Numerikus módszerek
A lebegőpontos számábrázolás egy modellje

1. gyakorlat

Boda Bálint

2023. tavaszi félév

1. Gépi számhalmaz

Alapötlet: tároljuk el a számokat ún. normalizált alakban. Például: $324 \rightsquigarrow 0{,}324 \cdot 10^3$ Kettes számrendszerben: $+0{,}101000100 \cdot 2^9$.

Definíció (Normalizált lebegőpontos szám)**.** Legyen $t \in \mathbb{N}$ (bitek száma) és $m = \sum\limits_{i=1}^{t} m_i \cdot 2^{i-1}$, ahol $m_1 = 1,\ m_i \in \{0, 1\}$. Ekkor normalizált lebegőpontos számnak nevezzük az

$$a = \pm m \cdot 2^k \ (k \in \mathbb{Z})$$

alakú számokat. Az m számot az a szám mantisszájának a k számot az a szám karakterisztikájának nevezzük.

Jelölés. Egy normalizált lebegőpontos számot általában a következő módon jelölünk:

$$a = \pm\,[m_1 \dots m_t \,|\, k]$$

Definíció. Legyen $k^-, k^+ \in \mathbb{Z}$ és $t \in \mathbb{N}$, ekkor gépi számhalmaznak nevezzük az

$$M(t, k^-, k^+) = \Big\{a \text{ normalizált lebegőpontos szám, úgy, hogy } k^- \le k \le k^+\Big\} \cup \{0\}$$

halmazt. Gyakorlatban hozzávesszük: $\infty, -\infty$, NaN.

1.1. Tulajdonságok

- $\frac{1}{2} \le m < 1$
- M szimmetrikus a 0-ra

2. Gépi számhalmaz nevezetes értékei

2.1. Legkisebb pozitív szám

Csak $m_1 = 1$ az összes többi jegy nulla, a legkisebb karakterisztikát véve:

$$\varepsilon_0 = \Big[100 \dots 0 \,|\, k^-\Big] = \frac{1}{2} \cdot 2^{k^-} = 2^{k^- - 1}$$

2.2. Legnagyobb elem

Minden számjegy 1 a legnagyobb karakterisztikával:

$$M_\infty = \Big[111 \dots 1 \,|\, k^+\Big] = 1{,}00 \dots 00 \cdot 2^{k^+} - 0{,}00 \dots 01 \cdot 2^{k^+} = (1 - 2^{-t}) \cdot 2^{k^+}$$

2.3. Számosság

$$|M| = \underbrace{2}_{\text{előjelbit}} \cdot \underbrace{2^{t-1}}_{\text{lehetséges mantisszák száma}} \cdot \underbrace{(k^+ - k^- + 1)}_{\text{lehetséges karakterisztikák}} + \underbrace{1}_{0}$$

2.4. Egy és a rákövetkező szám különbsége

$$\varepsilon_1 = [100\dots01\,|\,1] - [100\dots00\,|\,1] = 2^{1-t}$$