```
> restart;
> interface( imaginaryunit=i ):
```

Polare Trägheitsmomente

Die Achse verläuft immer durch die Mitte der Figur.

Das polare Trägheitsmoment ist ein Integral über die Fläche der Figur. Integriert wird der Abstand r des Flächenelements zur Achse.

```
> K = Int(r^2,A);
```

$$K = \int r^2 \, \mathrm{d}A \tag{1}$$

Das polare Trägheitsmoment kann durch die Summe der beiden äquatorialen Trägheitsmomente ausgedrückt werden.

```
> K = Int(x^2+y^2,A); K = J[xx] + J[yy];
```

$$K = \int \left(x^2 + y^2\right) \mathrm{d}A$$

$$K = J_{xx} + J_{yy} \tag{2}$$

mit den beiden äquatorialen Trägheitsmomenten

```
> J[xx] = Int(x^2,A); J[yy] = Int(y^2,A);
```

$$J_{xx} = \int x^2 \, \mathrm{d}A$$

$$J_{yy} = \int y^2 \, \mathrm{d}A \tag{3}$$

Kreisscheibe mit Radius R

```
> K = Int(r^2*r,r=0..R,phi=0..2*pi);
```

$$K = \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\phi \tag{4}$$

```
> convert((4),int);
```

$$K = \frac{R^4 \pi}{2} \tag{5}$$

Rechteck mit Kantenlänge a und b

```
> K = Int(x^2+y^2, x=-a/2..+a/2, y=-b/2..+b/2 );
```

$$K = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(x^2 + y^2\right) \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \tag{6}$$

```
> convert((6),int);
```

$$K = \frac{1}{12} a^3 b + \frac{1}{12} a b^3 \tag{7}$$

Quadrat mit Kantenlänge a

```
> K = Int(x^2+y^2, x=-a/2..+a/2, y=-a/2..+a/2 );
```

(8)

$$K = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(x^2 + y^2\right) \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{8}$$

```
> convert((8),int);
```

$$K = \frac{a^4}{6} \tag{9}$$

Ring mit äußerem Radius R und Wandstärke t

Trägheitsmoment **(5)** - Trägheitsmoment **(5)** für ein Kreisscheibe mit Radius R-t.

```
> K = rhs((5)) - subs(R=R-t,rhs((5)));
```

$$K = \frac{R^4 \pi}{2} - \frac{(R-t)^4 \pi}{2} \tag{10}$$

Linearisierung für kleine Wanddicke t (= erstes Glied der Taylor-Reihe für t um t=0).

```
> K = taylor( rhs((10)), t, 2 );
```

$$K = 2 R^3 \pi t + \mathrm{O}\left(t^2\right) \tag{11}$$

Rechteckprofil mit äußeren Kantenlängen a und b, Wandstärke t

Trägheitsmoment **(7)** - Trägheitsmoment **(7)** für ein Rechteck mit Kantenlänge a-2t und b-2t.

```
> K=rhs((7)) - subs(a=a-2*t,b=b-2*t,rhs((7))); simplify(%,size):
  sort(%);
```

$$K = \frac{a^3 b}{12} + \frac{a b^3}{12} - \frac{(a-2t)^3 (b-2t)}{12} - \frac{(a-2t)(b-2t)^3}{12}$$

$$K = \frac{(a+b-2t)\left(8t^2 + (-4a-4b)t + (a+b)^2\right) t}{6} \tag{12}$$

Linearisierung für kleine Wanddicke t (= erstes Glied der Taylor-Reihen für t um t=0).

```
> K = taylor( rhs((12)),t,2);
```

$$K = \frac{(a+b)^3}{6} t + \mathrm{O}\left(t^2\right) \tag{13}$$

Quadratisches Profil mit äußerer Kantenlänge a, Wandstärke t

Trägheitsmoment **(9)** - Trägheitsmoment **(9)** für ein Quadrat mit Kantenlänge a-2t.

```
> K=rhs((9)) - subs(a=a-2*t,rhs((9)));
```

$$K = \frac{a^4}{6} - \frac{(a-2t)^4}{6} \tag{14}$$

Linearisierung für kleine Wanddicke t (= erstes Glied der Taylor-Reihen für t um t=0).

```
> K = taylor( rhs((14)),t,2);
```

$$K = \frac{4 a^3}{3} t + \mathrm{O}\left(t^2\right) \tag{15}$$

Hilfsmittel

- Bronstein et al: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch
- Stöcker: Taschenbuch der Physik, Verlag Harri Deutsch
- Ashby: Material Selection in Mechanical Design, Spektrum akademischer Verlag
- Maple 17, http://www.maplesoft.com/