

# Programozáselmélet

## 5. gyakorlat

Boda Bálint

2022. őszi félév

**Definíció** (Paraméterter). Azt mondjuk, hogy a  $B$  halmaz az  $F \subseteq A \times A$  feladat egy **paramétertere**, ha

$$\exists F_1 \subseteq A \times B, F_2 \subseteq B \times A : F = F_2 \circ F_1$$

**Tétel** (Specifikáció). Legyen  $F \subseteq A \times A$  egy feladat és legyen  $B$   $F$  egy paramétertere. Legyen  $b \in B$  egy tetszőleges paraméter, amihez definiáljuk a  $Q_b : A \rightarrow \mathbb{L}$  és  $R_b : A \rightarrow \mathbb{L}$  logikai függvényeket:

$$\begin{aligned} [Q_b] &:= F_1^{(-1)}(b) \\ [R_b] &:= F_2(b) \end{aligned}$$

Ekkor, ha  $\forall b \in B : Q_b \implies \text{lf}(S, R_b)$ , akkor  $S$  megoldja az  $F$  feladatot.

**5.** (4. feladatsor) Legyen  $A = [1..4]$ .  $S \subseteq A \times (A \cup \text{fail})^{**}$  a következő program:

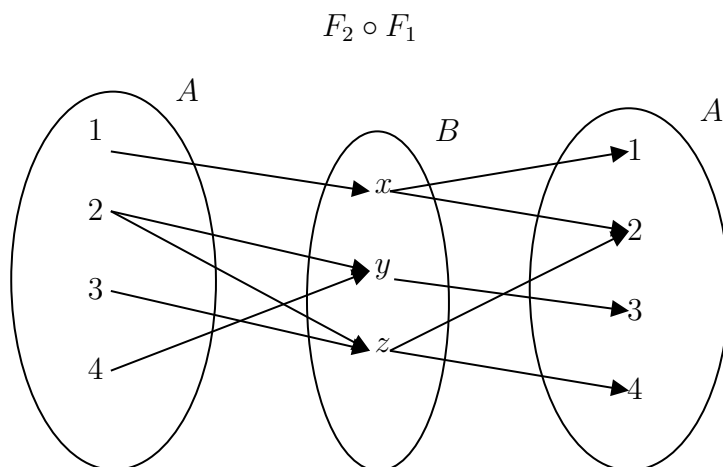
$$S = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \rightarrow \langle 1, 2, 4, 1 \rangle, & 1 \rightarrow \langle 1, 3, 2 \rangle, & 2 \rightarrow \langle 2, 3 \rangle, \\ 3 \rightarrow \langle 3, 2 \rangle, & 3 \rightarrow \langle 3, 4 \rangle, & 4 \rightarrow \langle 4, 1, 3 \rangle \end{array} \right\}$$

Legyen  $B = \{x, y, z\}$  az  $F$  feladat egy paramétertere, adott továbbá

$$\begin{aligned} F1 &= \{(1, x), (2, y), (2, z), (3, z), (4, y)\} \\ F2 &= \{(x, 1), (x, 2), (y, 3), (z, 2), (z, 4)\} \end{aligned}$$

- a) Adjuk meg az  $F$  feladatot elemeinek felsorolásával!
- b) Mint mond a specifikáció tétele az  $S$  programról és az  $F$  feladatról?

Megoldás.



a)  $F = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 3)\}$

b)  $p(S)(1) = \{1, 2\}, \quad p(S)(2) = \{3\}, \quad p(S)(3) = \{2, 4\}, \quad p(S)(4) = \{3\}$   
 $\forall b \in \{x, y, z\} :$

1.  $b = x \checkmark$

$$[Q_x] = F_1^{(-1)}(x) = \{1\}$$

$$[R_x] = F_2(x) = \{1, 2\}$$

$$\text{If } (S, R_x) = \{a \in \{1, 2, 3, 4\} \mid a \in \{1, 2, 3, 4\} \wedge p(S)(a) \subseteq \{1, 2\}\} = \{1\}$$

$$[Q_x] \implies \text{If } (S, R_x), \text{ mert } \{1\} \subseteq \{1\}$$

2.  $b = y \checkmark$

$$[Q_y] = F_1^{(-1)}(y) = \{2, 4\}$$

$$[R_y] = F_2(y) = \{3\}$$

$$\text{If } (S, R_y) = \{a \in \{1, 2, 3, 4\} \mid a \in \{1, 2, 3, 4\} \wedge p(S)(a) \subseteq \{3\}\} = \{2, 4\}$$

$$[Q_y] \implies \text{If } (S, R_y), \text{ mert } \{2, 4\} \subseteq \{2, 4\}$$

3.  $b = z$

$$[Q_z] = F_1^{(-1)}(z) = \{2, 3\}$$

$$[R_z] = F_2(z) = \{2, 4\}$$

$$\text{If } (S, R_z) = \{a \in \{1, 2, 3, 4\} \mid a \in \{1, 2, 3, 4\} \wedge p(S)(a) \subseteq \{2, 4\}\} = \{3\}$$

$$[Q_z] \not\Rightarrow \text{If } (S, R_z), \text{ mert } \{2, 3\} \not\subseteq \{3\}$$

A specifikáció tétele ezen esetben nem mond semmit. Annak megállapítása, hogy  $S$  megoldja-e az  $F$  feladatot, további vizsgálatot igényel.

