

Elővizsga - 2. anyagrész

Határidő máj 13, 16:30

Pont 9

Kérdések 7

Elérhető máj 13, 16:00 - máj 13, 16:39 39 perc

Időkorlát 30 perc

Instrukciók

Elővizsga az anyag második feléből - május 13.

Ezt a kvízt ekkor zárolták: máj 13, 16:39 .

Próbálkozások naplója

	Próbálkozás	Idő	Eredmény
LEGUTOLSÓ	1. próbálkozás	15 perc	8 az összesen elérhető 9 pontból

⚠ A helyes válaszok el vannak rejtve.

Ezen kvíz eredménye: 8 az összesen elérhető 9 pontból

Beadva ekkor: máj 13, 16:15

Ez a próbálkozás ennyi időt vett igénybe: 15 perc

1. kérdés

1 / 1 pont

Hány olyan háromjegyű n egész szám van, amelyre $\binom{n}{2}$ osztható 5-tel?
(Figyelem: a védésen előfordulhat, hogy megkérdezzük, egyáltalán mi ez a jelölés, meg hogy hogyan kell kiszámolni.)

☐ 400☐ 200☐ 180☒ 360

2. kérdés

1 / 1 pont

Ha e egy gráf egy éle, melynek x, y a végpontjai, akkor az $x, e, y, e, x, e, y, e, x$ sorozat ...

- ☒ egy 4 hosszú séta.
- ☐ egy 5 hosszú séta.
- ☐ egy 9 hosszú vonal.
- ☐ egy 5 hosszú vonal.

3. kérdés

1 / 1 pont

Melyik állítás igaz?

- ☐ Egy páros gráfban hurokélek és párhuzamos élek is előfordulhatnak.
- ☐ Egy páros gráfban sem hurokélek, sem párhuzamos élek nem fordulhatnak elő.
- ☒ Egy páros gráfban hurokélek nem fordulhatnak elő, de párhuzamos élek előfordulhatnak.
- ☐ Egy páros gráfban hurokélek előfordulhatnak, de párhuzamos élek nem fordulhatnak elő.

Helytelen

4. kérdés

0 / 1 pont

Legyen $n > 1$ páratlan egész szám. Ekkor a binomiális tétel miatt

$$\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} = \dots$$

☐ 2^{n-1}

☐ $2^n - 1$

☐ 2^k

☒ 2^n

5. kérdés**1 / 1 pont**

Melyik következtetés NEM igaz?

Legyen G egy véges egyszerű gráf, v és w pedig két csúcsa.
Ha van a v és w csúcsok között séta, akkor

☐ van v és w között vonal is.☐ a v és a w a gráfnak ugyanabban a komponensében van.☐ van v és w között út is.☒ a gráf összefüggő.**6. kérdés****1 / 1 pont**

Legyenek a G egyszerű gráf csúcsai az első öt pozitív számból kiválasztható kételemű halmazok. Két különböző csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha metszetük (ugye ők halmazok) üres. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

☐ A gráf éleinek száma 20.☐ A gráf fa.☐ A gráf páros gráf,☒ A gráf minden csúcsa harmadfokú.

7. kérdés

3 / 3 pont

Tételbizonyítással kapcsolatos, illetve mélyebb megértést ellenőrző kérdések.

Válassza ki a helyes válaszokat a lenyíló menükben a lehetőségek közül!

Alább levezetünk egy képletet egy kombinatorikai leszámplálási kérdésre. A bizonyítás hasonló az ismétléses kombinációk képletének órán tanult bizonyításához.

A feladat a következő. Legyenek n és k pozitív egészek, $2k-1 \leq n$. Hány olyan k elemű részhalmaza van az $X = \{1, 2, \dots, n\}$ halmaznak, mely nem tartalmaz szomszédos számokat? A levezetés közben az $n=12$, $k=5$ számpéldát fogjuk illusztrációnak használni.

Legyen H részhalmaza X -nek. „Lekódoljuk” H -t a következőképpen: írjunk fel egy n hosszú sorozatot, melynek j -edik helyén pontosan akkor van 1 , ha j eleme H -nak, egyébként pedig 0 . A példa értékeivel a $H = \{1, 3, 6, 9, 11\}$ halmaz kódja **101001001010**. Pontosan azok a sorozatok állnak így elő,

melyekben . Ezen sorozatok számát

szeretnénk meghatározni. Ehhez ezeknek a sorozatoknak elkészítjük a rövidített változatát: bármelyik két 1 -es között szerepel legalább egy 0 jegy, töröljük hát ki pontosan egy darab 0 -t a sorozatban az egymást követő 1 -es párok közül mindenhol. A példabeli H rövidített kódja:

. Vegyük észre, hogy nem veszítettünk

információt: az eredeti kódot visszacapjuk, ha az egymást követő 1 -es párok közé visszaírunk egy-egy 0 -t. Ezért elég ezen rövidített kódokat megszámlolni. Rövidített kódként pontosan azok a sorozatok állnak elő, melyekben k darab 1 -es és $n-2k+1$ darab 0 van . Egy ilyen sorozat megadásához elég megmondanunk a hosszát, és hogy melyik pozíciókra szeretnénk 1 -eseket írni. Ennek alapján a lehetőségeink száma

$$\binom{n-k+1}{k}.$$

1. válasz:

$n-k$ darab 0 , k darab 1 -es van, és nincsenek benne szomszédos 1 -esek

2. válasz:

11010110

3. válasz:

k darab 1 -es és $n-2k+1$ darab 0 van

Kvízeredmény: **8** az összesen elérhető 9 pontból