

```

> restart;
> Digits:=30:
> interface( displayprecision=8 ):

```

## ▼ Aufgabe

Welche Beschleunigung erfährt ein kugelförmiges Staubteilchen infolge des Strahlungsdruckes der Sonnenstrahlung einer Energiestromdichte  $S$  bei vollständiger Absorption?

Zeitlich gemittelter Betrag der Energiestromdichte

```

> S = 15.0*Unit(MW/m^2): lhs(%)= convert( rhs(%), units, MW/m^2 )
;

```

$$S = 15.000000 \left[ \frac{\text{MW}}{\text{m}^2} \right] \quad (1)$$

Durchmesser des Staubteilchens

```

> d = 30.0*Unit(um);

```

$$d = 30.0 \left[ \mu\text{m} \right] \quad (2)$$

Dichte des Staubteilchens

```

> rho = 2.8*Unit(g/cm^3): lhs(%)=convert(rhs(%), units, g/cm^3 );

```

$$\rho = 2.8000000 \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] \quad (3)$$

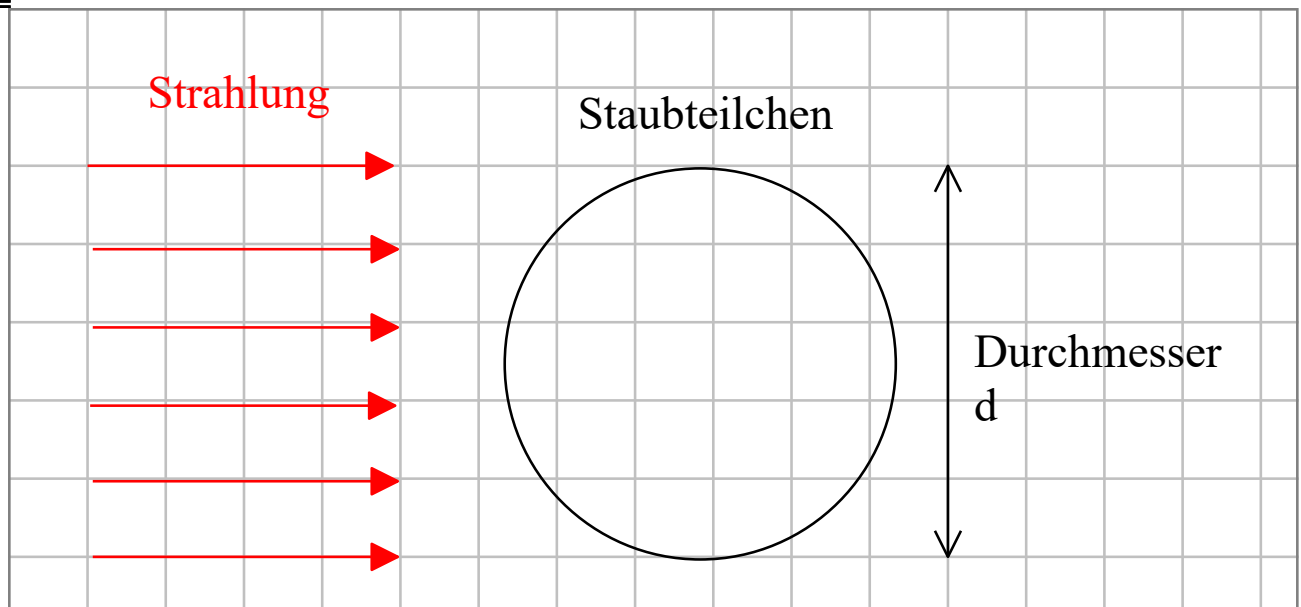
```

> params := simplify((1)),simplify((2)),simplify((3)) :

```

## ▼ Bearbeitung

Skizze:



Annahme:

- Die Strahlung ist parallel.
- Das Staubteilchen befindet sich im Vakuum.
- Neben der Strahlung wirkt keine andere Kraft auf das Staubteilchen.
- Die Geschwindigkeit des Staubteilchens ist klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit.

Das Staubteilchen absorbiert die Strahlung. Dabei nimmt das Staubteilchen die Energie und den Impuls der Strahlung auf.

Der Impulsfluss der elektromagnetischen Strahlung [1]:

>  $q = S/c;$

$$q = \frac{S}{c} \quad (4)$$

dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit [3]

>  $c = \text{evalf}(\text{ScientificConstants}[\text{Constant}](c, \text{units})) ;$

$$c = 2.9979246 \cdot 10^8 \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (5)$$

Das Staubteilchen absorbiert Strahlung auf einer Kreisscheibe mit Fläche A senkrecht zur Strahlrichtung. Die Fläche aus [2].

>  $A = \pi \cdot d^2 / 4;$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (6)$$

Der Impulsstrom Q aus der Strahlung auf das Staubteilchen ist

>  $Q = q \cdot A;$

$$Q = q A \quad (7)$$

>  $\text{subs}((4), (6), (7));$

$$Q = \frac{S \pi d^2}{4 c} \quad (8)$$

Der Impuls p des Staubteilchens kann nicht-relativistisch berechnet werden

>  $p = m \cdot v;$

$$p = m v \quad (9)$$

Dabei ist v die Geschwindigkeit des Staubteilchens und m die Masse des Staubteilchens. Die Masse folgt aus Dichte und Volumen der Kugel [2].

>  $m = \rho \cdot \pi \cdot d^3 / 6;$

$$m = \frac{\rho \pi d^3}{6} \quad (10)$$

Die Ableitung von (9) liefert die Impulsänderung bei der Beschleunigung a.

>  $dp/dt = m \cdot a;$

$$\frac{dp}{dt} = m a \quad (11)$$

Der Impuls des Staubteilchens ändert sich nur durch die Impulsaufnahme bei der Absorption der Strahlung. Auf das Staubteilchen wirkt keine weitere Kraft.

>  $Q = dp/dt;$

$$Q = \frac{dp}{dt} \quad (12)$$

Einsetzen in (11).

>  $\text{subs}(\text{rhs}((12)) = \text{lhs}((12)), (11));$

$$Q = m a \quad (13)$$

Einsetzen des Impulsstroms aus (8) und der Masse aus (10).

>  $\text{subs}((8), (10), (13));$

$$\frac{S \pi d^2}{4 c} = \frac{\rho \pi d^3 a}{6} \quad (14)$$

Auflösen nach der gesuchten Beschleunigung a.

```
> isolate((14),a);
```

$$a = \frac{3 S}{2 c d \rho} \quad (15)$$

Einsetzen der gegebenen Parameter und der Lichtgeschwindigkeit.

```
> subs(params,(5),(15)): simplify(%);
```

$$a = 0.89347525 \left[ \frac{m}{s^2} \right] \quad (16)$$

Die Beschleunigung des Staubteilchens beträgt 0,89 m/s<sup>2</sup>.

Hilfsmittel:

[1] Saleh und Teich: Grundlagen der Photonik, Wiley-VCH Verlag

[2] Bronstein et al, Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch

[3] Maple 14