

```
> restart;
> Digits := 24: interface( displayprecision = 5 );
```

Aufgabe

Ein Server-Raum der Computertechnik soll mit einem Kühlsystem klimatisiert werden. Die Wärme wird dabei durch einen Wasserkreislauf mit einem Rohrleitungsdurchmesser von 1 cm und einer Strömungsgeschwindigkeit von 2 m/s an einem Kühlkörper ($A=1,5\text{m}^2$, $\alpha=190\text{W/m}^2\text{K}$) abgeführt. Dieser gibt die Wärme an die vorbeiströmende Luft (20°C) ab. Die Wassertemperatur der Zuleitung beträgt 90°C , die der Ableitung beträgt 50°C .

Berechnen Sie die Temperatur des Kühlkörpers.

Rechenweg

Mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der Rohrleitung

```
> v = 2*Unit(m/s);
```

$$v = 2 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (1)$$

Durchmesser der Rohrleitung

```
> d = 1.0*Unit(cm): simplify(%);
```

$$d = 0.010000 \left[\text{m} \right] \quad (2)$$

Querschnitt der Rohrleitung

```
> A[r] = Pi*d^2/4;
```

$$A_r = \frac{\pi d^2}{4} \quad (3)$$

Volumenstrom durch die Rohrleitung

```
> Phi = A[r] * v;
```

$$\Phi = A_r v \quad (4)$$

Dichte von Wasser bei 60°C aus [1]. Die Temperaturabhängigkeit der Dichte wird vernachlässigt. (Konstante Strömungsgeschwindigkeit und konstanter Rohrdurchmesser in der Aufgabe passen zu dieser Näherung.)

```
> rho = 983*Unit(kg/m^3);
```

$$\rho = 983 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (5)$$

Massenstrom durch die Rohrleitung

```
> Mu = rho * Phi;
```

$$M = \rho \Phi \quad (6)$$

Spezifische Wärmekapazität von Wasser bei 20°C aus [1]. Auch die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität wird vernachlässigt.

```
> c[p] = eval( 4.1843*Unit(kJ/(kg*K)), 1 );
```

$$c_p = 4.1843 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right] \quad (7)$$

Temperatur des Wassers vor dem Kühlkörper

```
> T[z] = 90.0*Unit(degC); lhs(%)=convert(rhs(%), temperature, K);
```

$$T_{zu} = 90.0 \left[\text{degC} \right]$$

$$T_{zu} = 363.15 \left[\text{K} \right]$$

(8)

Temperatur des Wassers nach dem Kühlkörper

```
> T[ab] = 50.0*Unit(degC); lhs(%)=convert(rhs(%), temperature, K);
```

$$T_{ab} = 50.0 \text{ } [degC]$$
$$T_{ab} = 323.15 \text{ } [K]$$
(9)

Wärmestrom in den Kühlkörper

```
> P = c[p] * Mu * ( T[zu] - T[ab] );
```

$$P = c_p M (T_{zu} - T_{ab})$$
(10)

Einsetzen von (6), (4), (3).

```
> subs( (6), (4), (3), (10) );
```

$$P = \frac{c_p \rho \pi d^2 v (T_{zu} - T_{ab})}{4}$$
(11)

Die Lufttemperatur

```
> T[l] = 20.0*Unit(degC); lhs(%)=convert(rhs(%), temperature, K);
```

$$T_l = 20.0 \text{ } [degC]$$
$$T_l = 293.15 \text{ } [K]$$
(12)

Die Oberfläche des Kühlkörpers

```
> A = 1.5*Unit(m^2);
```

$$A = 1.5 \text{ } [m^2]$$
(13)

Wärmeübergangskoeffizient des Kühlkörpers

```
> alpha = eval( 190*Unit(W/(m^2*K)), 1 );
```

$$\alpha = 190 \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$
(14)

Die Kühlleistung des Kühlkörpers. Dabei ist T_k die Oberflächentemperatur des Kühlkörpers.

```
> P = A * alpha * ( T[k] - T[l] );
```

$$P = A \alpha (T_k - T_l)$$
(15)

Der Kühlkörper führt die Wärme aus dem Wasser (11) in die Luft. (Annahmen: stationärer Zustand, keine Verluste.)

```
> subs( (11), (15) );
```

$$\frac{c_p \rho \pi d^2 v (T_{zu} - T_{ab})}{4} = A \alpha (T_k - T_l)$$
(16)

Auflösen nach der gesuchten Kühlkörpertemperatur T_k .

```
> isolate( (16), T[k] );
```

$$T_k = \frac{c_p \rho \pi d^2 v (T_{zu} - T_{ab})}{4 A \alpha} + T_l$$
(17)

Zahlenwerte einsetzen und ausrechnen.

```
> subs( (1), (2), (5), (7), (8), (9), (12), (13), (14), (17) ): simplify(%);
```

$$T_k = 383.83 \text{ } [K]$$
(18)

```
> lhs((18))=convert(rhs((18)), temperature, degC);
```

$$T_k = 110.68 \text{ } [degC]$$
(19)

Nach der Rechnung beträgt die Oberflächentemperatur des Kühlkörpers 111 °C. Diese Temperatur liegt aber über der Temperatur des Wasser. Im Stationären Zustand kann die Temperatur des

Kühlkörpers nicht über der Temperatur des Wassers liegen. Den Wassertemperaturen nach muss die Temperatur unter 50 °C liegen, sonst könnte der Kühlkörper das Wasser nicht auf diese Temperatur abkühlen. (Wärme strömt durch einfachen Wärmekontakt immer in Richtung der höheren Temperatur.)

In der Aufgabe könnte ein System aus Wärmepumpe und Kühlkörper gemeint sein. Die Wärmepumpe würde dann die Wärme gegen die Temperaturdifferenz pumpen.

Auch möglich ist ein Fehler in der Rechnung oder ein Fehler in der Aufgabe.

Zur Kontrolle die beiden gleichgesetzten Wärmeströme getrennt ausrechnen.

Wärmestrom aus dem Wasserkreislauf aus Gleichung (11):

$$\begin{aligned} &> \text{subs} \left((1), (2), (5), (7), (8), (9), (12), (13), (14), (11) \right) : \text{simplify}(\%) ; \\ &P = 25844. \quad [W] \end{aligned} \quad (20)$$

Der vom Kühlkörper abgeführte Wärmestrom aus Gleichung (15):

$$\begin{aligned} &> \text{subs} \left((1), (2), (5), (7), (8), (9), (12), (13), (14), (18), (15) \right) : \text{simplify}(\%) ; \\ &P = 25844. \quad [W] \end{aligned} \quad (21)$$

Hilfsmittel:

[1] Cerbe, Wilhelms: Technische Thermodynamik, Hanser Verlag

[2] Bronstein et al: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch

[3] Maple 14