilon_S\right) + 1} \tag{18}$$

Gleichung **(18)** durch Gleichung **(17)** teilen.

$$1 + \varepsilon_F = \frac{-S + 1}{-S\left(1 + \varepsilon_S\right) + 1} \tag{19}$$

Auflösen nach dem gesuchten ε_F.

$$\varepsilon_F = \frac{S\,\varepsilon_S}{1 + \left(-\varepsilon_S - 1\right) S} \tag{20}$$

In der Praxis interessant sind nur relative Fehler klein gegen 1. Für diese Anwendung die Umrechnung **(20)** linearisieren.

$$\varepsilon_F = \frac{S}{-S + 1}\,\varepsilon_S + \mathrm{O}\left(\varepsilon_S^2\right) \tag{21}$$

Für Crypton ist die Schrumpfung klein gegen 1, also auch bezüglich S linearisieren.

$$\varepsilon_F = \mathrm{O}\left(\varepsilon_S^2\right) + \varepsilon_S S + \mathrm{O}\left(S^2\right)$$

$$\varepsilon_F = S\,\varepsilon_S \tag{22}$$

Bei linearer Näherung für Fehler und Sinterfaktor: Der relativer Fehler des Sinterfaktors ist der absolute Fehler der Sinterschrumpfung.

Gleichung **(22)** deutet darauf hin, dass der absolute Fehler der Sinterschrumpfung eine praktisch gut handhabbare Größe für die Beschreibung des Fehlers bei der Sinterung ist.
Der absolute Fehler Δ_S der Sinterschrumpfung berechnet sich aus dem relativen Fehler ε_S und der Sinterschrumpfung.

$$\Delta_S = S\,\varepsilon_S \tag{23}$$

Eingesetzt in Gleichung **(20)** kann der relative Fehler des Sinterfaktors aus dem absoluten Fehler der Sinterschrumpfung berechnet werden.

$$\varepsilon_F = \frac{\Delta_S}{1 - \Delta_S - S} \tag{24}$$

Der absolute Fehler der Sinterschrumpfung Δ_S ist wesentlich kleiner als 1. Daher die Gleichung **(24)** linearisieren. Das Ergebnis entspricht der Gleichung **(21)** für den relativen Fehler.

$$\varepsilon_F = \frac{1}{-S + 1}\,\Delta_S + \mathrm{O}\left(\Delta_S^2\right) \tag{25}$$

Auch hier die Linearisierung bezüglich S, weil bei Crypton die Sinterschrumpfung S klein gegen 1 ist.

$$\varepsilon_F = \Delta_S + O\left(\Delta_S^2\right) + \Delta_S S + O\left(S^2\right)$$

$$\varepsilon_F = -\Delta_S \tag{26}$$

Zahlenbeispiel für die exakte Umrechnung mit **(24)** für den typischen Sinterschrumpfung von Crypton.

$$\Delta_S = 0.01000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_F = 0.01112223$$

$$\Delta_S = 0.05000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_F = 0.05820044$$

$$\Delta_S = 0.10000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_F = 0.12359412$$

$$\Delta_S = 0.20000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_F = 0.28204767 \tag{27}$$

Die lineare Näherung **(22)** ist bei Crypton bei zu einem Fehler von rund 10%-Punkte brauchbar.

Auswirkung Fehler in der Sinterschrumpfung auf die Länge eines Objekts

Ziel ist eine Formel für den Längenfehler eines Objekts ausgelöst durch einen Abweichung des wahren Sinterfaktors vom aufgedruckten Sinterfaktor, wobei der Fehler des Sinterfaktors nur indirekt über den Fehler der Sinterschrumpfung gegeben ist.

Der relative Fehler ε_L der Objektlänge ausgelöst durch einen relativen Fehler ε_F im Sinterfaktor ist in Gleichung **(14)** gegeben.

$$\varepsilon_L = \frac{\varepsilon_F}{-\varepsilon_F - 1} \tag{28}$$

Der relative Fehler ε_F gegeben durch den relativen Fehler ε_S des Sinterfaktors ist in Gleichung **(20)** gegeben.

$$\varepsilon_F = \frac{S\,\varepsilon_S}{1 + \left(-\varepsilon_S - 1\right) S} \tag{29}$$

Einsetzen in Gleichung **(28)** und vereinfachen.

$$\varepsilon_L = \frac{S\,\varepsilon_S}{S - 1} \tag{30}$$

Linearisieren für kleine relativer Fehler ε_S und kleine Sinterschrumpfung S.

$$\varepsilon_L = \frac{S}{S - 1}\,\varepsilon_S \tag{31}$$

$$\varepsilon_L = -\varepsilon_S S + O\left(S^2\right)$$

$$\varepsilon_L = -S\,\varepsilon_S \tag{32}$$

Bei linearer Näherung für relativen Fehler und Sinterschrumpfung: Der relativer Fehler der Objektlänge ist der absolute Fehler der Sinterschrumpfung.

Der relative Längenfehler ε_L kann kürzer mit dem absoluten Fehler der Sinterschrumpfung Δ_S dargestellt werden.
Der relative Fehler ε_F gegeben durch den absoluten Fehler Δ_S des Sinterfaktors ist in Gleichung **(24)** gegeben.

$$\varepsilon_F = \frac{\Delta_S}{1 - \Delta_S - S} \tag{33}$$

Einsetzen in Gleichung **(28)** und vereinfachen.

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta_S}{S - 1} \tag{34}$$

Linearisieren für kleine absolute Fehler Δ_S und kleine Sinterschrumpfung S.

$$\varepsilon_L = \frac{1}{S - 1}\,\Delta_S \tag{35}$$

$$\varepsilon_L = -\Delta_S - \Delta_S S + O(S^2)$$

$$\varepsilon_L = -\Delta_S \tag{36}$$

Bei linearer Näherung für relativen Fehler und Sinterschrumpfung: Der relativer Fehler der Objektlänge ist der absolute Fehler der Sinterschrumpfung.

Zahlenbeispiel für die exakte Umrechnung mit **(34)** für den typischen Sinterschrumpfung von Crypton.

$$\Delta_S = 0.01000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_L = -0.01099989$$

$$\Delta_S = 0.05000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_L = -0.05499945$$

$$\Delta_S = 0.10000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_L = -0.10999890$$

$$\Delta_S = 0.20000000,\ S = 0.09090000,\ \varepsilon_L = -0.21999780 \tag{37}$$

Die lineare Näherung **(36)** ist bei Crypton bei zu einem Fehler von rund 10%-Punkte brauchbar.

Zahlenbeispiel für eine 4-gliedrige Brücke in Crypton.

$$L = 35\ [\![mm]\!],\ S = 0.09090000 \tag{38}$$

Für gegebene relative Fehler der Sinterschrumpfung:

$$\varepsilon_S = 0.00300000,\ \Delta = -0.01049885\ [\![mm]\!]$$

$$\varepsilon_S = 0.00600000,\ \Delta = -0.02099769\ [\![mm]\!]$$

$$\varepsilon_S = 0.00900000,\ \Delta = -0.03149654\ [\![mm]\!] \tag{39}$$

Für gegebene absolute Fehler der Sinterschrumpfung:

$$\Delta_S = 0.00300000,\ \Delta = -0.11549885\ [\![mm]\!]$$

$$\Delta_S = 0.00600000,\ \Delta = -0.23099769\ [\![mm]\!]$$

$$\Delta_S = 0.00900000,\ \Delta = -0.34649654\ [\![mm]\!] \tag{40}$$