2. Program, programfüggvény, megoldás

Definíció (Program).

Legyen A az ún. alap-állapottér ($fail \notin A$). Jelölje $\bar{A}$ azon véges komponensű állapotterek unióját, melyeknek alterei az A alap-állapottér: $\bar{A} = \bigcup_{A \subseteq B} B$. Az A feletti programnak hívjuk az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ relációt, ha

1. $D_S = A$ (az értelmezési tartomány minden elemhez rendel állítást)
2. $\forall a \in A: \forall \alpha \in S(a): |\alpha| \geq 1$ és $\alpha_1 = a$
   (minden sorozat hosszra legalább 1 és az első elem a)
3. $\forall \alpha \in R_S: (\forall i \in \mathbb{N}^+: i < |\alpha| \Rightarrow \alpha_i \neq fail)$
   (csak a sorozat utolsó eleme lehet $fail$)
4. $\forall \alpha \in R_S: (|\alpha| < \infty \Rightarrow \alpha_{|\alpha|} \in A \cup \{fail\})$
   (véges sorozat esetén az utolsó elem A-beli vagy $fail$)

Definíció (Programfüggvény).

A $p(S) \subseteq A \times A$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program programfüggvénye, ha

1. $D_{p(S)} = \{a \in A \mid S(a) \subseteq \bar{A}^*\}$
2. $\forall a \in D_{p(S)}: p(S)(a) = \{b \in A \mid \exists \alpha \in S(a): b = \alpha_{|\alpha|}\}$

Definíció (Megoldás).

Azt mondjuk, hogy az S program megoldja az F feladatot (Teljesen, helyes az F feladatra nézve), ha

1. $D_F \subseteq D_{p(S)}$
2. $\forall a \in D_F: p(S)(a) \subseteq F(a)$

Definíció (gyenge programfüggvény)

A $\tilde{p}(S) \subseteq A \times (A \cup \{fail\})$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program gyenge programfüggvénye, ha

1. $D_{\tilde{p}(S)} = \{a \in A \mid S(a) \cap (\bar{A} \cup \{fail\})^* \neq \emptyset\}$
2. $\forall a \in D_{\tilde{p}(S)}: \tilde{p}(S)(a) = \{b \in A \cup \{fail\} \mid \exists \alpha \in S(a) \cap (\bar{A} \cup \{fail\})^*: b = \alpha_{|\alpha|}\}$

A gyenge programfüggvényben a hibás végrehajtások is szerepelhetnek (ellentétben a programfüggvénnyel).

1. Feladat

Legyen $A = [1..5]$. $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail(3)\})^{**}$ a következő relációk A felett:

$$S = \begin{cases} 1 \to \langle 1,2,5,1 \rangle & 1 \to \langle 1,4,3,5,2 \rangle & 1 \to \langle 1,3,2,3,\ldots \rangle \\ 2 \to \langle 2,1 \rangle & 2 \to \langle 2,4 \rangle & 3 \to \langle 3,3,3,\ldots \rangle \\ 4 \to \langle 4,1,5,4,2 \rangle & 4 \to \langle 4,3,1,2,5,1 \rangle & 5 \to \langle 5,2,3,4 \rangle \\ 5 \to \langle 5,2,fail \rangle & 5 \to \langle 5,3,4 \rangle & \end{cases}$$

a, Program-e

1. $D_S = \{1,2,3,4,5\} \overset{e}{=} A$ ✓
2. minden végrehajtás első eleme a ✓
3. hiba közben fail ✓
4. minden véges sorozatnak fail vagy A-beli elem az utolsó eleme ✓

S program.

b, Határozzuk meg a következő halmazokat!

$S(2) = \{\langle 2,1 \rangle, \langle 2,4 \rangle\}$

$D_{h(S)} = \{2,4\}$

$h(S)(4) = \{2,1\}$

$h(S)(3) = \{\}$

$h(S) = \{(2,1),(2,4),(4,2),(4,1)\}$

c, Határozzuk meg S gyenge programfüggvényét!

$\tilde{h}(S) = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,4),(4,2),(4,1),(5,4),(5,fail)\}$

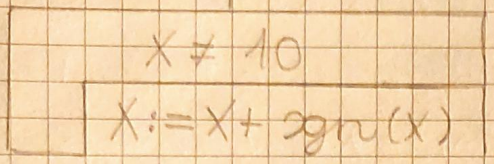
d, Megoldjuk-e S az $F = \{(2,1),(2,4),(4,1),(4,2),(4,5)\} \subseteq A \times A$ feladatot?

$D_F = \{2,4\} \overset{2}{=} \{2,4\} = D_{h(S)}$ $\wedge$ ($P(S)(2) = \{2,4\} \overset{2}{\subseteq} \{2,4\} = F(2)$ igaz; $P(S)(4) = \{2,1\} \subseteq \{1,2,5\} = F(4)$ igaz)

S megoldja F-et

2. Feladat

Legyen $H = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \geq -5\}$. $A = (X : H)$



Határozzuk meg S programfüggvényét!

Világos, hogy a végrehajtás

- hibás, ha $X < 0$
- nem lejáródik be, ha $X = 0 \vee X > 10$
- $\langle \ldots, 10 \rangle$, ha $X \in [1, 10]$

Ez előzőek alapján $h(S) = \{(i, 10) \mid i \in [1, 10]\}$

3. Feladat

Legyen $A = \{1, 2, 3\}$. Legyen $F = \{(1,1), (1,2), (2,3)\} \subseteq A \times A$.

a, Adjunk meg egy S programot ami megoldja a feladatot!

$$S = \begin{cases} 1 \to \langle 1 \rangle \\ 2 \to \langle 3 \rangle \\ 3 \to \langle 3, \text{fail} \rangle \end{cases}$$

$h(S) = \{(1,1), (2,3)\}$

I. $D_{h(S)} = \{1, 2\} \overset{?}{=} \{1, 2\} = D_F$
(Igaz)

II./1 $h(S)(1) = \{1\} \overset{?}{\subseteq} \{1, 2\} = F(1)$
(Igaz)

II./2 $h(S)(2) = \{3\} \overset{?}{\subseteq} \{3\} = F(2)$
(Igaz)

S megoldja F-et

b, Adjunk meg A feletti programot, melynek programfüggvénye megegyezik S-el!

$$T = \begin{cases} 1 \to \langle 1, 2, 3, 1 \rangle \\ 2 \to \langle 2, 3, 1, 3 \rangle \\ 3 \to \langle 3, \text{fail} \rangle \end{cases}$$

c, Megoldjae T az 7 feladatot?

Nyilvánvalóan igen.