# Programozáselmélet
7. gyakorlat

Boda Bálint

2022. őszi félév

**Jelölés** ($\tau(\alpha)$)**.** Legyen $\alpha$ egy véges hosszú sorozat, ekkor $\tau(\alpha) = \alpha_{|\alpha|}$.

**Definíció** ($\otimes$)**.** Legyen $\alpha \in \bar{A}$ és $\beta \in \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$, nemüres sorozatok úgy, hogy $\tau(\alpha) = \beta_1$. Ekkor $\alpha \otimes \beta$ jelöli a sorozatok összefűzéséből $\beta$ első elemének elhagyásával kapott sorozatot.

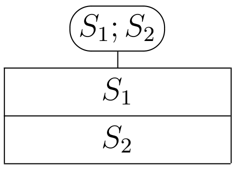
**Jelölés** ($\otimes_n$)**.** $\otimes_n(\alpha, \beta, ...)$-el jelöljük $n \in \mathbb{N}^+ \cup \{\infty\}$ sorozat az előző definíció szerinti egymás utáni összefésülését.

## 1. Szekvencia

**Definíció** (Szekvencia)**.** Legyen $A$ egy tetszőleges állapottér és legyenek $S_1, S_2, \subseteq A \times \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$ tetszőleges programok. Ekkor $(S_1; S_2)$ szekvenciának nevezzük azt a programot ami $S_1$ és $S_2$ egymást követő végrehajtásából jön létre.

$$\begin{aligned}(S_1; S_2)(a) = &\left\{\alpha \in \bar{A}^{\infty} \mid \alpha \in S_1(a)\right\} \cup \\ &\left\{\alpha \in \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{*} \mid \alpha \in S_1(a) \ \wedge \ \tau(\alpha) = fail\right\} \cup \\ &\left\{\alpha \otimes \beta \in \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**} \mid \alpha \in S_1(a) \ \wedge \ |\alpha| < \infty \ \wedge \ \tau(\alpha) \neq fail \ \wedge \ \beta \in S_2(\tau(\alpha))\right\}\end{aligned}$$

A szekvencia struktogramja:




**Példa.** Legyen $A = (x : \mathbb{Z})$, $a = \{x : 5\}$ és legyenek $S_1 \coloneqq (x \coloneqq x+1), S_2 \coloneqq (x \coloneqq x+2)$ programok. Ekkor $(S_1; S_2)(\{x : 5\}) = \{\langle\{x : 5\}, \{x : 6\}, \{x : 8\}\rangle\}$.

## 2. Elágazás

**Definíció** (Elágazás)**.** Legyen $A$ egy közös alap-állapottere az $S_1, ..., S_n$ programoknak. Legyenek $\pi_1, ...\pi_n \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények. Ekkor az $IF \subseteq A \times \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$ programot az $S_i$ programokból képzett $\pi_i$ feltételek által meghatározott elágazásnak nevezzük és $(\pi_1 : S_1, ...\pi_n : S_n)$-nel jelöljük, ha

$$\forall a \in A : IF(a) = \omega_0(a) \cup \left(\bigcup_{i=1}^{n} \omega_i(a)\right)$$

ahol $\forall i \in [1..n]$ :

$$\omega_i(a) = \begin{cases} S_i(a), & a \in D_{\pi_i} \ \wedge \ \pi_i(a) \\ \emptyset, & a \in D_{\pi_i} \ \wedge \ \neg\pi_i(a) \\ \{\langle a, fail\rangle\}, & a \notin D_{\pi_i} \end{cases}$$

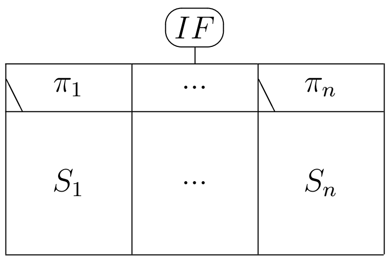
és

$$\omega_0(a) = \begin{cases} \{\langle a, fail\rangle\}, & \forall i \in [1..n] : (a \in D_{\pi_i} \ \wedge \neg\pi_i(a)) \\ \emptyset, & \text{különben} \end{cases}$$

**Megjegyzés.** A definíció a következőket fejezi ki:

- $\omega_0(a)$: Ha az adott állapot egyik logikai függvényt sem elégíti ki a végrehajtás legyen hibás.
- $\omega_i(a)$: Ha az adott állapot esetén a $\pi_i$ logikai függvény
  - nem kiértékelhető: a végrehajtás legyen hibás.
  - nem teljesül: a végrehajtás érjen véget $S_i$ végrehajtása nélkül.
  - teljesül: hajtsuk végre az $S_i$ programot.
- $\bigcup_{i=1}^{n} \omega_i(a)$: az összes logikai függvényt vizsgáljuk meg

