

Név: ....., NEPTUN-kód .....

Csoport, gyak.vez.: .....

Pontszám: .....

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam  
Matematikai alapok 1. zárthelyi  
2018. október 19.*

*Minden feladathoz indoklást, levezetést kérünk.*

1. (5 pont) Hozzuk a legegyszerűbb alakra:

$$\left( \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} + \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1 - x^2}{x^2 + 2x + 1}$$

2. (5 pont) Az alábbi  $P$  polinomnak a 2 gyöke. Emeljük ki  $P$ -ből a 2-höz tartozó gyöktényezőt!

$$P(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 7x - 10$$

3. (8 pont) A  $p \in \mathbb{R}$  paraméter mely értékei esetén teljesül minden  $x \in \mathbb{R}$  számra, hogy

$$(p + 1)x^2 - 2(p - 1)x < 3(1 - p).$$

4. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{2x + 3} + \sqrt{3x + 3} = \sqrt{x + 2}.$$

5. (9 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_2 \left( 2 - \frac{1}{x} \right) + \left| \log_{\frac{1}{2}} x \right| < 1.$$

6. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\operatorname{ctg}(2x) + \operatorname{tg}(x) = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

7. (8 pont)

a) Egy megfelelő  $N \in \mathbb{N}$  szám meghatározásával igazoljuk az alábbi állítást:

$$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N : \quad \frac{2n^3 + 3n^2 + n + 4}{n^4 - 7n^3 + 3n^2 - 7n - 4} < \frac{1}{100}.$$

b) Írjuk fel "pozitív" kijelentés formájában az állítás tagadását.