

```

> restart;
> Digits:=25: interface( displayprecision = 7 ):
> dt := `&Delta;t`:
> dv := `&Delta;V`:

```

Aufgabe

Eine Staumauer hat eine Rohröffnung bei 1,5 m unter dem Wasserspiegel. Der Radius beträgt 5 mm und die Länge des Rohres 2 m (dynamische Viskosität $\eta = 0,001 \text{ kg/ms}$).
Wieviel Wasser geht pro Tag verloren?

Rechenweg

Annahme: das Rohr ist glatt, die Strömung ist laminar.

Auf dem Wasserspiegel wirkt der Luftdruck, ebenso auf das äußere Ende des Rohrs. Auf das innere Ende des Rohrs wirkt der hydrostatische Druck und der Luftdruck.

Die Druckdifferenz p zwischen den beiden Rohrenden ist der hydrostatische Druck.

```
> p = rho * g * h;
```

$$p = \rho g h \quad (1)$$

Dabei ist die Dichte des Wassers (bei 20 °C)

```
> rho = 998 * Unit(kg/m^3);
```

$$\rho = 998 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (2)$$

Die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche

```
> g = 9.81 * Unit(m/s^2);
```

$$g = 9.81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (3)$$

Die Höhe der Wassersäule über dem inneren Rohrende

```
> h = 1.5 * Unit(m);
```

$$h = 1.5 \left[\text{m} \right] \quad (4)$$

Für die laminare Strömung im Rohrs gilt das Hagen-Poiseuillesche Gesetz.

Der Volumenstrom $\Delta V / \Delta t$ durch das Rohr bei einem Druckabfall p ist

```
> dv/dt = (Pi*r^4)/(8*eta*L)*p;
```

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4 p}{8 \eta L} \quad (5)$$

Dabei ist der Radius des Rohrs

```
> r = 5*Unit(mm);
```

$$r = 5 \left[\text{mm} \right] \quad (6)$$

Die Länge des Rohrs

```
> L = 2*Unit(m);
```

$$L = 2 \left[\text{m} \right] \quad (7)$$

Dynamische Viskosität von Wasser (bei 20 °C)

```
> eta = 1006e-6*Unit(Pa*s);
```

$$\eta = 0.001006 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}} \right] \quad (8)$$

Gleichung (1) in Gleichung (5) einsetzen.

```
> subs ( (1), (5) );
```

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4 \rho g h}{8 \eta L} \quad (9)$$

Auflösen nach dem gesuchten Volumen.

```
> isolate (9,dv) ;
```

$$\Delta V = \frac{\pi r^4 \rho g h \Delta t}{8 \eta L} \quad (10)$$

Der Zeitraum ist gegeben zu 1 Tag = 24 h =

```
> dt = 24*3600*Unit(s) ;
```

$$\Delta t = 86400 \text{ [s]} \quad (11)$$

Die Zahlen einsetzen und ausrechnen.

```
> subs ( (2),(3),(4),(6),(7),(8),(11),(10) ) : simplify(%) ;
```

$$\Delta V = 154.7806 \text{ [m}^3\text{]} \quad (12)$$

An einem Tag stömt 155 m³ Wasser aus.

▼ Hilfsmittel

- Stöcker: Taschenbuch der Physik, Verlag Harri Deutsch
- Maple 14, <http://www.maplesoft.com/>