Az elágazás struktogramja:



**1.** Legyen $A = [1..6]$ és legyenek $S_1, S_2 \subseteq A \times \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$ a következő programok:

$$S_1 = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \to \langle 1,4,3 \rangle\,, & 1 \to \langle 1,2,4 \rangle\,, & 2 \to \langle 2,2,\dots \rangle\,, \\ 2 \to \langle 2,1,4,6 \rangle\,, & 3 \to \langle 3,5,1 \rangle\,, & 4 \to \langle 4,5,3 \rangle\,, \\ 5 \to \langle 5,1,fail \rangle\,, & 6 \to \langle 6,3,1,5 \rangle & \end{array} \right\}$$

$$S_2 = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \to \langle 1,3,2 \rangle\,, & 1 \to \langle 1,2,4 \rangle\,, & 2 \to \langle 2,6 \rangle\,, \\ 3 \to \langle 3,4 \rangle\,, & 4 \to \langle 4,fail \rangle\,, & 4 \to \langle 4,5,1 \rangle\,, \\ 5 \to \langle 5 \rangle\,, & 6 \to \langle 6,4,3,2 \rangle & \end{array} \right\}$$

a) Határozza meg az $(S_1; S_2)$ szekvenciát!

b) Legyenek $\pi_1, \pi_2 \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények, úgy hogy:

$$\pi_1 = \{(1, igaz), (2, igaz), (4, igaz), (5, hamis), (6, hamis)\}$$
$$\pi_2 = \{(1, igaz), (2, hamis), (3, igaz), (4, igaz), (5, hamis)\}\,.$$

Határozza meg a $(\pi_1 : S_1, \pi_2 : S_2)$ elágazást!

**Megoldás.**

a)

$$(S_1; S_2) = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \to \langle 1,4,\mathbf{3},4 \rangle\,, & 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},fail \rangle\,, & 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},5,1 \rangle\,, \\ 2 \to \langle 2,2,\dots \rangle\,, & 2 \to \langle 2,1,4,\mathbf{6},4,3,2 \rangle\,, & \\ 3 \to \langle 3,5,\mathbf{1},3,2 \rangle\,, & 3 \to \langle 3,5,\mathbf{1},2,4 \rangle\,, & \\ 4 \to \langle 4,5,\mathbf{3},4 \rangle\,, & & \\ 5 \to \langle 5,1,fail \rangle\,, & & \\ 6 \to \langle 6,3,1,\mathbf{5} \rangle & & \end{array} \right\}$$

b)

$$(\pi_1 : S_1, \pi_2 : S_2) = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \to \langle 1,4,3 \rangle\,, & 1 \to \langle 1,2,4 \rangle\,, & 1 \to \langle 1,3,2 \rangle\,, \\ 2 \to \langle 2,2,\dots \rangle\,, & 2 \to \langle 2,1,4,6 \rangle\,, & \\ 3 \to \langle 3,\mathbf{fail} \rangle\,, & 3 \to \langle 3,4 \rangle\,, & \\ 4 \to \langle 4,5,3 \rangle\,, & 4 \to \langle 4,fail \rangle\,, & 4 \to \langle 4,5,1 \rangle\,, \\ 5 \to \langle 5,\underline{fail} \rangle\,, & & \\ 6 \to \langle 6,\underline{\mathbf{fail}} \rangle & & \end{array} \right\}$$

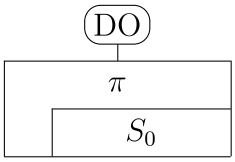
A félkövérrel kiemelt $fail$ állapotok azért következnek be mert az adott $\pi_i$ logikai függvény nincs értelmezve az adott állapotban, az aláhúzottak pedig azért, mert semelyik logikai függvény nem teljesül az adott állapotban.

# 3. Ciklus

**Definíció** (Ciklus)**.** Legyen $\pi \in A \to \mathbb{L}$ feltétel és $S_0 \subseteq A \times \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$ program. A $DO \subseteq A \times \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$ programot az $S_0$ programból $\pi$ feltétellel képzett ciklusnak nevezzük és $(\pi, S_0)$-val jelöljük, ha

$$\forall a \in A : DO(a) = \begin{cases} (S_0; DO)(a), & a \in D_\pi \wedge \pi(a) \\ \{\langle a \rangle\}, & a \in D_\pi \wedge \neg\pi(a) \\ \{\langle a, fail \rangle\}, & a \notin D_\pi \end{cases}$$

A ciklus struktogramja:




**4.** Legyen $A = [1..5], S_0 \subseteq A \times \left(\bar{A} \cup \{fail\}\right)^{**}$ program, továbbá $\pi : A \to \mathbb{L}$ feltétel úgy, hogy $\lceil \pi \rceil$ $\{1, 2, 3, 4\}$ és

$$S_0 = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \to \langle 1,2,4 \rangle, & 2 \to \langle 2 \rangle, & 3 \to \langle 3,4,2 \rangle, \\ 3 \to \langle 3,5 \rangle, & 3 \to \langle 3,3,3,\dots \rangle, & 4 \to \langle 4,5,3,4 \rangle, \\ 4 \to \langle 4,1,3 \rangle, & 5 \to \langle 5,5,\dots \rangle & \end{array} \right\}$$

Határozza meg a $(\pi, S_0)$ ciklust!

