贝叶斯滤波与卡尔曼滤波第二讲

随机过程　　$x_1, x_2, x_3 \cdots\cdots$　　$x_1 \cdots\cdots x_n \cdots$ 不独立

确定过程　$v=gt$　　$v_1=g$，$v_2=2g$，$v_3=3g$　　$v_1, v_2 \cdots v_3 \cdots\cdots$

$x_1 \cdots\cdots x_n \cdots$ 都是随机变量，彼此之间不独立（无法做随机试验）

随机试验：在相同条件下，试验可重复进行　随机试验之间相互独立
一次试验，结果不确定，所有可能的结果已知
试验之前，试验结果预先未知

无法对概率赋值

$P(\text{正})=\frac{1}{2}$　$P(\text{反})=\frac{1}{2}$　　抛硬币，试验可重复进行

由大数定律，设 n 为试验次数，μ 为正面朝上的次数。

大数定律：在 n 次独立的试验中，对于任意正数 ε，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{\mu}{n}-P_1\right|<\varepsilon\right)=1$$

当 $n\to\infty$ 时，$\frac{\mu}{n}$ 依概率收敛于 P_1

随机过程　$x_1 \cdots\cdots x_n$　不独立

例：股票、　　想对股票做随机试验，必须会时光倒流

分子的扩散

气温的变化　$T_1, T_2, T_3, T_4 \cdots\cdots T_n$

随机过程 $x_1, x_2 \cdots x_n \cdots$ 不独立

$x_k = f(x_{k-1})$ $p(x_k) = f(p(x_{k-1}))$:不独立性

$p(x_1) = ?$ 初值的选取

有的初值可以做随机试验 随机游走 $X_k = X_{k-1} + D$

$$D \sim \begin{cases} p(\text{往前走 1 米}) = \frac{1}{2} \\ P(\text{往后走 1 米}) = \frac{1}{2} \end{cases}$$ 初值 $P(X_0 = 0) = 1$

有的初值不可以做随机实验，只能使用主观概率

随机过程 $x_1, x_2 \cdots x_n$

$x_k = f(x_{k-1})$

$p(x_1)$ 不同的主观概率导致不同的结果

引入外部观测（证据，信息）

主观概率 $\xrightarrow{\text{外部观测}}$ 相对客观的概率

先验概率（先于实验的概率） 后验概率（实验之后的概率）

贝叶斯公式

本来：$x_1=f(x_0)$，$x_2=f(x_1)$，现在 $x_1=f(x_0)$　$x_2=f(x_1|y_1)$，$x_3=f(x_2|y_2)$

这就是贝叶斯滤波

$$x_{k-1}|y_{k-1} \xrightarrow{f} x_k \quad \text{状态方程（预测步）}$$

$$x_k \xrightarrow[y_k]{\text{贝叶斯}} x_k|y_k \quad \text{测量方程（更新步）}$$