Előviszga - 1. anyagrész

Határidő ápr 8, 16:30 **Pont** 9 **Kérdések** 7
Elérhető ápr 8, 16:00 - ápr 8, 16:39 39 perc **Időkorlát** 30 perc

Instrukciók

Az anyag első feléből készült kvíz az április 8-i elővizsgához

Ezt a kvízt ekkor zárolták: ápr 8, 16:39 .

Próbálkozások naplója

	Próbálkozás	Idő	Eredmény
LEGUTOLSÓ	1. próbálkozás	23 perc	7 az összesen elérhető 9 pontból

A helyes válaszok el vannak rejtve.

Ezen kvíz eredménye: **7** az összesen elérhető 9 pontból
Beadva ekkor: ápr 8, 16:23
Ez a próbálkozás ennyi időt vett igénybe: 23 perc

Helytelen

1. kérdés

0 / 1 pont

Tekintsük a következő állítást. Ha egy egész szám nem pitty, akkor putty. Az alábbiak közül melyikkel ekvivalens ez az állítás?

- ○ Ha egy egész szám nem putty, akkor nem pitty.
- ○ Minden egész szám pitty vagy putty.
- ○ Egy egész szám vagy nem pitty vagy putty.
- ◉ Minden egész szám pitty vagy putty, de nem mindkettő egyszerre.

2. kérdés

1 / 1 pont

Melyik két relációtulajdonság NEM teljesülhet egyszerre egy relációra, mely az egész számok halmazán van értelmezve?

- Tranzitivitás és antiszimmetria.
- Szimmetria és szigorú antiszimmetria.
- Reflexivitás és szigorú antiszimmetria.
- Szimmetria és antiszimmetria.

Helytelen

3. kérdés

0 / 1 pont

Melyik sorra igaz, hogy pontosan egy komplex számra teljesülnek a benne leírtak?

- Primitív negyedik egységgyök.
- Negyedik egységgyök, de nem hatodik egységgyök.
- Primitív negyedik egységgyök, nem hatodik egységgyök, valós része 0, négyzete valós.
- Negyedik egységgyök, képzetes része pozitív.

4. kérdés

1 / 1 pont

Legyen A egy négyelemű halmaz. A halmazküönbség és a szimmetrikus differenica közül melyik művelet kerülhet a $\heartsuit$ helyére, ha $(A \heartsuit A) \heartsuit A = \emptyset$?

- Csak szimmetrikus differencia.
- Csak halmazkülönbség.
- Szimmetrikus differencia és halmazkülönbség.

- Egyik sem.

5. kérdés

1 / 1 pont

Legyen R egy reláció, melynek értelmezési tartománya és értékkészlete is A, R^{-1} pedig az inverze. Ekkor mindenképpen teljesül, hogy ...

- R inverze függvény.
- $(R \circ R^{-1})^{-1} = R \circ R^{-1}$
- $R \circ R^{-1} = R^{-1} \circ R$
- R függvény.

6. kérdés

1 / 1 pont

Az alábbi állítások közül az egyik NEM teljesül minden z, w komplex szám esetén. Melyik az?

- | z + w | = |z| + |w|
- | z + w | = |- z - w|
- $\overline{zw} = \overline{z} \cdot \overline{w}$
- | z w | = |z| |w|

7. kérdés

3 / 3 pont

Az alábbiakban levezetünk egy képletet a $\cos 3\phi$ kiszámítására. A bizonyítás a szorzásra vonatkozó Moivre-azonosság bizonyításának menetét követi, de ezúttal már kihasználjuk, hogy tudjuk, hogy a Moivre-azonosság igaz. Mi kerül az üres helyekre?

Legyen $z = \cos\phi + i\sin\phi$. Ki fogjuk számítani a z^3 kifejezést kétféleképpen: algebrai és trigonometrikus alakkal. Ha algebrai alakkal számolunk, akkor a binomiális tételt használva

$$z^3 = (\cos\phi)^3 + 3(\cos\phi)^2 i\sin\phi + 3(\cos\phi)(i\sin\phi)^2 + (i\sin\phi)^3$$

Kihasználva, hogy $i^2 = -1$, az összevonások után $\mathrm{Re}(z^3) = \ldots\ldots$

(a) $(\cos\phi)^3 - 3(\cos\phi)(\sin\phi)^2$
(b) $3(\cos\phi)^3 - (\cos\phi)(\sin\phi)^2$
(c) $(\cos\phi)^3$
(d) $(\cos\phi)^3 + 3(\cos\phi)(\sin\phi)^2$

a)

A képzetes rész pedig $\mathrm{Im}(z^3) = \ldots\ldots\ldots$

(a) $(\cos\phi)^3 - 3(\cos\phi)(\sin\phi)^2$
(b) $(\sin\phi)^3$
(c) $-(\sin\phi)^3$
(d) $3(\cos\phi)^2(\sin\phi) - (\sin\phi)^3$

d)

Az algebrai alakot kiszámoltuk, most használjuk a Moivre-féle képletet a hatványozásra, ebből azt kapjuk, hogy $z^3 = \cos 3\phi + i\sin 3\phi$. Tudjuk, hogy két komplex szám pontosan akkor egyezik meg, ha a valós és a képzetes részük is megegyezik, így a a valós rész a helyes képlet $\cos 3\phi$-re. Ha még azt az azonosságot is felhasználjuk, mely szerint $(\cos\phi)^2 + (\sin\phi)^2 = 1$, akkor azt kapjuk, hogy $\cos(3\phi) = \ldots\ldots$

(a) $(\cos\phi)^3$
(b) $(\cos\phi)^3 + 3(\cos\phi)(\sin\phi)^2 = -2(\cos\phi)^3 + 3(\cos\phi)$
(c) $(\cos\phi)^2(\sin\phi) - (\sin\phi)^3 = \sin\phi - 2(\sin\phi)^3$
(d) $(\cos\phi)^3 - 3(\cos\phi)(\sin\phi)^2 = 4(\cos\phi)^3 - 3(\cos\phi)$

d)

1. válasz:

a)

2. válasz:

d)

3. válasz:

d)

Kvízeredmény: **7** az összesen elérhető 9 pontból