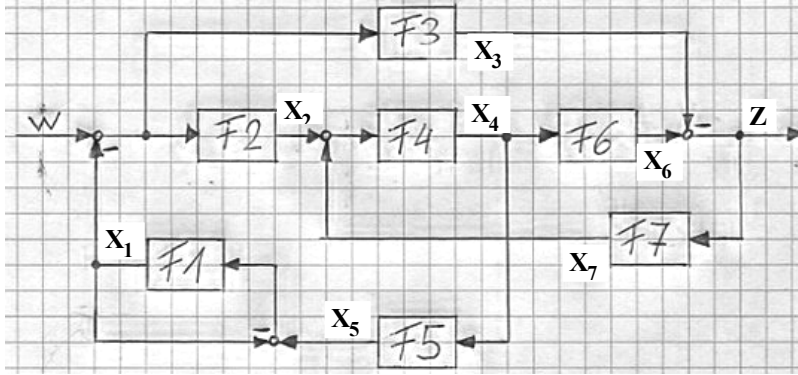


```
> restart;
```

Aufgabe

Im Blockschaltbild sind die Signale x_1 bis x_7 eingezeichnet. Das Signal w ist das Eingangssignal und z ist das Ausgangssignal des Systems. Die Übertragungsglieder sind mit F_1 bis F_7 bezeichnet. Das Signal x_i ist das Ausgangssignal vom Übertragungsglied F_i . Alle Übertragungsglieder arbeiten linear.

Die Gesamtübertragungsfunktion für das System ist zu berechnen.



Bearbeitung

Gleichungen aus dem Blockschaltbild ablesen:

```
> for i from 1 to 7 do f[i] := F[i]; end do;
```

```
> for i from 1 to 7 do x[i] := x[i]; end do;
```

```
> x1 = f1*(-x1+x5);
```

$$x_1 = F_1(-x_1 + x_5) \quad (1)$$

```
> x2=f2*(w-x1);
```

$$x_2 = F_2(w - x_1) \quad (2)$$

```
> x3=f3*(w-x1);
```

$$x_3 = F_3(w - x_1) \quad (3)$$

```
> x4=f4*(x2+x7);
```

$$x_4 = F_4(x_2 + x_7) \quad (4)$$

```
> x5=f5*(x4);
```

$$x_5 = F_5 x_4 \quad (5)$$

```
> x6=f6*(x4);
```

$$x_6 = F_6 x_4 \quad (6)$$

```
> x7=f7*(x6-x3);
```

$$x_7 = F_7(x_6 - x_3) \quad (7)$$

> **z=x6-x3;**

$$z = x_6 - x_3 \quad (8)$$

Vorgehen: Aus dem Gleichungssystem (1) bis (8) die Variablen x_1 bis x_7 eliminieren bis z als Funktion von w ausgedrückt ist.

Mit Gleichung (1) die Variable x_1 aus (2) bis (8) eliminieren. Damit es hier übersichtlich bleibt, auch alle unveränderten Gleichungen des Systems wiederholen. (Mit dem Computeralgebraprogramm Maple ist das Kopieren schnell gemacht. Mit Papier und Bleistift kann man die "verbrauchten" Gleichungen markieren.)

Zuerst die Gleichung (1) nach x_1 auflösen.

> **isolate((1),x1);**

$$x_1 = \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \quad (9)$$

Dann in die anderen Gleichungen einsetzen.

> **subs((9),(2));**

$$x_2 = F_2 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \quad (10)$$

> **subs((9),(3));**

$$x_3 = F_3 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \quad (11)$$

> **subs((9),(4));**

$$x_4 = F_4 (x_2 + x_7) \quad (12)$$

> **subs((9),(5));**

$$x_5 = F_5 x_4 \quad (13)$$

> **subs((9),(6));**

$$x_6 = F_6 x_4 \quad (14)$$

> **subs((9),(7));**

$$x_7 = F_7 (x_6 - x_3) \quad (15)$$

> **subs((9),(8));**

$$z = x_6 - x_3 \quad (16)$$

Mit Gleichung (10) die Variable x_2 aus (11) bis (16) eliminieren.

