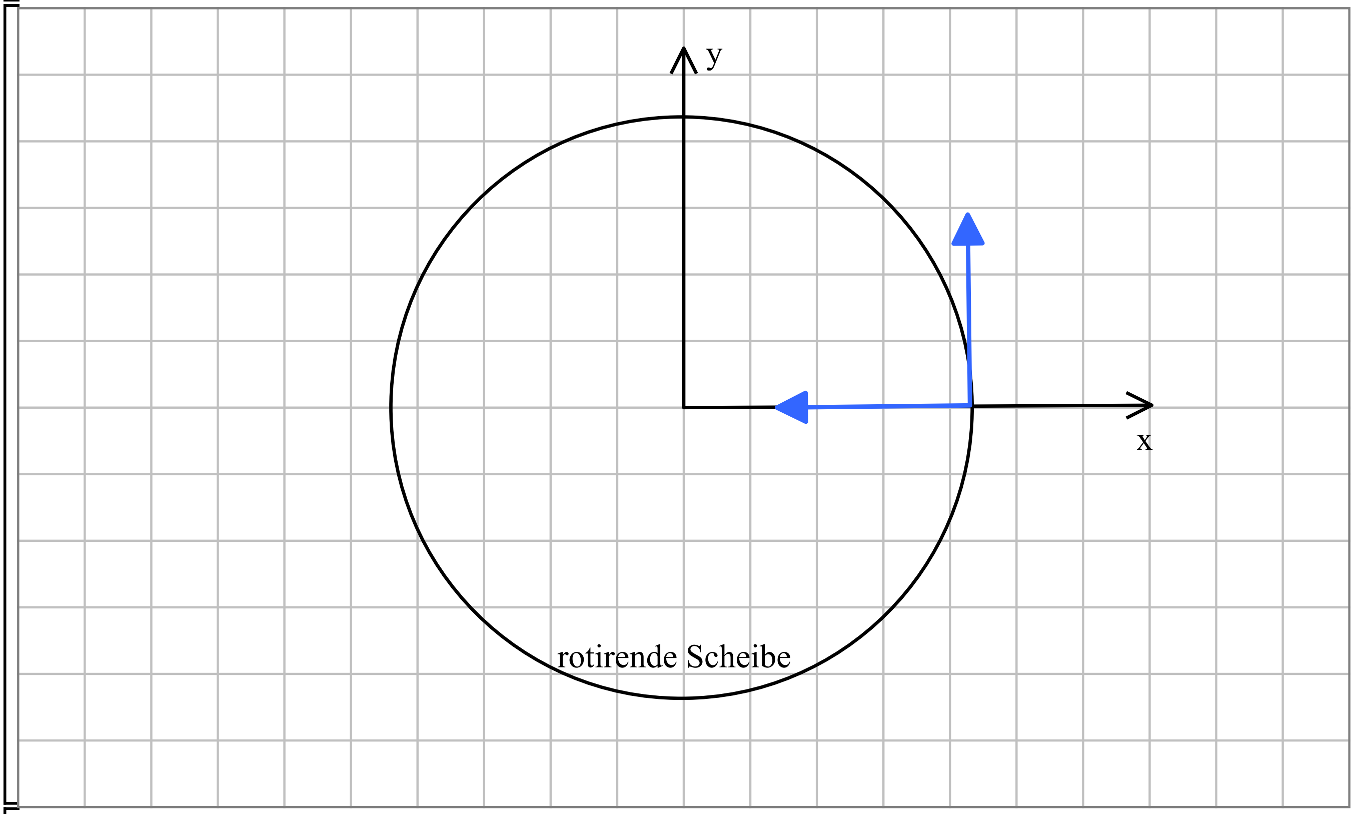
```
> restart;
> Digits:=30: interface(displayprecision=5):
```

Zum Rechnen ein Koordinatensystem festlegen:
Kartesischen Koordinatensystem fest mit der Erde verbunden. Nullpunkt in die Mitte des Drehtellers. X-Achse nach rechts. Zum Zeitpunkt t=0 erfolgt der Schuss. Der Spieler steht dabei auf der x-Achse.

