

# Lógica e Inteligencia artificial

## Practica 1

Agustín Vanzato

### Ejercicios

#### 1. Traduzca al lenguaje simbólico los siguientes enunciados:

##### (a) Juan necesita un matemático o un informático.

M = Juan necesita un matemático

I = Juan necesita un informático

rta:  $(M \vee I)$

##### (b) Si Juan necesita un informático entonces necesita un matemático.

M = Juan necesita un matemático

I = Juan necesita un informático

rta:  $(I \rightarrow M)$

##### (c) Si Juan no necesita un matemático entonces necesita un informático.

M = Juan necesita un matemático

I = Juan necesita un informático

rta:  $(\neg M \rightarrow I)$

##### (d) Si Juan contrata un informático entonces el proyecto tendrá éxito.

I = Juan contrata un informático

P = El proyecto tendrá éxito

rta:  $(I \rightarrow P)$

##### (e) Si el proyecto no tiene éxito entonces Juan no ha contratado un informático.

P = El proyecto tendrá éxito

I = Juan contrata un informático

rta:  $(\neg P \rightarrow \neg I)$

##### (f) El proyecto tendrá éxito si y sólo si Juan contrata un informático.

P = El proyecto tendrá éxito

I = Juan contrata un informático

rta:  $(P \leftrightarrow I)$

**(g) Para aprobar Lógica, el alumno debe asistir a clase, desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable y demostrar que dicho cuaderno ha sido desarrollado por él; o desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable y aprobar el examen final.**

A = Aprobar lógica

C = El alumno debe asistir a clase

D = El alumno debe desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable

DM = El alumno debe demostrar que el cuaderno está desarrollado por él

E = Aprobar el examen final

rta:  $((C \wedge D \wedge DM) \vee (DM \wedge E)) \rightarrow A$

**(h) El alumno puede asistir a clase u optar por un examen libre.**

A = El alumno asiste a clase

O = El alumno opta por examen libre

rta:  $(A \vee O)$

**(i) Si x es un número racional e y es un entero, entonces z no es real.**

X = x es racional

Y = y es entero

Z = z es real

rta:  $((X \wedge Y) \rightarrow \neg Z)$

**(j) La suma de dos números es par si y sólo si los dos números son pares o los dos números son impares.**

S = La suma de dos números es par

P = Los dos números son pares

I = Los dos números son impares

rta:  $(S \leftrightarrow (P \vee I))$

**2). Dada la siguiente información:**

**Si el unicornio es mítico, entonces es inmortal, pero si no es mítico, entonces es un mamífero mortal. Si el unicornio es o inmortal o un mamífero, entonces tiene un cuerno. El unicornio es mágico sí tiene un cuerno.**

**Simbolizarla en el Cálculo de Enunciados y responder:**

- p: El unicornio es mítico.
- q: El unicornio es mortal.
- r: El unicornio es un mamífero.
- s: El unicornio tiene un cuerno.
- t: El unicornio es mágico.

enunciado:  $(p \rightarrow \neg q); (\neg p \rightarrow (r \wedge q)); ((\neg q \vee r) \rightarrow s); (s \rightarrow t)$

### (a) El unicornio es mítico?. Fundamental.

Para determinar si el unicornio es mítico o no, vamos a utilizar la definición 1.28 (forma argumentativa), que nos permite determinar si una argumentación es válida o no, siendo:

$$w \rightarrow A$$

Si podemos asignar valores de verdad a las variables de enunciado que componen  $W$  de manera que tomen el valor V (verdadero), siendo  $w = ((p \rightarrow \neg q); (\neg p \rightarrow (r \wedge q)); ((\neg q \vee r) \rightarrow s); (s \rightarrow t))$  y  $A$  tome el valor F(falso) siendo  $A = p$ , podremos demostrar que la argumentación es inválida.

$$(p \rightarrow \neg q); (\neg p \rightarrow (r \wedge q)); ((\neg q \vee r) \rightarrow s); (s \rightarrow t) \mid p$$

Dado que  $p$  es atómico, alcanza con asignar el valor falso.

En  $(p \rightarrow \neg q)$  dado que el antecedente  $p$  es falso (porque ya asignamos el valor previamente), no importa el valor de  $q$ , ya que aunque tome cualquiera de los 2 valores posibles, la fórmula toma el valor verdadero, pero en  $(\neg p \rightarrow (r \wedge q))$  al estar negado  $p$ , toma el valor verdadero, entonces para que esa fórmula tome el valor verdadero, la conclusión tiene que ser verdadera, y al estar en conectados por una conjunción ambos tienen que tomar ambos el valor verdadero.

