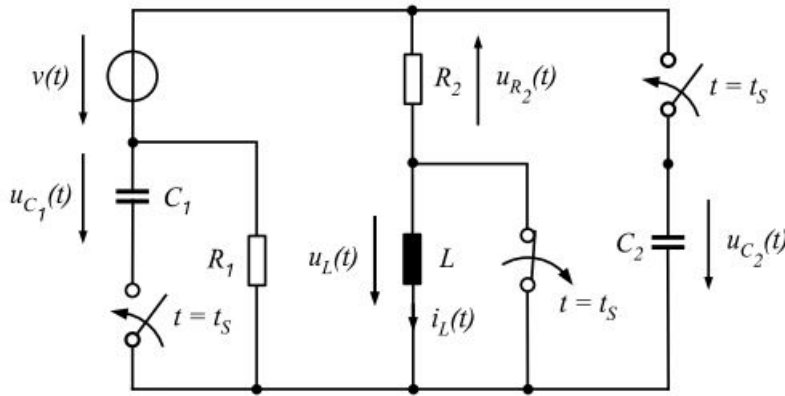


```
> restart;
> interface(imaginaryunit='j'):
> jo := j*omega:
```

Gesucht ist die Übertragungsfunktion $H(s)$ als Funktion der komplexen Frequenz $s = j\omega$. Das Eingangssignal ist $v(t)$. Das Ausgangssignal ist $u_{C_2}(t)$.

Die Schaltung:



Die Schaltung wird nach dem Schalten, nach dem Zeitpunkt t_s , betrachtet.

Beschreiben der Schaltung im Frequenzbereich.

Drei Maschen:

```
> U[C1](jo) - U[R1](jo) = 0;
      U_C1(j\omega) - U_R1(j\omega) = 0
```

(1)

```
> V(jo) + U[C1](jo) - U[L](jo) + U[R2](jo) = 0;
      V(j\omega) + U_C1(j\omega) - U_L(j\omega) + U_R2(j\omega) = 0
```

(2)

```
> V(jo) + U[C1](jo) - U[C2](jo) = 0;
      V(j\omega) + U_C1(j\omega) - U_C2(j\omega) = 0
```

(3)

Die Ströme sind bei einigen Bauteilen nicht eingezeichnet. Dort die Stromrichtung gleich der eingezeichneten Spannungsrichtung wählen.

Zwei Knoten (die untere horizontale Verbindung als einen Knoten interpretiert):

```
> I[C1](jo) + I[R1](jo) + I[L](jo) + I[C2](jo) = 0;
      I_C1(j\omega) + I_R1(j\omega) + I_L(j\omega) + I_C2(j\omega) = 0
```

(4)

```
> I[R2](jo) - I[L](jo) = 0;
      I_R2(j\omega) - I_L(j\omega) = 0
```

(5)

Jeweils den Strom durch das Bauteil über die Bauteilkennlinie aus der Spannung am Bauteil berechnen.

```
> I[C1](jo) = jo*C[1]*U[C1](jo);
```

(6)

$$I_{C1}(j\omega) = j\omega C_1 U_{C1}(j\omega) \quad (6)$$

$$> I[C2](j\omega) = j\omega * C[2] * U[C2](j\omega);$$

$$I_{C2}(j\omega) = j\omega C_2 U_{C2}(j\omega) \quad (7)$$

$$> I[L](j\omega) = 1/(j\omega * L) * U[L](j\omega);$$

$$I_L(j\omega) = -\frac{j U_L(j\omega)}{\omega L} \quad (8)$$

$$> I[R1](j\omega) = 1/R[1] * U[R1](j\omega);$$

$$I_{R1}(j\omega) = \frac{U_{R1}(j\omega)}{R_1} \quad (9)$$

$$> I[R2](j\omega) = 1/R[2] * U[R2](j\omega);$$

$$I_{R2}(j\omega) = \frac{U_{R2}(j\omega)}{R_2} \quad (10)$$

Die Ströme einsetzen in beiden Gleichung (4) und (5) aus der Knotenregel.

$$> \text{subs}((6),(7),(8),(9),(4));$$

$$j\omega C_1 U_{C1}(j\omega) + \frac{U_{R1}(j\omega)}{R_1} - \frac{j U_L(j\omega)}{\omega L} + j\omega C_2 U_{C2}(j\omega) = 0 \quad (11)$$

$$> \text{subs}((8),(10),(5));$$

$$\frac{U_{R2}(j\omega)}{R_2} + \frac{j U_L(j\omega)}{\omega L} = 0 \quad (12)$$

Aus den Gleichungen (1), (2), (3), (11) und (12) die Ausgangsspannung U_{C2} als Funktion der Eingangsspannung V darstellen.