> **subs((10),(11));**

$$x_3 = F_3 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \quad (17)$$

> **subs((10),(12));**

$$x_4 = F_4 \left(F_2 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) + x_7 \right) \quad (18)$$

> **subs((10),(13));**

$$x_5 = F_5 x_4 \quad (19)$$

> subs ((10),(14)) ;

$$x_6 = F_6 x_4 \quad (20)$$

> subs ((10),(15)) ;

$$x_7 = F_7 (x_6 - x_3) \quad (21)$$

> subs ((10),(16)) ;

$$z = x_6 - x_3 \quad (22)$$

Mit Gleichung (17) die Variable x_3 aus (18) bis (22) eliminieren.

> subs ((17),(18)) ;

$$x_4 = F_4 \left(F_2 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) + x_7 \right) \quad (23)$$

> subs ((17),(19)) ;

$$x_5 = F_5 x_4 \quad (24)$$

> subs ((17),(20)) ;

$$x_6 = F_6 x_4 \quad (25)$$

> subs ((17),(21)) ;

$$x_7 = F_7 \left(x_6 - F_3 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \right) \quad (26)$$

> subs ((17),(22)) ;

$$z = x_6 - F_3 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \quad (27)$$

Mit Gleichung (23) die Variable x_4 aus (24) bis (27) eliminieren.

> subs ((23),(24)) ;

$$x_5 = F_5 F_4 \left(F_2 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) + x_7 \right) \quad (28)$$

> subs ((23),(25)) ;

$$x_6 = F_6 F_4 \left(F_2 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) + x_7 \right) \quad (29)$$

> subs ((23),(26)) ;

$$x_7 = F_7 \left(x_6 - F_3 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \right) \quad (30)$$

> subs ((23),(27)) ;

$$z = x_6 - F_3 \left(w - \frac{F_1 x_5}{1 + F_1} \right) \quad (31)$$

Mit Gleichung (28) die Variable x_5 aus (29) bis (31) eliminieren.
Zuerst die Gleichung nach x_5 auflösen.

> isolate((28),x5); simplify(% ,size): sort(%);

$$x_5 = \frac{F_5 F_4 F_2 w + F_5 F_4 F_2 w F_1 + F_4 F_5 x_7 + F_5 F_4 x_7 F_1}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1}$$

$$x_5 = \frac{(F_1 + 1) (w F_2 + x_7) F_4 F_5}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \quad (32)$$

Dann in die anderen Gleichungen einsetzen.

> subs((32),(29)); simplify(% ,size): sort(%);

$$x_6 = F_6 F_4 \left(F_2 \left(w - \frac{F_1 F_5 F_4 (w F_2 + x_7)}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \right) + x_7 \right)$$

$$x_6 = \frac{(F_1 + 1) (w F_2 + x_7) F_4 F_6}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \quad (33)$$

> subs((32),(30));

$$x_7 = F_7 \left(x_6 - F_3 \left(w - \frac{F_1 F_5 F_4 (F_2 w + x_7)}{1 + F_1 + F_5 F_4 F_2 F_1} \right) \right) \quad (34)$$

> subs((32),(31)); simplify(% ,size): sort(%);

$$z = x_6 - F_3 \left(w - \frac{F_1 F_5 F_4 (w F_2 + x_7)}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \right)$$

$$z = - \frac{(w + (-F_4 F_5 x_7 + w) F_1) F_3}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} + x_6 \quad (35)$$

Mit Gleichung (33) die Variable x_6 aus (34) und (35) eliminieren.