En  $((\neg q \vee r) \rightarrow s)$  ya poseemos el valor de  $q$  y  $r$  (ambos son verdaderos), y están conectados por una disyunción, por lo tanto ese término es verdadero, pero la conclusión  $s$  tiene que tomar el valor verdadero para que se cumple que toda la fórmula es verdadera.

Ahora solo queda  $(s \rightarrow t)$ , dado que ya poseemos el valor de  $s$  (verdadero), la conclusión  $t$  necesita tomar el valor verdadero también.

Resumiendo:

$p$ : Falso

$q$ : Verdadero

$r$ : Verdadero

$s$ : Verdadero

$t$ : Verdadero

Por lo tanto, la argumentación es inválida y no podemos confirmar que el unicornio es mítico.

### (b) El unicornio no es mítico?. Fundamental.

$$(p \rightarrow \neg q); (\neg p \rightarrow (r \wedge q)); ((\neg q \vee r) \rightarrow s); (s \rightarrow t) \mid (\neg p)$$

Para que  $(\neg p)$  tome el valor falso,  $p$  tiene que ser verdadero por la negación.

Al ser  $p$  verdadero, en  $(p \rightarrow \neg q)$ ,  $q$  tiene que tomar el valor falso, para que con la negación se vuelve verdadero y toda la implicación sea verdadera.

En  $(\neg p \rightarrow (r \wedge q))$  dado que  $p$  es verdadero, no importa el valor de  $r$  y  $q$  porque toda la implicación tomará valor verdadero igualmente.

El valor de  $q$  en este momento es falso, así que en  $((\neg q \vee r) \rightarrow s)$  la disyunción  $(\neg q \vee r)$  resultará verdadera (por la negación en  $q$ ) sin importar el valor de  $r$ , pero  $s$  tiene que tomar el valor verdadero para que toda la implicación sea verdadera.

Por último, al poseer el valor de  $s$ , en  $(s \rightarrow t)$  es necesario que  $t$  tome el valor verdadero.

Entonces dado la siguiente configuración:

$p$ : Verdadero

$q$ : Falso

$r$ : Verdadero|Falso (no importa su valor)

$s$ : Verdadero

$t$ : Verdadero

la argumentación es inválida y no se puede confirmar si el unicornio no es mítico.

### (c) El unicornio es mágico?. Fundamental.

$(p \rightarrow \neg q); (\neg p \rightarrow (r \wedge q)); ((\neg q \vee r) \rightarrow s); (s \rightarrow t) \mid t$

**t** al ser atómico tiene que tomar el valor falso.

Como poseemos el valor de **t**, en  $(s \rightarrow t)$ , **s** DEBE tomar el valor falso para que toda la implicación sea verdadera.

Lo mismo ocurre aquí  $((\neg q \vee r) \rightarrow s)$  al ser **s** falso, la disyunción  $(\neg q \vee r)$  debe tomar el valor falso, y para eso a **q** le asignamos el valor verdadero (por la negación termina convirtiéndose en falso), y a **r** el valor falso.

en  $(\neg p \rightarrow (r \wedge q))$ , la conjunción  $(r \wedge q)$  toma el valor falso, porque **r** posee el valor falso, por lo tanto el antecedente tiene que ser falso, entonces **p** toma el valor verdadero (y por la negación se convierte a falso)

Pero llegamos a un problema, en  $(p \rightarrow \neg q)$ , **p** es verdadero pero **q** también posee el valor verdadero y por la negación se convierte en falso, entonces toda la fórmula se convierte en falsa.

entonces al no poder hacer verdaderas todas las fórmulas de W, la argumentación no es inválida, es decir, es válida.

### 3. Se sabe que:

**La página web tiene un error o el examen de álgebra no es el 2 de julio. Si el examen de álgebra es el 2 de julio entonces la página web tiene un error. El examen de álgebra es el 14 de julio si y sólo si la página web tiene un error y el período de exámenes no termina el 10 de julio.**

p: La página web tiene un error.

q: El examen de álgebra es el 2 de julio.

r: El examen de álgebra es el 14 de julio.

s: El período de exámenes termina el 10 de julio.

