Lógica e Inteligencia artificial

Práctica 5

Agustín Vanzato

Ejercicios

1. Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden las siguientes afirmaciones:

$$p_1^1$$
 = x vuela, p_2^1 = x es ave

i Algunas aves no vuelan

$$\exists x_1 \ (p_2^1(\mathbf{x}) \land \neg p_1^1(x_1))$$

ii No todas las aves vuelan

$$\neg \forall x_1 \ (p_2^1(\mathbf{x}) \longrightarrow p_1^1(x_1))$$

Analizar la relación entre ambas. Mostrar cómo se puede transformar una expresión en la otra.

$$\exists x_1 \mathbf{A}$$
 es una abreviatura de $\neg \forall x_1 \neg \mathbf{A}$

- 2. Escribir las siguientes proposiciones usando un lenguaje de predicados de primer orden:
- i El cero es el menor natural.

```
p_1^2 = x menor a y

p_1^1 = x es natural

c_1 = cero

\forall x_1 (p_1^1(x_1) \rightarrow p_1^2(c_1, x_1))
```

ii El conjunto vacío está incluido en cualquier conjunto.

```
\begin{aligned} p_1^1 &= \mathbf{x} \text{ es un conjunto}, & p_1^2 &= \mathbf{x} \text{ está incluido en } \mathbf{y}, & c_1 &= \mathbf{vacío} \\ \forall x_1 \left( p_1^1 \left( x_1 \right) \!\!\to\! p_1^2 \left( c_1, x_1 \right) \right) \end{aligned}
```

iii Si se prueba una propiedad para el cero y luego se prueba que esa misma propiedad vale para el número n+1 si vale para n, entonces se ha probado que la propiedad vale para cualquier natural.

```
\begin{array}{l} p_{1}^{1} = \text{x es naturales} \\ p_{2}^{1} = \text{x es un conjuntos} \\ p_{1}^{2} = \text{x vale para y} \\ c_{1} = \text{cero} \\ f_{1}^{1} = \text{sucesor de x} \\ \exists x_{1} \left( \left( p_{2}^{1}(x_{1}) \wedge p_{1}^{2}(x_{1}, c_{1}) \wedge \left( \forall x_{2}(p_{1}^{1}(x_{2}) \wedge (p_{1}^{2}(x_{1}, f_{1}^{1}(x_{2})) \wedge p_{1}^{2}(x_{1}, x_{2})) \right) \rightarrow \forall x_{2}p_{1}^{2}(x_{1}, x_{2}) \right) \end{array}
```

iv Si hay un número natural que cumple una cierta propiedad, entonces hay un mínimo natural que cumple esa propiedad.

```
p_1^1 = x es un natural p_1^2 = x cumple una propiedad p_2^2 = x es menor a y c_1 = \text{cero}, \forall x_1 (p_2^1(x_1) \land p_1^2(x_1) \longrightarrow \exists x_2 (p_2^1(x_2) \land p_2^2(x_2, x_1))
```

3. Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a las siguientes situaciones:

```
p_1^1 = x \text{ es feliz},
p_2^1 = x es amable,
p_2^1 = x es un dragón
p_{A}^{1} = x es una persona
p_5^1 = x es un animal
p_6^1 = x vive en un zoológico,
```

 p_7^1 = x visita un zoológico,

 p_1^2 = x encuentra a y,

Ningún dragón que viva en un zoológico es feliz.

$$\neg \exists x_1(p_3^1(x_1) \land p_6^1(x_1) \land p_1^1(x_1)))$$

Cualquier animal que encuentre gente amable es feliz.

$$\forall x_1 (\forall x_2 (p_5^1(x_2) \land p_4^1(x_1) \land p_1^2(x_2, x_1) \land p_2^1(x_1) \rightarrow p_1^1(x_2)))$$

Las personas que visitan los zoológicos son amables.

$$\forall x_1 ((p_4^1(x_1) \land p_7^1(x_1)) \rightarrow p_2^1(x_1))$$

Los animales que viven en zoológicos encuentran personas que visitan zoológicos.

$$\forall x_1 (\forall x_2 (p_5^1(x_1) \land p_6^1(x_1) \land p_4^1(x_2) \land p_7^1(x_2) \rightarrow p_1^2(x_1, x_2)))$$

ii Todo peluquero afeita a todo aquél que no se afeita a sí mismo. Ningún peluquero afeita a alguien que se afeite a sí mismo

```
p_1^1 = x es peluquero
p_2^1 = x es persona
p_1^2 = x afeita a y
```

Todo peluquero afeita a todo aquél que no se afeita a sí mismo

$$\forall x_1 \ (\ \forall x_2 \ (\ p_1^1(x_1) \land p_2^1(x_2) \land p_1^2(x_1,x_2) \land (\neg p_1^2(x_2,x_2))))$$

Ningún peluquero afeita a alguien que se afeite a sí mismo.

$$\neg \exists x_1 (\forall x_2 (p_1^1(x_1) \land p_1^1(x_2) \land p_1^2(x_1, x_2) \land (p_1^2(x_2, x_2))))$$

iii Si alguien hace algo bueno, ese alguien es bueno. Del mismo modo, si alguien hace algo malo, es malo. Sebastián

ayuda a su madre y también miente algunas veces. Mentir es malo y ayudar es bueno.

```
c_1 = Sebastián
```

 c_2 = madre

 c_3 = mentir

 c_4 = ayudar

 p_1^1 = x miente,

 p_2^1 = x es bueno

 p_3^1 = x es persona

 p_4^1 = x hace algo bueno

 $p_1^2 = x \text{ es y},$

 p_2^2 = x ayuda y,

Si alguien hace algo bueno, ese alguien es bueno.

$$\forall x_1 (p_3^1(x_1) \land p_4^1(x_1) \rightarrow p_2^1(x_1)))$$

Del mismo modo, si alguien hace algo malo, es malo.

$$\forall x_1 (p_3^1(x_1) \land (\neg p_4^1(x_1)) \rightarrow (\neg p_2^1(x_1)))$$

Sebastián ayuda a su madre y también miente algunas veces.

$$p_2^2(c_1,c_2) \wedge p_1^1(c_1)$$

Mentir es malo y ayudar es bueno

$$p_2^1(c_4) \wedge (\neg p_2^1(c_3))$$