Skizze:



Beim Schuss bekommt der Ball vom Spieler eine Geschwindigkeit v zusammengesetzt aus zwei Komponenten.

```
> v = <v[x],v[y]>;
```

$$v = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Die x-Komponente der Geschwindigkeit ist in der Aufgabe direkt mit v_x = -2 m/s angegeben. Minus, weil in Richtung des Nullpunkts geschossen wird.
Die y-Komponente der Geschwindigkeit entsteht durch die Drehbewegung. Der Spieler bewegt sich auf der Scheibe mit der Bahngeschwindigkeit zum Zeitpunkt t=0:

```
> v[Spieler] = <0,omega * r>;
```

$$v_{Spieler} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega\, r \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Die Parameter der Kreisbewegung sind in der Aufgabe gegeben:

```
> r = 2*Unit(m);
```

$$r = 2\ [\![m]\!] \qquad (3)$$

```
> omega = 2*Pi/(`1.5` * Unit(min));
```

(4)

$$\omega = \frac{2\,\pi}{1.5\,\llbracket \mathrm{min} \rrbracket} \tag{4}$$

```
> omega = evalf(2*Pi/(1.5 * Unit(min)));
```

$$\omega = \frac{4.18879}{\llbracket \mathrm{min} \rrbracket} \tag{5}$$

```
> simplify((5));
```

$$\omega = 0.06981 \left\llbracket \frac{1}{s} \right\rrbracket \tag{6}$$

Die Startgeschwindigkeit des Balls ist also

```
> v = <-2*Unit(m/s),0> + v[Spieler];
```

$$v = v_{Spieler} + \begin{bmatrix} -2 \left\llbracket \frac{m}{s} \right\rrbracket \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

```
> simplify(subs((2),(3),(6),(7)));
```

$$v = \begin{bmatrix} -2 \left\llbracket \frac{m}{s} \right\rrbracket \\ 0.13963 \left\llbracket \frac{m}{s} \right\rrbracket \end{bmatrix} \tag{8}$$

Annahme: Die Reibung des rollenden Balls ist vernachlässigbar. Der Ball rollt über die rotirende Scheibe ohne Geschwindigkeitsänderung.
Der Ort des Balls ist dann

```
> x = x[0] + v*t;
```

$$x = x_0 + v\,t \tag{9}$$

Dabei ist x0 die Startposition des Balls zum Zeitpunkt t=0

```
> x[0] = <r,0>;
```

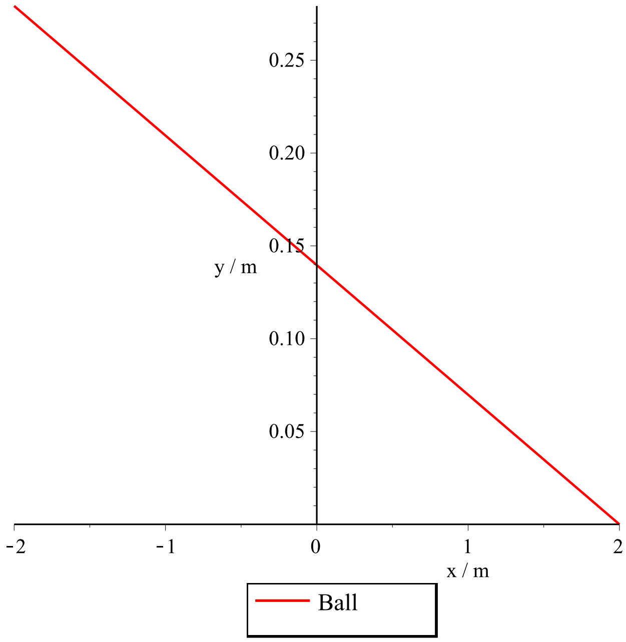
$$x_0 = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

```
> subs((10),(3),(8),(9));
```

$$x = \begin{bmatrix} 2\,\llbracket m \rrbracket \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \left\llbracket \frac{m}{s} \right\rrbracket \\ 0.13963 \left\llbracket \frac{m}{s} \right\rrbracket \end{bmatrix} t \tag{11}$$

Die Skizze der Bewegung bis zum Zeitpunkt t = 2s im ruhenden Koordinatensystem:

```
> vth:=simplify(rhs(subs(t=p*Unit(s),(11)))/Unit(m)): plot([vth[1],
  vth[2],p=0..2],legend="Ball",labels=["x / m","y / m"]);
```



Gefragt ist nach der Distanz des Balls zur Drehachse. Exakt gerechnet müsste der Abstand der Gerade x (t) vom Nullpunkt bestimmt werden
Vermutlich ist es bei dieser Aufgabe ausreichend den Abstand zu berechnen, wenn der Ball bei x=0 ist.
x=0 liefert die Zeit t=1s wie man an der Gleichung **(11)** sofort ablesen kann.
Der Ort bei t=1s ist

```
> simplify(subs(t=1*Unit(s),(11)));
```

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.13963 \, [\![m]\!] \end{bmatrix} \quad \textbf{(12)}$$

Der Abstand zur Drehachse ist 0,14 m.

