

Név: ....., NEPTUN-kód .....

Csoport, gyak.vez.: .....

Pontszám: .....

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam*  
*Matematikai alapok javító zárthelyi* *az 1. zh anyagából*  
*2019. január 3.*

*Minden feladathoz indoklást, levezetést kérünk.*

1. (5 pont) Hozzuk a legegyszerűbb alakra:

$$\left(x - \frac{4xy}{x+y} + y\right) : \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{2xy}{x^2 - y^2}\right)$$

2. (5 pont) Az alábbi  $P$  polinomnak a 3 gyöke. Emeljük ki  $P$ -ből a 3-hoz tartozó gyöktényezőt:

$$P(x) = 2x^5 - 13x^4 + 27x^3 - 10x^2 - 29x + 15$$

3. (8 pont) A  $p \in \mathbb{R}$  paraméter mely értékei esetén teljesül minden  $x \in \mathbb{R}$  számra, hogy

$$(p+1)x^2 - (p+3)x + 2p > 0 \quad ?$$

4. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{5-x} + \sqrt{5+x} = \sqrt{2x+8}$$

5. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_2(x^2 - 10) - 2\log_4(x - 2) \leq 3\log_8 9$$

6. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$10 \cos^2 x - 16 \sin x = \cos(2x) + 15.$$

7. (8 pont)

a) Egy megfelelő  $N \in \mathbb{N}$  szám meghatározásával igazoljuk az alábbi állítást:

$$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N : \quad \frac{2n^4 - 8n^3 + n^2 - 7n - 3}{5n^3 + 2n^2 + n + 2} > 100.$$

b) Írjuk fel "pozitív" kijelentés formájában az állítás tagadását.