**Megoldás.**
A ciklus egy $\alpha$ sorozata csak akkor lesz véges ha $\tau(\alpha) = 5$.

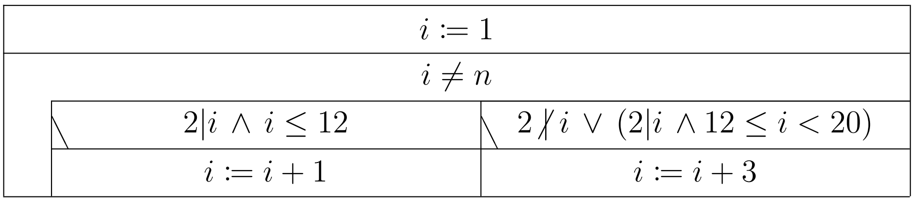
$$(\pi, S_0) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},(5,3,\mathbf{4}) \cdot \infty \rangle, & 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},(5,3,\mathbf{4}) \cdot a,1,\mathbf{3},3,\dots \rangle, \\ 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},(5,3,\mathbf{4}) \cdot b,1,\mathbf{3},4,\mathbf{2},2,\dots \rangle, & 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},(5,3,\mathbf{4}) \cdot c,1,\mathbf{3},5 \rangle, \\ 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},1,\mathbf{3},4,\mathbf{2},2,\dots \rangle, & 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},1,\mathbf{3},3,\dots \rangle \\ 1 \to \langle 1,2,\mathbf{4},1,\mathbf{3},5 \rangle, & 2 \to \langle 2,2,\dots \rangle, \\ 3 \to \langle 3,4,\mathbf{2},2,\dots \rangle, & 3 \to \langle 3,5 \rangle, \\ 3 \to \langle 3,3,\dots \rangle, & 4 \to \langle 4,5,3,\mathbf{4} \cdot \infty \rangle \\ 4 \to \langle 4,(5,3,\mathbf{4}) \cdot d,1,\mathbf{3},4,\mathbf{2},2\dots \rangle & 4 \to \langle 4,(5,3,\mathbf{4}) \cdot e,1,\mathbf{3},5 \rangle \\ 4 \to \langle 4,(5,3,\mathbf{4}) \cdot f,1,\mathbf{3},3,\dots \rangle & 5 \to \langle 5 \rangle \end{array} \right\}$$

$$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{N}$$

**6.** Rajzolja fel a következő program struktogramját és határozza meg mit rendel az $\{i : 2, n : 12\}$ és $\{i : 1, n : 13\}$ állapotokhoz!

$A = (i : \mathbb{N}, n : \mathbb{N})$
$S = (i := 1;\ DO(i \neq n, IF(2|i \wedge\ i \leq 12 : i := i + 1, \quad 2 \not| i \vee (2|i \wedge\ 12 \leq i < 20) : i := i + 3)))$

**Megoldás.**




$$(2, 12) \rightarrow \langle (2, 12), (1, 12), (4, 12), (5, 12), (8, 12), (9, 12), (12, 12) \rangle$$

$$(2, 13) \rightarrow \Big\langle (1, 13), (1, 13), (1, 13), (4, 13), (5, 13), (8, 13), (9, 13), \underline{(12, 13)}, \text{elágazás} \Big\rangle$$

Mivel mindkét logikai függvény teljesül a program az aláhúzással jelölt állapot esetén a program kétféleképpen folytatódhat. Bal oldali ág:

$$(2, 13) \rightarrow \Big\langle \ldots, \underline{(12, 13)}, (13, 13) \Big\rangle$$

Jobb oldali ág:

$$(2, 13) \rightarrow \Big\langle \ldots, \underline{(12, 13)}, (15, 13), (18, 13), (21, 13), (24, 13), fail \Big\rangle$$

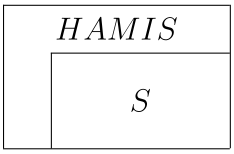
**0.** Készítsen programot az alapvető programkonstrukciók felhasználásával, mely ekvivalens

a) a $SKIP$-el!

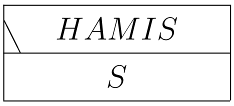
b) az $ABORT$-al!

**Megoldás.**

a)




b)




(Ahol $S$ tetszőleges program.)