3. (5. feladatsor) Adott az  $F$  feladat specifikációja:

$$A = (x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}, z : \mathbb{Z})$$

$$B = (x' : \mathbb{Z}, y' : \mathbb{Z})$$

$$Q = (x = x' \wedge y = y' \wedge x' > 5)$$

$$R = (Q \wedge x > y \rightarrow z = x)$$

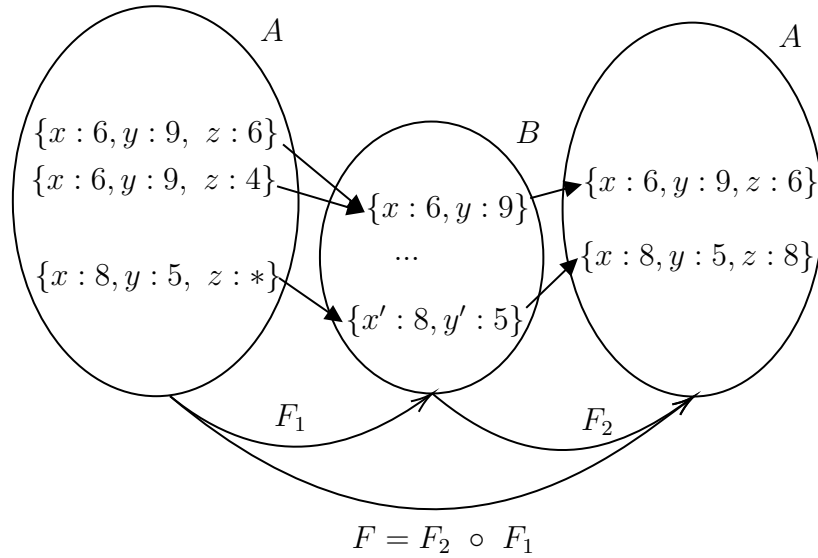
a) Adjuk meg a  $Q_{\{x':4, y':2\}} : A \rightarrow \mathbb{L}$  függvény igazsághalmazát!

b) Mit rendel  $F$  az állapottér  $\{x : 4, y : 2, z : 1\}, \{x : 8, y : 5, z : 7\}, \{x : 9, y : 3, z : 10\}, \{x : 6, y : 9, z : 4\}$  elemeihez?

**Megoldás.**

**Megjegyzés.** Az implikáció igazságtáblázata a következő:

$p$	$q$	$p \implies q$
$I$	$I$	$I$
$I$	$H$	$H$
$H$	$I$	$I$
$H$	$H$	$I$



a)  $[Q_{\{x':4, y':2\}}] = F_1^{(-1)}(\{x' : 4, y' : 2\}) = \{a \in A \mid x(a) = 4 \wedge y(a) = 2 \wedge 4 > 5\} = \{\}$

b)

$$F(\{x : 4, y : 2, z : 1\}) = \{\}$$

$$\begin{aligned} F(\{x : 8, y : 5, z : 7\}) &= \{a \in A \mid x(a) = 8 \wedge y(a) = 5 \wedge 8 > 5 \wedge 8 > 5 \implies x(a) = z(a)\} \\ &= \{x : 8, y : 5, z : 8\} \end{aligned}$$

$$F(\{x : 9, y : 3, z : 10\}) = \{x : 9, y : 3, z : 9\}$$

$$\begin{aligned} F(\{x : 6, y : 9, z : 4\}) &= \{a \in A \mid x(a) = 6 \wedge y(a) = 9 \wedge 6 > 5 \wedge 6 > 9 \implies x(a) = z(a)\} \\ &= \{a \in A \mid x(a) = 6 \wedge y(a) = 9\} \end{aligned}$$

2. Adott az  $F$  feladat specifikációja:

$$A = (x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z}, z : \mathbb{Z})$$

$$B = (x' : \mathbb{Z}, y' : \mathbb{Z})$$

$$Q = (x = x' \wedge y = y')$$

$$R = ((z = x' \vee z = y') \wedge z \geq x' \wedge z \geq y')$$

- a) Adjuk meg a  $Q_{\{x':6, y':5\}} : A \rightarrow \mathbb{L}$  függvény igazsághalmazát.
- b) Adjuk meg a  $R_{\{x':6, y':5\}} : A \rightarrow \mathbb{L}$  függvény igazsághalmazát.
- c) Mit rendel  $F$  az  $\{x : 6, y : 5, z : 3\}$  állapothoz?

**Megoldás.**

$$\text{a) } [Q_{\{x':6, y':5\}}] = F_1^{(-1)}(\{x' : 6, y' : 5\}) = \{a \in A \mid x(a) = 6 \wedge y(a) = 5\}$$

- b) Figyeljük meg hogy a feladat utófeltétele nem követeli meg, hogy az előfeltétel igaz maradjon, azaz a kezdőállapot  $x$  és  $y$  változói megváltozhatnak.

$$[R_{\{x':6, y':5\}}] = \{\{x : a, y : b, z : 6 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}\}$$

- c) A kérdést a b feladat megválaszolta.