Die gezeichnete Bahn auf dem Drehteller soll skizziert werden. Dieses ist ohne Rechnung möglich: Mit einer Hand die Gerade malen und mit der anderen Hand das Blatt drehen.

Die Bahn des Balls auf dem Drehteller: Ein zweiter Koordinatensystem v wählen, dass fest mit dem Drehteller verbunden ist. Zum Zeitpunkt t=0 sollen beide Koordinatensysteme übereinanderliegen v = x.
Die Transformationsvorschrift zwischen den beiden Koordinatensystemen ist die Drehung.

```
> v = <<cos(omega*t),-sin(omega*t)>|<sin(omega*t),cos(omega*t)>> .
  x;
```

$$v = \begin{bmatrix} \cos(\omega\, t) & \sin(\omega\, t) \\ -\sin(\omega\, t) & \cos(\omega\, t) \end{bmatrix} . x \qquad \textbf{(13)}$$

Die Bahn des Balls in das rotierende Koordinatensystem transformieren

```
> subs((11),(6),(13));
```

$$v = \begin{bmatrix} \cos\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) & \sin\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) \\ -\sin\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) & \cos\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 \left[\!\left[m\right]\!\right] - 2\, t \left[\!\left[\frac{m}{s}\right]\!\right] \\ 0.13963\, t \left[\!\left[\frac{m}{s}\right]\!\right] \end{bmatrix} \qquad \textbf{(14)}$$

Das Matrixprodukt ausgeschrieben

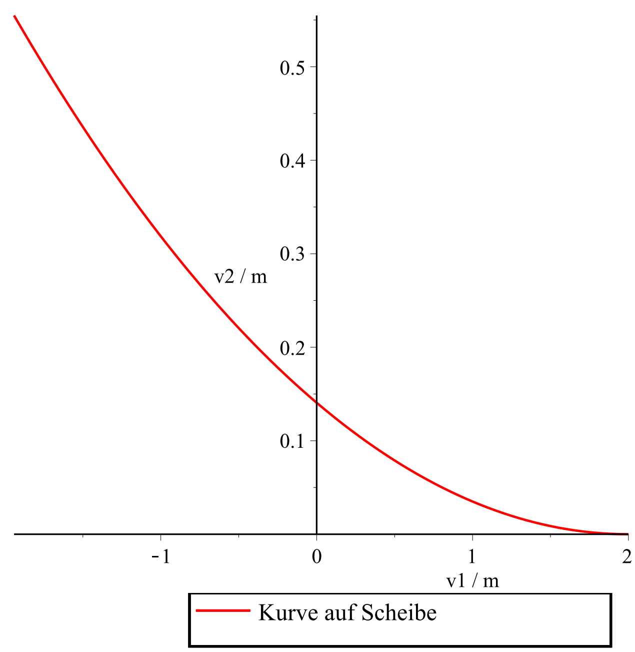
```
> evalf((14));
```

$$\begin{aligned} v = \Bigg[& \Bigg[\cos\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) \left(2.00000 \left[\!\left[m\right]\!\right] - 2.00000\, t \left[\!\left[\frac{m}{s}\right]\!\right]\right) \\ & + 0.13963 \sin\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) t \left[\!\left[\frac{m}{s}\right]\!\right]\Bigg], \\ & \Bigg[-1.00000 \sin\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) \left(2.00000 \left[\!\left[m\right]\!\right] - 2.00000\, t \left[\!\left[\frac{m}{s}\right]\!\right]\right) \\ & + 0.13963 \cos\left(0.06981 \left[\!\left[\frac{1}{s}\right]\!\right] t\right) t \left[\!\left[\frac{m}{s}\right]\!\right]\Bigg]\Bigg] \end{aligned} \qquad \textbf{(15)}$$

Die Kurve v bis zum Zeitpunkt t=2s darstellen:

```
> vrh:=rhs(simplify(subs(t=p*Unit(s),(15))/Unit(m))); plot([vrh[1],
  vrh[2],p=0..2],legend="Kurve auf Scheibe",labels=["v1 / m","v2 /
  m"]);
```

$$vrh := \begin{bmatrix} 2.00000 \cos(0.06981\, p) - 2.00000 \cos(0.06981\, p)\, p + 0.13963 \sin(0.06981\, p)\, p \\ -2.00000 \sin(0.06981\, p) + 2.00000 \sin(0.06981\, p)\, p + 0.13963 \cos(0.06981\, p)\, p \end{bmatrix}$$


0.5
0.4
0.3
v2 / m
0.2
0.1
-1
0
1
2
v1 / m
Kurve auf Scheibe