$w = ((p \vee \neg q); (q \rightarrow p); (r \leftrightarrow (p \wedge \neg s))); (s \wedge p)$

**Teniendo en cuenta que el período de exámenes termina el 10 de julio y que la página web tiene un error, deducir la verdad o falsedad de los siguientes enunciados:**

### (a) El examen de álgebra es el 2 de julio.

Utilizando la forma argumentativa

$((p \vee \neg q); (q \rightarrow p); (r \leftrightarrow (p \wedge \neg s))); (s \wedge p) \mid q$

**q** al ser atómica tiene que tomar el valor falso.

En  $(s \wedge p)$  al ser una conjunción, ambos valores tienen que optar por el valor verdadero

Tanto en  $(p \vee \neg q)$  como en  $(q \rightarrow p)$  no importa el valor de **p**, porque en la disyunción, la negación de **b** toma el valor verdadero y toda la disyunción se vuelve verdadera, a su vez en implicación al ser falso el antecedente no importa el valor de **p** dado que todo se vuelve verdadero igual

Por último, en  $(r \leftrightarrow (p \wedge \neg s))$  dado que **s** es verdadero, y por su negación se vuelve falso, toda la conjunción toma el valor falso y **r** debe tomar el valor falso para que toda la fórmula sea verdadera

Por lo tanto por la siguiente configuración:

**p: verdadero**

**q: falso**

**r:verdadero**

**s: verdadero**

la argumentación es inválida y no se puede confirmar que El examen de álgebra es el 2 de julio.

**(b) Si la página web no tiene un error entonces el examen de álgebra es el 14 de julio.**

$((p \vee \neg q); (q \rightarrow p); (r \leftrightarrow (p \wedge \neg s))) \mid (\neg p \rightarrow r)$

dado que  $p$  es verdadero (porque la única manera de que  $(s \wedge p)$  sea verdadero es que  $p$  opte por el valor verdadero), no se puede hacer que  $(\neg p \rightarrow r)$  sea falso, porque la negación de  $p$  da falso y toda la implicación se vuelve verdadera sin importar el consecuente. Por lo tanto, la argumentación no es inválida, es decir es válida.

**Idea: escríbalo como forma argumentativa y determine si es válida o inválida.**

**4. Se tienen las siguientes premisas:**

**Si Juan tiene suerte y llueve entonces estudia. Juan aprobará si y sólo si estudia o tiene suerte. Si Juan no tiene suerte entonces no llueve.**

**Sabiendo que llueve, responder:**

$p$ : Juan tiene suerte

$q$ : Llueve

$r$ : Juan estudia

$s$ : Juan aprueba

$(p \wedge q) \rightarrow r$ ;  $(s \leftrightarrow (r \vee p))$ ;  $(\neg p \rightarrow \neg q)$ ;  $q$

como en los ejercicios anteriores usare la forma argumentativa.

**(a) ¿Aprobará Juan?**

$((p \wedge q) \rightarrow r); (s \leftrightarrow (r \vee p)); (\neg p \rightarrow \neg q); q \mid s$

$s$  al ser atómica, tiene que tomar el valor falso, entonces en  $(s \leftrightarrow (r \vee p))$ , la única forma de que esta fórmula obtenga el valor verdadero, es que la disyunción se valore en falso, es decir tanto  $r$  como  $p$  tomen el valor falso.

Al ser  $p$  y  $r$  falso, se satisface  $(p \wedge q) \rightarrow r$  sin importar el valor de  $q$ , aunque este último aparece como una fórmula atómica, entonces tiene que tomar el valor verdadero.

Por último  $(\neg p \rightarrow \neg q)$ , al ser verdadero  $q$  y  $p$  falso (y ambos cambiar de valor a falso y verdadero respectivamente por sus negaciones), no se puede lograr que la implicación sea verdadera.

conclusión, la argumentación no es inválida, es decir, es válida.

**(b) ¿Tendrá suerte Juan?**

$((p \wedge q) \rightarrow r); (s \leftrightarrow (r \vee p)); (\neg p \rightarrow \neg q); q \mid p$

$p$  al ser atómica tiene que optar por el valor falso, pero en  $(\neg p \rightarrow \neg q)$ , el antecedente se vuelve verdadero y para la implicación sea verdadera en este caso, el consecuente tiene que tomar el valor verdadero, en este caso  $\neg q$ , para eso  $q$  tiene que tomar el valor falso y por su negación se vuelve verdadero, pero esto va a llevar a un problema, dado que también se encuentra  $q$  como una fórmula atómica, la cual también tiene que satisfacerse.

Por lo tanto una de las 2 formulas no va a satisfacerse y la argumentación se vuelve válida.

**Idea: escríbalo como forma argumentativa y determine si es válida o inválida.**