> subs((33),(34)); simplify(% ,size): sort(%);

$$x_7 = F_7 \left(\frac{F_6 F_4 (F_1 + 1) (w F_2 + x_7)}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} - F_3 \left(w - \frac{F_1 F_5 F_4 (w F_2 + x_7)}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \right) \right)$$

$$x_7 = \frac{(-w F_3 + (w F_2 + x_7) F_4 F_6 + (-w F_3 + (F_3 F_5 x_7 + (w F_2 + x_7) F_6) F_4) F_1) F_7}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \quad (36)$$

> subs((33),(35)); simplify(% ,size): sort(%);

$$z = \frac{F_6 F_4 (F_1 + 1) (F_2 w + x_7)}{1 + F_1 + F_5 F_4 F_2 F_1} - \frac{F_3 ((w - F_5 F_4 x_7) F_1 + w)}{1 + F_1 + F_5 F_4 F_2 F_1}$$

$$z = \frac{-w F_3 + (w F_2 + x_7) F_4 F_6 + (-w F_3 + (F_3 F_5 x_7 + (w F_2 + x_7) F_6) F_4) F_1}{F_1 F_2 F_4 F_5 + F_1 + 1} \quad (37)$$

Mit Gleichung (36) die Variable x_7 aus (37) eliminieren. Zuerst die Gleichung nach x_7 auflösen.

> isolate((36),x7); simplify(% ,size): sort(%);

$$x_7 = \frac{F_7 F_6 F_4 F_2 w F_1 - F_7 F_3 w F_1 + F_7 F_6 F_4 F_2 w - F_7 F_3 w}{F_1 + F_5 F_4 F_2 F_1 - F_7 F_6 F_4 F_1 - F_7 F_3 F_5 F_4 F_1 + 1 - F_4 F_6 F_7}$$

$$x_7 = \frac{(F_2 F_4 F_6 - F_3) (F_1 + 1) w F_7}{-F_4 F_6 F_7 + ((-F_6 F_7 + (-F_3 F_7 + F_2) F_5) F_4 + 1) F_1 + 1} \quad (38)$$

> subs((38),(37));

$$z = \frac{1}{1 + F_1 + F_5 F_4 F_2 F_1} \left(\left(\left(\left(F_2 w \right. \right. \right. \right. \\ + \frac{F_7 w (F_6 F_4 F_2 - F_3) (1 + F_1)}{(1 + (-F_6 F_7 + F_5 (F_2 - F_7 F_3)) F_4) F_1 + 1 - F_7 F_6 F_4} \Bigg) F_6 \\ + \frac{F_3 F_5 F_7 w (F_6 F_4 F_2 - F_3) (1 + F_1)}{(1 + (-F_6 F_7 + F_5 (F_2 - F_7 F_3)) F_4) F_1 + 1 - F_7 F_6 F_4} \Bigg) F_4 - F_3 w \Bigg) F_1 + \left(F_2 w \right. \\ \left. + \frac{F_7 w (F_6 F_4 F_2 - F_3) (1 + F_1)}{(1 + (-F_6 F_7 + F_5 (F_2 - F_7 F_3)) F_4) F_1 + 1 - F_7 F_6 F_4} \Bigg) F_6 F_4 - F_3 w \right) \quad (39)$$

> simplify((39),size): sort(%);

$$z = \frac{(F_2 F_4 F_6 - F_3) (F_1 + 1) w}{-F_4 F_6 F_7 + ((F_2 F_5 - (F_3 F_5 + F_6) F_7) F_4 + 1) F_1 + 1} \quad (40)$$

Die Gesamtübertragungsfunktion

> F[ges] = z/w;

$$F_{ges} = \frac{z}{w} \quad (41)$$

> subs ((40),(41)) ;

$$F_{ges} = \frac{(F_2 F_4 F_6 - F_3) (F_1 + 1)}{-F_4 F_6 F_7 + ((F_2 F_5 - (F_3 F_5 + F_6) F_7) F_4 + 1) F_1 + 1} \quad (42)$$

Den Nenner in ausmultiplizierter Form.

> lhs ((42))=numer (rhs ((42))) /expand (denom (rhs ((42)))) : sort(%);

$$F_{ges} = \frac{(F_2 F_4 F_6 - F_3) (F_1 + 1)}{-F_1 F_3 F_4 F_5 F_7 + F_1 F_2 F_4 F_5 - F_1 F_4 F_6 F_7 - F_4 F_6 F_7 + F_1 + 1} \quad (43)$$