Gleichung (1) nach U_{C1} auflösen und in die ersten drei Gleichungen einsetzen.

$$> \text{isolate}((1), U[C1](j\omega));$$

$$U_{C1}(j\omega) = U_{R1}(j\omega) \quad (13)$$

$$> \text{subs}((13),(2));$$

$$V(j\omega) + U_{R1}(j\omega) - U_L(j\omega) + U_{R2}(j\omega) = 0 \quad (14)$$

$$> \text{subs}((13),(3));$$

$$V(j\omega) + U_{R1}(j\omega) - U_{C2}(j\omega) = 0 \quad (15)$$

$$> \text{subs}((13),(11));$$

$$j\omega C_1 U_{R1}(j\omega) + \frac{U_{R1}(j\omega)}{R_1} - \frac{j U_L(j\omega)}{\omega L} + j\omega C_2 U_{C2}(j\omega) = 0 \quad (16)$$

Gleichung (14) nach U_{R1} auflösen und in die Gleichungen (15) und (16) einsetzen.

$$> \text{isolate}((14), U[R1](j\omega));$$

$$U_{R1}(j\omega) = -V(j\omega) + U_L(j\omega) - U_{R2}(j\omega) \quad (17)$$

$$> \text{subs}((17),(15));$$

$$U_L(j\omega) - U_{R2}(j\omega) - U_{C2}(j\omega) = 0 \quad (18)$$

$$> \text{subs}((17),(16));$$

$$j \omega C_1 (-V(j \omega) + U_L(j \omega) - U_{R2}(j \omega)) + \frac{-V(j \omega) + U_L(j \omega) - U_{R2}(j \omega)}{R_1} - \frac{j U_L(j \omega)}{\omega L} + j \omega C_2 U_{C2}(j \omega) = 0 \quad (19)$$

Gleichung (18) nach U_L auflösen und in Gleichung (12) und (19) einsetzen.

> isolate((18), U[L]);

$$U_L(j \omega) = U_{R2}(j \omega) + U_{C2}(j \omega) \quad (20)$$

> subs((20), (12));

$$\frac{U_{R2}(j \omega)}{R_2} + \frac{j (U_{R2}(j \omega) + U_{C2}(j \omega))}{\omega L} = 0 \quad (21)$$

> subs((20), (19));

$$j \omega C_1 (-V(j \omega) + U_{C2}(j \omega)) + \frac{-V(j \omega) + U_{C2}(j \omega)}{R_1} - \frac{j (U_{R2}(j \omega) + U_{C2}(j \omega))}{\omega L} + j \omega C_2 U_{C2}(j \omega) = 0 \quad (22)$$

Gleichung (21) auflösen nach U_{R2} und in Gleichung (22) einsetzen.

> solve((21), {U[R2](jo)}) [1];

$$U_{R2}(j \omega) = - \frac{j R_2 U_{C2}(j \omega)}{\omega L + j R_2} \quad (23)$$

> subs((23), (22));

$$j \omega C_1 (-V(j \omega) + U_{C2}(j \omega)) + \frac{-V(j \omega) + U_{C2}(j \omega)}{R_1} - \frac{j \left(- \frac{j R_2 U_{C2}(j \omega)}{\omega L + j R_2} + U_{C2}(j \omega) \right)}{\omega L} + j \omega C_2 U_{C2}(j \omega) = 0 \quad (24)$$

Die Gleichung vereinfachen.

> collect((24), {U[C2](jo), V(jo)});

$$\left(-\frac{1}{R_1} - j \omega C_1 \right) V(j \omega) + \left(j \omega C_1 + j \omega C_2 + \frac{1}{R_1} - \frac{j \left(-\frac{j R_2}{\omega L + j R_2} + 1 \right)}{\omega L} \right) U_{C2}(j \omega) = 0 \quad (25)$$

Auflösen nach der Ausgangsspannung U_{C2} .

> collect(solve((25), {U[C2](jo)}) [1], V(jo));

$$U_{C2}(j \omega) = \frac{V(j \omega) (\omega L + j R_2 + j \omega^2 C_1 R_1 L - \omega C_1 R_1 R_2)}{j \omega^2 C_1 R_1 L - \omega C_1 R_1 R_2 + j \omega^2 C_2 R_1 L - \omega C_2 R_1 R_2 + \omega L + j R_2 - j R_1} \quad (26)$$

Die Übertragungsfunktion ist

> H(jo)=U[C2](jo) / V(jo);

(27)

$$H(j\omega) = \frac{U_{C2}(j\omega)}{V(j\omega)} \quad (27)$$

```
> subs((26),(27)) ;
```

$$H(j\omega) = \frac{\omega L + jR_2 + j\omega^2 C_1 R_1 L - \omega C_1 R_1 R_2}{j\omega^2 C_1 R_1 L - \omega C_1 R_1 R_2 + j\omega^2 C_2 R_1 L - \omega C_2 R_1 R_2 + \omega L + jR_2 - jR_1} \quad (28)$$

```
> eval((28),omega=s/j): simplify(%): collect(%,s);
```

$$H(s) = \frac{s^2 C_1 R_1 L + (L - C_1 R_1 R_2) s - R_2}{(C_1 R_1 L + C_2 R_1 L) s^2 + (L - C_2 R_1 R_2 - C_1 R_1 R_2) s - R_2 + R_1} \quad (29)$$

```
>
```